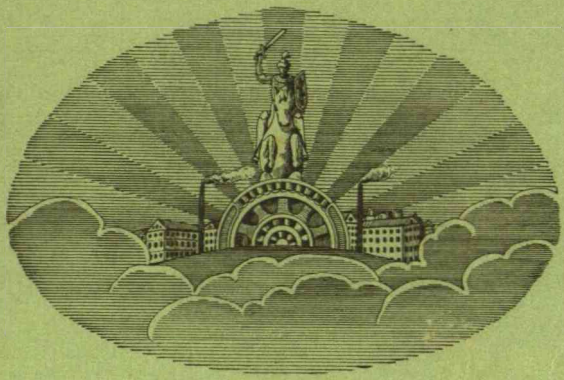
VYTAUTO DIDŽIOJO UNIVERSITETO
TECHNIKOS FAKULTETO PERIODINIS LEIDINYS



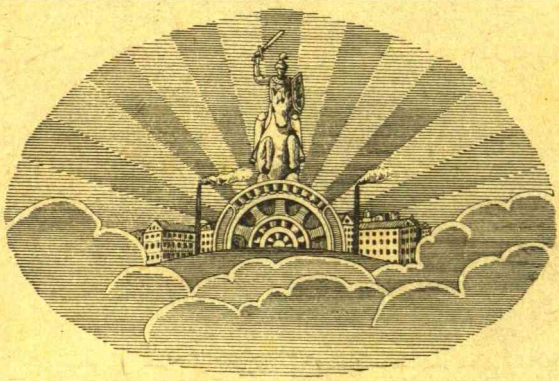
TECHNIKA

ÉDITION PERIODIQUE DE LA FACULTÉ TECHNIQUE Á
L'UNIVERSITÉ LITHUANIENNE DE VYTAUTAS LE GRAND

Nr. 9.

KAUNAS 1936

VYTAUTO DIDŽIOJO UNIVERSITETO
TECHNIKOS FAKULTETO PERIODINIS LEIDINYS



TECHNIKA

ÉDITION PERIODIQUE DE LA FACULTÉ TECHNIQUE Á
L'UNIVERSITÉ LITHUANIENNE DE VYTAUTAS LE GRAND

Nr. 9.

KAUNAS 1936

Redakcijos komisija:

Prof. Pr. Jodelė, prof. V. Mošinskis,
priv. doc. A. Putrimas ir prof. J. Šimkus
Redagavo prof. Vytautas Mošinskis

Akc. „Spindulio“ B-vės spaustuvė Kaune.

Spausdinta 500 egzempliorių,
Sukrauta „Spaudos Fonde“ Kaune.

TECHNIKA

VYTAUTO DIDŽIOJO UNIVERSITETO TECHNIKOS FAKULTETO ORGANAS

Nr. 9 1936

TURINYS

A. a. prof. Jeronimas Šliogeris (nekrologas) VII

Inž. M. Spiridavičius. Giroskopinė laivų stabilizacija 1

Inž. b. prof. Platonas Jankauskas. V. D. Universiteto Mechanikos Kabineto svyruojąs stalas su seismografu 43

Statyb. inž. J. Gabrys. Betoninės ir gelžbetoninės trijų šarnyrų arkos 65

Kalnų inž. Z. Novickis. Aliuminis, jo gamybos būdai ir jo gamybos Lietuvoje perspektyvos 169

Inž. J. Jankauskas. Termodinaminiai procesai PSTV logaritminėje diagramoje 239

Inž. d-ras J. Indriūnas. Vilnų plaukelių tamprumo modulis .. 261

Inž. J. Jankauskas. Apskritimų būdas 281

Inž. M. Baublys. Oro kujo darbo stumuoklio greičiai ir oro spaudimai kaip laiko bei eigos funkcija 289

Prof. S. Kolupaila. Patobulinta nomograma 301

Technikos Fakulteto chronika 305

Recenzijos 310

Table de matières

Prof. J. Šliogeris — (Nécrologue). VII

M. Spiridavičius, ingénieur — La stabilisation gyroscopique des navires 1

Platon Yankovski Dr. Ing. Plateforme oscillante et Seismographe du Cabinet de Mécanique de l'Université Vytautas-le-Grand à Kaunas 43

J. Gabrys, ingénieur dipl. Les arcs à trois articulations en béton et en béton armé 65

Ingénieur de mines Z. Novickis. L'aluminium, ses modes de production et les passibilités de son production en Lithuanie 169

Ing. J. Jankauskas. Diagramme logarithmique des procès thermodynamiques PVTS 239

Ing. Docteur. J. Indriūnas. Le module d'élasticité de fibres de laines 261

Ing. J. Jankauskas. Définition de la position du centre des coordonnées d'un diagramme indique 281

Ing. M. Baublys. Les vitésses du piston de travail et les pressions de l'air dans un marteau — pilon à l'air comprimé — en fonction du temps et de la course 289

Prof. S. Kolupaila. Un nomogramme amélioré 301

Chronique de la Faculté technique 305

Bibliographie 310



A. a. prof. Jeronimas Šliogeris

Paliko mus...

Ir 1936 metais Technikos Fakultetas neteko artimo ir brangaus žmogaus, ilgamečio bendradarbio ir nario: metų pradžioje, vasario mėn. 27 d., staiga mirė ekstraordinarinis profesorius inžinierius elektrikas Jeronimas Šliogeris.

Velionis gimęs 1871 metais Bružių kaime, Panevėžio apskr. Mokėsi Panevėžio realinėje mokykloje, kurią baigė 1891 metais. 1900 metais jis baigė Petrapilio Elektrotechnikos Institutą inžinieriaus - elektriko laipsniu. Dar bestudentaudamas velionis jau dirbo praktiškai elektrotechnikos srity; nuo 1900 iki 1920 metų jis dirbo kaipo inžinierius Belgų elektra Petrapiliui apšviesti B-vėje, kur jo veikla buvo aukštai įvertinama ir branginama.

Grįžęs 1920 metais į Lietuvą a. a. prof. Šliogeris stojo tuojau į darbą. Kurį laiką velionis dirbo Geležinkelių Valdyboje, kur vedė elektros skyrių. 1922 m. rugsėjo mėn. 1 d. velionis, kaipo žymus specialistas elektrotechnikas, buvo pakviestas į naujai steigiamą Technikos Fakultetą privatdocentu, vėliau docentu (nuo 1923-VII-1 d.), ekstraordinariniu profesorium (nuo 1927-VI-1 d.) ir pagaliau 1936-II-26 d. Technikos Fakulteto Tarybos nutarimu buvo pakeltas ordinariniu profesorium, tačiau likimas neleido jam ta visiškai pelnyta promocija pasinaudoti: kitą dieną iš ryto (II-27 d.) velionis staiga mirė, literaliai dirbęs iki paskutinės savo gyvenimo valandos.

A. A. prof. Šliogeris buvo didelis savo specialybės žinovas ir praktikas. Technikos Fakultetui jis paliko gerai jo pastangomis suorganizuotą ir įrengtą Elektrotechnikos laboratoriją; įdėjo jis savo indėlį ir į Lietuvos techninę literatūrą, parašęs: „Perkūnsargiai“ („Technika“ Nr. 2), „Elektrinis medžiagų atsparumas“ („Technika“ Nr. 3 ir 5), „Elektrotechnikos pamatus“ ir jų antrąją dalį („Kintamoji srovė“).

Dėl savo kilnaus būdo ir geros širdies velionis buvo visų jį pažinusių tikrai gerbiamas ir mylimas; Fakultetas neteko darbštaus ir gerbiamo profesoriaus, kurį nelengva bus pavaduoti.

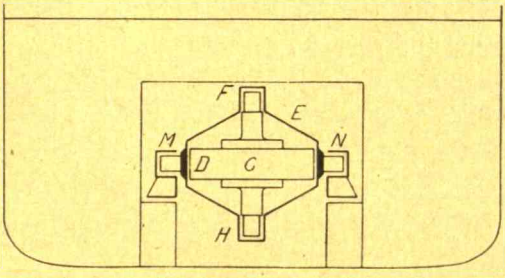
Technikos Fakulteto ir savo vardu Redakcija reiškia prof. Šliogerio artimiesiems nuoširdų užuojautos žodį.

Redaktorius.

Inž. *M. Spiridavičius.*

Giroskopinė laivų stabilizacija[1]).

Nuo vėjo, bangų ir nuo kitų priežasčių laivai pradeda svyruoti. Laivo judėjimą galima išskaidyti į slinkimo (transliacinį) judėjimą kartu su laivo svorio centru ir į sukimosi judėjimą apie tą svorio centrą. Tik vertikali laivo slinkimo judėjimo komponentė duoda vertikalius svyravimus, kur laivas kartu su jo svorio centru kyla aukštyn ir leidžiasi žemyn. Laivo vertikalių svyravimų periodas yra palyginti trumpas, ir amplitudė paprastai yra maža. Sukdamasis apie savo svorio centrą, laivas gali svyruoti apie einančią per laivo



1 brėž.

svorio centrą horizontalią skersinę laivo ašį. Šių svyravimų amplitudė paprastai yra mažesnė už 5°, o periodas yra palyginti trumpas. Didžiausios reikšmės turi laivo svyravimai apie išilginę ašį, arba šoniniai svyravimai, nes jų amplitudė, esant didelėms bangoms, pasiekia 20 ir daugiau laipsnių. Šoninių laivo svyravimų periodas yra paprastai ilgesnis už abiejų aukščiau paminėtų svyravimų periodą.

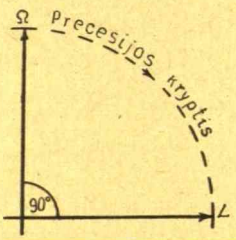
Šoniniams svyravimams sumažinti yra statomi laivuose giroskopiniai stabilizatoriai. Sunkaus smagračio arba sunkaus disko *D* (1 brėž.) ašis *FH* yra atremta specialios konstrukcijos pakakliuose, kurie yra įtvirtinti rėmuose arba apdangale *E*. Apdangalas *E* turi kakliukus, kurie guli pakakliuose *M* ir *N*; taigi apdangalas gali suktis apie einančią per disko *D* svorio centrą *G* statmenai laivo išilginei simetrijos plokštumai ašį *MN*, kuri yra horizontali, kada laivo išilginė simetrijos plokštuma yra vertikali.

Taigi disko *D* ašis *FH* gali pasisukti laivo išilginėje simetrijos plokštumoje į abi puses nuo statmenos išilginei laivo ašiai vidutinės tos ašies padėties. Giroskopinis diskas *D* yra greit sukamas apie savo simetrijos ašį *FH* garo turbinos arba elektromotoro.

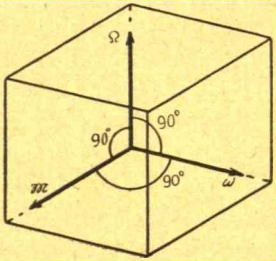
---

[1]) Šis mokslo veikalas patiektas Technikos Fakulteto Tarybai kaipo disertacija inžinerijos daktaro laipsniui gauti. (Red.).

Visa sistema kartu su laivu sudaro giroskopą, kuris turi tris laisvės laipsnius. Trečioji ašis, apie kurią gali suktis toks giroskopas, yra laivo išilginė ašis, einanti per visos sistemos svorio centrą. Tokio giroskopo ypatybės yra šios. Sakysime, kad, giroskopui esant rimties būtyje, disko *D* ašis *FH* yra statmena išilginei laivo ašiai ir kad diskas sukasi apie savo ašį dideliu kampiniu greičiu. Mūsų giroskopas gali būti laisvai judinamas slinkimo judėjimu, bet kiekviena pastanga pakeisti disko sukimosi ašies *FH* kryptį sutinka pastebimą pasipriešinimą. Jeigu prie laivo bus pridėta jėgų pora, kuri stengiasi sukti jį apie jo išilginę ašį, tai gautasis matomas rezultatas bus tik apdangalo sukimasis apie ašį *MN*. O jeigu prie apdangalo *E* yra pridėta jėgų pora, kuri stengiasi sukti jį apie jo ašį *MN*, tai gautasis matomas rezultatas bus laivo sukimasis apie jo išilginę ašį. Šis paskutinysis apdangalo arba laivo judėjimas vadinasi precesija. Jeigu disko sukimosi kampinį greitį Ω ir pridėtos jėgų poros ašinį momentą *L* atvaizduosime vektoriais, kaip parodyta 2 brėžinyje, tai precesija vyksta tokia kryptimi, kad vektorius Ω stengiasi pasisukti trumpiausiu keliu iki sutapimo su vektoriumi *L*.



2 brėž.



3 brėž.

Kadangi išorinis momentas negali būti pridėtas prie mūsų giroskopo be galo lėtai, t. y. kadangi čia visuomet bus tam tikras smūgis, tai prie pagrindinio judėjimo (precesijos) prisideda šalutinis periodinis judėjimas, kuris vadinasi nutacija. Nutacija susideda iš laisvų harmoninių svyravimų, gęstančių harmoninių svyravimų, arba stiprėjančių harmoninių svyravimų. Jeigu precesija taip pat yra periodinis judėjimas, tai nutacinių svyravimų periodas paprastai yra daug trumpesnis už precesinių svyravimų periodą ir yra dažnai tiktai dalis sekundės; panašiai nutacinių svyravimų amplitudė yra paprastai daug mažesnė už atitinkamų precesinių svyravimų amplitudę.

Atvirkščiai, jeigu laivas kartu su disku ir apdangalu sukasi apie savo išilginę ašį, tai disko dalelių pasukamosios inercijos jėgos duoda jėgų porą, kuri stengiasi sukti diską kartu su apdangalu apie ašį *MN* (1 brėž.). Taip pat jeigu apdangalas kartu su disko ašimi *FH* sukasi, arba precesuoja, apie apdangalo ašį *MN*, tai pasukamosios disko dalelių inercijos jėgos duoda jėgų porą, kuri stengiasi sukti disko ašį kartu su laivu apie laivo išilginę ašį.

Jeigu disko sukimosi apie ašį *FH* kampinį greitį Ω ir precesijos kampinį greitį ω atvaizduosime vektoriais, tai minėtosios jėgų poros ašinis momentas $\mathfrak{M}$ turi kryptį, parodytą 3 brėžinyje, t. y. ta jėgų pora stengiasi sukti vekto-

rių Ω taip, kad jo kryptis sutaptų su vektoriaus ω kryptimi. Momento $\mathfrak{M}$ dydis yra[1]):

$$\mathfrak{M} = I\,\Omega\,\omega,$$

kur I yra disko inercijos momentas disko simetrijos ašies atžvilgiu.

Minėtasis giroskopas, diskui nesisukant apie disko simetrijos ašį, yra visada pastovioje pusiausvyroje išilginės laivo ašies atžvilgiu ir neutralioje pusiausvyroje disko simetrijos ašies ažvilgiu. Apdangalo sukimosi ašies atžvilgiu mūsų giroskopo pusiausvyra gali būti pastovi, jeigu ta ašis bus aukščiau už apdangalo ir disko svorio centrą, arba nepastovi, jeigu apdangalo ir disko svorio centras bus aukščiau už apdangalo sukimosi ašį. Giroskopas, kuris yra parodytas 1 brėžinyje, yra neutralioje pusiausvyroje apdangalo sukimosi ašies atžvilgiu.

Reikia pastebėti, kad laive gali būti įrengtas dar tokios konstrukcijos giroskopinis stabilizatorius: apdangalas gali suktis apie ašį, einančią laivo išilginėje simetrijos plokštumoje statmenai laivo išilginei ašiai, o disko simetrijos ašies vidutinė padėtis yra statmena laivo išilginei simetrijos plokštumai. Bet mes kalbėsime toliau tik apie 1 brėžinio konstrukciją, nes tokia konstrukcija yra pavartota esamose giroskopinio stabilizatoriaus sistemose.

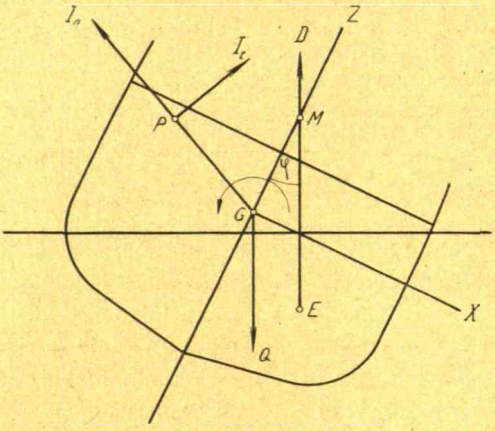
Tolimesniuose nagrinėjimuose giroskopu vadinsime tik apdangalą ir diską; toks giroskopas turi du laisvės laipsnius.

Giroskopo ir laivo judėjimo diferencialines lygtis aš pasistengsiu išvesti elementariniu būdu, pasiremdamas d'Alembert'o principu. Tas principas yra išreiškiamas taip: materialinių taškų sistemai judant, kiekvienu momentu išorinės, pridėtos prie sistemos taškų, jėgos ir atskirų sistemos taškų inercijos jėgos patenkina pridėtų prie duotosios sistemos, kaip prie kieto kūno, jėgų sistemos statinės pusiausvyros sąlygas. Statydami judėjimo lygtis, mes manysime, kad laivas, tiesiaeigiai tolygiai judėdamas arba stovėdamas vietoje, svyruoja tik apie horizontalią išilginę laivo ašį. Tokių atvejų, kada laivas juda kreivaeigiai arba netolygiai ir kada jis turi vertikalius svyravimus arba svyravimus apie skersinę laivo ašį, mes čia nenagrinėsime. Be to, paprastumo dėliai mes priimsime, kad giroskopinio disko svorio centras ir apdangalo svorio centras sutampa su laivo svorio centru. Nekintamai surištos su laivu koordinatų sistemos *GXYZ* (4 brėžinyje yra duotas vaizdas iš laivo užpakalio) koordinatų pradžią paimsime laivo svorio centre *G*, ašį *GX* atkreipsime išilgai apdangalo sukimosi ašies į dešinę, ašį *GY* išvesime išilgai išilginės laivo ašies į laivo užpakalį (4 brėžinyje ašis *GY* yra atkreipta statmenai brėžinio plokštumai į skaitytoją), ašį *GZ* statmenai plokštumai *XGY* aukštyn. Tegu, laivui svyruojant, tam tikru momentu *t* laivo išilginė simetrijos plokštuma sudaro su vertikale kampą φ, o giroskopinio disko simetrijos ašis sudaro su plokštuma, statmena išilginiai laivo ašiai, kampą ψ. Pagal d'Alembert'o principą išorinių, pridėtų prie visos sistemos, jėgų ir visos siste-

---

[1]) M. Spiridavičius Korioliso greitėjimas ir Korioliso inercijos jėga. Technika, 8 (1935), 149 p.

mos dalelių inercijos jėgų momentų apie išilginę laivo ašį *GY* algebrinė suma yra lygi nuliui. Panašiai visų išorinių, pridėtų prie giroskopo, jėgų ir giroskopo dalelių inercijos jėgų momentų apie apdangalo sukimosi ašį *GX* algebrinė suma bus lygi nuliui.



4 brėž.

Dabar surasime išorinių, veikiančių visą sistemą, jėgų atstojamąjį momentą L_φ laivo išilginės ašies atžvilgiu. Visą sistemą veikia jos svoris Q ir vandens pakeliamoji jėga $\overline{D} = -\overline{Q}$, kuri yra pridėta laivo išstumtojo vandens tūrio svorio centre E; be to, laivą veikia dar vandens pasipriešinimas šoniniams laivo svyravimams ir bangos. Jėgos Q ir D sudaro porą, kuri stengiasi sukti laivą apie ašį — GY; tos poros atstatomasis momentas ašies GY atžvilgiu bus

$$-Q \cdot H \cdot \sin\varphi, \ldots (1')$$

kur H yra metacentrinis aukštis GM. Mes galime priimti, kad tas metacentrinis aukštis H, laivo pasvirimo kampui φ kintant ribose $\pm 15°$, nepareina nuo to kampo φ. Vandens pasipriešinimo momentą apie ašį GY laikysime apytikriai lygiu

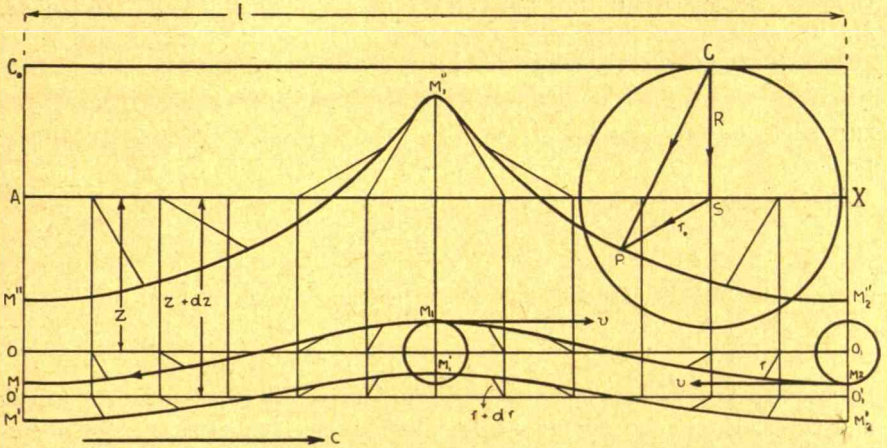
$$-K_1 \varphi', \ldots (1'')$$

kur K_1 yra pastovus koeficientas, o φ' yra laivo svyravimų kampinis greitis.

Jūrai banguojant, laivą veikia tam tikras kreipiamas bangų momentas, kuris kinta, laikui bėgant, savo dydžiu ir linkme pagal tam tikrą periodinį dėsnį. Tas kreipiamas momentas sukelia laive priverstinius svyravimus. Vandenyno banga yra apribota iš viršaus cilindrinio paviršiaus, kurio sudaromosios yra horizontalios ir kurio sudaromajai statmenas piūvis, arba profilis, yra banguotas. Tas profilis juda savo plokštumoje horizontaliai ir tolygiai, bet vandens masė šitame judėjime nedalyvauja. Pagal trochoidinių

bangų teoriją, sutinkančią su pagrindiniais hidrodinamikos dėsniais, vandenyno bangos profilis yra trochoida (sutrumpinta cikloida, kurią aprašo skritulio kuris nors vidujinis taškas, riedant skrituliui horizontalia tiese be slydimo). Pasisteigsime gauti paprasčiausiu būdu kai kurias svarbiausias trochoidinių bangų teorijos išvadas.

Pasiremdami stebėjimais priimsime, kad vandens dalelės, esančios vandenyno paviršiuje, aprašo plokštumose, statmenose bangos cilindrinio paviršiaus sudaromajai, apskritimus apie nejudamus erdvės taškus, pasilikdamos visada vandens paviršiuje ir judėdamos tolygiai. 5 brėžinys rodo, kaip šitokiu atveju susidaro trochoidinės bangos profilis. Įsivaizduokime sau dalelės



5 brėž.

judėjimo plokštumoje horizontalią liniją, kuri, esant ramiam vandenynui, guli tam tikroje gilumoje po vandens paviršiumi. Kada tiesialinijinis vandens paviršius virsta dėl dalelių judėjimo trochoida, tai vandens dalelės, kurios, būdamos pusiausvyroje, gulėjo toje horizontalioje linijoje, turi taip pat sudaryti trochoidą. Leidžiantis į vandenyno gelmes tos trochoidos aukštis, t. y. vertikalus atstumas tarp trochoidos viršūnės ir trochoidos žemiausiojo taško mažėja, turėdamas didžiausią reikšmę vandenyno paviršiuje. Šią paskutiniąją išvadą mes turime padaryti dėl to, kad bangavimas, kaip rodo tyrimai, vyksta tik netoli vandenyno paviršiaus ir tam tikroje gilumoje po vandens paviršiumi pasidaro beveik nepastebimas. Iš čia išeina, kad dalelės, esančios po vandens paviršiumi, taip pat aprašo apskritimus apie nejudamus taškus ir kad tų apskritimų spindulys, einant iš jūros paviršiaus į jos dugną, mažėja. Be to, kada kuri nors vandenyno paviršiaus dalelė yra bangos viršūnėje, tai ir dalelės, gulinčios vertikalėje, išvestoje per tą viršūnę, turi būti jų aukščiausioje padėtyje, kad būtų išlaikyta tūrio pastovumo sąlyga. Todėl mes galime manyti, kad jeigu dalelių traektorijų centrai guli vienoje vertikalėje, tai tų dalelių judėjimo fazės bus vienodos. Taigi giliau gulinčios vandens dalelės,

judėdamos apskritimais, turi tokius pat kampinius greičius, kaip ir dalelės, esančios paviršiuje.

Paimsime horizontalią tiesę OO_1 (5 brėž.), esančią vertikaliame atstume z nuo horizontalios tiesės AX, kurioje guli esančių jūros paviršiuje dalelių traketorijų centrai. Reikia pastebėti, kad tiesė AX šiek tiek nesutampa su ramaus vandenyno paviršiumi. Tegu tam tikru momentu t vandens dalelės, kurios aprašo lygius apskritimus apie nejudamus centrus, gulinčius tiesėje OO_1, sudaro trochoidą MM_1M_2. Gulinčios trochoidoje MM_1M_2 dalelės traektorijos spindulį mes pažymėsime r. Atžvilgiu sistemos, judančios žengiamai horizontaliai ir tolygiai kartu su bangos profiliu, čia gaunamas stacionarus vandens tekėjimas, kuris turi patenkinti tūrio pastovumo sąlygą. Trochoidoje MM_1M_2 esančios vandens dalelės greitis v, jai judant apskritimu, bus:

$$v = \frac{2\pi r}{\tau},$$

kur τ yra bangų periodas, arba laikas, per kurį dalelė aprašo apskritimą. Jeigu bangos, arba minėtosios sistemos, greitį pažymėsime c, tai trochoidos MM_1M_2 viršūnėje vandens tekėjimo reliatyvus greitis w_1 bus:

$$w_1 = c - v = c - \frac{2\pi r}{\tau},$$

o trochoidos MM_1M_2 žemiausiame taške tekėjimo greitis w_2 bus:

$$w_2 = c + v = c + \frac{2\pi r}{\tau}.$$

Paimsime kitą horizontalią tiesę $O'O'_1$, kuri yra vertikaliame atstume $z + dz$ nuo tiesės AX. Tegu duotuoju momentu t dalelės, aprašančios apskritimus apie tiesės $O'O'_1$ taškus, sudaro trochoidą $M'M'_1M'_2$. Trochoidoje $M'M'_1M'_2$ gulinčios vandens dalelės apskritos traektorijos spindulys yra lygus $r + dr$. Iš brėžinio mes matome, kad nuotolis $M_1M'_1$ tarp trochoidų MM_1M_2 ir $M'M'_1M'_2$ viršūnių yra lygus:

$$M_1M'_1 = z + dz - (r + dr) - (z - r) = dz - dr,$$

o atstumas tarp tų trochoidų žemiausiųjų taškų yra lygus

$$M_2M'_2 = z + dz + r + dr - (z + r) = dz + dr.$$

Kadangi, vandeniui tekant bangos atžvilgiu, dalelių reliatyvios traektorijos nekerta trochoidų MM_1M_2 ir $M'M'_1M'_2$, tai, kad būtų patenkinta tūrio pastovumo sąlyga, pro $M_1M'_1$ ir pro $M_2M'_2$ turi praeiti per laiko vienetą vienodi dalelių skaičiai. Taigi šiuo atveju tūrio pastovumo sąlyga gauna tokį pavidalą:

$$M_1M'_1 \cdot w_1 = M_2M'_2 \cdot w_2.$$

Įstatę į šią lygybę $M_1M'_1$, w_1, $M_2M'_2$ ir w_2 reikšmes, gauname:

$$(dz - dr)\left(c - \frac{2\pi r}{\tau}\right) = (dz + dr)\left(c + \frac{2\pi r}{\tau}\right),$$

arba:

$$-2c\,dr - \frac{4\pi r}{\tau} dz = 0,$$

arba:

$$\frac{dr}{r} = -\frac{2\pi}{c\tau} dz.$$

Dabar bangos ilgį, arba atstumą tarp dviejų bangos viršūnių, pažymėsime l. Pastebėję, kad bangų periodas τ yra laikas, per kurį bangos viršūnė išeina kelią, lygų bangos ilgiui l, t. y., kad $c\tau = l$, gautąją lygybę mes galime parašyti taip:

$$\frac{dr}{r} = -\frac{2\pi}{l} dz.$$

Integruodami šią lygtį, gauname:

$$\log r = -\frac{2\pi}{l} z + E,$$

kur E yra laisvas pastovus dydis. Ieškome dydžio E. Tegu atstumui $z = 0$, t. y. vandenyno paviršiui spindulys $r = r_0$. Tada, įstatę surastoje lygtyje $z = 0$ ir $r = r_0$, randame

$$E = \log r_0.$$

Taigi

$$\log r = -\frac{2\pi}{l} z + \log r_0,$$

arba

$$\log \frac{r}{r_0} = -\frac{2\pi}{l} z,$$

arba

$$r = r_0 e^{-\frac{2\pi}{l} z}.$$

Šita lygybė rodo, kad, einant iš jūros paviršiaus į dugną, dalelės aprašomo apskritimo spindulys r mažėja, t. y. vandens dalelės sudaro vis žemesnes trochoidas. Pavyzdžiui, gilumoje, kuri yra lygi bangos ilgiui, spindulys r yra lygus 0,00187 r_0, o gilumoje, lygioje dvigubam bangos ilgiui, spindulys r sudaro tik 0,00000349 r_0; taigi pastebimas bangavimas vyksta tik viršutiniame vandenyno sluoksnyje, kurio storis yra lygus 1—2 l.

Dabar imame vandenyno paviršiuje vandens dalelę P, kuri turi masę m. Kadangi bangos paviršius gali būti laikomas lygio paviršiumi, tai visų išorinių dalelę P veikiančių jėgų atstojamoji turi būti kiekvienu momentu normali bangos paviršiui. Dalelę P veikia svorio jėga mg; be to, pagal d'Alembert'o principą, prie šios svorio jėgos turi būti prijungta dar dalelės inercijos jėga. Kadangi dalelė P, judėdama apskritimu, turi pastovų greitį, kuris yra lygus

$$v_0 = \frac{2\pi r_0}{\tau},$$

kur r_0 yra dalelės aprašomo apskritimo spindulys, o τ yra bangų periodas, tai dalelės inercijos jėga yra išcentrinė jėga; ji yra lygi

$$\frac{mv_0^2}{r_0} = \frac{m \cdot 4\pi^2 r_0}{\tau^2}.$$

Imame spindulio R skritulį, kurio centras sutampa su dalelės P absoliutinės traektorijos centru S ir kurio apskritimo ilgis $2\pi R$ yra lygus bangos ilgiui l. Šiam skrituliui riedant be slydimo horizontalia tiesė C_0C, nekintamai surišta su bangos profiliu, skritulio taškas P aprašo trochoidą $M''M''_1M''_2$, kurią momentu t sudaro vandenyno paviršiuje esančios dalelės. Kadangi taškas C yra to skritulio sukimosi momentinis centras, tai linija PC bus trochoidos $M''M''_1M''_2$ normalė. Dabar mes matome, kad dalelės P svorio jėgos ir iščentrinės inercijos jėgos atstojamoji turi būti atkreipta išilgai tiesės CP. Jeigu pasirinksime tokį jėgų mastelį, kad vektorius CP vaizduotų minėtąją atstojamąją, tai $CS=R$ bus dalelės P svoris mg, o $SP=r_0$ bus iščentrinė jėga $\frac{m\cdot 4\pi^2 r_0}{\tau^2}$.

Dabar mes galime parašyti:

$$mg:\frac{m\cdot 4\pi^2 r_0}{\tau^2}=R:r_0,$$

arba:

$$g:\frac{4\pi^2}{\tau^2}=R:1,$$

arba:

$$g=\frac{4\pi^2 R}{\tau^2},$$

bet kadangi, kaip jau matėme, $2\pi R=l$ ir $\tau=\frac{l}{c}$, tai

$$g=\frac{2\pi l c^2}{l^2},$$

arba

$$g=\frac{2\pi c^2}{l},$$

iš kur

$$c=\sqrt{\frac{gl}{2\pi}}.$$

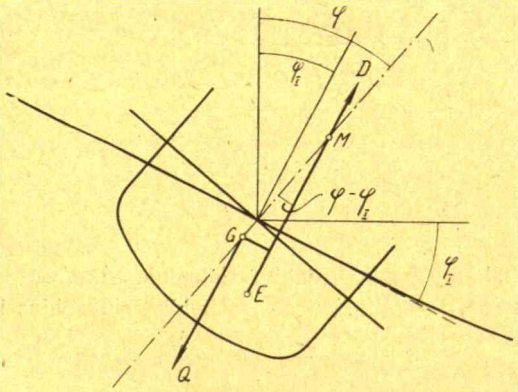
Šita lygybė rodo, kad bangos greitis pareina tik nuo bangos ilgio ir kad ilgos bangos bėga greičiau už trumpas.

Čia reikia pridurti, kad bangos aukštis $2r_0$ paprastai sudaro tik $^1/_{20}$—$^1/_{10}$ bangos ilgio $l=2\pi R$; taigi spindulys r_0 paprastai yra mažas palyginus su R, ir iščentrinė jėga taip pat yra nedidelė palyginus su dalelės svoriu.

Reikia pastebėti, kad, ramiam orui esant, dėl vidujinės vandens trinties vandenyno bangavimas laikui bėgant gęsta.

Ieškodami kreipiamo bangų momento išilginės laivo ašies atžvilgiu, nagrinėsime tik tą atvejį, kada bangų eilė juda statmenai išilginei laivo ašiai. Be to, manysime, kad laivo plotis yra mažas palyginus su bangos ilgiu. Tegu dabar momentu t toje vietoje, kur yra laivas, bangos nuožulnumas vandenyno

paviršiuje būna φ_I (6 brėž.) ir tegu laivo išilginė simetrijos plokštuma sudaro su vertikale, kaip ir anksčiau, kampą φ. Iš to, kas buvo pasakyta aukščiau apie bangų struktūrą, išeina, kad giliau esančiuose vandens sluoksniuose, į kuriuos taip pat įeina laivas, bangos nuožulnumas yra mažesnis negu jūros paviršiuje. Kadangi vandens slėgimas kiekviename vandens sluoksnyje yra normalus bangos kontūrui, kuris atitinka tą sluoksnį, tai kampas tarp vertikalės ir vandens keliamosios jėgos nebus lygus bangos nuožulnumui, kuris atitinka vandenyno paviršių; tas kampas bus lygus bangos nuožulnumui, atitinkančiam tam tikrą šiek tiek giliau esantį sluoksnį. Manydami, kad vandens keliamoji jėga D yra statmena bangos paviršiui, mes šiek tiek didiname bangų kreipiamą momentą.



6 brėž.

Vandens keliamajai jėgai priešinasi išcentrinės jėgos ir svorio atstojamoji, kuri taip pat yra statmena bangos konturui. Mes priimsime, kad ta atstojamoji yra apytikriai lygi visos sistemos svoriui Q. Jėgos D ir Q sudaro porą, kuri stengiasi sukti laivą apie jo išilginę ašį; tos poros momentas apie laivo išilginę ašį GY (ašis GY, kaip ir 4 brėžinyje, yra atkreipta statmenai brėžinio plokštumai į skaitytoją), kaip matome iš brėžinio, yra

$$-Q \cdot GM \sin(\varphi - \varphi_I) = -QH \sin(\varphi - \varphi_I),$$

kur metacentrinis aukštis GM yra pažymėtas, kaip ir anksčiau, H. Kadangi didžiausias bangų nuožulnumas, kaip rodo stebėjimai, yra apie 17° ir kadangi giroskopui veikiant laivo svyravimų amplitudė yra apie 3°, tai kampas $\varphi - \varphi_I$ yra nedidelis. Todėl paskutinįjį momento reiškinį mes galime parašyti taip:

$$-QH(\varphi - \varphi_I),$$

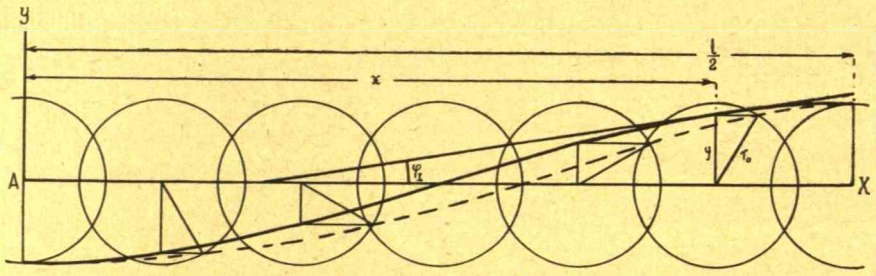
arba taip:

$$-QH\varphi+QH\varphi_l.$$

Pirmas šio reiškinio narys yra toks pat, kaip ir atstatomojo momento reiškinys (1'), kuris buvo gautas arkščiau tam nuotykiui, kada jūroje nėra bangų. Taigi bangų kreipiamas momentas ašies GY atžvilgiu yra

$$QH\varphi_l.$$

Kadangi bangos aukštis, kaip jau buvo minėta, yra nedidelis palyginus su jos ilgiu, tai toliau mes galime praktiškai priimti, kad bangos profilis yra



7 brėž.

$$2r_0=\frac{l}{10}$$

sinusoida. Stačiakampėje koordinatų sistemoje AXY (7 brėžinyje ištisa kreivė yra sinusoida, o punktirinė — trochoida) sinusoidos lygtis yra

$$y=-r_0\cos\frac{2\pi x}{l},$$

kur r_0 yra pusė bangos aukščio, o l — bangos ilgis. Kampui φ_l turime:

$$\varphi_l\cong\operatorname{tg}\varphi_l=\frac{dy}{dx}.$$

Iš sinusoidos lygties gauname:

$$\frac{dy}{dx}=\frac{2\pi r_0}{l}\sin\frac{2\pi x}{l}.$$

Tokiu būdu bangos nuožulnumas φ_l yra lygus:

$$\varphi_l=\frac{2\pi r_0}{l}\sin\frac{2\pi x}{l}.$$

Šioje lygybėje kampas $\frac{2\pi r_0}{l}$ yra didžiausias bangos nuožulnumas, kuris yra bangos aukščio viduryje. Pažymėję tą kampą φ_0, gauname:

$$\varphi_l=\varphi_0\sin\frac{2\pi x}{l}.$$

Jeigu laiką t skaitysime nuo to momento, kada laivas yra žemiausioje bangos vietoje, tai

$$\frac{x}{l}=\frac{t}{\tau},$$

kur τ yra bangų periodas. Taigi bangos nuožulnumas φ_t bus lygus:

$$\varphi_t = \varphi_0 \sin \frac{2\pi t}{\tau}.$$

Turėdami galvoje šią φ_t reikšmę, reiškinį $QH\varphi_t$, kurį mes aukščiau gavome bangų kreipiamam momentui laivo išilginės ašies atžvilgiu, rašome dabar taip:

$$QH\varphi_0 \sin \frac{2\pi t}{\tau} = QH\varphi_0 \sin \gamma t, \quad \ldots\ldots\ldots (1''')$$

kur $\gamma = \frac{2\pi}{\tau}$ yra bangų dažnumas.

Dabar, prisiminę atstatomojo momento, vandens pasipriešinimo momento ir bangų kreipiamo momento reiškinius (1'), (1'') ir (1'''), matome, kad atstojamasis išorinių, veikiančių visą sistemą, jėgų momentas L_φ apie laivo išilginę ašį GY (4 ir 6 brėžiniai) yra:

$$L_\varphi = -QH \sin \varphi - K_1 \varphi' + QH\varphi_0 \sin \gamma t \quad \ldots\ldots (1)$$

Šoninių laivo svyravimų amplitudei sumažinti prie giroskopo yra pridedama tam tikra jėgų pora, kuri suka giroskopą apie apdangalo sukimosi ašį GX (4 brėž.); tos poros momentą apie ašį GX pažymėsime L_ψ.

Mūsų sistemos dalelių inercijos jėgų momentams surasti skyrium nagrinėsime laivą, apdangalą ir giroskopinį diską, kurie visi sudaro sistemą.

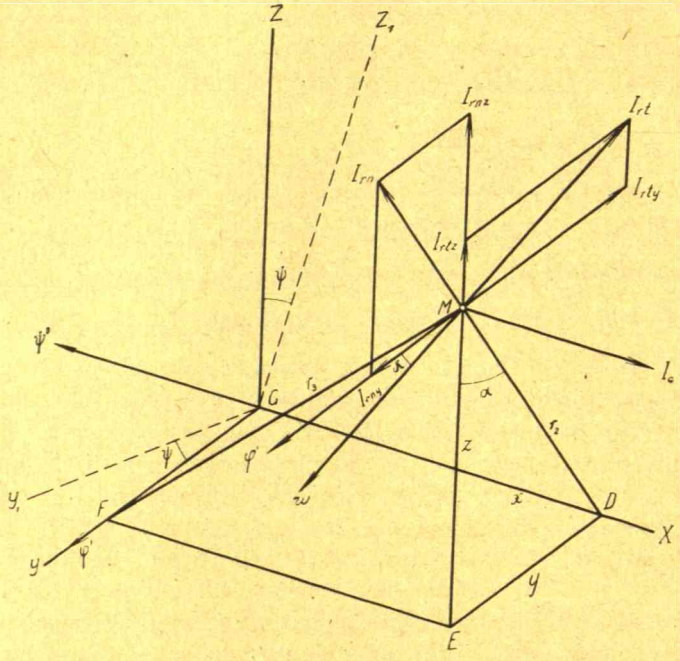
Tegu laivo (išskyrus giroskopą) dalelės P (4 brėž.) masė būna m, o tos dalelės atstumas PG nuo laivo išilginės ašies tegu būna r_1. Dalelės P inercijos jėga susideda iš išcentrinės inercijos jėgos $I_n = mr_1\varphi'^2$ ir iš tangencialinės inercijos jėgos $I_t = mr_1\varphi''$, kur φ'' yra mūsų sistemos svyravimų apie ašį GY kampinis greitėjimas. Tik jėga I_t duoda momentą apie ašį GY, kuris yra lygus — $mr_1^2\varphi''$. Taigi visų laivo (išskyrus giroskopą) dalelių inercijos jėgų momentų apie ašį GY suma bus

$$-\Sigma mr_1^2\varphi'' = -\varphi''\Sigma mr_1^2, \text{ arba } -B_1\varphi'', \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

jeigu laivo (išskyrus giroskopą) inercijos momentą Σmr_1^2 laivo išilginės ašies GY atžvilgiu pažymėsime B_1.

Dabar ieškosime disko dalelių inercijos jėgų momentų apie išilginę laivo ašį ir apie apdangalo sukimosi ašį, manydami, kad apdangalo atžvilgiu diskas nesisuka apie jo simetrijos ašį. Prisiminsime, kad diskas laivo atžvilgiu svyruoja laivo išilginėje simetrijos plokštumoje apie apdangalo sukimosi ašį, ir kad disko simetrijos ašis tam tikru laiko momentu t sudaro su plokštuma, statmena išilginei laivo ašiai, kampą ψ. To svyravimo kampinis greitis ir kampinis greitėjimas bus ψ' ir ψ''. Disko dalelė M (8 brėžinyje yra pabrėžta tik disko simetrijos ašis GZ_1), diskui svyruojant apie andangalo sukimosi ašį GX (paliekame tas pačias koordinatų ašis, kaip ir 4 brėžinyje), įgauna tam tikrą judėjimą, kuris yra reliatyvus dalelės M judėjimas svyruojančio apie savo išilginę ašį GY laivo atžvilgiu. Taško M absoliutinis greitėjimas geometriškai susideda iš to taško reliatyvaus greitėjimo, iš absoliutinio grei-

tėjimo, kurį turėtų taškas M, būdamas nekintamai surištas su laivu, ir iš pasukamojo, arba Coriolis'o, greitėjimo. Taigi disko dalelės M inercijos jėga absoliutiniame dalelės judėjime taip pat susideda geometriškai iš dalelės M inercijos jėgos I_r reliatyviame dalelės judėjime, iš inercijos jėgos I_e kilnojamame laivo judėjime ir iš Coriolis'o inercijos jėgos I_c.



8 brėž.

Jėga I_r susideda iš iščentrinės inercijos jėgos I_{rn} ir iš tangencialinės inercijos jėgos I_{rt}. Pažymėję dalelės M masę m, o nuleistojo iš taško M į ašį GX statmens MD ilgį r_2, turime

$$I_{rn} = mr_2\psi'^2,\quad I_{rt} = mr_2\psi''.$$

Momentą apie ašį GX duoda tiktai jėga I_{rt}; tas jėgos I_{rt}, arba jėgos I_r, momentas yra lygus

$$-mr_2^2\psi''.$$

Jėgos I_r momentas ašies GY atžvilgiu, arba jėgų I_{rn} ir I_{rt} momentų apie ašį GY suma, yra:

$$I_{rnx}z - I_{rnz}x + I_{rtx}z - I_{rtz}x,$$

kur I_{rnx}, I_{rnz} ir I_{rtx}, I_{rtz} yra jėgų I_{rn} ir I_{rt} projekcijos į ašis GX, GZ, o x, y, z yra taško M koordinatos. Bet

$$I_{rnx} = 0,\ I_{rnz} = mz\psi'^2,\ I_{rtx} = 0,\ I_{rtz} = -my\psi'';$$

taigi jėgos I_r momentas ašies GY atžvilgiu yra

$$-mzx\psi'^2 + myx\psi''.$$

Prisiminę, kad kilnojamame judėjime laivas svyruoja apie ašį GY, turėdamas kampinį greitį φ' ir kampinį greitėjimą φ'', taip pat surandame jėgos I_e momentus ašių GX ir GY atžvilgiu

$$mzy\,\varphi'^2 + mxy\,\varphi'' \text{ ir } -mr_3^2\varphi'',$$

kur r_3 yra nuleistojo iš taško M į ašį GY statmens MF ilgis.

Pastebėję, kad disko dalelės M reliatyvus greitis laivo atžvilgiu $w = r_2\psi'$, ir pažymėję kampą tarp vektorių w ir φ' α, gauname Coriolis'o inercijos jėgos I_c dydį:

$$I_c = 2m\varphi' w \sin\alpha = 2mr_2\varphi'\psi' \sin\alpha,$$

arba:

$$I_c = 2my\,\varphi'\psi',$$

nes

$$r_2 \sin\alpha = y.$$

Jėga I_c yra atkreipta statmenai vektoriams w ir φ' į dešinę. Tos jėgos momentas apie ašį GY yra[1])

$$I_c z = -2myz\varphi'\psi'$$

(ašies GX atžvilgiu jėga I_c momento neduoda).

Taigi visų disko dalelių inercijos jėgos absoliutiniame judėjime duoda atstojamąjį momentą apie ašį GX

$$\Sigma - mr_2^2\psi'' + \Sigma mzy\varphi'^2 + \Sigma mxy\varphi'' = -\psi'' \Sigma mr_2^2 + \varphi'^2 \Sigma mzy + \varphi'' \Sigma mxy \quad (3)$$

ir momentą ašies GY atžvilgiu

$$\Sigma - mzx\psi'^2 + \Sigma myx\psi'' - \Sigma mr_3^2\varphi'' - \Sigma 2myz\varphi'\psi' = -\psi'^2 \Sigma mzx + \\ + \psi'' \Sigma myx - \varphi'' \Sigma mr_3^2 - 2\varphi'\psi' \Sigma myz \quad \ldots \quad \ldots (4)$$

Paimsime kitą stačiakampę ašių sistemą GXY_1Z_1, kurios ašis GZ_1 yra išvesta išilgai disko simetrijos ašies aukštyn, o ašis GY_1 yra atkreipta į laivo užpakalį. Kaip matome, ašys GX, GY_1, GZ_1 yra disko vyriausios centrinės inercijos ašys. Koordinatų keitimo formulės yra:

$$x = x_1, \quad y = y_1 \cos\psi - z_1 \sin\psi, \quad z = y_1 \sin\psi + z_1 \cos\psi.$$

Taigi dabar reiškiniuose (3) ir (4)

$$\Sigma mzy = \Sigma m (y_1^2 \sin\psi\cos\psi + y_1 z_1 \cos^2\psi - z_1 y_1 \sin^2\psi - z_1^2 \sin\psi\cos\psi) = \\ = \Sigma m (y_1^2 \sin\psi\cos\psi - z_1^2 \sin\psi\cos\psi),$$

arba

$$\Sigma mzy = \sin\psi\cos\psi [\Sigma m (y_1^2 + x_1^2) - \Sigma m (x_1^2 + z_1^2)],$$

arba, jeigu disko inercijos momentus $\Sigma m (y_1^2 + x_1^2)$ ir $\Sigma m (x_1^2 + z_1^2)$ ašių GZ_1 ir GY_1 atžvilgiu pažymėsime C_2 ir B_2,

$$\Sigma mzy = \sin\psi\cos\psi (C_2 - B_2).$$

---

[1]) Jeigu paimtume disko dalelę, gulinčią kitoje pusėje plokštumos X G Z, tai jėga Ic būtų atkreipta statmenai vektoriams w ir φ' į kairę, bet jėgos Ic momento apie ašį G Y reiškinys pasiliktų tas pats, kaip ir dalelei M.

Toliau

$$\Sigma mxy = \Sigma mx_1 (y_1 \cos\psi - z_1 \sin\psi) = 0,$$
$$\Sigma mzx = \Sigma m (y_1 \sin\psi + z_1 \cos\psi) x_1 = 0.$$

Be to, Σmr_2^2 yra disko inercijos momentas ašies GX atžvilgiu; tą inercijos momentą mes pažymėsime A_2. O reiškinys Σmr_3^2, arba disko inercijos momentas ašies GY atžvilgiu, yra lygus:

$$\Sigma mr_3^2 = A_2 \cos^2 90^0 + B_2 \cos^2\psi + C_2 \cos^2 (90^0 + \psi) = B_2 \cos^2\psi + C_2 \sin^2\psi.$$

Įstatę šias surastas reikšmes į reiškinius (3) ir (4), gauname apdangalo atžvilgiu nejudančio disko dalelių inercijos jėgų atstojamuosius momentus apie ašis GX ir GY

$$-A_2\psi'' + (C_2 - B_2)\varphi'^2 \sin\psi \cos\psi \quad \ldots\ldots\ldots (5)$$

ir

$$-(B_2 \cos^2\psi + C_2 \sin^2\psi)\varphi'' - (C_2 - B_2)\varphi'\psi' \sin 2\psi \quad \ldots\ldots (6)$$

Taip pat, pažymėję apdangalo inercijos momentus ašių GX, GY_1, GZ_1 atžvilgiu A_3, B_3, C_3, gausime apdangalo dalelių inercijos jėgų atstojamąjį momentą apie ašį GX

$$-A_3\psi'' + (C_3 - B_3)\varphi'^2 \sin\psi \cos\psi \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

ir atstojamąjį momentą ašies GY atžvilgiu

$$-(B_3 \cos^2\psi + C_3 \sin^2\psi)\varphi'' - (C_3 - B_3)\varphi'\psi' \sin 2\psi \quad \ldots\ldots (8)$$

Kaip jau buvo minėta, giroskopinis diskas apdangalo atžvilgiu greit sukasi apie disko simetrijos ašį GZ_1 (9 brėž.) ir turi tam tikrą pastovų kampinį greitį, kurį mes pažymėsime ω. Paėmę tą pačią disko dalelę M ir tas pačias ašių sistemas, kaip ir 8 brėžinyje, mes matome, kad disko dalelė M, diskui sukantis, juda apskritimu, kurio spindulys yra $MN = \rho$. Į tą dalelės M judėjimą galima žiūrėti, kaip į reliatyvų judėjimą atžvilgiu disko, kuris neturi sukimosi ω ir kuris laivo atžvilgiu sukasi apie ašį GX ir, be to, kartu su laivu svyruoja apie ašį GY. Dalelės reliatyvus greitis w' yra:

$$w' = \rho\omega.$$

Taigi dalelės M inercijos jėga absoliutiniame judėjime susideda geometriškai iš inercijos jėgos I_{nl} reliatyviame dalelės M judėjime, iš inercijos jėgos I_{el} kilnojamame neturinčio sukimosi ω disko judėjime ir iš Coriolis'o inercijos jėgos. Bet neturinčio kampinio greičio ω disko dalelės M inercijos jėgą I_{el}, diskui svyruojant apie ašis GX ir GY, mes jau suradome. Taigi lieka surasti tik jėga I_{nl} ir Coriolis'o inercijos jėga.

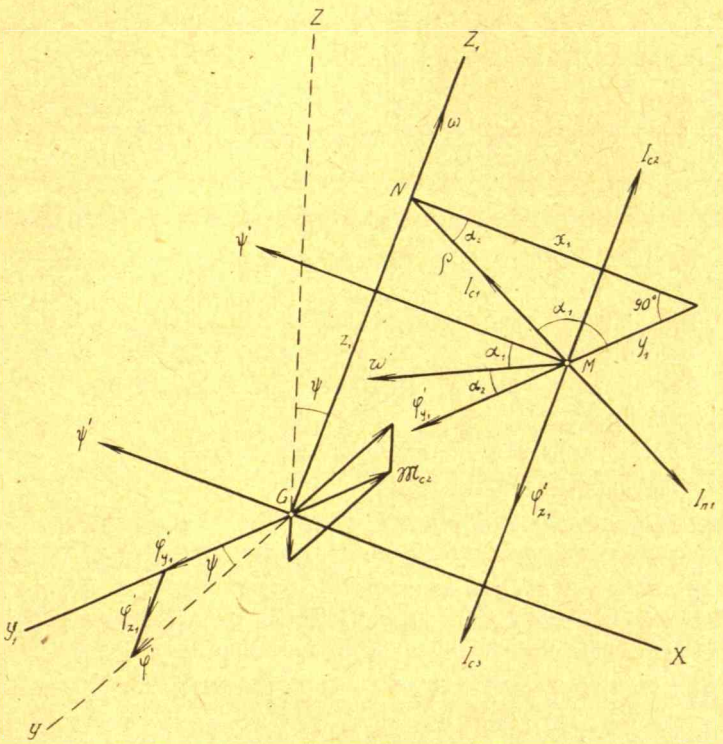
Jėga I_{nl} yra jėga iščentrinė; ji yra lygi:

$$I_{nl} = m\rho\omega^2$$

ir neduoda momento apie ašį GZ_1. Kadangi kiekvienai dalelei M galima surasti diske simetriška dalelė, kurios iščentrinė inercijos jėga reliatyviame judėjime yra simetriška jėgai I_{nl}, tai šios disko dalelių iščentrinės jėgos neduoda atstojamųjų momentų ir ašių GX ir GY_1 atžvilgiu.

Coriolis'o inercijos jėgai surasti skaidome kampinį greitį φ' į du: į $\varphi'_{y_1} = \varphi' \cos\psi$ ašimi GY_1 ir į $\varphi'_{z_1} = \varphi' \sin\psi$ ašimi GZ_1. Diskui turint kampinį greitį φ'_{z_1}, Coriolis'o inercijos jėga I_{cl} yra lygi:

$$I_{cl} = 2m\,\varphi'_{z_1}\,w' = 2m\,\varphi'\,\omega\,\rho\,\sin\psi$$



9 brėž.

ir atkreipta ρ linkme į tašką N. Kaip matome, jėga I_{cl} taip pat, kaip ir jėga I_{nl}, yra proporcinga $m\rho$ ir atkreipta ρ linkme. Taigi šios viso disko inercijos jėgos neduoda momentų ašių GX ir GY atžvilgiu. Diskui svyruojant apie ašį GX, dalelės M Coriolis'o inercijos jėga I_{c2} yra lygi:

$$I_{c2} = 2m\,\psi'\,w'\sin\alpha_1 = 2m\,\psi'\,\omega\,\rho\sin\alpha_1,$$

arba, kadangi $\rho\sin\alpha_1 = x_1$,

$$I_{c2} = 2mx_1\,\psi'\,\omega,$$

ir atkreipta statmenai plokštumai XGY_1 aukštyn. Visam diskui šių jėgų atstojamieji momentai bus: ašies GX atžvilgiu

$$-\Sigma\,2mx_1y_1\,\psi'\,\omega = -\,2\,\psi'\,\omega\,\Sigma\,mx_1y_1 = 0,$$

ašies GZ_1 atžvilgiu

$$0$$

ir ašies GY_1 atžvilgiu

$$\mathfrak{M}_{c2} = \Sigma\, 2mx_1^2\psi'\omega = \psi'\omega\,\Sigma\, m(x_1^2+x_1^2) = \psi'\omega\,\Sigma\, m(x_1^2+y_1^2),$$

arba, jeigu prisiminsime, kad disko inercijos momentas $\Sigma\, m(x_1^2+y_1^2)$ ašies GZ_1 atžvilgiu buvo pažymėtas C_2,

$$\mathfrak{M}_{c2} = C_2\psi'\omega.$$

Suprojektavę $\mathfrak{M}_{c2}$ į ašį GY, gauname

$$C_2\psi'\omega\cos\psi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Turint diskui kampinį greitį φ'_{y_1}, Coriolis'o inercijos jėga I_{c3} yra lygi:

$$I_{c3} = 2m\varphi'_{y_1}w'\sin\alpha_2 = 2m\varphi'\omega\rho\cos\psi\sin\alpha_2,$$

arba:

$$I_{c3} = 2my_1\varphi'\omega\cos\psi,$$

nes $\rho\sin\alpha_2 = y_1$. Jėga I_{c3} yra atkreipta statmenai plokštumai XGY_1 žemyn. Visoms disko dalelėms tokių jėgų atstojamieji momentai yra: ašies GZ_1 atžvilgiu

$$0,$$

ašies GY_1 atžvilgiu

$$\Sigma\, 2my_1x_1\varphi'\omega\cos\psi = 2\varphi'\omega\cos\psi\,\Sigma\, my_1x_1 = 0$$

ir ašies GX atžvilgiu

$$-\Sigma\, 2my_1^2\varphi'\omega\cos\psi = -\varphi'\omega\cos\psi\,\Sigma\, m(y_1^2+y_1^2) = -\varphi'\omega\cos\psi\,\Sigma\, m(x_1^2+ +y_1^2) = -C_2\varphi'\omega\cos\psi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Dabar L_φ ir reiškinių (2), (6), (8) ir (9) sumą prilyginę nuliui ir pakeitę ženklus, gauname laivo judėjimo diferencialinę lygtį:

$$[B_1+(B_2+B_3)\cos^2\psi+(C_2+C_3)\sin^2\psi]\varphi'' + [(C_2-B_2+C_3- -B_3)\varphi'\sin 2\psi - C_2\omega\cos\psi]\psi' - L_\varphi = 0.$$

Taip pat $L\psi$ ir reiškinių (5), (7) ir (10) sumą prilyginę nuliui ir pakeitę ženklus, gauname giroskopo svyravimo laivo atžvilgiu diferencialinę lygtį:

$$(A_2+A_3)\psi'' - [(C_2-B_2+C_3-B_3)\varphi'\sin\psi - C_2\omega]\varphi'\cos\psi - L_\psi = 0.$$

Reikia pastebėti, kad dviejose paskutinėse lygtyse kampinis greitis ω yra paprastai 800—1800 apsisukimų per minutę, o laivo svyravimų greitis φ' yra maximum 15—20 dvigubų svyravimų per minutę, kurių amplitudė yra tik apie 3°; taigi šiose lygtyse $(C_2-B_2+C_3-B_3)\varphi'\sin 2\psi$ ir $(C_2-B_2+ +C_3-B_3)\cdot\varphi'\sin\psi$ galima atmesti palyginus su $C_2\omega\cos\psi$ ir su $C_2\omega$. Be to, pirmojoje paskutiniųjų dviejų lygčių giroskopo, t. y. disko ir apdangalo, inercijos momentas $(B_2+B_3)\cos^2\psi+(C_2+C_3)\sin^2\psi$ ašies GY atžvilgiu paprastai sudaro tik apie $\frac{1}{2000}$ laivo inercijos momento B_1, taigi šį giroskopo inercijos momentą taip pat galima atmesti palyginus su B_1. Dabar paskutiniąsias

dvi lygtis mes galime parašyti taip:

$$B_1\varphi'' - C_2\omega\psi'\cos\phi - L_\varphi = 0$$
$$(A_2 + A_3)\psi'' + C_2\omega\varphi'\cos\psi - L_\psi = 0,$$

arba, padėję $B_1 = B$, $C_2 = C$ ir $A_2 + A_3 = A$, taip:

$$B\varphi'' - C\omega\psi'\cos\phi - L_\varphi = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (11)$$
$$A\psi'' + C\omega\varphi'\cos\psi - L_\psi = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (12)$$

Parašę šias dvi lygtis paprastesnėje formoje:

$$B\varphi'' - C\omega\psi' - L_\varphi = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (13)$$
$$A\psi'' + C\omega\varphi' - L_\psi = 0, \quad \ldots\ldots\ldots (14)$$

t. y. padėję $\cos\phi = 1$, mes darome didesnę klaidą, nes kampas ϕ keičiasi paprastai ribose $\pm$ 40°. Bet išvados, gautos mažiems kampams, yra paprastai taikomos su tam tikromis pataisomis ir didesniems kampams. Be to, rezultatai, kurie buvo gauti eksperimento keliu laivuose, esant dideliems kampams, gerai sutinka su išvadomis, gautomis teoriškai, laikant kampus mažais. Taigi, kadangi (11) ir (12) lygtys yra sunkiai integruojamos, toliau mes laivo ir giroskopo judėjimo lygtis imsime pavidalu (13) ir (14).

Kaip matėme aukščiau ir kaip rodo (11) lygtis, giroskopinio disko inercijos jėgos duoda porą, kuri stengiasi sukti laivą apie jo išilginę ašį. Tos giroskopinės poros momentas $C\omega\psi'\cos\psi$ išilginės laivo ašies atžvilgiu mažėja, kampui ϕ didėjant. Kada disko simetrijos ašis pasidaro lygiagretė išilginei laivo ašiai ($\phi = 90°$), tai giroskopinis efektas yra lygus nuliui.

Dabar pažiūrėsime, kaip juda laivas ir giroskopas, kada giroskopą veikia paeiliui tam tikros poros, kurios suka apdangalą apie jo sukimosi ašį.

Jeigu apdangalo svorio centras yra žemiau negu apdangalo sukimosi ašis, tai apdangalo svorio q momentas apie apdangalo sukimosi ašį GX bus

$$-qh\sin\phi, \quad \ldots\ldots\ldots (14')$$

kur h yra apdangalo svorio centro atstumas nuo apdangalo sukimosi ašies. Taigi prie giroskopo šituo atveju yra pridėtas momentas $L_\psi = -qh\sin\phi$. Dabar prisiminę (1), (13) ir (14) lygybes, atmetę vandens pasipriešinimą ir bangų veikimą ir pakeitę $\sin\varphi\varphi$, o $\sin\phi\phi$, rašome judėjimo lygtis:

$$B\varphi'' - C\omega\psi' + QH\varphi = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (15)$$
$$A\psi'' + C\omega\varphi' + qh\psi = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (16)$$

Lygtis (15) duoda:

$$\psi' = \frac{B}{C\omega}\varphi'' + \frac{QH}{C\omega}\varphi.$$

Diferencijuodami šią lygybę du kartu laiko atžvilgiu turime:

$$\psi''' = \frac{B}{C\omega}\varphi'''' + \frac{QH}{C\omega}\varphi''.$$

Diferencijuodami lygtį (16) laiko atžvilgiu gauname:

$$A\psi''' + C\omega\varphi'' + qh\psi' = 0.$$

Įstatę į šią lygtį paskutiniąsias ψ' ir ψ''' reikšmes, gausime:

$$A\left(\frac{B}{C\omega}\varphi''''+\frac{QH}{C\omega}\varphi''\right)+C\omega\varphi''+qh\left(\frac{B}{C\omega}\varphi''+\frac{QH}{C\omega}\varphi\right)=0,$$

iš kur:

$$\varphi''''+\varphi''\left(\frac{C^2\omega^2}{AB}+\frac{QH}{B}+\frac{qh}{A}\right)+\varphi\frac{QHqh}{AB}=0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

Čia turime linijinę, neturinčią paskutiniojo nario, diferencialinę lygtį, kurios koeficientai yra pastovūs.

Charakteristinė lygtis bus:

$$p^4+p^2\left(\frac{C^2\omega^2}{AB}+\frac{QH}{B}+\frac{qh}{A}\right)+\frac{QHqh}{AB}=0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

Įstatę čia

$$b=\frac{C^2\omega^2}{AB}+\frac{QH}{B}+\frac{qh}{A} \text{ ir } d=\frac{QHqh}{AB},$$

gauname:

$$p^2=-\frac{1}{2}b\pm\sqrt{\frac{1}{4}b^2-d}.$$

Čia $\sqrt{\frac{1}{4}b^2-d}$ yra visada reali. Iš tikrųjų, įstatę paskutiniąsias b ir d reikšmes, mes gauname

$$\sqrt{\frac{1}{4}b^2-d}=\frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{C^2\omega^2}{AB}+\frac{QH}{B}+\frac{qh}{A}\right)^2-4\frac{QHqh}{AB}}=$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{C^4\omega^4}{A^2B^2}+\left(\frac{QH}{B}-\frac{qh}{A}\right)^2+2\left(\frac{QH}{B}+\frac{qh}{A}\right)\cdot\frac{C^2\omega^2}{AB}}.$$

Taigi po šaknies ženklu visi nariai yra teigiami.

Pastebėję, kad abidvi p^2 reikšmės yra neigiamos, ir pažymėję jas $-\lambda_1^2$ ir $-\lambda_2^2$, gauname:

$$p_1=+i\lambda_1,\ p_2=-i\lambda_1,\ p_3=+i\lambda_2,\ p_4=-i\lambda_2.$$

Taigi lygties (17) bendras integralas yra:

$$\varphi=E_1\sin(\lambda_1 t+\beta_1)+E_2\sin(\lambda_2 t+\beta_2), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18')$$

kur E_1, E_2, β_1, β_2 yra laisvi pastovūs didžiai, pareiną nuo pradinių judėjimo sąlygų. Judėjimas, atitinkąs šią lygtį, susideda iš dviejų paprastų harmoninių svyravimų, kurių periodai yra:

$$T_1=\frac{2\pi}{\lambda_1} \text{ ir } T_2=\frac{2\pi}{\lambda_2}.$$

Iš lygties (16) gauname:

$$\varphi'=-\frac{A}{C\omega}\psi''-\frac{qh}{C\omega}\psi.$$

Diferencijuodami šitą lygybę laiko atžvilgiu du kartu turime:

$$\varphi''' = -\frac{A}{C\omega}\psi'''' - \frac{qh}{C\omega}\psi''.$$

Diferencijuodami lygtį (15) laiko atžvilgiu turime:

$$B\varphi''' - C\omega\psi'' + QH\varphi' = 0.$$

Pakeitę šioje lygtyje φ''' ir φ' paskutinėmis jų reikšmėmis, gausime:

$$B\left(-\frac{A}{C\omega}\psi'''' - \frac{qh}{C\omega}\psi''\right) - C\omega\psi'' + QH\left(-\frac{A}{C\omega}\psi'' - \frac{qh}{C\omega}\psi\right) = 0,$$

arba:

$$\psi'''' + \psi''\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B} + \frac{qh}{A}\right) + \psi\frac{QHqh}{AB} = 0 \quad \ldots\ldots (19)$$

Sustatę charakteristinę lygtį:

$$p^4 + p^2\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B} + \frac{qh}{A}\right) + \frac{QHqh}{AB} = 0, \quad \ldots\ldots (18)$$

matome, kad ji yra tokia pat, kaip ir lygtis (18) φ. Taigi lygties (19) bendras integralas bus:

$$\psi = G_1 \sin(\lambda_1 t + \beta_1 + \vartheta_1) + G_2 \sin(\lambda_2 t + \beta_2 + \vartheta_2), \quad \ldots (19')$$

kur G_1, G_2, $\beta_1 + \vartheta_1$, $\beta_2 + \vartheta_2$ yra laisvi pastovūs dydžiai. Čia mes taip pat turime dviejų paprastų harmoninių svyravimų lygtį. Šių svyravimų periodai yra tie patys, kaip ir minėti periodai kampui φ. Tų dviejų periodų didesnis yra laivo ir giroskopo precesinių svyravimų periodas, o mažesnis yra nutacinių svyravimų periodas.

Pažymėję reiškinius $\lambda_1 t + \beta_1$ ir $\lambda_2 t + \beta_2$ θ_1 ir θ_2 ir įstatę φ'', ψ' ir φ reikšmes iš paskutiniųjų dviejų bendrųjų integralų (18′) ir (19′) į lygtį (15), gauname:

$$B(-E_1\lambda_1^2 \sin\theta_1 - E_2\lambda_2^2 \sin\theta_2) - C\omega[G_1\lambda_1 \cos(\theta_1 + \vartheta_1) + G_2\lambda_2 \cos(\theta_2 + \vartheta_2)] + QH(E_1 \sin\theta_1 + E_2 \sin\theta_2) = 0,$$

arba:

$$(-BE_1\lambda_1^2 + QHE_1)\sin\theta_1 + (-BE_2\lambda_2^2 + QHE_2)\sin\theta_2 - C\omega[G_1\lambda_1(\cos\theta_1\cos\vartheta_1 - \sin\theta_1\sin\vartheta_1) + G_2\lambda_2(\cos\theta_2\cos\vartheta_2 - \sin\theta_2\sin\vartheta_2)] = 0,$$

arba:

$$(-BE_1\lambda_1^2 + QHE_1 + C\omega G_1\lambda_1 \sin\vartheta_1)\sin\theta_1 + (-BE_2\lambda_2^2 + QHE_2 + C\omega G_2\lambda_2 \sin\vartheta_2)\sin\theta_2 - C\omega G_1\lambda_1 \cos\theta_1\cos\vartheta_1 - C\omega G_2\lambda_2 \cos\theta_2\cos\vartheta_2 = 0$$

Ši lygybė virsta tapatybe, jeigu

$$-BE_1\lambda_1^2 + QHE_1 + C\omega G_1\lambda_1 \sin\vartheta_1 = 0,$$
$$-BE_2\lambda_2^2 + QHE_2 + C\omega G_2\lambda_2 \sin\vartheta_2 = 0,$$
$$\cos\vartheta_1 = 0, \quad \cos\vartheta_2 = 0.$$

Iš šitų paskutiniųjų lygybių randame:

$$\vartheta_1 = \pm 90^0, \quad \vartheta_2 = \pm 90^0, \quad \frac{G_1}{E_1} = \pm\frac{B\lambda_1^2 - QH}{C\omega\lambda_1}, \quad \frac{G_2}{E_2} = \pm\frac{B\lambda_2^2 - QH}{C\omega\lambda_2}.$$

Taigi nors šituo atveju laivo svyravimai apie jo išilginę ašį yra izochroniniai su giroskopo svyravimais apie apdangalo sukimosi ašį, bet laivo svyravimai skiriasi nuo giroskopo svyravimų faze ir amplitude. Fazių skirtumas yra, kaip matėme, 90°. Kada atstatomasis momentas suka laivą iš kairės į jo pusiausvyros padėtį, tai giroskopas (viršutinė dalis) precesuoja iš savo pusiausvyros padėties į užpakalį; grįžus laivui į pusiausvyros padėtį, giroskopo svorio momentas suka giroskopą atgal į jo pusiausvyros padėtį ir verčia laivą precesuoti į dešinę. Kada giroskopas ateina į jo vidutinę padėtį, tai atstatomasis momentas stengiasi sukti laivą iš dešinės į pusiausvyros padėtį, versdamas giroskopą precesuoti į laivo priešakį; pagaliau atėjus laivui į vidutinę padėtį, girosokopo svorio momentas verčia giroskopą suktis atgal į jo vidutinę padėtį, o laivą precesuoti į kairę.

Jeigu laive yra įrengtas giroskopas, kurio pusiausvyra yra neutrali apdangalo sukimosi ašies atžvilgiu, tai $L_\psi = 0$. Šituo atveju atsižvelgiant į lygybę (1) laivo ir giroskopo judėjimo (13) ir (14) lygtys virsta tokiomis (vandens pasipriešinimą ir bangų veikimą mes atmetame):

$$B\varphi'' - C\omega\psi' + QH\varphi = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (15)$$

$$A\psi'' + C\omega\varphi' = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (20)$$

Eliminuodami iš šių dviejų lygčių ψ, gauname:

$$\varphi''' + \varphi'\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) = 0, \quad \ldots\ldots\ldots (21)$$

taip, kad charakteristinė lygtis laivo judėjimui apie jo išilginę ašį bus:

$$p^3 + p\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) = 0,$$

iš kur:

$$p = 0$$

ir:

$$p = \pm i\sqrt{\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}} = \pm i\sqrt{\frac{C^2\omega^2 + QHA}{AB}} \quad \ldots (21')$$

Sprendimas, kuris atitinka šaknį $p=0$, yra $\varphi_1 = Ee^0 = E$, kur E yra laisvas pastovus dydis. Kitų šaknų pora duoda paprastus harmoninius svyravimus, kurių periodas yra:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{AB}{C^2\omega^2 + QHA}}.$$

Šis periodas yra mažesnis už laivo mažų laisvų svyravimų periodą $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{B}{QH}}$, kurį gautume, jeigu laivas neturėtų giroskopo ($C\omega = 0$).

Paimsime konkretų pavyzdį, pasirinkdami tokias pastovių dydžių reikšmes, kokios gali pasitaikyti praktikoje. Tegu paimtos reikšmės būna tokios[1]):

[1]) Šitie dydžiai yra paimti iš japonų kreiserio (O. Martienssen. Technische Anwendung des Kreisels in F. Auerbach und W. Hort. Handbuch der physikalischen und technischen Mechanik, Bd. II, p. 491, 1930).

Inercijos momentai:

$$A=7{,}32 \text{ tmsec}^2.$$
$$B=41500 \text{ tmsec}^2.$$
$$C=13{,}6 \text{ tmsec}^2.$$

Laivo svoris

$$Q=12000 \text{ t.}$$

Metacentrinis aukštis

$$H=0{,}75 \text{ m.}$$

Disko sukimosi kampinis greitis

$$\omega=88{,}9\frac{1}{\text{sec}} \text{ (850 apsisukimų per minutę).}$$

Laivo mažų svyravimų periodas

$$T_0=13{,}5 \text{ sec.}$$

Iš šitų reikšmių gausime:

$$C\omega=1210$$
$$\frac{C^2\omega^2}{AB}=4{,}8$$
$$QH=9000$$
$$\frac{QH}{B}=0{,}217$$

Įstatę šias reikšmes į p ir T reiškinius, turėsime:

$$p=\pm 2{,}24 \text{ i}$$

ir

$$T=2{,}8 \text{ sec.}$$

Taigi esant laive neutraliam giroskopui, laivo judėjimas susideda iš nutacinių paprastų harmoninių svyravimų ir iš pastovaus atsilenkimo, kurį laivas turėjo pradiniu momentu. Precesinio judėjimo šituo atveju laivas visai neturi.

Dabar, eliminuodami φ iš (15) ir (20) lygčių, gauname giroskopo judėjimui apie apdangalo sukimosi ašį:

$$\psi'''' + \psi''\left(\frac{C^2\omega^2}{AB}+\frac{QH}{B}\right)=0 \quad \ldots\ldots\ldots (22)$$

ir:

$$p^4+p^2\left(\frac{C^2\omega^2}{AB}+\frac{QH}{B}\right)=0.$$

Ši charakteristinė lygtis duoda:

$$p^2=0$$

ir:

$$p=\pm i\sqrt{\frac{C^2\omega^2}{AB}+\frac{QH}{B}}.$$

Reikšmė $p^2=0$ duoda sprendimą:

$$\psi_1=G_0+Gt,$$

kur G_0 ir G yra integravimo pastovūs dydžiai. Taigi laikui t bėgant, kampas ψ tolygiai didėja. Kadangi kitos dvi p reikšmės yra tokios pat, kaip ir rastos aukščiau (21′) kampui φ, tai čia taip pat bus nutaciniai paprasti harmoniniai tokio pat periodo svyravimai.

Taigi šituo atveju laivas neturi precesinio judėjimo, o giroskopas tolygiai sukasi apie apdangalo sukimosi ašį; be to, čia prisideda laivo ir giroskopo nutacinis paprastas harmoninis vienodo periodo svyravimas.

Tegu dabar prie giroskopo būna pridėtas išorinis pastovus momentas $L_\psi = L$. Judėjimo lygtis yra

$$B\varphi'' - C\omega\psi' + QH\varphi = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

$$A\psi'' + C\omega\varphi' - L = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (23)$$

Diferencijuodami lygtį (15) turime:

$$B\varphi''' - C\omega\psi'' + QH\varphi' = 0.$$

Iš čia:

$$\psi'' = \frac{B}{C\omega}\varphi''' + \frac{QH}{C\omega}\varphi'.$$

Įstatę šią ψ'' reikšmę į lygtį (23), turėsime:

$$A\left(\frac{B}{C\omega}\varphi''' + \frac{QH}{C\omega}\varphi'\right) + C\omega\varphi' - L = 0,$$

arba:

$$\varphi''' + \varphi'\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) = \frac{LC\omega}{AB} \quad \ldots\ldots\ldots (24)$$

Šios lygties bendras sprendimas susideda iš kokio nors dalinio duotosios lygties sprendimo φ_2 ir iš bendro atitinkamos lygties be paskutiniojo nario sprendimo.

Atitinkama lygtis, neturinti paskutiniojo nario, yra

$$\varphi''' + \varphi'\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) = 0.$$

Prisiminę tokią pat diferencijalinę lygtį (21), mes matome, kad čia taip pat prie pastovaus pradinio atsilenkimo prisideda nutaciniai paprasti harmoniniai svyravimai.

Dalinio (24) lygties sprendimo φ_2 ieškosime pavidalu

$$\varphi_2 = at.$$

Pastebėję, kad $\varphi'_2 = a$ ir $\varphi'''_2 = 0$, ir įstatę šias φ'_2 ir φ'''_2 reikšmes į lygtį (24), gauname:

$$a\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) = \frac{LC\omega}{AB}.$$

Kad ši lygybė virstų tapatybe, reikia, kad

$$a = \frac{LC\omega}{C^2\omega^2 + QHA}.$$

Dabar lygties (24) dalinis sprendimas φ_2 bus:

$$\varphi_2 = \frac{LC\omega}{C^2\omega^2 + QHA} t.$$

Taigi išorinis pastovus momentas, pridėtas prie giroskopo, suteikia laivui tolygų sukimąsi apie išilginę laivo ašį.

Eliminuodami iš lygčių (15) ir (23) φ, gausime:

$$\psi'''' + \psi'' \left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B} \right) = \frac{QHL}{AB} \quad \ldots\ldots\ldots (25)$$

Atitinkama lygtis, neturinti paskutiniojo nario, yra:

$$\psi'''' + \psi'' \left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B} \right) = 0.$$

Ši lygtis, kaip ir (22) lygtis, duoda tolygų giroskopo sukimąsi apie apdangalo sukimosi ašį ir nutacinius harmoninius giroskopo svyravimus, kurių periodas yra lygus laivo nutacinių svyravimų periodui.

Dalinis (25) lygties sprendimas ψ_2 yra:

$$\psi_2 = \frac{QHL}{2(C^2\omega^2 + QHA)} t^2.$$

Taigi giroskopas dar turi vienodo kampinio greitėjimo sukimąsi apie apdangalo sukimosi ašį.

Paprastai giroskopą veikia pasipriešinimas dėl trinties pakakliuose, kuriuose guli apdangalo kakliukai. Trinties momentą apdangalo sukimosi ašies atžvilgiu mes laikysime apytikriai lygiu

$$-K_2\psi', \quad \ldots (25')$$

kur K_2 yra pastovus koeficientas, o ψ' yra apdangalo sukimosi apie jo ašį kampinis greitis. Jeigu prie giroskopo yra pridėtas tik šis momentas, tai judėjimo lygtys bus:

$$B\varphi'' - C\omega\psi' + QH\varphi = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

$$A\psi'' + C\omega\varphi' + K_2\psi' = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (26)$$

Eliminuodami ψ iš judėjimo lygčių, gauname charakteristinę lygtį φ:

$$p^3 + p^2 \left(\frac{K_2}{A} \right) + p \left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B} \right) + \frac{K_2 QH}{AB} = 0.$$

Kadangi visi šios lygties koeficientai yra teigiami ir kadangi

$$\frac{K_2}{A} \left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B} \right) - \frac{K_2 QH}{AB} = \frac{K_2 C^2\omega^2}{A^2 B} > 0,$$

tai arba visos šitos charakteristinės lygties šaknys bus realios ir neigiamos, arba viena šaknis bus reali ir neigiama, o kitos dvi — kompleksinės, turinčios realią dalį neigiamą. Pirmuoju atveju mes turime aperiodinę gęstančią precesiją ir tokią pat nutaciją, t. y. kampas φ, laikui t didėjant, asimptotiškai artėja prie nulio. Antruoju atveju judėjimas susideda iš aperiodinio gęstančio precesinio judėjimo ir iš gęstančių nutacinių svyravimų. Šių nutacinių svyravimų amplitudė, laikui bėgant, mažėja iki 0.

Charakteristinė lygtis ψ duoda tas pačias šaknis, kaip ir paskutinė charakteristinė lygtis φ, tik prisideda dar šaknis $p=0$. Todėl giroskopo judėjimas yra panašus į laivo judėjimą, bet čia prisideda dar pastovus pradinis giroskopo atsilenkimas, kuris atitinka $p=0$.

Taigi trinties jėgos, veikiančios giroskopą, gesina precesinius ir nutacinius laivo ir giroskopo judėjimus.

Laivo ir giroskopo judėjimas ant bangų, kada prie giroskopo yra pridėtas pastovus momentas.

Dabar, atsižvelgdami į bangų veikimą ir atmesdami vandens pasipriešinimą, išnagrinėsime laivo ir giroskopo judėjimus, pastoviam momentui $L_\psi = L$ veikiant giroskopą. Įstatę L_φ reikšmę (1) į (13) lygtį ir L_ψ reikšmę į (14) lygtį, gausime laivo ir giroskopo judėjimo lygtis, rašydami $\sin\varphi$ vietoje φ:

$$B\varphi'' - C\omega\psi' + QH\varphi - QH\varphi_0 \sin\gamma t = 0 \quad \ldots\ldots (27)$$

$$A\psi'' + C\omega\varphi' - L = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (23)$$

Iš paskutiniosios lygties gauname:

$$\psi'' = \frac{L}{A} - \frac{C\omega}{A}\varphi'.$$

Diferencijuodami lygtį (27) turime:

$$B\varphi''' - C\omega\psi'' + QH\varphi' - QH\varphi_0\gamma\cos\gamma t = 0.$$

Įstatę į šią lygtį paskutiniąją ψ'' reikšmę, gausime:

$$B\varphi''' - C\omega\left(\frac{L}{A} - \frac{C\omega}{A}\varphi'\right) + QH\varphi' - QH\varphi_0\gamma\cos\gamma t = 0,$$

arba:

$$\varphi''' + \varphi'\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) = \frac{LC\omega}{AB} + \frac{QH}{B}\varphi_0\gamma\cos\gamma t \quad \ldots\ldots (28)$$

Šią lygtį atitinka tokia — neturinti paskutiniojo nario — lygtis:

$$\varphi''' + \varphi'\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) = 0.$$

Sustatę charakteristinę lygtį, gausime:

$$p^3 + p\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) = 0,$$

iš kur:

$$p = 0$$

ir:

$$p^2 + \frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B} = 0.$$

Išsprendę šią lygtį, gausime:

$$p = \pm i\sqrt{\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}}.$$

Šios dvi šaknys duoda nutacinius paprastus harmoninius svyravimus. Iš šaknies reikšmės $p=0$ mes gausime

$$\varphi_1 = Ee^0 = E, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (28')$$

kur E yra integravimo pastovus dydis.

Dalinio lygties (28) sprendimo φ_2 ieškosime pavidalu

$$\varphi_2 = at + N \sin \gamma t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (28'')$$

Įstatę φ'_2 ir φ'''_2 reikšmes iš (28'') į (28) lygtį, gauname:

$$-N\gamma^3 \cos\gamma t + (a + N\gamma\cos\gamma t)\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) = \frac{LC\omega}{AB} + \frac{QH}{B}\varphi_0\gamma\cos\gamma t,$$

arba:

$$\left[N\gamma\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) - N\gamma^3 - \frac{QH}{B}\varphi_0\gamma\right]\cos\gamma t + a\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) - \frac{LC\omega}{AB} = 0.$$

Ši lygybė virsta tapatybe, jeigu

$$a\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) = \frac{LC\omega}{AB},$$

$$N\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) - N\gamma^2 = \frac{QH}{B}\varphi_0.$$

Iš paskutiniųjų dviejų lygybių turime:

$$a = \frac{LC\omega}{C^2\omega^2 + QHA}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (28''')$$

$$N = \frac{QHA\varphi_0}{C^2\omega^2 + QHA - AB\gamma^2} \quad \ldots\ldots\ldots (28^{IV})$$

Įstatę šias a ir N reikšmes į φ_2 (28'') reiškinį, gausime dalinį (28) lygties sprendimą:

$$\varphi_2 = \frac{LC\omega}{C^2\omega^2 + QHA}t + \frac{QHA\varphi_0}{C^2\omega^2 + QHA - AB\gamma^2}\sin\gamma t.$$

Taigi laivo judėjimas susideda iš: 1) pastovaus pradinio atsilenkimo $\varphi_1 = E$; 2) nutacinių harmoninių svyravimų, kurių dažnumas yra lygus $\lambda = \sqrt{\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}}$; 3) tolygaus sukimosi, kurio kampinis greitis yra lygus a (28''' form.); 4) priverstinių harmoninių svyravimų, kurių amplitudė yra lygi N (28^{IV} form.), o periodas yra lygus bangų periodui $\tau = \frac{2\pi}{\gamma}$.

Sudėję φ_1 ir φ_2 (28') ir (28'') reikšmes ir pridėję nutacinius svyravimus, gausime (28) lygties bendrą integralą, arba laivo judėjimo lygtį:

$$\varphi = E + at + N\sin\gamma t + E_1\sin(\lambda t + \beta) = E + \frac{LC\omega}{C^2\omega^2 + QHA}t +$$

$$+ \frac{QHA\varphi_0}{C^2\omega^2 + QHA - AB\cdot\gamma^2}\sin\gamma t + E_1\sin(\lambda t + \beta), \quad \ldots\ldots (29)$$

kur E_1 ir β yra laisvi pastovūs dydžiai.

Eliminuodami φ iš (27) ir (23) lygčių gauname:

$$\psi'''' + \psi''\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) = \frac{QHL}{AB} - \frac{QHC\omega}{AB}\varphi_0\gamma\cos\gamma t \quad \ldots (30)$$

Atitinkama lygtis, neturinti paskutiniojo nario, bus:

$$\psi'''' + \psi'' \left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B} \right) = 0,$$

ir charakteristinė lygtis yra:

$$p^4 + p^2 \left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B} \right) = 0.$$

Ši charakteristinė lygtis duoda:

$$p^2 = 0$$

ir:

$$p = \pm i \sqrt{\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}}.$$

Iš reikšmės $p^2=0$ mes gauname:

$$\psi_1 = G_0 + Gt, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (30')$$

kur G_0 ir G yra integravimo pastovūs dydžiai. Kitos dvi p reikšmės duoda nutacinius harmoninius svyravimus, turinčius periodą, lygų laivo nutacinių svyravimų periodui.

Dalinio (30) lygties sprendimo ψ_2 ieškosime pavidalu:

$$\psi_2 = a_1 t^2 + N_1 \cos \gamma t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (30'')$$

Įstatę ψ''''_2 ir ψ''_2 reikšmes iš (30″) į (30) lygtį, gausime:

$$+ N_1 \gamma^4 \cos \gamma t + (2a_1 - N_1 \gamma^2 \cos \gamma t) \left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B} \right) = \frac{QHL}{AB} - \frac{QHC\omega}{AB} \varphi_0 \gamma \cos \gamma t,$$

arba:

$$\left[N_1 \gamma^4 - N_1 \gamma^2 \left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B} \right) + \frac{QHC\omega}{AB} \varphi_0 \gamma \right] \cos \gamma t + 2a_1 \left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B} \right) - \frac{QHL}{AB} = 0.$$

Šita lygybė virs tapatybe, jeigu

$$N_1 \gamma \left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B} \right) - N_1 \gamma^3 = \frac{QHC\omega}{AB} \varphi_0,$$

$$2a_1 \left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B} \right) = \frac{QHL}{AB}.$$

Iš šių dviejų lygybių gauname:

$$N_1 = \frac{QHC\omega\varphi_0}{C^2\omega^2\gamma + QHA\gamma - AB \cdot \gamma^3}, \quad \ldots\ldots\ldots (30''')$$

$$a_1 = \frac{QHL}{2(C^2\omega^2 + QHA)}.$$

Įstatę šitas N_1 ir a_1 reikšmes į ψ_2 reiškinį (30″), gauname (30) lygties dalinį sprendimą:

$$\psi_2 = \frac{QHL}{2(C^2\omega^2 + QHA)} t^2 + \frac{QHC\omega\varphi_0 \cos \gamma t}{C^2\omega^2\gamma + QHA\gamma - AB \cdot \gamma^3}.$$

Taigi giroskopo judėjimas susideda iš:
Tolygaus sukimosi, turinčio kampinį greitį G.
Nutacinių harmoninių svyravimų.
Vienodo greitėjimo sukimosi, kurio kampinis greitėjimas yra lygus $2a_1$.
Priverstinių svyravimų, kurių amplitudė yra lygi N_1 (30‴ form.), o dažnumas yra lygus bangų dažnumui γ.

Sudėję ψ_1 ir ψ_2 reikšmes (30′) ir (30″) ir pridėję nutacinius svyravimus, gausime giroskopo judėjimo lygtį:

$$\psi = G_0 + Gt + a_1t^2 + N_1\cos\gamma t + G_1\sin(\lambda t+\beta+\vartheta) = G_0 + Gt +$$

$$+\frac{QHL}{2(C^2\omega^2+QHA)}t^2+\frac{QHC\omega\varphi_0}{C^2\omega^2\gamma+QHA\gamma-AB\cdot\gamma^3}\cdot\cos\gamma t+G_1\sin(\lambda t+\beta+\vartheta), \quad (31)$$

kur G_1 ir $\beta+\vartheta$ yra laisvi pastovūs dydžiai.

Atmetę (27) lygtyje paskutinį narį ir įstatę $\varphi_1 = E$ ir $\psi_1 = G_0 + Gt$ į gautąją lygtį φ ir ψ vieton, turėsime:

$$-C\omega G + QHE = 0.$$

Iš čia gauname:

$$G = \frac{QHE}{C\omega},$$

arba, įstatę $\frac{QH}{C\omega} = \sigma$,

$$G = \sigma E.$$

Atmetę (23) lygtyje paskutinį narį ir įstatę nutacinių svyravimų reiškinius $E_1\sin(\lambda t+\beta)$ ir $G_1\sin(\lambda t+\beta+\vartheta)$ į gautąją lygtį φ ir ψ vieton, gausime:

$$-AG_1\lambda^2\sin(\lambda t+\beta+\vartheta)+C\omega E_1\lambda\cos(\lambda t+\beta) = 0,$$

arba:

$$-AG_1\lambda\sin(\lambda t+\beta)\cos\vartheta - AG_1\lambda\cos(\lambda t+\beta)\sin\vartheta + C\omega E_1\cos(\lambda t+\beta) = 0.$$

Šita lygybė virsta tapatybe, jeigu

$$\cos\vartheta = 0,$$

$$C\omega E_1 - AG_1\lambda\sin\vartheta = 0.$$

Iš šių dviejų lygybių turime:

$$\vartheta = \pm 90^0,$$

$$G_1 = \pm\frac{C\omega E_1}{A\lambda},$$

arba, įrašę $\frac{C\omega}{A\lambda} = \sigma_1$,

$$G_1 = \pm\sigma_1 E_1.$$

Dabar, įstatę surastas G, ϑ ir G_1 reikšmes į ψ reiškinį (31), gauname:

$$\psi = G_0 + \sigma Et + a_1t^2 + N_1\cos\gamma t + \sigma_1 E_1\cos(\lambda t+\beta) \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

Tegu pradiniu momentu $t=0$, laivui ir giroskopui esant rimties būvyje, laivo išilginė simetrijos plokštuma būna vertikali, o giroskopinio disko simetrijos ašis tegu sudaro kampą N_1 su plokštuma, statmena laivo išilginei ašiai. Tada turėsime pradinius duomenis laikui $t=0$: $\varphi=0, \psi=N_1, \varphi'=0, \psi'=0$. Įstatę šiuos pradinius duomenis į φ ir ψ reiškinius (29) ir (32) ir į φ' ir ψ reiškinius, gausime:

$$0 = E + E_1 \sin\beta,$$
$$N_1 = G_0 + N_1 + \sigma_1 E_1 \cos\beta,$$
$$0 = a + N\gamma + E_1 \lambda \cos\beta,$$
$$0 = \sigma E - \sigma_1 E_1 \lambda \sin\beta.$$

Iš pirmosios ir ketvirtosios lygybių gauname:

$$\beta = 0, \quad E = 0;$$

iš trečiosios lygybės gausime:

$$E_1 = -\frac{a+N\gamma}{\lambda}$$

ir iš antrosios lygybės turime:

$$G_0 = N_1 + \frac{a+N\gamma}{\lambda}\sigma_1 - N_1 = \frac{a+N\gamma}{\lambda}\sigma_1.$$

Dabar (29) ir (32) lygtis mes galime parašyti taip:

$$\varphi = at + N \sin\gamma t - \frac{a+N\gamma}{\lambda}\sin\lambda t$$

$$\psi = \frac{a+N\gamma}{\lambda}\sigma_1 + a_1 t^2 + N_1 \cos\gamma t - \sigma_1 \frac{a+N\gamma}{\lambda}\cos\lambda t.$$

10 ir 11 brėžiniuose yra atvaizduoti grafiškai laivo ir giroskopo judėjimai, kurie atitinka paskutines dvi lygtis. Grafikoms yra panaudotos aukščiau pasirinktos pastovių dydžių reikšmės; be to, yra paimtos šios reikšmės:

Momentas

$$L = -12{,}5 \text{ tm.}$$

Bangų dažnumas

$$\gamma = 1{,}2\,\frac{1}{\text{sec}}.$$

Didžiausias bangos nuožulnumas

$$\varphi_0 = 10^0.$$

Kadangi laivo ir giroskopo nutacinių svyravimų amplitudė yra maža ir kadangi vandens pasipriešinimas, kaip pamatysime toliau, nutacinius svyravimus gesina, tai mes tuos svyravimus atmesime. Tada, kaip rodo 10 brėžinys, bangų veikimo įtakoje laivas sukasi į dešinę, o dėl pastovaus momento L vei-

kimo laivas turi tolygų sukimąsi į kairę. Jeigu pastovaus momento dydį pasirinktume taip, kad pradiniu momentu $t=0$ abiejų šitų judėjimų kampiniai greičiai būtų lygūs, tai laivas pasiliktų rimtyje. Taigi, kad laivas, bangoms veikiant, nesisuktų apie savo išilginę ašį, reikia, kad

$$a = -N\gamma .$$

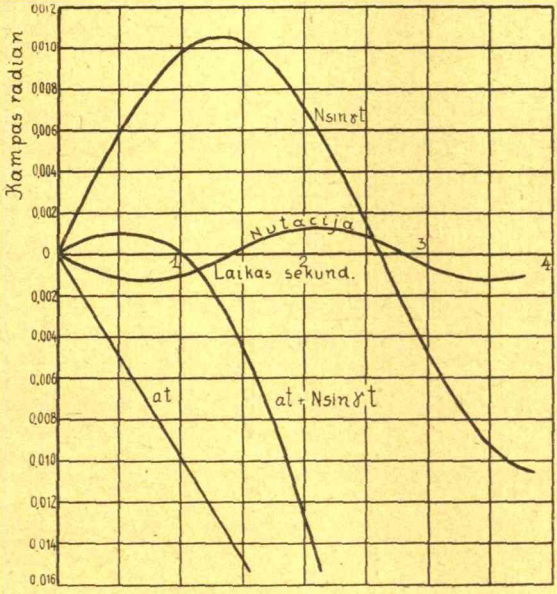
Įstatę čia a ir N reikšmes (28‴) ir (28^{IV}), turime:

$$\frac{LC\omega}{C^2\omega^2 + QHA} = -\frac{QHA\varphi_0\gamma}{C^2\omega^2 + QHA - AB\cdot\gamma^2}.$$

Iš čia gauname:

$$L = -\frac{QHA\varphi_0\gamma(C^2\omega^2 + QHA)}{C\omega(C^2\omega^2 + QHA - AB\cdot\gamma^2)}.$$

Reikia pastebėti, kad, bangai kreipiant laivą iš jo vidutinės padėties į kairę, prie giroskopo turi būti pridėtas tokio pat didumo, bet priešingos krypties momentas. Taigi, atitinkamai keisdami kokiu nors būdu momento L kryptį, mes galime sulaikyti laivą jo pusiausvyros padėtyje.



10 brėž.

Didžiausias giroskopinio disko simetrijos ašies atsilenkimas nuo plokštumos, statmenos laivo išilginei ašiai, bus, kaip rodo 11 brėžinys, N_1. Paprastai yra reikalaujama, kad tas didžiausias atsilenkimas, esant bet kokioms bangoms, nebūtų didesnis už tam tikrą kampą ψ_{max} (40°—60°). Iš šitos sąlygos gauname:

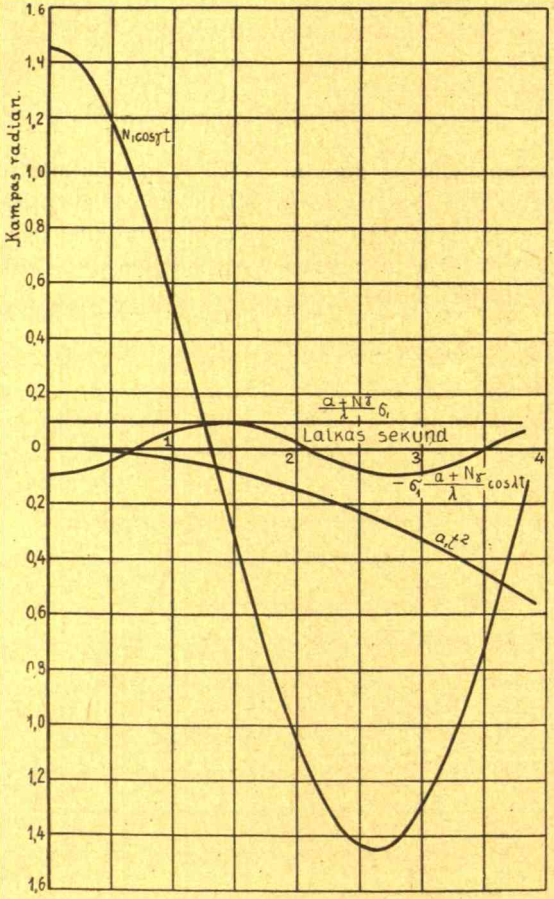
$$N_1 < \psi_{max}.$$

Įstatę čia N_1 reikšmę (30″), turėsime:

$$\frac{QHC\omega\varphi_0}{\gamma(C^2\omega^2+QHA-AB\cdot\gamma^2)} < \psi_{max}.$$

Šita nelygybė rodo, kad mes galime parinkti $C\omega$ tokį, kad didžiausias giroskopo atsilenkimas visada bus mažesnis už ψ_{max}.

Panašiai veikia giroskopiniai stabilizatoriai, kurie yra statomi laivuose amerikono Sperry'o. Sperry'o konstrukcija bus trumpai aprašyta toliau.



11 brėž.

Dabar pažiūrėsime, kurią įtaką daro laivo ir giroskopo judėjimams ant bangų vandens pasipriešinimas, kada pastovus momentas $L\psi=L$ yra pridėtas prie giroskopo. Įstatę L_φ reikšmę (1) į lygybę (13) ir $L\psi$ reikšmę į lygybę (14), gausime judėjimo lygtis rašydami sin φ vietoje φ:

$$B\varphi'' - C\omega\psi' + QH\varphi + K_1\varphi' - QH\varphi_0 \sin\gamma t = 0 \quad \ldots \quad (33)$$

$$A\psi'' + C\omega\varphi' - L = 0 \quad \ldots \quad (23)$$

Eliminuodami iš šių dviejų lygčių ψ gauname:

$$\varphi''' + \varphi''\left(\frac{K_1}{B}\right) + \varphi'\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) = \frac{C\omega L}{AB} + \frac{QH}{B}\varphi_0\gamma\cos\gamma t \quad . \quad . \quad . \quad (34)$$

Atatinkama lygtis, neturinti paskutiniojo nario, yra:

$$\varphi''' + \varphi''\left(\frac{K_1}{B}\right) + \varphi'\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) = 0.$$

Charakteristinė lygtis bus:

$$p^3 + p^2\left(\frac{K_1}{B}\right) + p\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) = 0,$$

iš kur:

$$p = 0$$

ir:

$$p = -\frac{K_1}{2B} \pm \sqrt{\frac{K_1^2}{4B^2} - \frac{C^2\omega^2}{AB} - \frac{QH}{B}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

Kadangi šitame p reiškinyje reiškinys, kuris yra po šaknies ženklu, gali būti arba teigiamas, mažesnis už $\frac{K_1^2}{4B^2}$, arba nulis, arba pagaliau neigiamas, tai paskutiniosios dvi charakteristinės lygties šaknys bus arba realios ir neigiamos, arba kompleksinės, turinčios jų realią dalį neigiamą. Realios ir neigiamos šaknys atitinka aperiodinį gęstantį nutacinį judėjimą, o dvi kompleksinės šaknys, kurių realios dalys yra neigiamos, duoda nutacinius gęstančius svyravimus. Iš čia mes matome, kad vandens pasipriešinimas laivo nutacinius svyravimus gesina. Iš reikšmės $p=0$ mes gausime $\varphi_1 = E$, kur E yra laisvas pastovus dydis.

Dalinio lygties (34) sprendimo φ_2 ieškosime pavidalu

$$\varphi_2 = at + M\sin(\gamma t + \delta).$$

Įstatę φ'''_2, φ''_2 ir φ'_2 reikšmes į (34) lygtį, gauname:

$$-M\gamma^3\cos(\gamma t+\delta) - \frac{K_1}{B}M\gamma^2\sin(\gamma t+\delta) + \left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right)\cdot[a + M\gamma\cos(\gamma t+\delta)] = \frac{C\omega L}{AB} + \frac{QH}{B}\varphi_0\gamma\cos\gamma t,$$

arba:

$$\left[M\gamma\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) - M\gamma^3\right]\cos(\gamma t+\delta) - \frac{K_1}{B}M\gamma^2\sin(\gamma t+\delta) + a\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) = \frac{C\omega L}{AB} + \frac{QH}{B}\varphi_0\gamma\cos(\gamma t+\delta-\delta),$$

arba:

$$\left[M\gamma\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) - M\gamma^3 - \frac{QH}{B}\varphi_0\gamma\cos\delta\right]\cos(\gamma t+\delta) - \left(\frac{K_1}{B}M\gamma^2 + \frac{QH}{B}\varphi_0\gamma\sin\delta\right)\sin(\gamma t+\delta) + a\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) - \frac{C\omega L}{AB} = 0.$$

Ši lygybė virsta tapatybe, jeigu

$$a\left(\frac{C^2\omega^2}{AB}+\frac{QH}{B}\right)=\frac{C\omega L}{AB},$$

$$M\left(\frac{C^2\omega^2}{AB}+\frac{QH}{B}\right)-M\gamma^2=\frac{QH}{B}\varphi_0\cos\delta,$$

$$-\frac{K_1}{B}M\gamma=\frac{QH}{B}\varphi_0\sin\delta.$$

Iš paskutiniųjų trijų lygybių turime:

$$a=\frac{C\omega L}{C^2\omega^2+QHA},$$

$$\operatorname{tg}\delta=\frac{K_1A\gamma}{AB\cdot\gamma^2-C^2\omega^2-QHA},$$

$$M=\frac{QHA\varphi_0\cos\delta}{C^2\omega^2+QHA-AB\cdot\gamma^2}.$$

Šios trys lygybės duoda pastovių dydžių a, δ ir M reikšmes; taigi $\varphi_2=at+M\sin(\gamma t+\delta)$ yra lygties (34) dalinis sprendimas. Šį dalinį sprendimą atitinka tolygus sukimasis, kurio kampinis greitis yra a, ir priverstiniai svyravimai, kurių amplitudė yra M; šita amplitudė yra šiek tiek mažesnė už priverstinių svyravimų amplitudę N (28^{IV} form.), kurią mes gavome aukščiau laivo judėjimui ant bangų, kada buvo atmestas vandens pasipriešinimas.

Eliminuodami iš (33) ir (23) lygčių φ, gauname:

$$\psi''''+\psi'''\left(\frac{K_1}{B}\right)+\psi''\left(\frac{C^2\omega^2}{AB}+\frac{QH}{B}\right)=\frac{QHL}{AB}-\frac{QHC\omega}{AB}\varphi_0\gamma\cos\gamma t \quad . \quad . \quad (36)$$

Atitinkama lygtis, neturinti paskutiniojo nario, bus:

$$\psi''''+\psi'''\left(\frac{K_1}{B}\right)+\psi''\left(\frac{C^2\omega^2}{AB}+\frac{QH}{B}\right)=0,$$

ir charakteristinė lygtis yra:

$$p^4+p^3\left(\frac{K_1}{B}\right)+p^2\left(\frac{C^2\omega^2}{AB}+\frac{QH}{B}\right)=0.$$

Ši charakteristinė lygtis duoda:

$$p^2=0$$

ir:

$$p=-\frac{K_1}{2B}\pm\sqrt{\frac{K_1^2}{4B^2}-\frac{C^2\omega^2}{AB}-\frac{QH}{B}}.$$

Šita p reikšmė yra tokia pat, kaip ir gautoji aukščiau (35) kampui φ. Taigi čia mes turime taip pat arba aperiodinį gęstantį nutacinį judėjimą, arba nutacinius gęstančius svyravimus. Vandens pasipriešinimas, kaip matome, giroskopo nutacinius svyravimus gesina. Iš reikšmės $p^2=0$ mes gauname: $\varphi_1=G_0+Gt$, kur G_0 ir G yra laisvi pastovūs dydžiai.

Dalinio lygties (36) sprendimo ψ_2 ieškosime pavidalu:

$$\psi_2 = a_1 t^2 + M_1 \sin(\gamma t + \delta_1).$$

Įstatę ψ_2'''', ψ_2''' ir ψ_2'' reikšmes į lygtį (36), gauname:

$$M_1 \gamma^4 \sin(\gamma t + \delta_1) - \frac{K_1}{B} M_1 \gamma^3 \cos(\gamma t + \delta_1) + \left(\frac{C^2 \omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right)[2a_1 - M_1 \gamma^2 \sin(\gamma t + \delta_1)] = \frac{QHL}{AB} - \frac{QHC\omega}{AB} \cdot \varphi_0 \gamma \cos \gamma t,$$

arba:

$$\left(M_1\gamma^4 - \frac{C^2\omega^2}{AB} M_1\gamma^2 - \frac{QH}{B} M_1\gamma^2\right) \sin(\gamma t + \delta_1) - \frac{K_1}{B} M_1 \gamma^3 \cos(\gamma t + \delta_1) + \left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) 2a_1 = \frac{QHL}{AB} - \frac{QHC\omega}{AB} \varphi_0 \gamma [\cos(\gamma t + \delta_1) \cos \delta_1 + \sin(\gamma t + \delta_1) \cdot \sin \delta_1],$$

arba:

$$\left(M_1\gamma^4 - \frac{C^2\omega^2}{AB} M_1\gamma^2 - \frac{QH}{B} M_1\gamma^2 + \frac{QHC\omega}{AB} \varphi_0 \gamma \sin \delta_1\right) \cdot \sin(\gamma t + \delta_1) + \left(\frac{QHC\omega}{AB} \varphi_0 \gamma \cos \delta_1 - \frac{K_1}{B} M_1 \gamma^3\right) \cdot \cos(\gamma t + \delta_1) + \left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) 2a_1 - \frac{QHL}{AB} = 0.$$

Ši lygybė virs tapatybe, jeigu

$$\frac{QHC\omega}{AB} \varphi_0 \sin \delta_1 = \frac{C^2\omega^2}{AB} M_1 \gamma + \frac{QH}{B} M_1 \gamma - M_1 \gamma^3,$$

$$\frac{QHC\omega}{AB} \varphi_0 \cos \delta_1 = \frac{K_1}{B} M_1 \gamma^2,$$

$$\left(\frac{C^2\omega^2}{AB} + \frac{QH}{B}\right) 2a_1 = \frac{QHL}{AB}.$$

Iš šių trijų lygybių gausime:

$$M_1 = \frac{QHC\omega\varphi_0 \sin \delta_1}{C^2\omega^2\gamma + QHA\gamma - AB \cdot \gamma^3},$$

$$tg\,\delta_1 = \frac{C^2\omega^2 + QHA - AB \cdot \gamma^2}{K_1 A\gamma},$$

$$a_1 = \frac{QHL}{2(C^2\omega^2 + QHA)}$$

Šios M_1, δ_1 ir a_1 reikšmės kartu su $\psi_2 = a_1 t^2 + M_1 \sin(\gamma t + \delta_1)$ ir duoda lygties (36) dalinį sprendimą.

Šį dalinį sprendimą atitinka vienodo greitėjimo sukimasis, kurio kampinis greitėjimas yra $2a_1$, ir priverstiniai svyravimai, kurių amplitudė yra M_1; šita amplitudė yra šiek tiek mažesnė už priverstinių svyravimų amplitudę N_1 (30''' form.), kurią mes gavome aukščiau giroskopo judėjimui ant bangų, kada buvo atmestas vandens pasipriešinimas.

Sperry'o giroskopinis stabilizatorius.

Sperry'o konstrukcijoje neutraliai pakabintas giroskopas yra sukamas apie apdangalo sukimosi ašį tam tikro nuolatinės srovės precesinio elektromotoro, kuris yra krumpliaračiais sujungtas su apdangalu. Precesinis motoras yra leidžiamas į darbą, stabdomas ir reguliuojamas mažo padedamojo giroskopo. Padedamojo giroskopo ratas greit sukasi apie savo simetrijos ašį, kurios vidutinė padėtis yra statmena laivo išilginei simetrijos plokštumai. Tos ašies pakakaliai yra įtvirtinti rėmuose arba apdangale, kuris svyruoja apie gulinčią laivo išilginėje simetrijos plokštumoje ašį, statmeną išilginei laivo ašiai. Kada laivas pradeda svirti į dešinę, tai padedamojo giroskopo apdangalas, precesuodamas į tam tikrą pusę, įjungia elektros srovę precesinio motoro grandinėje. Precesinis motoras tuomet suka vyriausiojo giroskopo apdangalą (viršutinę dalį) į laivo užpakalį, o vyriausias giroskopas tuojau pradeda precesuoti nurodyta kryptimi ir stabdo laivą. Kada supamasis smūgis išnyksta, padedamasis giroskopas išjungia srovę, precesinis motoras sustoja, ir precesiniai stabdžiai greit sulaiko vyriausiojo giroskopo apdangalą. Jeigu laivas pradėtų svirti į priešingą pusę, tai padedamasis giroskopas precesuotų į atvirkščią pusę, įjungdamas kitą elektros srovę, ir precesinis motoras suktų vyriausiąjį giroskopą į atvirkščią pusę. Precesiniai stabdžiai yra elektriškai reguliuojami taip, kad jie vyriausiojo giroskopo apdangalą atleidžia, kada precesinis motoras ima srovę, ir uždaro, kada precesinis ciklas baigiasi.

Dabar pažiūrėsime, kaip juda, laivui svyruojant, padedamasis giroskopas. Aišku, kad tas mažas padedamasis giroskopas judėdamas visai nedaro įtakos laivo judėjimui. Padedamąjį giroskopą veikia tam tikras pasipriešinimas dėl trinties apdangalo ašies pakakliuose. Trinties momentas apie apdangalo sukimosi ašį, kaip jau matėme (žiūr. 25′ reiškinį), yra lygus

$$-K_2\,\psi', \ldots (25')$$

kur K_2 yra pastovus koeficientas. Be to, prie padedamojo giroskopo apdangalo gali būti pritvirtinta tam tikra spyruoklė, kuri stengiasi grąžinti apdangalą į jo vidutinę padėtį, kaip yra parodyta schematiškai 12 brėžinyje. Iš to brėžinio matome, kad

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\phi,$$

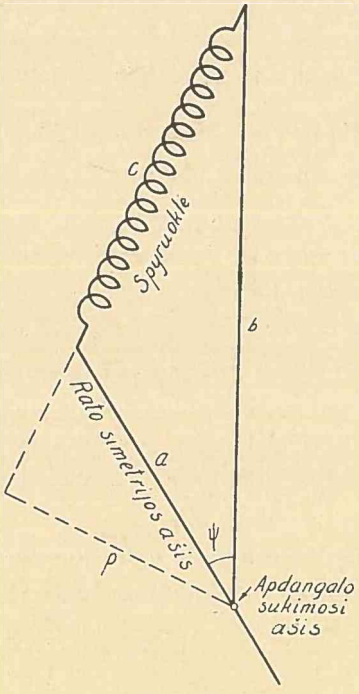
kur ϕ yra giroskopinio rato simetrijos ašies nukrypimo nuo vidutinės padėties kampas.

Jeigu l yra neištemptos spyruoklės ilgis, tai spyruoklės tamprioji reakcija yra lygi $s(c - l)$, kur s yra jėga, reikalinga spyruoklei ištempti ilgio vienetu. Jeigu p yra trumpiausias nuotolis tarp apdangalo sukimosi ašies ir spyruoklės tampriosios reakcijos krypties, tai turime $\frac{cp}{2} = \frac{ab\sin\phi}{2}$, iš kur

$$p = \frac{ab\,\sin\phi}{c}$$

Spyruoklės tampriosios reakcijos momentas apie apdangalo sukimosi ašį bus

$$-s(c-l)\frac{ab\sin\psi}{c} = -sab\sin\psi\left(1-\frac{l}{c}\right) = -sab\frac{\sin\psi}{\psi}\left(1-\frac{l}{c}\right)\cdot\psi.$$



12 brėž.

Paėmę $a=10$, $l=20$, galime apskaičiuoti $1-\frac{l}{c}$ ir $\frac{\sin\psi}{\psi}\left(1-\frac{l}{c}\right)$ reikšmes įvairiems kampams ψ ir įvairiems ilgiams b. Skaičiavimų rezultatai yra surašyti I lentelėje.

I lentelė

ψ	$b=35$		$b=40$		$b=50$	
	$1-\frac{l}{c}$	$\frac{\sin\psi}{\psi}\left(1-\frac{l}{c}\right)$	$1-\frac{l}{c}$	$\frac{\sin\psi}{\psi}\left(1-\frac{l}{c}\right)$	$1-\frac{l}{c}$	$\frac{\sin\psi}{\psi}\left(1-\frac{l}{c}\right)$
0^0	0,200	0,200	0,333	0,333	0,500	0,500
10^0	0,206	0,205	0,338	0,336	0,503	0,500
20^0	0,225	0,220	0,351	0,343	0,509	0,498
30^0	0,254	0,242	0,369	0,352	0,519	0,496
40^0	0,288	0,265	0,394	0,363	0,533	0,490

Šita lentelė rodo, kad, kada pradinis spyruoklės ištempimas yra didesnis, tai reiškinys $\frac{\sin\psi}{\psi}\left(1-\frac{l}{c}\right)$ kitėja palyginti nedaug, kintant kampui ψ. Taigi spyruoklės tampri reakcija duoda apdangalo sukimosi ašies atžvilgiu atstatomąjį momentą $-sab\frac{\sin\psi}{\psi}\left(1-\frac{l}{c}\right)\cdot\psi=-K\psi$, kur pastovus dydis $sab\frac{\sin\psi}{\psi}\left(1-\frac{l}{c}\right)$ yra pažymėtas K. Sudėję šį atstatomojo momento reiškinį su trinties momento reiškiniu (25′), gausime padedamojo giroskopo apdangalą veikiančių jėgų atstojamąjį momentą L_ψ apie apdangalo sukimosi ašį:

$$L_\psi=-K\psi-K_2\psi'.$$

Jeigu turėsime galvoje šią L_ψ reikšmę ir lygtį (14), tai padedamojo giroskopo judėjimo lygtis bus[1]):

$$A\psi''-C\omega\varphi'+K_2\psi'+K\psi=0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (37)$$

kur A yra padedamojo giroskopo inercijos momentas apdangalo sukimosi ašies atžvilgiu, C yra giroskopinio rato inercijos momentas rato simetrijos ašies atžvilgiu, o ω yra giroskopinio rato sukimosi kampinis greitis.

Manysime, kad laivo svyravimai vyksta pagal dėsnį

$$\varphi=\varphi_a\sin\nu t,$$

kur φ_a yra laivo svyravimų amplitudė, o ν yra tų svyravimų dažnumas. Įstatę φ' reikšmę į padedamojo giroskopo judėjimo lygtį (37), gausime:

$$A\psi''-C\omega\varphi_a\nu\cos\nu t+K_2\psi'+K\psi=0,$$

arba:

$$\psi''+\frac{K_2}{A}\psi'+\frac{K}{A}\psi=\frac{C\omega}{A}\varphi_a\nu\cos\nu t \quad \ldots\ldots\ldots \quad (38)$$

Atitinkama lygtis, neturinti paskutiniojo nario, yra:

$$\psi''+\frac{K_2}{A}\psi'+\frac{K}{A}\psi=0,$$

ir charakteristinė lygtis bus:

$$p^2+\frac{K_2}{A}p+\frac{K}{A}=0.$$

Ši charakteristinė lygtis duoda:

$$p=-\frac{K_2}{2A}\pm\sqrt{\frac{K_2^2}{4A^2}-\frac{K}{A}}.$$

Kadangi šios dvi p reikšmės yra arba realios ir neigiamos, arba kompleksinės, turinčios neigiamą realią dalį, tai čia mes turime arba aperiodinį gęstantį judėjimą, arba gęstančius harmoninius svyravimus.

---

[1]) Koordinatų ašys laivui yra paliktos tos pačios, kaip ir 4 brėžinyje.

Dalinio (38) lygties sprendimo ψ_2 ieškosime pavidalu

$$\psi_2 = P \sin(\nu t + \varepsilon).$$

Įstatę ψ''_2, ψ'_2 ir ψ_2 reikšmes į (38) lygtį, gauname:

$$-P\nu^2 \sin(\nu t+\varepsilon) + \frac{K_2}{A} P\nu \cos(\nu t+\varepsilon) + \frac{K}{A} P \sin(\nu t+\varepsilon) = \frac{C\omega}{A} \varphi_a \nu \cos \nu t,$$

arba:

$$\left(\frac{K}{A}P - P\nu^2\right) \sin(\nu t+\varepsilon) + \frac{K_2}{A} P\nu \cos(\nu t+\varepsilon) = \frac{C\omega}{A} \varphi_a \nu \left[\cos(\nu t+\varepsilon)\cos\varepsilon + \right.$$
$$\left. + \sin(\nu t+\varepsilon)\sin\varepsilon\right],$$

arba:

$$\left(\frac{K}{A}P - P\nu^2 - \frac{C\omega}{A}\varphi_a \nu \sin\varepsilon\right) \sin(\nu t+\varepsilon) + \left(\frac{K_2}{A}P\nu - \frac{C\omega}{A}\varphi_a \nu \cos\varepsilon\right) \cos(\nu t+\varepsilon) = 0.$$

Ši lygybė virs tapatybe, jeigu

$$\frac{K}{A}P - P\nu^2 = \frac{C\omega}{A}\varphi_a \nu \sin\varepsilon,$$

$$\frac{K_2}{A} P\nu = \frac{C\omega}{A}\varphi_a \nu \cos\varepsilon.$$

Iš šių dviejų lygybių gauname

$$\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{K - A\nu^2}{K_2 \nu}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (39)$$

$$P = \frac{C\omega\varphi_a \nu}{\sqrt{(A\nu^2 - K)^2 + K_2{}^2\nu^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (40)$$

Įstatę šias ε ir P reikšmes į $\psi_2 = P\sin(\nu t+\varepsilon)$, gausime (38) lygties dalinį sprendimą. Šis dalinis sprendimas atitinka priverstinius harmoninius svyravimus.

Taigi padedamojo giroskopo judėjimas susideda iš gęstančio judėjimo ir iš priverstinių svyravimų. Šių priverstinių svyravimų dažnumas ν yra lygus laivo svyravimų dažnumui. Reikia pastebėti, kad, nors laivo svyravimai ir padedamojo giroskopo priverstiniai svyravimai yra izochroniniai, bet jie skiriasi faze ir amplitude. Bet reguliuodami spyruoklę, t. y. kaitaliodami K ir kartu su K padedamojo giroskopo laisvų svyravimų dažnumą $\sqrt{\frac{K}{A}}$ mes galime, kaip rodo (39) formulė, pasiekti, kad kampas ε būtų lygus 0; tada padedamojo giroskopo priverstinių svyravimų fazė bus lygi laivo svyravimų fazei. Reikia pridurti, kad mažas padedamasis giroskopas yra labai jautrus; jis sukelia sroves, reguliuojančias precesinį motorą, greičiau negu per vieną ketvirtadalį sekundės po to, kaip prasidėjo supamasis smūgis.

Schlick'o giroskopinis stabilizatorius.

Šitoje konstrukcijoje apdangalo svyravimai laivo išilginėje simetrijos plokštumoje yra stabdomi trinties stabdžio arba hidraulinio stabdžio. Be to, apdangalo svorio centras yra žemiau už apdangalo sukimosi ašį. Šitas stabilizatorius veikia taip. Jeigu laivas, būdamas bangų supamas, sukasi apie savo išilginę ašį, tai giroskopinio disko apdangalas pradeda suktis, arba precesuoti, apie jo sukimosi ašį; šis apdangalo judėjimas vyksta nuveikiant stabdžio pasipriešinimą. Taigi stabdys sugeria supančių laivą jėgų darbą, o todėl laivo svyravimų amplitudė nedidėja. Prie giroskopo šituo atveju yra pridėtas trinties momentas (25′ reišk.) $-K_2\,\psi'$ ir apdangalo svorio jėgos momentas (14′ reišk.) $-qh\,\psi$. Trinties jėgos, kaip matėme nagrinėdami (15) ir (26) lygtis, gesina laivo ir giroskopo precesiją ir nutaciją, bet negali grąžinti giroskopo į jo centrinę pusiausvyros padėtį. Šitą paskutiniąją funkciją atlieka atstatomasis momentas $-qh\,\psi$, kaip rodo (19) lygties bendras integralas (19′). Schlick'o stabilizatorius buvo įrengtas kai kuriuose mažuose laivuose bandymo reikalams, bet pagaliau eksperimentai buvo nutraukti.

Išvados.

1. Tikslios giroskopo ir laivo judėjimo lygtys gali būti elementariniu būdu išvestos pasiremiant d'Alembert'o principu.

(3—16 pusl.)

2. Tikslios judėjimo lygtys yra sunkiai integruojamos, bet jas galima suprastinti atsižvelgiant į didelį skirtumą tarp laivo ir giroskopinio disko kampinių greičių ir tarp laivo ir giroskopo inercijos momentų laivo išilginės ašies atžvilgiu ir į nelabai didelius apdangalo pasvirimo kampų dydžius.

(16 ir 17 pusl.)

3. Esant laive neutraliam giroskopui, laivas visai neturi precesinio judėjimo, o laivo nutacinis judėjimas yra paprastas harmoninis svyravimas; šio svyravimo periodas yra mažesnis už giroskopo neturinčio laivo mažų laisvų šoninių svyravimų periodą. Giroskopo judėjimas šituo atveju susideda iš tolygaus sukimosi apie apdangalo sukimosi ašį ir nutacinių paprastų harmoninių svyravimų, kurių periodas yra lygus laivo nutacinių svyravimų periodui.

(20—22 pusl.)

4. Pridėtas prie giroskopo pastovus momentas apie apdangalo sukimosi ašį suteikia laivui tolygų sukimąsi apie išilginę laivo ašį, o giroskopui vienodo kampinio greitėjimo sukimąsi apie apdangalo sukimosi ašį.

(22 ir 23 pusl.)

5. Pasipriešinimas dėl trinties apdangalo ašies pakakliuose gesina laivo ir giroskopo precesiją ir nutaciją.

(23 ir 24 pusl.)

6. Jeigu pridėtas prie giroskopo pastovus momentas apie apdangalo sukimosi ašį bus pasirinktas pakankamo didumo, tai galima atitinkamai kaitaliojant to momento kryptį sulaikyti laivą ant bangų jo pusiausvyros padėtyje.

(29 pusl.)

7. Jeigu giroskopinio disko kampinis greitis ir inercijos momentas disko simetrijos ašies atžvilgiu bus pakankamo didumo, tai didžiausias giroskopinio disko simetrijos ašies pasvirimo kampas, esant bet kokioms bangoms, bus mažesnis už tam tikrą kampą ψ_{max} (40°—60°).

(29 ir 30 pusl.)

8. Vandens pasipriešinimas gesina laivo ir giroskopo nutaciją ir mažina laivo ir giroskopo priverstinių svyravimų amplitudes.

(30—33 pusl.)

9. Padedamojo giroskopo apdangalo judėjimas laivo atžvilgiu susideda iš gęstančio judėjimo ir iš priverstinių svyravimų; šių svyravimų dažnumas yra lygus laivo svyravimų dažnumui.

(36 ir 37 pusl.)

10. Reguliuojant pritvirtintą prie padedamojo giroskopo apdangalo spyruoklę, kurios tamprioji reakcija duoda atstatomąjį momentą apie apdangalo sukimosi ašį, galima kaitalioti padedamojo giroskopo laisvų svyravimų dažnumą ir pasiekti, kad padedamojo giroskopo priverstinių svyravimų fazė būtų lygi laivo svyravimų fazei.

(37 pusl.)

Bibliografija.

1. А. Н. Крыловъ. Курсъ теоретической механики. Отдѣлъ IV (С.-Петербургъ, 1912).
2. „Hütte" des Ingenieurs Taschenbuch. I. Band ir II. Band (Berlin, 1920).
3. Aug. Föppl. Vorlesungen über technische Mechanik. Sechster Band (Leipzig und Berlin, 1921).
4. Е. Л. Николаи. Лекции по теоретической механике. Часть III, выпуск II (Ленинград, 1925).
5. Жуковский, Н. Е. Теоретическая механика. Часть III (Москва, 1925)
6. Paul Painlevé et Charles Platrier. Cours de mécanique. Paris (1929).
7. Oscar Martienssen. Technische Anwendung des Kreisels in F. Auerbach und W. Hort. Handbuch der physikalischen und technischen Mechanik. Band II, p. 444 (Leipzig, 1930).
8. Fritz Horn. Theorie des Schiffes in F. Auerbach und W. Hort. Handbuch der physikalischen und technischen Mechanik. Band V, p. 552 (Leipzig, 1931).
9. J. Delimal. La Stabilisation des navires. Le stabilisateur gyroscopique. Le Génie Civil, C, p. 641 (25 juin 1932).
10. J. F. S. Ross. The gyroscopic stabilization of land vehicles. London (1933).
11. The quadruple - screw liner „Conte di Savoia". Engineering, CXXXV, p. 345 (March 31, 1933).
12. P. Jankauskas. Teoretinės mechanikos kursas. IV dalis (Kaunas, 1934).
13. M. Spiridavičius. Korioliso greitėjimas ir Korioliso inercijos jėga. Technika, 8, 149 p. (1935).

M. Sipiridavičius,
Ingénieur.

La stabilisation gyroscopique des navires.

RÉSUMÉ.

L'auteur obtient d'abord les équations exactes du mouvement du navire et du gyroscope en appliquant le principe de d'Alembert et le théorème de Coriolis. Puis il considére le navire dans une mer calme et traite les cas suivants:

I. le gyroscope est stable;
II. le gyroscope est neutre;
III. un moment constant est appliqué à l'enveloppe du gyroscope;
IV. l'envelope du gyroscope neutre tourne avec frottement dans les paliers.

L'auteur étudie ensuite le mouvement du navire et du gyroscope sur mer agitée lorsqu'un moment constant est appliqué au gyroscope. L'auteur termine par la description du stabilisateur gyroscopique Sperry et par l'étude du mouvement du gyroscope auxiliaire.

Cet ouvrage, présenté à la Faculté Technique de l'Université de Kaunas, constitue une thèse de doctorat ès sciences techniques.

Inž. D-ras Platonas Jankauskas,
V. D. Universiteto b. ord. profesorius.

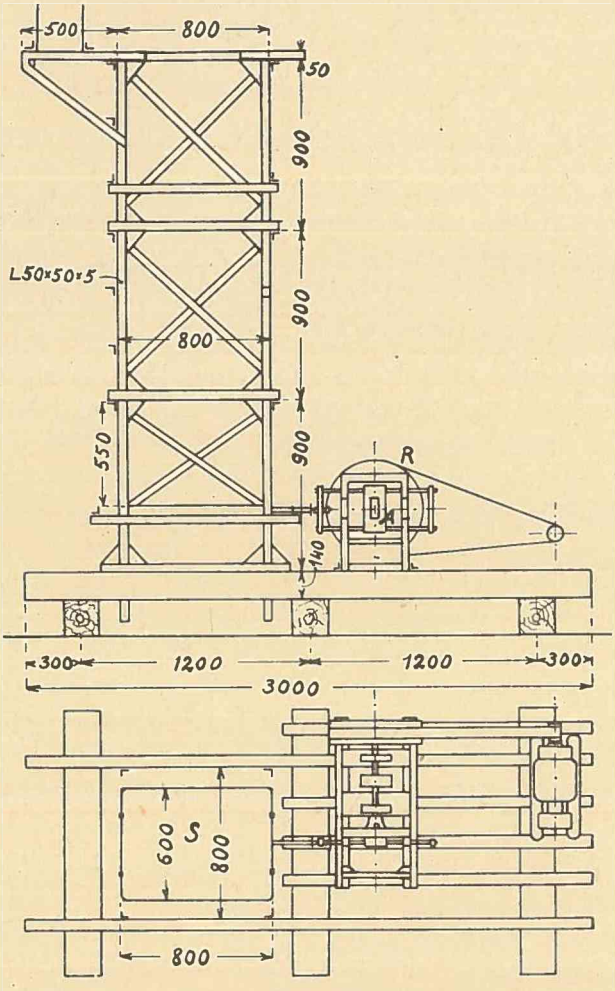
V. D. Universiteto Mechanikos Kabineto svyruojąs stalas su seismografu.

Svyruoją stalai statomi svyravimams studijuoti, oscilografams tikrinti, besisukančių mašinų pusiausvyrai nagrinėti. V. D. Un-to Mechanikos Kabineto svyruojąs stalas specialiai pritaikytas seismografo savumams tyrinėti ir gali būti panaudotas, kaip žemės horizontalių drebėjimų matuotojas.

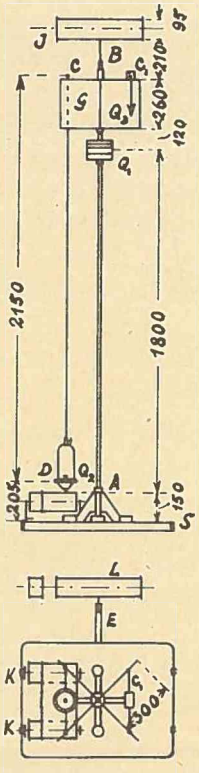
Įrengimas susideda iš geležinio bokšto (1 ir 12 brėž.), sustatyto iš kampuočių 50×50×4 mm, aukščio 2750 mm, kvadratinio piūvio plane 800×800, pastatyto ant dviejų sijų 140×60×3600 mm, paremtų medinėmis sijomis 200×200 piūvio ant gelžbetoninių grindų. Svyruojąs stalas, kurio plotas 600×800 mm, pakabintas vidury bokšto ant 4 plieninių spyruoklių ilgio 500 mm ir piūvio 20×3, tvirtai sujungtų su stalu ir prikabinimo kampuočiais. Harmoningi svyravimai, įvairių amplitudžių nuo 0 iki 30 mm, yra suteikiami stalui svyruotojo *R*, susidedančio iš rėmelio, šliaužiančio keturiuose pakakliuose ir gaunančio horizontalius harmoningus svyravimus nuo sukančios ašies *A* su skriejiku ir sagute, sujungta su akmenimi, šliaužiančiu vertikalia kryptimi išpiovoje, padarytoje rėmelio kūne. Ašis *A* sukama elektromotoro su transmisija, ir jos apsisukimų skaičius gali būti keičiamas reostato pagalba nuo 0 iki 300 aps/min. Stalas sujungtas elastingu būdu su svyruotojo rėmeliu.

Svyruojąs stalas *S*, sustatytas iš geležinių kampuočių ir medinių lentų su protarpiais, pritaikytas tam, kad ant jo galima būtų pritvirtinti tikrinamus aparatus arba motorus. Kadangi šitas įrengimas ypatingai patogus seismografams tyrinėti, tai ant svyruojančio stalo dabar yra pastatyta vadinamoji astatinė švytuoklė *AB* (2 brėž.), prie kurios viršutinio galo prikabinta ilga paprasta švytuoklė *CD*, vartojama, kaip seismografas. Astatinė švytuoklė sudaryta iš plieninio apskrito stiebo, diametro 11 mm ir ilgio 2000 mm, apkrauto svoriu $Q_1 = 10$ kg, ir pritvirtinta prie stalo *S*. Švytuoklė yra aprūpinta slopintoju *G*, sudarytu iš 4 sparnų, kiekvienas 260×300 mm ploto, ir pačioje viršūnėje — pieštuku *B* svyravimų diagramai braižyti ant popierio juostos *J*, judančios statmenai 2 brėžiniui, laikrodžio mechanizmo pagalba.

Paprasta švytuoklė *CD* (2 brėž.), ilgio 2150 mm, svorio $Q_2 = 1{,}5$ kg, atsverta slopintojyje svoriu $Q_3 = 1{,}5$ kg ir vaizduojanti seismografą, turi apatiniame gale pieštuką *D*, kuris braižo stalo svyravimų diagramą ant popierio *K*, judančio horizontaliai, rodyklės kryptimi (plane), ant dviejų ritinių, pritvirtintų prie stalo *S*. Trečias pieštukas *E*, sujungtas su stalu *S*, braižo



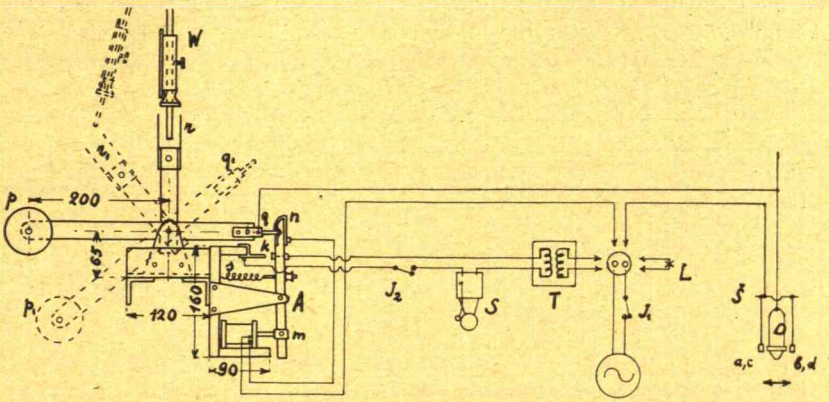
1 brėž.



2 brėž.

tikrus stalo svyravimus ant popierio *L*, judančio vertikalia kryptimi. Visos trys popierio juostos — *J*, *K* ir *L* — juda vienodu žengimo greičiu — 5 mm/sek. Tokiu būdu, stalui atliekant harmoningus svyravimus, pieštukas *B* duoda ant popierio *J* astatinės švytuoklės viršutinio galo laisvų ir priverstinių svyravimų kombinuotą diagramą, pieštukas *D* ant popierio *K* duoda švytuoklės *CD* laisvų ir priverstinių svyravimų diagramą *svyruojančio stalo atžvilgiu*, o pieštukas *E* ant popierio *L* duoda tikrą stalo svyravimų diagramą. Kadangi švytuoklės *AB* laisvų svyravimų pilnas periodas yra apie

T_1=9 sek ir švytuoklės *CD* — apie T_2=3 sek., o stalo svyravimų periodai *T* — kaip ir žemės drebėjimo periodai — daug mažesni, tai diagramose *J* ir *K* laisvi svyravimai su dideliais periodais T_1 ir T_2 lengvai atskiriami nuo priverstinių svyravimų, turinčių mažus periodus *T*. Be to, kaip bus toliau parodyta, patys kūno Q_2 priverstiniai svyravimai yra labai maži. Todėl kūnas Q_2 atlieka tik žymesnius lėtus, laisvus svyravimus su dideliais periodais T_1 ir T_2, ir beveik visai nedaro mažų priverstinių svyravimų su mažu periodu *T*, vadinasi, gali būti pavartotas stalo svyravimams matuoti. Tyrinėjimai rodo, kad diagramose *K* ir *L* dažnųjų stalo svyravimų su periodu *T* amplitudės yra vienodo dydžio, t. y. kad kūnas Q_2 gali būti pavartotas, kaipo seismografas žemės horizontaliniams drebėjimams matuoti. Šitu atveju svyruojąs stalas turi būti pritvirtintas prie bokšto, vietoje stalo svyravimų bus žemės drebėjimai, ir kreivoji *K* duos jų diagramą, neatsižvelgiant į kūno Q_2 lėtus, laisvus svyravimus.



3 brėž.

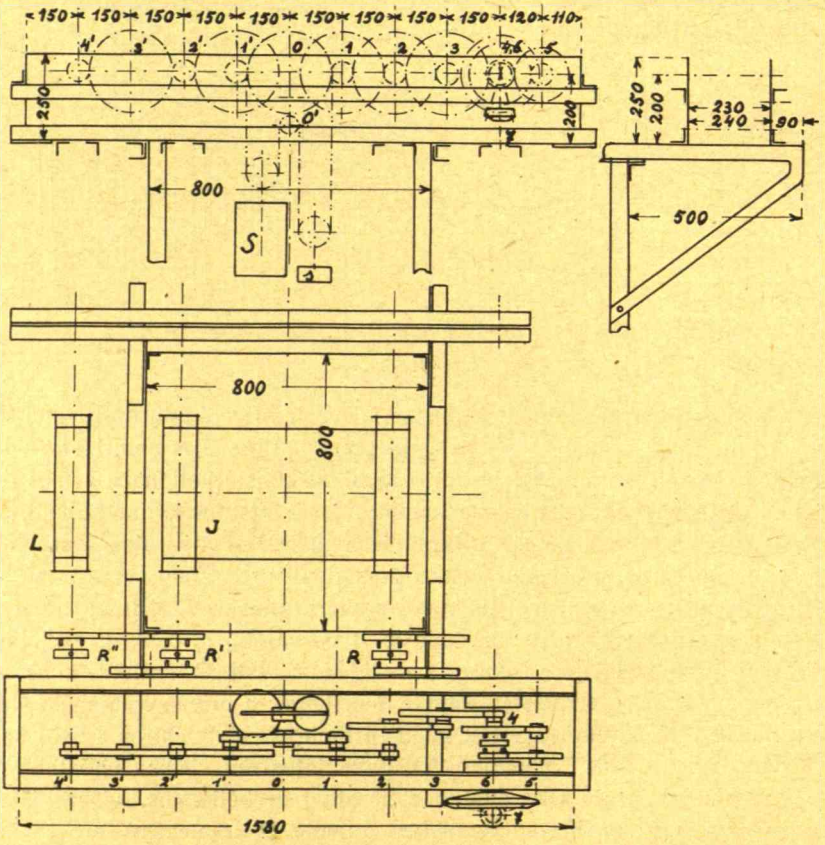
Aprašytas aparatas labiau skiriamas laisvų ir priverstinių svyravimų teorijai tikrinti. Kaip seismografas, jis nėra gana jautrus, nes neturi svyravimų daugintojo (amplifikatoriaus), be kurio negalima konstatuoti mažų žemės drebėjimų. O dideliems drebėjimams matuoti, kurie atsitinka, pavyzdžiui, važiuojant gatve sunkvežimiams, prikrautiems geležies, aparatas aprūpintas katalizatorium, kuris, prasidėjus žemės drebėjimui arba stalo svyravimui, paleidžia laikrodžio mechanizmą, judinantį popierio juostas *J*, *K* ir *L*.

Katalizatorius (3 brėž.) susideda iš 4 pasvarėlių *a, b, c, d*, pakabintų ant varinių grandinėlių prie šakutės *Š* nedideliam atstume (keletas mm) nuo paprastos švytuoklės galvutės *D*. Šakutė *Š* pritvirtinta prie svyruojančio stalo, o grandinėlės yra sujungtos vienu laidu, prijungtu prie elektros srovės šaltinio. Kitą laidą sudaro švytuoklės *CD*, pakabintos ant vielos, viršutinis galas *C*. Prasidėjus žemės arba svyruojančio stalo drebėjimams, vienas iš pasvarėlių *a, b, c, d* susidurs su švytuoklės galvute *D*, ir elektros srovė uždarytoje grandinėje paveiks automato *A* elektromagnetą, kuris pritrauks apatinę

svirties *mn* dalį *m*, o viršutinis svirties galas *n* atpalaiduos antrą svirtį *pq*, kuri, veikiant svoriui *p*, pasisuks į padėtį p_1q_1 ir savo rankena *r* paleis laikrodžio mechanizmo reguliatorių *W*, ir visos popierio juostos pradės judėti. Tuo pačiu momentu kontaktas *q*—*n* bus nutrauktas, magnetas nustos veikęs, o spyruoklė *s* uždarys kontaktą *k* ir pradės skambinti aliarmo skambutis *S*, kuris skambins tol, kol bus sustabdytas išjungiklio I_2 pagalba. Yra dar kitas išjungiklis I_1, pastatytas maitinamoje grandinėje. Į šią grandinę katalizatorius, skambučiui *S* transformatorius *T* ir mechanizmui apšviesti lempa *L* gali būti įjungti visi kartu arba ir atskirai (3 brėž.).

Laikrodžio mechanizmas

Laikrodžio mechanizmas popierio juostoms *J*, *K* ir *L* judinti yra pastatytas viršuj bokšto, konsolėse *CC* (4 brėž.), ir yra gana stiprios konstrukcijos. Jis susideda iš dėžės be dugno, ilgio 1600 mm, platumo 240 mm ir aukštumo 250 mm, sustatytos iš dviejų geležinių vertikalinių sienelių, su-



4 brėž.

jungtų kampuočiais. Dėžės vidury ant rutulinių pakaklių ir žiedų sukasi 10 horizontalių ašių su cilindriniais krumpliaračiais, o iš oro prie dėžės pastatytas kūginis Watt'o reguliatorius, prijungtas prie mechanizmo kūginių krumpliaračių poros pagalba. Ašys viena nuo kitos 150 mm atstumo, išskiriant kraštutinę Nr. 5 su perlaidine (perebor), pastatytą 120 mm atstume nuo gretimos ašies Nr. 4—6. Pavaros skaičius tarp dviejų gretimų ašių yra 4, išskiriant perlaidos ašį Nr. 4—Nr. 5—Nr. 6, kur bendras pavaros skaičius yra $2\times3=6$. Centralinė ašis Nr. 0 judina visą mechanizmą svorio $S=80$ kg. pagalba, kuris veikia begalinę grandinę, pakabintą ant dviejų krumpliaračių, kurių vienas, diametro $D=240$ mm, yra sujungtas su ašimi Nr. 0, o kitas, diametro $d=60$ mm, sujungtas su ašimi Nr. 0^1, aprūpinta kliudomu ratu ir klingele (reketu ir strekte), ir skiriamas laikrodžio mechanizmui užvesti. Antroje grandinės kilpoje kaba mažas svoris $s=5$ kg, kad būtų tikras grandinės susikabinimas su abiem krumpliaračiais diam. D ir d. Kūginis reguliatorius W, tam tikrose atsilenkimo nuo vertikalės ribose, būtent, kada kampas $\alpha=$ nuo 30° iki 60°, yra izochroninis ir jo ašis Nr. 7 daro vieną apsisukimą per sekundę ($n_7=60$ aps/min.). Kai perlaidinė išjungta, atskirų mechanizmo ašių apsisukimų skaičiai per minutę yra šie:

ašis Nr. 7 (reguliatorius) . . . . . $n_7=60$
„ Nr. 6 ir Nr. 4 . . . . . $n_6=n_4={}^4/_{15}\times60=16$
„ Nr. 3 . . . . . $n_3={}^1/_4\times16=4$
„ Nr. 2 (būgnas juostai J) . . . . . $n_2={}^1/_4\times4=1$
„ Nr. 1 . . . . . $n_1={}^1/_4\times1={}^1/_4$
„ Nr. 0 (varanti) . . . . . $n_0={}^1/_4\times{}^1/_4={}^1/_{16}$
„ Nr. 1′ . . . . . $n'_1=4\times{}^1/_{16}={}^1/_4$
„ Nr. 2′ (būgnas juostai J) . . . . . $n'_2=4\times{}^1/_4=1$
„ Nr. 3′ . . . . . $n'_3={}^1/_4\times1={}^1/_4$
„ Nr. 4′ (būgnas juostai L) . . . . . $n'_4=4\times{}^1/_4=1.$

Prie ašies Nr. 2 pritvirtinta sekundinė rodyklė.

Prijungę reguliatoriui perlaidinę ir žymiai padidinę svorį S (beveik du kartu), gauname tokius ašių apsisukimo skaičius per minutę:

Ašis Nr. 7 (reguliatorius) . . . . . $n_7=60$
„ Nr. 6 . . . . . $n_6={}^4/_{15}\times60=16$
„ Nr. 5 (perlaidinė) . . . . . $n_5={}^1/_2\times16=8$
„ Nr. 4 . . . . . $n_4={}^1/_3\times8={}^8/_3$
„ Nr. 3 . . . . . $n_3={}^1/_4\times{}^8/_3={}^2/_3$
„ Nr. 2 (būgnas dėl J) . . . . . $n_2={}^1/_4\times{}^2/_3={}^1/_6$
„ Nr. 1 . . . . . $n_1={}^1/_4\times{}^1/_6={}^1/_{24}$
„ Nr. 0 (varanti) . . . . . $n_0={}^1/_4\times{}^1/_{24}={}^1/_{96}$
„ Nr. 1′ . . . . . $n'_1=4\times{}^1/_{96}={}^1/_{24}$
„ Nr. 2′ (būgnas dėl J) . . . . . $n'_2=4\times{}^1/_{24}={}^1/_6$
„ Nr. 3′ . . . . . $n'_3={}^1/_4\times{}^1/_6={}^1/_{24}$
„ Nr. 4′ (būgnas dėl L) . . . . . $n'_4=4\times{}^1/_{24}={}^1/_6.$

Visi būgnai, ant kurių užsivynioja popierio juostos *J*, *K* ir *L*, turi vienodus diametrus $d=95$ mm, ir jų perimetras sudaro $\pi \cdot d=3{,}14\times 95=300$ mm. Tokiu būdu visų trijų juostų minutinis greitis, be perlaidinės, yra $n_2 \cdot \pi \cdot d. = 1.300=300$ mm, o su perlaidine — $\frac{1}{6}\times 300=50$ mm; sekundiniai greičiai: be perlaidinės — 5 mm, su perlaidine — $\frac{5}{6}$ mm. Atliekant seismografo tyrimus su dirbtiniais stalo svyravimais, vartojamas didesnis popierio greitis (be perlaidinės). Mažesnis greitis, su perlaidine, buvo įtaisytas tuo tikslu, kad laikrodžio mechanizmas nuolat veiktų ir judintų popierio juostas *J* ir *K* ir kad svoris *S* būtų keliamas aukštyn tik 3 kartus per parą. Iš tikrųjų, su perlaidine minutinis greitis dantračio Nr. 0 su grandine yra $n_0 \cdot \pi \cdot D = \frac{1}{96} \times 3{,}14 \times 240 = 7{,}85$ mm, svorio *S* greitis yra dukart mažesnis $= 3{,}925$ mm/min, o kadangi svoris *S* gali nusileisti 2200 mm, tai svorio pilnas kelias būtų atliekamas per $\frac{2200}{3{,}925}=561$ min, arba per $9\frac{1}{3}$ valandas. Be perlaidinės svoris $S=80$ kg nusileidžia 6 kartus greičiau, t. y. 23,5 mm/min greitumo, o pilnas kelias 2200 mm atliekamas per 93,5 minutes $= 1\frac{1}{2}$ val. Kadangi nuolatinis popierio judesys reikalavo dažnai laikrodį užvesti su perdideliu svoriu *S* ir ilgų popierio juostų (561×50=28050 mm), tai nuo tokios sistemos buvo atsisakyta, ir aparatas buvo aprūpintas aukščiau aprašytu katalizatoriumi ir automatu, kurie suteikia popierio juostoms judesį be perlaidinės su greičiu 5 mm/sek tik prasidėjus stalo svyravimams arba žemės drebėjimams. Kiekviena laikrodžio mechanizmo ašis sukasi visuomet viena kryptimi, o būgnai, popieriui geriau išnaudoti, turi suktis arba į vieną, arba į antrą pusę. Todėl kiekviena iš trijų ašių Nr. 2, Nr. 2′ ir Nr. 4′ jungiama su būgnų ašimis šliaužiančia mova su perlaidine, kuri suteikia būgnui kairįjį arba dešinįjį sukimąsi. Movos pastumiamos rankenomis R, R', R'' iš viršaus. Pastatyta vertikaliai rankena palieka būgną ramybėje. Būgnų B, B', B'' ašys remiasi vienam gale ant laikrodžio mechanizmo ašių Nr. 2, Nr. 2′ ir Nr. 4″, o kitam gale ant pakaklių P, P', P''. Ketvirtas apatinis būgnas B''' remiasi dviejuose paprastuose pakakliuose. Visų keturių būgnų ašys turi sraigto pavidalą, ir kiekvienas būgnas su popieriu gali būti stumiamas išilgai savo ašies ir prisukamas prie jos dvigubos veržlės pagalba. Vertikali popierio juosta *L* judinama žemyn ir įtempiama skriemulių sistemos, surištos virvelėmis su ½ kg pasvarėliu, kuris judina ir įtempia horizontalią juostą *K*, apvyniotą apie du mažus būgnus, pritvirtintus prie svyruojančio stalo.

Izochroninis reguliatorius

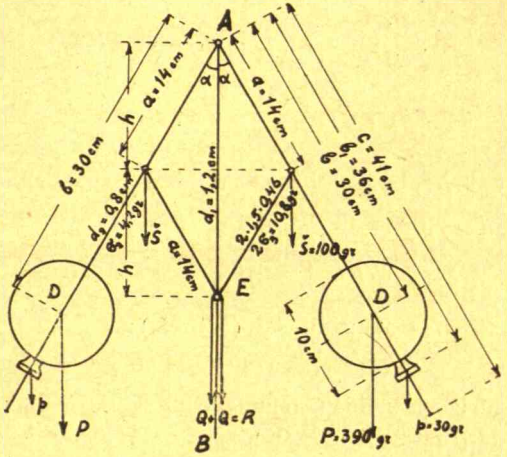
Popierio juostoms judant į vieną arba į antrą pusę, vertikali popierio juosta *L*, o taip pat ½ kg pasvarėlis kyla arba krenta. Todėl viso mechanizmo eigos pasipriešinimas keičiasi, o judinąs svoris $S - s = 80 - 5 = 75$ kg pasilieka pastovus.

Kad būtų garantuota tolyginė laikrodžio mechanizmo eiga, kuri reikalinga drebėjimo laikotarpiui spręsti, mechanizmas aprūpintas izochroniniu

reguliatoriumi tokios konstrukcijos, kuri visą laiką mechanizmo judesio pasipriešinimus palaiko pastovius.

Tuo tikslu panaudotas oro pasipriešinimas kūginio reguliatoriaus sparnuotų šakų judesiui, nes jis sudaro, kaip rodo išskaičiavimas, iki 25% visų mechanizmo žalingų pasipriešinimų.

Reguliatorius W susideda iš šių geležinių dalių (5 brėž.): vertikali ašis AB, diam. d_2= 1,2 cm, ilgio l=95 cm; 2 šakos AD, diam. d_2=0,8 cm, ilgio



5 brėž.

c=41 cm, 1 cm ilgio sveria σ_2=4,2 gr/cm; 2 poriniai stiebai CE, kiekvienas ilgio a=14 cm, piūvio 2×1,5×0,46 cm, 1 cm ilgio sveria $2\sigma_3$=2×5,4= = 10,8 gr/cm; 2 diskai (sparnai) diam. D=10 cm, svorio P=390 gr, disko centro atstumas nuo viršūnės A yra b=30 cm; 2 veržlės svorio po p=30 gr. kiekviena, jos atstumas nuo viršūnės yra b_1=36 cm.; 2 šarnyrai C, svorio $Š$=100 gr. kiekvienas. Kintamas svoris R=2Q, prikabintas rutuliniu pakulniu prie žiedo E.

Reguliatorius turi suktis su pastoviu kampiniu greičiu 1 $\frac{\text{apsisukimas}}{\text{sek.}}$ arba:

$$\omega = 2\pi \text{ 1/sek} = 6{,}283 \text{ 1/sek}; \quad \omega^2 = 39{,}48 \text{ 1/sek}^2.$$

Jei prie tokio kampinio greičio šakų atsilenkimo kampai nuo vertikalios ašies AB yra α, tai, pagal D'Alembert'o principą, veikiančių vieną šaką išorinių jėgų ir besisukančių jos dalių išcentrinių inercijos jėgų momentas horizontalios ašies A atžvilgiu yra nulis. Tai duoda kampui α surasti tokias lygtis:

$$\frac{\omega^2}{g}\cos\alpha = \frac{Pb + pb_1 + Sa + Ra + \frac{c^2}{2}\sigma_2 + \frac{a^2}{2}\cdot 2\sigma_3}{Pb^2 + pb_1^2 + Sa^2 + \frac{c^3}{3}\sigma_2 + \frac{2}{3}a^3\cdot 2\sigma_3} \quad \ldots\ldots\ldots (1)\ *)$$

*) Oro pasipriešinimas neįeina į (1) lygtis, nes jis veikia lygiagrečiai momentų ašiai A.

Kadangi $\omega^2 = \text{const.}$, tai šitose lygtyse yra tik du kintamieji dydžiai: $\cos\alpha$ ir R. Vietoje $\cos\alpha$ paimsime $\frac{h}{a}$, kur $h = a\cos\alpha$ yra vertikali dalies $AC = a$ projekcija. Gausime tokį sąryšį tarp kintamųjų h ir R izochroniniam reguliatoriui:

$$Ah = \frac{Ra + B}{C}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

kur A, B, C yra tokie pastovūs dydžiai:

$$A = \frac{\omega^2}{g \cdot a} = \frac{39{,}48}{981.14} = 0{,}00288 \text{ 1/cm}^2,$$

$$B = P \cdot b + pb_1 + Sa + \frac{c^2}{2} \cdot \sigma_2 + a^2 \cdot \sigma_3 = 18768 \text{ cm. gr},$$

$$C = P \cdot b^2 + pb_1^2 + Sa^2 + \frac{c^3}{3} \cdot \sigma_2 + \frac{4}{3} a^3 \cdot \sigma_3 = 525728 \text{ cm.}^2 \text{ gr}.$$

Iš (2) gauname:

$$R = \frac{AC}{a} \cdot h - \frac{B}{a} = 108{,}17 \cdot h - 1340{,}6 \text{ gr},$$

arba, žymėdami $2h = H =$ atstumui AE (5 brėž.):

$$R = 54{,}08 \cdot H - 1340{,}6 \text{ gr}. \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

Matome, kad izochroniniam reguliatoriui svoris R turi didėti proporcingai atstumui H tarp taškų A ir E. Kadangi

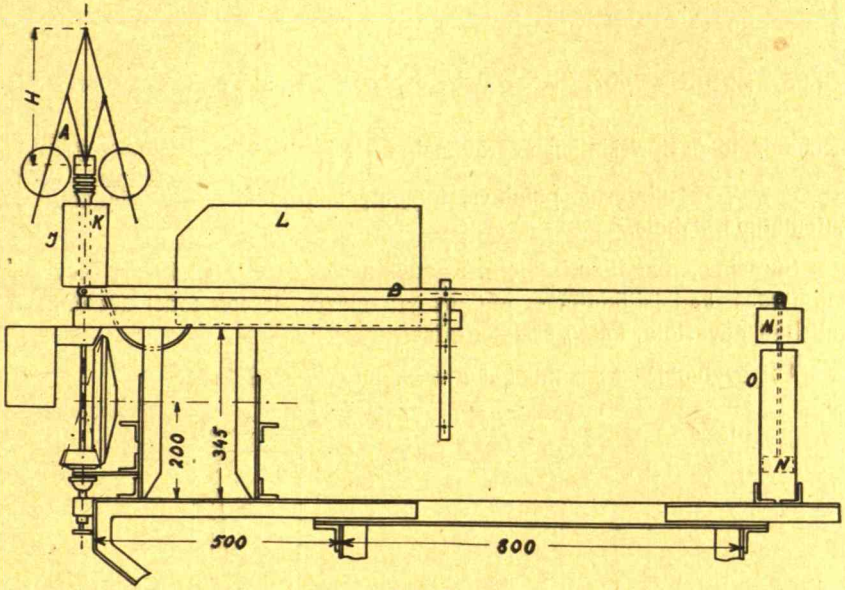
$$\frac{dR}{dH} = 54{,}08 \frac{\text{gr}}{\text{cm}}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

tai H padidėjus vienu cm, svoris R turi padidėti 54,08 gr. Spyruokle tokio savumo suteikti negalima. Aš panaudojau hidraulikos dėsnį skysčio lygmenų lygybei dviejuose induose, kurie yra sujungti tarp savęs vamzdžiu. Tuo tikslu prie movos E prikabinamas ant rutulinio žiedo cilindrinis indas I (6 brėž.), vidury kurio, vamzdyje K, praeina reguliatoriaus ašis A. Indas I, kuris negali suktis, nes remiasi į balansyrą B, sujungtas guminiu vamzdžiu su dideliu indu L, kuriame vandens lygmuo gali būti priimtas pastoviu. Vandens horizontas inde I sutampa su vandens horizontu inde L, vadinasi, yra beveik pastovus, o jo plotas padarytas lygiu 54,08 cm^2; tokiu būdu padidėjus H vienu cm, vandens kiekis inde I padidės 54,08 cm^3 arba indo I svoris padidės 54,08 gr. Vadinasi (4) sąlyga bus patenkinta. Kitame balansyro B gale yra indai M su šratais, kad būtų galima išreguliuoti svorį R pagal (3) sąlygą, ir cilindrinis indas O su laisvai judančiu stūmokliu N, pripildytas skysčio, kad būtų slopinami reguliatoriaus vertikalūs svyravimai, kurie įvyksta, kintant mechanizmo pasipriešinimams.

Vamzdžio K išorinis diametras yra $d_1 = 3{,}2$ cm. Indo I vidurinis diametras d_2 rastas iš sąlygos:

$$\frac{\pi}{4}(d_2^2 - d_1^2) = 54{,}08; \text{ iš kur } d_2 = 8{,}9 \text{ cm}.$$

Jei judant reguliatoriui su kampiniu greičiu $\omega = 2\pi 1/\text{sek}$, mechanizmo žalingi pasipriešinimai padidėtų, tai sukąs reguliatorių momentas ir reguliatoriaus kampinis greitis sumažėtų, o jo šakos su diskais prisiartintų prie ašies, kartu žymiai sumažėtų sekundinis oro pasipriešinimo diskams darbas, proporcingas $\omega^3 . r^3$, kur r — disko centro atstumas nuo ašies. Dėl šitos priežasties, o taip pat veikiant judėjimo kiekių momentui, reguliatoriaus kampinis



6 brėž.

sukimosi greitis ω vėl pradės augti, ir reguliatoriaus šakos stengsis gauti naują mažesnį už pirmutinį atsilenkimą nuo vertikalės, prie kurio sekundinis svorio S—$s = 80—5 = 75$ kg nusileidimo darbas T_m tampa lygus visų pasipriešinimų darbui. Ta nauja šakų padėtis atitiks kampinį greitį $\omega = 2\pi$ 1/sek, nes dėl R pakitimo, tik $\omega = 2\pi$ 1/sek duoda reguliatoriui pusiausvyrą. Pažiūrėsime, kurią veikiančios jėgos S—$s = 75$ kg sekundinio darbo $T_m = (S-s) . v_0 = 75000 . \frac{2{,}35}{60} = 2944 \frac{\text{cm gr}}{\text{sek}}$ dalį sudaro sekundinis oro pasipriešinimo reguliatoriaus diskams darbas T_p, esant normaliam šakų atsilenkimo kampui $\alpha = 45^0$.

Vieno disko plotas $F = \frac{\pi}{4} . 10^2 = 80$ cm^2 $= 0{,}008$ m^2. Disko centro greitis $v = \omega . r = 6{,}28 \times 30 \sin 45^\circ = 133$ cm/sek $= 1{,}33$ m/sek. Oro pasipriešinimas P, diskui judant su greičiu $v = 1{,}33$ m/sek, yra $P = k . F . v^2$, kur koeficientas $k = 0{,}075$ kg/m^2 pagal Eiffel'io tyrinėjimus su gana dideliais plotais F (apie 1 m^2). Mažiems plotams k yra didesnis, todėl paimsim $k = 0{,}1$ kg/m^2.

$$P = 0{,}1 . 0{,}008 . (1{,}33)^2 = 0{,}00141 \text{ kg} = 1{,}41 \text{ gr.}$$

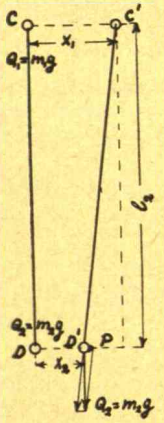
Sekundinis oro pasipriešinimo darbas $=P \cdot v = 1{,}41 \cdot 133 = 188 \frac{\text{cm gr}}{\text{sek}}$. Abiejų diskų oro pasipriešinimo sek. darbas $T_p = 376 \frac{\text{cm gr}}{\text{sek}}$. Imant dėmesin kitų reguliatoriaus dalių pasipriešinimus, galima priimti $T_p = 400 \frac{\text{cm gr}}{\text{sek}}$, iš kur $\frac{T_p}{T_m} = \frac{400}{2944} = 0{,}14$, arba: $T_p = 0{,}14\ T_m$. Prie $\alpha = 30°$, $T_p = 140 \frac{\text{cm gr}}{\text{sek}} = 0{,}05\ T_m$; prie $\alpha = 60°$, $T_p = 730 \frac{\text{cm gr}}{\text{sek}} = 0{,}25\ T_m$. Tokiu būdu, jei žalingų mechanizmo pasipriešinimų svyravimai neperžengs $730 - 140 = 590 \frac{\text{cm gr}}{\text{sek}} = 0{,}2\ T_m$, reguliatorius palaikys tolyginę laikrodžio eigą, veikdamas kaip automatinis stabdis.

Surasime, pagaliau, abiejų švytuoklių AB ir CD (2 brėž.) svyravimų amplitudes, kad įsitikintume, jog jos yra mažos, ir jog todėl švytuoklė CD gali būti pavartota, kaipo seismografas.

Abi švytuoklės schematiškai atvaizduotos 7 ir 8 brėž.



7 brėž.



8 brėž.

Astatinės švytuoklės AB pamatas A daro horizontalius harmoningus svyravimus su amplitude b ir su dideliu dažnumu $N = \frac{\Omega}{2\pi} \frac{\text{svyr.}}{\text{sek}}$ pagal dėsnį:

$$x = b \sin(\Omega t) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Momente t švytuoklė užima padėtį $A'B'$, o jos viršutinis galas — sunkus kūnas $Q_1 = m_1 g$ — užima vietą B', esančią atstume x_1 nuo pusiausvyros padėties B. Neatsižvelgdami į stiebo AB svorį ir masę matome, kad kūnas Q_1 yra veikiamas horizontalia kryptimi dviejų jėgų: dešinėn — stiebo tamprumo

jėgos $P=C(x-x_1)$ ir kairėn — svorio Q_1 ir stiebo išilginės reakcijos horizontalios atstojamosios $S=Q_1\frac{x-x_1}{\frac{2}{3}l_1}$, kurių atstojamoji jėga, atkreipta dešinėn, t. y. teigiamos BX ašies kryptimi, yra:

$$R=P-S=\left(C-\frac{3\,Q_1}{2\,l_1}\right)(x-x_1)=K_1(x-x_1).$$

Koeficientas K_1 turi būti teigiamas, kad kūnas Q_1 svyruotų, ir gali būti prilygintas $K_1=m_1\omega^2_1$. Tada kūno Q_1 horizontalių svyravimų diferencinė lygtis bus:

$$m_1x''_1=R;\ \text{arba:}\ m_1x''_1=m_1\omega_1^2(x-x_1);\ \text{arba:}$$
$$x_1''+\omega_1^2x_1=\omega_1^2x;\ \text{arba:}\ x_1''+\omega_1^2x_1=\omega_1^2b\sin(\Omega t)\ .\ .\ .\ (6)$$

Šios lygties bendras integralas yra:

$$x_1=a_1\sin(\omega_1t+\alpha_1)+\frac{b\,\omega_1^2}{\omega_1^2-\Omega^2}\sin(\Omega t),\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (7)$$

kur a_1 ir α_1 yra integravimo pastovūs dydžiai.

Astatinės švytuoklės ω_1^2 yra mažas, o Ω^2 — didelis; todėl lygtį (7) perrašysim taip: $x_1=a_1\sin(\omega_1t+\alpha_1)+\frac{b}{\left(\frac{\Omega}{\omega_1}\right)^2-1}\sin(\Omega t+\pi)$;

arba: $x_1=a_1\sin(\omega_1t+\alpha_1)+b_1\sin(\Omega t+\pi)\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (8)$,

kur $b_1=\frac{b}{\left(\frac{\Omega}{\omega_1}\right)^2-1}>0.$

Pirmas narys $a_1\sin(\omega_1t+\alpha_1)$ — duoda laisvų kūno Q_1 svyravimų, antras $b_1\sin(\Omega t+\pi)$ — priverstinių jo svyravimų dėsnį. Dydžiai a_1 ir α_1 randami pagal pradinę kūno Q_1 padėtį ir greitį momente $t=0$; dydžiai b_1, ω_1 ir Ω gaunami pagal švytuoklės konstrukciją ir duoto stalo svyravimų dažnumą N ir amplitudę b. Vienąme iš mūsų bandymų turėjome: $b=1$ cm, stalo svyravimo periodą $T=0{,}5$ sek, iš kur $\Omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi}{0{,}5\,\text{sek.}}$; astatinės švytuoklės laisvų svyravimų periodas $T_1=9$ sek, iš kur:

$$\omega_1=\frac{2\pi}{T_1}=\frac{2\pi}{9\,\text{sek.}};\ b_1=\frac{b}{\left(\frac{\Omega}{\omega_1}\right)^2-1}=\frac{1\ \text{cm}}{\left(\frac{9\ \text{sek}}{0{,}5\ \text{sek}}\right)^2-1}=\frac{1}{323}\text{cm}=$$
$$=0{,}0031\ \text{cm}=0{,}031\ \text{mm}.$$

Matome, kad priverstiniai kūno Q_1 svyravimai turi labai mažą amplitudę $b_1=0{,}031$ mm. Norėdami gauti laisvų kūno Q_1 svyravimų amplitudę a_1 ir fazę α_1, diferencijuojame (8) lygtį pagal t:

$$x_1'=v_1=a_1\omega_1\cos(\omega_1t+\alpha_1)+b_1\Omega\cos(\Omega t+\pi)\ .\ .\ .\ .\ .\ (9)$$

ir statome į (8) ir (9) lygtis: $t=0$, $x_1=0$, $x_1'=0$, nes akimirksnyje $t=0$ kū-

nas yra taške B — koordinatų pradžioje — ir rimtyje. Gauname sąlygas dėl a_1 ir α_1:

iš (8) $0 = a_1 \sin \alpha_1$,

iš (9) $0 = a_1 \omega_1 \cos \alpha_1 - b_1 \Omega$.

Bet a_1 nėra nulis, kitaip būtų $-b_1\Omega=0$, o to nėra; taigi $\sin\alpha_1=0$, arba $\alpha_1=0$; $\cos\alpha_1=1$ ir $a_1\omega_1=b_1\Omega$, arba $a_1=b_1\frac{\Omega}{\omega_1}=0{,}031\,.\,18=0{,}558$ mm. Šitas dydis taip pat yra mažas ir greit nyksta dėl slopintojo veikimo į laisvus svyravimus. Bet svyravimų pradžioje $a_1=0{,}558$ mm, todėl galime priimti, neatsižvelgdami į labai mažus priverstinius kūno Q_1 svyravimus, kad kūnas Q_1 pradeda svyruoti pagal lygtį:

$$x_1 = a_1 \sin(\omega_1 t) = 0{,}558 \sin\left(\frac{2\pi}{9\ \text{sek}} \cdot t\right) \text{mm} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Tegu laikui t, kada kūnas Q_1 praėjo kelią $CC' = x_1$ nuo savo pusiausvyros padėties C (8 brėž.), kūnas D yra nuėjęs kelią $DD' = x_2$ ta pačia kryptimi ir atsidūrė vietoje D'. Žiūrėdami į švytuoklę CD, kaip į matematinę, matome, kad horizontalia kryptimi kūną $Q_2 = m_2 g$ veikia jėga $P = Q_2 \frac{x_1 - x_2}{l_2} = \frac{m_2 g}{l_2}(x_1 - x_2)$, atkreipta dešinėn, kaip ir teigiama DX ašis; kūno Q_2 judesio difer. lygtys bus:

$$m_2 x_2'' = P = \frac{m_2 g}{l_2}(x_1 - x_2) \text{ arba: } x_2'' + \frac{g}{l_2} x_2 = \frac{g x_1}{l_2},$$

arba, žymėdami $\frac{g}{l_2} = \omega_2^2$ ir imdami dėmesin (10), gauname:

$$x_2'' + \omega_2^2 x = a_1 \omega_2^2 \sin(\omega_1 t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Bendras šios lygties integralas yra:

$$x_2 = a_2 \sin(\omega_2 t + \alpha_2) + \frac{a_1 \omega_2^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} \sin(\omega_1 t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

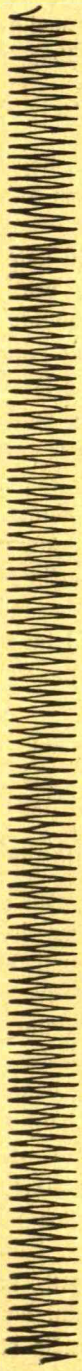
Žymėdami priverstinių kūno svyravimų amplitudę $b_2 = \frac{a_1 \omega_2^2}{\omega_2^2 - \omega_1^2} = \frac{a_1}{1 - \left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2}$, kur $\omega_2 > \omega_1$, turime galutinai kūno Q_2 svyravimų dėsnį:

$$x_2 = a_2 \sin(\omega_2 t + \alpha_2) + b_2 \sin(\omega_1 t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Mūsų atveju $l_2 = 2{,}15$ m, $g = 9{,}81 \frac{\text{m.}}{\text{sek}^2}$ tai $\omega_2^2 = \frac{g}{l_2} = \frac{9{,}81}{2{,}15} = 4{,}56$;

$$\omega_1^2 = \left(\frac{2\pi}{9\ \text{sec.}}\right)^2 = 0{,}487, \text{ taigi } b_2 = \frac{0{,}558}{1 - \frac{0{,}487}{4{,}56}} = 0{,}624 \text{ mm}.$$

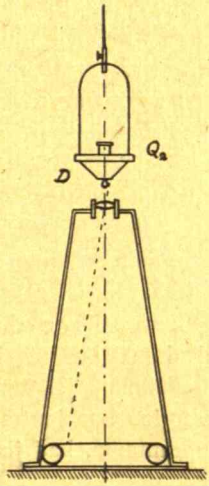
Vadinasi, kūno Q_2 priverstinių svyravimų amplitudė b_2 yra nedidelė, palyginant ją su stalo svyravimų amplitude $b = 10$ mm. Laisvų kūno Q_2 svyravimų



9 brèž.



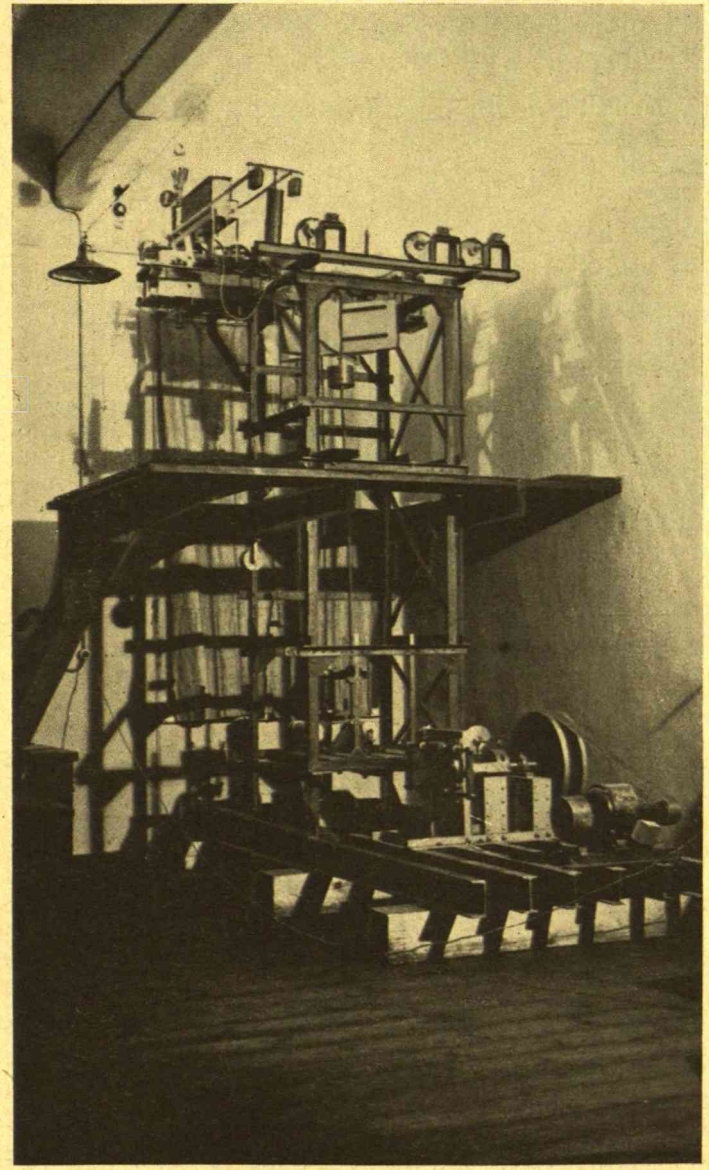
10 brèž.



11 brèž.

amplitudė a_2 ir fazė α_2 randamos, kaip parodyta aukščiau, pasiremiant tuo, kad laikui $t=0$ turi būti: $x_2=0$ ir $x_2' = v_3=0$. Tokiu būdu gausime: fazę $\alpha_2=\pi$ (α_2 nėra nulis, kitaip būtų: $a_2\omega_2+b_2\omega_1=0$, kas yra negalima, nes visi 4 dydžiai a_2, ω_2, b_2, ω_1 yra teigiami); amplitudę $a_2=b_2\frac{\omega_1}{\omega_2}=0{,}624\,.\,0{,}333=$ $=0{,}208$ mm. Matome, kad kūno Q_2 absoliutinė koordinata x_2 neperžengia $a_2+b_2=0{,}208+0{,}624=0{,}832$ mm, esant stalo svyravimų amplitudei $b=10$ mm, ir mažėja dėl laisvų svyravimų slopinimo abiejose švytuoklėse. Praėjus mažam laikui nuo stalo svyravimų pradžios, kūną Q_2 galima priimti kaip beveik nejudomą erdvėje, reiškia pieštukas D, sujungtas su kūnu Q_2, braižys ant popierio K, sujungto su svyruojančiu stalu, diagramą su atsilenkimais nuo centralinės linijos beveik lygiais $-x$, jei $+x$ = stalo svyravimų koordinatai duotam momente. Tyrimai gana gerai patvirtina tokią teorinę išvadą; tai rodo tų pačių stalo svyravimų diagramos, nubraižytos: viena sujungto su stalu pieštuko E ant popierio L (9 brėž.) ir antra — kūno Q_2 ant popierio K ant kūno Q_1, o pakabinta 405 mm. aukščiau, taške C (2 brėž.), kur svyravimų, padidintų čia dėl to, kad švytuoklė CD negalėjo būti pakabinta tiesiog ant kūno Q_1, o pakabinta 405 mm. aukščiau, taške C (2 brėl.), kur svyravimai didesni, negu kūne Q_1. Gi duoti aukščiau amplitudžių išskaičiavimai paremti tuo, kad taškas C sutampa su kūnu Q_1. Bet šitas skirtumas mažai atsiliepia į dydžius a_2 ir b_2, ir diagramos brėž. 9 ir 10 rodo, kad tai nekliudo vartoti dvigubą švytuoklę AB—CD, kaip seismografą horizontaliems stalo svyravimams matuoti.

Kai dėl klausimo, ar aprašytas įrengimas galima vartoti kaip seismografas žemės drebėjimo atveju, tai reikia pasakyti, kad esant mažoms žemės drebėjimo amplitudėms b, kūno Q_2 atsilenkimai nuo rimties padėties neperžengs, kaip matėme, $\frac{b}{12}$, t. y. kūnas Q_2 gali būti priimtas visai nejudomu, reiškia turinčiu pagrindinę seismografo savybę. Bet mažiems žemės drebėjimams registruoti pieštukas D nėra gana jautrus, ir kad mūsų įrengimas būtų tikru seismografu, jis turėtų būti aprūpintas amplifikatoriumi, kuris didina mažų žemės svyravimų diagramą. Geriausiu amplifikatorium galima pasiūlyti toks optinis įrengimas (11 brėž.): vietoje pieštuko D kūne Q_2 įsukama maža elektrinė lemputė (šviečiąs taškas); po lempute prie fundamento gerai pritvirtinama ilga ir stipri fotografinė kamera, duodanti lemputės atvaizdą, padidintą nemažiau kaip 10 kartų, vadinasi nemažiau kaip 10 kartų didesniame atstume nuo objektyvo, kaip pati lemputė. Tuomet, žemei su kamera drebant, visi reliatyvūs lemputės svyravimai kameros atžvilgiu bus nufotografuoti 10 kart didesniame maste ant tolyginiai judančios filmos, ir visi atsilenkimai bus atvaizduoti fotografijoje ta pačia kryptimi, kaip realus žemės drebėjimai, jei filmos greitis nebus didelis. Galima spėti, kad toks amplifikatorius bus jautresnis ir tikslesnis už bet kokį mechaninį amplifikatorių. Suprantama, kad jis negali būti pritaisytas prie svyruojančio stalo.



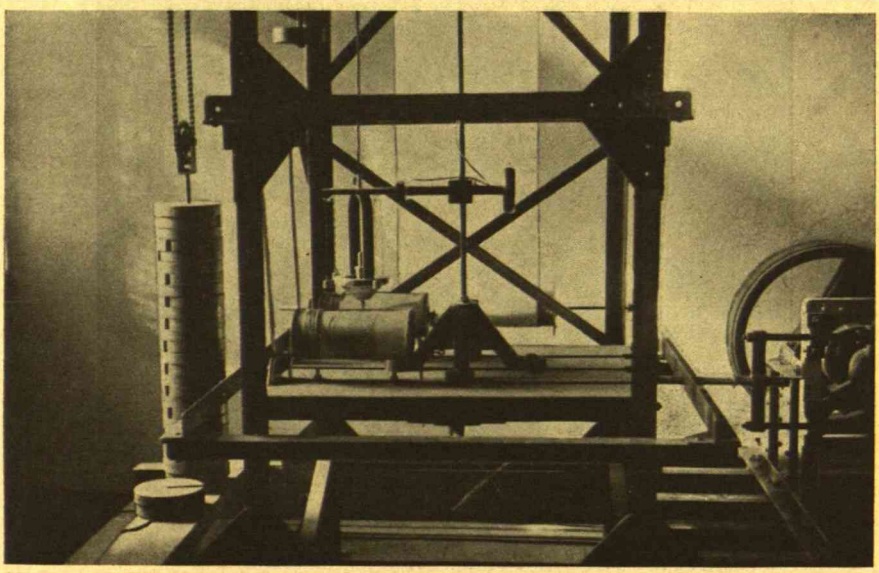
12 a břež.

Mūsų gauta išvada, kad kūnų Q_1 ir Q_2 laisvų svyravimų pradinės amplitudės a_1 ir a_2 yra mažos, tinka tam nuotykiui, kada šitie kūnai staiga gauna pradinį judesį, smūgio pavidale, kaip antai žemės drebėjimo atveju; tada, kaip matėm, $a_1\omega_1 - b_1\Omega = 0$ ir $a_2\omega_2 - b_2\omega_1 = 0$, t. y. laisvų ir priverstinių svyravimų pradiniai greičiai atsisveria, ir turime: $\frac{a_1}{b_1} = \frac{\Omega}{\omega_1} = \frac{9}{0{,}5} = 18$,

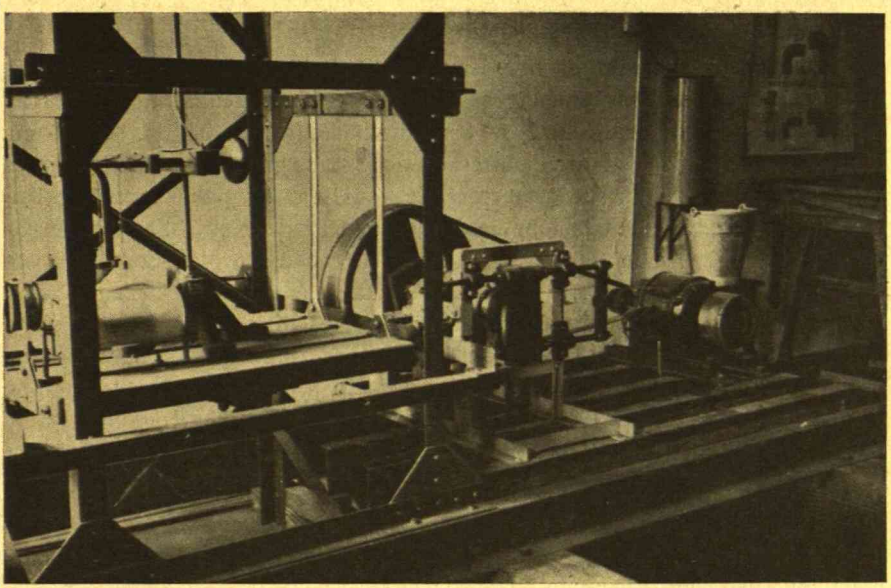
$$a_1 = 18\, b_1;\ \text{ir}\ \frac{a_2}{b_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3},\ a_2 = \frac{b_2}{3};$$

reiškia, jei b_1 ir b_2 yra maži, tai ir a_1 ir a_2 nedideli. Kitaip atrodo svyruojančio stalo atvejis, nes ten didelis stalo svyravimų dažnumas Ω gaunamas nuo motoro pamažu ir tada praeinama per rezonansą su ω_1 ir ω_2, kur $\frac{a_1}{b_1} = 1$, be to b_1 ir b_2 didėja, todėl gaunamos ir didesnės amplitudės a_1 ir a_2, kaip tat rodo pradinio judesio diagramos K (10 brėž.).

Pagaliau, kalbant apie mūsų pavartotą būdą kūnų Q_1 ir Q_2 svyravimų formulėms išvesti, galėtų būti padarytas priekaištas, kad x_1 formulė gauta netiksliai, nes kūno Q_1 svyravimai pareina nuo kūno Q_2 svyravimų, vadinasi, kad x_1 yra x_2 funkcija, kaip x_2 yra x_1 funkcija, gi mūsų buvo priimta, kad x_1 nepareina nuo x_2. Tokiam priekaištui atremti reikia pastebėti, kad ne tik žemei drebant, bet ir stalui svyruojant, atsverta svorio $Q_3 = 1{,}5$ kg. (2 brėž.) lengva švytuoklė CD atsilenkia labai mažai nuo vertikalės, todėl jos svyravimų veikimas į sunkios švytuoklės AB judesį neturi žymios reikšmės, ir į jį teorijoje nebuvo atsižvelgta.



12 b brėž.



12 c brėž.

Visas aprašytas įrengimas (12 brėž.) yra V. D. U-to Technikos Fakulteto Mechanikos Kabineto mokomojo personalo savarankiška konstrukcija. Projektuojant detales, daug padėjo asist. inž. J. Jankauskas ir laborantas Vyt. Maciūnas, kuris taip pat atliko visus darbo brėžinius; už tai turiu pareikšti jiems mano širdingą padėką. Mechaninis darbas atliktas Kaune, Aukšt. Technikos Mokyklos dirbtuvėse, maloniai sutikus tos mokyklos Direktoriui inž. J. Graurogkui. Šio svyravimams tyrinėti prietaiso pagaminimas pareikalavo 3 metų darbo (1932—1935) ir jis apsiėjo 5960 Lt., neskaitant Mechanikos Kabineto personalo darbo.

Kaunas,
1936. V. 25 d.

Platon Yankovski, Dr. Ing.
ancien professeur à l'Université de Kaunas, Lithuanie,
membre de la Société des Ingénieurs Civils de France.

Plateforme oscillante et seismographe du Cabinet de Mécanique de l'Université Vytautas-le-Grand à Kaunas

Résumé

La plateforme oscillante est construite dans le but d'illustrer la théorie du mouvement oscillatoir, de vérifier les oscillographes, de démontrer l'effet nuisible exercé sur les fondations par la marche des moteurs à mouvement alternatif.

L'appareil est spécialement approprié pour l'examen de la sensibilité d'un simple seismographe installé sur la plateforme.

Pour mieux satisfaire au but démonstratif de l'installation, la plateforme et le seismographe sont aménagés à l'intérieur d'un treillis metallique en forme d'une tourelle quadrilatère de 3 mt. de hauteur et de 0,8 mt. sur 0,8 mt. dans le plan, fondée sur des poutres en acier et le plancher en béton armé (fig. 1 et 12). La tourelle est accessible dans tous les points par l'escalier et le balcon contournant la tourelle à une hauteur de 2 mt. La plateforme oscillante de dimensions 0,8 mt. sur 0,6 mt., suspendue sur 4 ressorts en acier de 0,5 mt. de longueur et de section 20×3 mm², est mise en mouvement horizontal harmonique par le mécanisme du cadre oscillant, mû par un électromoteur à courant continu avec transmission par courroie. L'amplitude des oscillations de la plateforme peut varier de zéro jusqu'à 30 mm., le nombre des oscillations — jusqu'à 300 par minute, grâce à un simple rhéostat à l'eau, permettant de varier la vitesse du moteur d'une manière continue.

Le seismographe, fixé provisoirement à la plateforme (fig. 2), consiste en une pendule renversée ou astatique AB d'une hauteur théorique 1,8 mt. et totale 2,39 mt., sur la partie supérieure de laquelle est suspendue par un fil métallique une simple pendule CD de la longueur théorique 2,24 mt., dont le bout inférieur D porte le crayon, traçant le diagramme Nr. 2 seismographique sur la bande du papier, mûe horizontalement par des rouleaux, fixés à la plateforme. La tige cylindrique de la pendule astatique est en acier de 11 mm. de diamétre et porte en haut une masse lourde $Q_1=10$ kg., un absorbeur (frein) aërien des oscillations libres, pésant env. 2 kg., et, au sommet, le crayon B qui trace le diagramme Nr. 1 sur la bande du papier, mûe horizontalement par des rouleaux fixés à la tourelle. Le poids $Q_2=1,5$ kg. de la pendule simple est contrebalancè par un poids égal $Q_3=1,5$ kg., fixé symmétriquement au sommet de l'absorbeur. Le troisième diagramme Nr. 3, donnant des vrais oscillations de la plateforme, est tracé par le crayon E, fixé à la plateforme, sur la bande du papier mûe verticalement par des rouleaux fixés à la tourelle. Toutes les trois bandes marchent avec une même vitesse de 5 $\frac{\text{mm}}{\text{sec.}}$, le mouvement uniforme des rouleaux étant assuré par un robuste mécanisme d'horloge.

Les périodes des oscillations totales libres de deux pendules sont respectivement: $T_1=9$ sec. — pour la pendule astatique et $T_2=3$ sec. pour la pendule simple. Si la plateforme commence subitement à osciller avec une amplitude $b=10$ mm. et une période ne dépassant pas $T=0,5$ sec., le calcul ainsi que l'expérience montrent que les vibrations des masses Q_1 et Q_2 sont très petites, et leurs amplitudes primitives complètes, c'est-à-dire celles des oscillations libres a et des oscillations contraintes b, ne dépassent pas: $a_1+b_1=$ $=0,6$ mm. pour la masse Q_1 et: $a_2+b_2=0,83$ mm. — pour la masse Q_2. Mais pour le crayon B, traçant le diagramme Nr. 1, ces vibrations sont de

beaucoup agrandis — jusqu'à: $a_1' + b_1' = 0{,}84 + 4{,}95 = 5{,}79$ mm. — par suite de la position éloignée du crayon B du centre de la masse Q_1. Par rapport aux oscillations rapides de la plateforme la masse Q_2 et son crayon D restent pratiquement en repos, de sorte que les diagrammes Nr. 2 et Nr. 3 ne diffèrent pas l'un de l'autre, si l'on ne considère que les oscillations de courte période T et que l'on ignore les oscillations libres de longue période T_1 et T_2 qui sont vite absorbées par la résistance de l'air. Donc, les diagrammes Nr. 2 et Nr. 3, symétriques par rapport aux oscillations de courte période, peuvent être substitués l'un à l'autre (fig. 9 et 10), ou, en d'autres termes, le diagramme Nr. 2 (fig. 10) peut servir de seismogramme pour le seïsme artificiel, effectué par la plateforme oscillante. Quant au crayon B de la pendule astatique traçant une courbe irrégulière Nr. 1 avec les écarts de la ligne droite dépassant ± 5 mm. pour les oscillations de la plateforme égales à ± 10 mm., — il est évident qu'il ne peut pas servir de seismographe dont la qualité essentielle est l'immobilité.

En cas d'un seïsme naturel horizontal, lorsque le moteur est en repos et la plateforme fixée à la tourelle, le crayon B effectuera des vibrations absolues atteignant la moitié des oscillations seismiques, donc le diagramme Nr. 1 ne sera pas utilisable; le crayon pratiquement immobile D de la simple pendule donnera le seismogramme Nr. 2; le crayon E de la plateforme decrira une ligne droite.

Les conditions essentielles pour le bon fonctionnement d'un simple seismographe qui vient d'être décrit, sont les suivantes:

1) une assez grande longueur de deux pendules, pas moindre de 3 mt.; 2) une longue période d'oscillations libres de la pendule astatique ($T_1 > 10$ sec.); 3) une suspension précise de la simple pendule à la hauteur du centre de gravité de la masse lourde Q_1 de la pendule astatique; 4) un assez grand absorbeur aërien des oscillations libres de la pendule astatique; 5) une assez grande masse lourde de la pendule simple ($Q_3 > 3$ kg.).

Ces conditions n'ont pas été suffisemment remplies dans l'appareil décrit ci-dessus, ce qui explique la discordance qu'on observe entre les diagrammes Nr. 2 et Nr. 3 des oscillations de la plateforme. Un pareil seismographe à crayon ne peut servir qu'à noter les tremblements horizontaux assez considérables du terrain. Pour le faire assez sensible à déceler les petits seïsmes presque quotidiens, il faudrait le munir d'un amplificateur des oscillations seismiques. Le meilleur serait un amplificateur optique (fig. 11), consistant en une longue et solide camera-photographique, bien fixée à la fondation audessous de la masse lourde Q_2, portante, au lieu du crayon D, une petite lampe électrique (un point lumineux) dans une distance dépassant un peu la distance focale de l'objectif, de sorte que l'image du point lumineux sur le film marchant uniformement s'obtiendrait au moins à une distance 10 fois plus grande que celle de la lampe à l'objectif. Alors les oscillations du terrain avec la camera seront reproduites sur le film par des oscillations de

l'image de la lampe, agrandies dans la même proportion et dirigées dans le même sens que les déplacements du terrain, si le film marche lentement.

Le mécanisme d'horloge (fig. 4), actionnant 3 pairs de rouleaux avec 3 bandes de papier pour les diagrammes Nr. Nr. 1, 2 et 3, est d'une construction spéciale, avec le poids moteur de 75 kg., parcourant la hauteur de 2,2 mt. en 93½ minutes, c'est-à-dire avec la vitesse uniforme de $0{,}3925\frac{\text{mm.}}{\text{sec.}}$. Les rouleaux des diagrammes Nr. 1 et Nr. 3 peuvent se déplacer le long de leurs axes, pour la meilleure utilisation du papier; la marche de tous les rouleaux est réversible pour la même raison. Cela occasionne une variation des résistances passives du mécanisme et la nécessité de régler bien la marche de l'horloge pour garantir la vitesse uniforme du papier, égale toujours à $5\ \frac{\text{mm}}{\text{sec.}}$. Puisque le mouvement continu du papier n'admettait pas de réglage à pendule laquelle produit un mouvement intermittent, un régulateur isochrone centrifuge de type Watt est construit, dont les branches portent des ailettes en forme de disques, constituant un frein aërien, qui soutient à chaque moment l'équilibre entre le travail des résistances passives et le travail du poids moteur, dont la puissance constante est de $75000 \cdot 003925 = 2944\ \frac{\text{cm. gr.}}{\text{sec.}}$. La construction du régulateur isochrone est basée sur les considérations suivantes.

L'équation de l'équilibre d'un régulateur Watt, tournant à une vitesse angulaire ω, chargé sur son manchon d'un poids R et dont les branches forment un angle α avec l'axe de rotation, se réduit à la forme suivante:

$$\frac{\omega^2}{g} \cdot \cos\alpha = \frac{R \cdot a + B}{C}$$

dans laquelle: $g = 981\frac{\text{cm.}}{\text{sec.}^2}$, a — la longueur d'un côté du losange, formant le régulateur Watt (fig. 5), B et C — constantes dépendant des longueurs et des poids des autres parties tournantes du régulateur. Notons que cette équation, qui est celle des moments des forces extérieures et d'inertie des parties tournantes d'une branche par rapport à l'axe horizontale passant par le sommet du régulateur, ne contient pas de moment de la résistance de l'air à la rotation, car cette résistance est parallèle à l'axe des moments. En désignant par H la distance entre le sommet et le manchon du régulateur, on a: $H = 2a\cos\alpha$, d'où: $\cos\alpha = \frac{H}{2a}$, et la formule précédante devient:

$$\frac{\omega^2}{2ga} H = \frac{Ra + B}{C}$$

Pour un régulateur isochrone: $\frac{\omega^2}{2ga} = \text{const.} = A$, et on a:

$$A \cdot H = \frac{R \cdot a + B}{C}$$

— une équation linéare entre deux variables H et R, d'où l'on tire:

$$R = \frac{ACH}{a} - \frac{B}{a}.$$

Donc, pour avoir un régulateur isochrone il faut que le poids R porté par le manchon varie proportionellement à ladistance H du manchon au sommet du régulateur Watt. Ce problème à été résolu de la manière suivante (fig. 6). Un vase cylindrique est suspendu au manchon sur un coussinet à billes; la section horizontale intérieure du vase est égale à $\frac{AC}{a}$ cm², si R est en grammes, et le fond du vase, qui ne tourne pas, est relié par un tube léger en caoutchouk avec un grand réservoir rempli d'eau qui entre dans le petit vase et y conserve le niveau constant du grand réservoir. Donc, pour chaque accroissement de la distance H d'un centimètre le poids d'eau contenue dans le petit vase augmente de $\frac{AC}{a}$ grammes, ce qui est la condition voulue pour l'isochronisme du régulateur.

Les principaux éléments su régulateur sont (fig. 5) : $a = 14$ cm., longueur théorique du bras: $b = 30$ cm., diamètre du disque $d = 10$ cm., son poids avec écrou $P + p = 420$ gr.; vitesse angulaire de rotation $\omega = 2\pi \frac{1}{\text{sec.}}$ (un tour par seconde);

$$A = \frac{\omega^2}{2ga} = 0{,}00144 \frac{1}{\text{cm}^2}; \quad B = 18768 \text{ cm. gr.}; \quad C = 525728 \text{ cm}^2 \text{ gr.}$$

$R = 54{,}08 \cdot H - 1340{,}6$ gr., si H est exprimé en cm.

Travail absorbé en une seconde par la résistance de l'air à la rotation du régulateur:

$$T_o = 2 \cdot k \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot v^3 + 6\,\% \frac{\text{cm. gr.}}{\text{sec.}},$$

où: $k = \frac{1}{10^6} \frac{\text{gr. sec}^2}{\text{cm}^4}$ — pour les petites surfaces (tandis que pour les grandes, selon Eiffel: $k = \frac{0{,}75}{10^6} \frac{\text{gr. sec}^2}{\text{cm}^4}$), $v = \omega b \sin \alpha$. Puisque la puissance du moteur est: $T_m = 2944 \frac{\text{cm. gr.}}{\text{sec.}}$, le travail absorbé chaque seconde par la résistance de l'air comporte:

$$\text{pour } \alpha = 30^\circ: T_p \cong 140 \frac{\text{cm. gr.}}{\text{sec.}} = 0{,}05\, T_m$$

$$\text{pour } \alpha = 45^\circ: T_p \cong 400 \frac{\text{cm. gr.}}{\text{sec.}} = 0{,}14\, T_m$$

$$\text{pour } \alpha = 60^\circ: T_p \cong 730 \frac{\text{cm. gr.}}{\text{sec.}} = 0{,}25\, T_m$$

En marche normale des trois bandes de papier l'angle $\alpha = 45°$, $H = 19{,}8$ cm., $R = -271{,}4$ gr.; la charge négative (dirigée en haut) du manchon s'effectue au moyen d'un levier avec contrepoids et absorbeur des oscillations verticales du régulateur (fig. 6).

Si l'on exclut du fonctionnement les deux rouleaux supérieurs du diagramme Nr. 1, les résistances du mécanisme diminuent, la vitesse de marche augmente, les bras du régulateur montent, le travail de la résistance de l'air s'accroit. En même temps la charge R du manchon diminue et la vitesse de rotation du régulateur s'affaiblit grâce à l'accroissement de la résistance de l'air et à la loi des quantités de mouvement dont les bras du moment se sont accrûs. Définitivement le régulateur prendra une nouvelle position d'équilibre, avec un angle d'ouverture α plus grand que 45°, mais avec la même vitesse angulaire $\omega = 2\pi \frac{1}{\text{sec.}}$, car la condition d'équilibre sera satisfaite pour le nouvel angle α, mais absorbant un plus grand travail pour vaincre la résistance de l'air, afin que la somme des travaux de toutes les résistances passives du mécanisme soit de nouveau équilibré avec la puissance normale du moteur $T_m = 2944 \frac{\text{cm. gr.}}{\text{sec.}}$.

Dans le cas contraire de l'augmentation des résistances passives du mécanisme, ce qui arrive, par exemple, lorsque les deux bandes horizontales marchent en arrière et la bande verticale monte, les choses se passent en sens invers, et le régulateur s'installe dans une position telle que l'angle $\alpha < 45°$, et que le travail de la résistance de l'air soit amoindri de la quantité absorbée en excès dans les rouleaux. L'angle α pouvant varier de 30° jusqu'à 60°, le régulateur isochrone assure la marche uniforme de l'horloge tant que la variation du travail des résistances passives du mécanisme ne dépasse pas $730 - 140 = 590 \frac{\text{cm. gr.}}{\text{sec.}}$ ou 20% de la puissance du moteur.

Pour pouvoir utiliser la double pendule, installée sur la plateforme bien fixée, comme seismographe, en cas de tremblements du terrain considérables, sans faire marcher constamment les bandes de papier, l'appareil est muni d'un katalysateur (fig. 3) qui, au moment du moindre tremblement de la fondation, déclenche ,par le courant électrique, la marche du régulateur de l'horloge; en même temps un alarme sonore et lumineux fait connaître au personnel de service le commencement du phenomène.

Toute cette construction, étudiée et projettée par l'auteur et ses assistants M. M. Jurgis Jankauskas et Vytautas Maciunas, exigea le travail de trois ans (1932—1935) et fut exécutée dans les Atéliers mécaniques de l'Ecole Technique Supérieure de Kaunas; elle coûta 5960 litas (14900 Fr.).

Stat. inž. J. Gabrys.

Betoninės ir gelžbetoninės trijų šarnyrų arkos*)

Įvadas

Tuo tarpu, kai inžinierijos mokslas šiuo laiku turi pakankamai techniškų metodų ir duomenų didžiausiems įtempimams esamuose ar suprojektuotuose pastatuose patikrinti, trūksta duomenų betarpiškai ir greit nustatyti racionales pastatų formas. Norint statiškai nustatyti tinkamą pastato formą, tenka atlikti visą eilę mėginimų: pirmą formą priima pasivaduodami jau esamais pavyzdžiais, arba ima kaip statiškas jausmas nusako, apskaičiuoja pasireiškiančius didžiausius įtempimus, pataiso priimtąją formą ir vėl kartoja tą pat, kol bus pasiekti tinkami įtempimai. Prityręs projektuotojas čia, žinoma, yra geresnėje padėtyje, jo statiškas jausmas geriau išsirutulioję, jis turi išsidirbęs visą eilę praktiškų projektavimo taisyklių, empirinių duomenų ir kt. Bet ir jis turi žengti, kad ir ne ilgu, bet vis dėlto nuobodžiu mėginimų keliu. Ką bekalbėti apie studentą, techniką ar bepradedantį toje srity dirbti inžinierių. Jis turi sugaišti daug laiko, kol pasieks tinkamą pastato formą.

Viskas, kas čia pasakyta, itin liečia labai svarbių pastatų rūšį — arkinius tiltus. Šis veikalas yra skiriamas tiltų trijų šarnyrų arkoms projektuoti, jo tikslas — ištirti ir išreikšti formulėmis medžiagos kiekių, konstrukcinių storių, svorių ir skėtimo jėgos pareinamumą nuo angų ir pakylų betoninėms ir gelžbetoninėms trijų šarnyrų arkoms. Drauge norima palengvinti tiltų arkų projektavimą, patiekiant duomenis, kurie galėtų būti naudojami variantams ir jų sąmatoms, o taip pat kuriuos galima būtų imti tikslaus (griežto) skaičiavimo pagrindan, jei tiltų projektavimo sąlygos nesiskiria ar nežymiai skiriasi nuo priimtų šiame veikale. Iš įvairių rūšių arkų paimtos tik ištiso keturkampio piūvio, simetriškos trijų šarnyrų arkos su ištisu ir spragotiniu viršaus statiniu, — dažniausiai mūsų sąlygomis pasitaikanti konstrukcija.

Iš medžiagų, kurios gali būti taikomos tiltų arkoms, pasirinkta betonas ir gelžbetonis, nes akmuo, nesant pas mus tinkamų karjerų, ir dėl sunkesnio apdirbimo, eiliniems sauskelių tiltams mažiau tinka, kaip betonas ar gelžbetonis. Betono pirmenybės prieš akmenį yra: 1) pigesnė statyba, žvyrą vi-

*) Šis mokslo veikalas autoriaus patiektas Technikos Fakulteto Tarybai kaipo disertacija inžinierijos daktaro laipsniui gauti. (Red.).

sada galima rasti netoli statybos vietos, 2) galima pasiekti norimų aukštų atsparumų, nustatant tinkamą betono mišinio proporciją ir 3) jam lengva duoti bet kurią pageidaujamą formą.

Statišku atžvilgiu pasirinkta trijų šarnyrų arkos dėl tokių priežasčių: 1) kadangi arka yra statiškai išsprendžiama, skaičiavimas yra gana paprastas ir leidžia labai tiksliai nustatyti visus įtempimus, 2) nėra tempimo įtempimų dėl temperatūros pasikeitimų ir nežymių atramų pasislinkimų, aplinkybė, kuri mūsų sąlygomis yra labai vertinama, 3) nėra papildomų įtempimų dėl betono susitraukimo stingstant, 4) nėra įtempimų dėl arkos suslūgimo ir pastolių nusėdimo, kas būna statiškai neišsprendžiamose arkose.

Kiek pastorinta ties ketvirtadaliu angos arka anksčiau kai kieno buvo laikoma ne visai graži, tą pastorinimą stengėsi paslėpti, pasinaudodami šoninėmis skliauto sienelėmis taip, kad iš lauko pusės skliautas atrodytų nuolat storėjąs nuo spynos į atramas. Dabarties metu statikos reikalavimais pagrįsta forma laikoma savaime suprantama ir tiksli, nes kiekviena racionali forma turi savotiško grožio.

Kadangi gelžbetonis nėra homogeniška medžiaga, ir gelžbetoninių arkų medžiagos kiekiai bei storiai pareina, be pamatinių išmatavimų, dar ir nuo arkų sistemos, važiuojamosios dalies konstrukcijos, armatūros rūšies ir kiekio, tai gauti praktiškai tinkamas formules bei duomenis, kurie tinkamai įvertintų visus šiuos veiksnius, yra fiziškai neįmanoma; iš daugelio arkų konstrukcijų teko pasirinkti studijoms ištisas ir spragotines arkas su dviguba simetriška lanksčia armatūra, kurios mūsų sąlygomis dažniausiai pasitaiko.

Geležinkelių tiltai liko nepaliesti, nes sunkios DIN normos traukiniams N ir E tipo projektuoti, apribuoja nearmiruoto betono pritaikymą tik visai mažiems tiltams, o didesnių angų betoniniai geležinkelio tiltai dėl savo formos (labai išsipūtusios ties ketvirtadaliu angos arkos) ir ekonominiu atžvilgiu yra nepageidaujami.

Šiame veikale vadovautasi tokiais pagrindiniais pastatų projektavimo reikalavimais:

1) statybos medžiaga parenkama atitinkanti pastatą (įtempimų kraštutiniai dydžiai ir kt.), nes aišku, kad, pav., 20 m betono arkų medžiaga turi skirtis nuo 50—60 m angos arkų medžiagos;

2) arkos forma taip nustatoma, kad būtų pasiekta mažiausių (ekonomiškiausių) išmatavimų, abiejose fūgos briaunose būtų pasiekti maksimalūs leistini gniužimo įtempimai esant pavojingiausiam apsloginimui, vadinasi stengiantis kad būtų pilnai išnaudota medžiaga;

3) kiek galima buvo kreipiama dėmesio į pigų statymą ir gerą išvaizdą;

4) buvo stengiamasi sudaryti patogias, praktiškas formules, kurios leistų greit ir pakankamai tiksliai surasti reikalingus projektavimui konstrukcinius storius, o sąmatoms — medžiagos kiekius.

Praktikai žino, kaip sunku suderinti reikalavimus 1—3, ypač pigaus statymo ir geros išvaizdos reikalavimai labai varžo ir verčia sudarinėti keletą

variantų. Skaičiuoti variantus, neturint tam tikrų konstrukcinių ir empirinių duomenų, — daug laiko kaštuojąs darbas. Šio veikalo rezultatai šitą laiką sutrumpina iki keliolikos minučių.

Kadangi medžiagos kiekių ir storių formulės pareina nuo šarnyrų padėties (paduose ar iškišti į angą), tai laikau reikalingu pažymėti, kad mano priimta dažniausiai pasitaikanti šarnyrų padėtis — arkų paduose. Norint pasinaudoti išvestomis formulėmis arkoms su iškištais šarnyrais skaičiuoti, medžagos kiekius ir storius pakankamai tiksliai gausime, sumažindami formulių rezultatus 10% (žiūr. Dr. ing. J. Hoppe. Dissertation „Untersuchung über die Auskragung der Seitengelenke massiver Dreigelenkbogen", 1930), arba jei paliekami išmatavimai arkų su šarnyrais paduose, didžiausius įtempimus galima sumažinti 10%. O aplamai šarnyrų iškišimo į angą šiame veikale neliečiu, nes, kaip įrodė inž. dr. Hoppe, šarnyrų iškėlimas į angą kai kada, pavyzdžiui, arkoms su didele pakyla, neduoda jokios medžiagos ekonomijos, nes kas sutaupoma arkos betone, tai išleidžiama atramoms ir taurams pastorinti. Apskritai nedidelis šarnyrų iškišimas yra naudingas ekonomiškumo ir išvaizdos atžvilgiu, bet spręsti, kuri šarnyrų padėtis yra geriausia, nagrinėjant vien tik arkas, deja, negalima; čia reikia imti visą kompleksą iki atramų pado.

Taip pat noriu čia paminėti skaičiavimo operacijų atlikimą ir užsibrėžtąjį tikslumą. Didelio arkų skaičiaus akivaizdoje (52 įvairios arkos, kiekviena teko, be pirmojo skaičiavimo, dar vidutiniškai dusyk perskaičiuoti), visi skaičiavimai, išskyrus visų duodamų matematiškų formulių išvedimą, teko atlikti su logaritmine liniuote, kuri ir nustato šių skaičiavimų tikslumą. Dėl šio tikslumo kai kada nekonsekventiški praktikai pasistato perdidelius reikalavimus, kurie yra betiksliai. Jei mes priimam kaipo vienetus metrus ir tonas, tai tūrio vieneto svoriai ir duotieji išmatavimai jau antroje (šimtų dalių) vietoje nėra tikslūs. Naudingas apsloginimas, lygiai kaip ir leistini įtempimai duoda dar mažesnį tikrumą. Todėl, kad ir labai smulkiai skaičiuodami, vis dėlto masyvinių konstrukcijų išmatavimų tūkstantąsias dalis aplamai negalime laikyti tikromis.

Dėl tos priežasties galutinių rezultatų išmatavimai imti be tūkstantųjų dalių (išskyrus tik arkos ordinates), svoriai, šarnyrų reakcijos ir kt. imta tik su dešimtosiomis dalimis, įtempimai — sveikais tonų skaičiais vienam m^2. Tuo būdu rezultatų tikslumą galima laikyti arti 1%.

Bedirbdamas su inž. dr. Kögler'io, Strassner'io ir kitomis tabelėmis įsitikinau, kad jokios, kad ir tiksliausiai sudarytos, tabelės negali pagauti visų konstrukcijos savybių, ypač jos nepagauna spragotinių arkų ašies formą netoli spynos, kur spragotinis viršaus statinys pereina į ištisą (masyvinę) konstrukciją. Čia lyg ir nutrūksta apsloginimo dėsnis, padėtas tabelių pagrindan. Gelžbetoninėse arkose spragų pasiskirstymas bei skaičius nustatomas ne tik techniniais, bet ir architektoniškais sumetimais. Mano priimtos konstrukcijos arkose spragų skaičius, angos ir k. buvo priimtas vienodas visoms angoms ir vienodai išskirstytas (proporcingai angoms), bet vis dėlto mažos

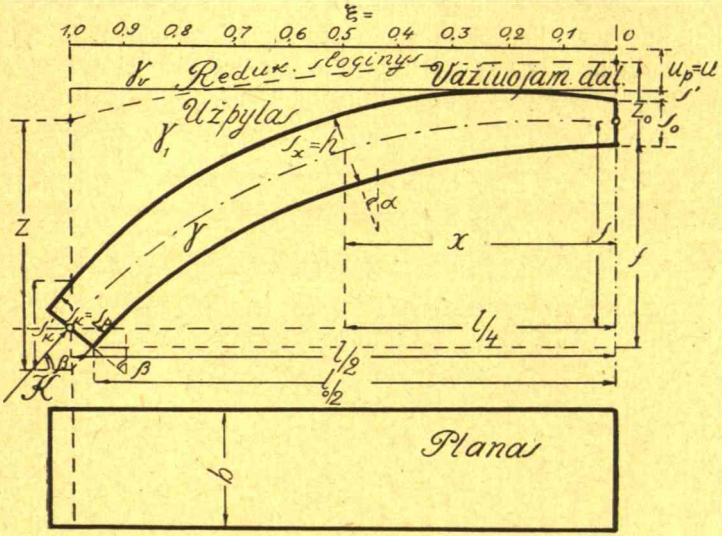
pakylos arkose kai kuriose angose jį teko sumažinti viena spraga, įtaisius masyvinę konstrukciją, nes kitaip būtų gauta nepilna ir architektoniškai negraži spraga, o tas viskas atsiliepia, žinoma, į ašies ordinates, svorius ir k. Todėl ir savo formulėms bei ašies ordinačių tabelėms galiu skirti tik tiek tikslumo, kiek jos atatinka pagrindines I skyriaus (projektavimo) sąlygas ir priimtas konstrukcijas. Mano parinkta plačiausia taikoma konstrukcija, ir jai bei labai artimai konstrukcijai skiriami duomenys duoda tikslumą, kuris leidžia imti juos galutinio tikslaus skaičiavimo pagrindan, sutaupius keletą perskaičiavimų. Bet ir kitoms artimoms projektavimo sąlygomis konstrukcijoms šitie duomenys su dideliu pasisekimu gali būti panaudoti tiksliam arkų skaičiavimui, žymiai sutrumpinant visą procesą. Tačiau būtų klaidinga manyti, kad aplamai formulės bei ordinačių tabelės gali pavaduoti galutinį tikslų skaičiavimą. Jokios formulės ir tabelės negali atpalaiduoti sąmoningą projektuotoją nuo arkų tikslaus skaičiavimo — tas prieštarautų atsakomybės pojučiui, kuris yra privalus kiekvienam projektuotojui, jeigu jis apie siūlomas formules ir duomenis težino, kad jie sudaryti apsloginimo dėsniams, kurie gal ir nevisai atatinka jo turimąją konstrukciją.

I. Skaičiavimo pagrindai

Bendros žinios

Šiame veikale nagrinėjamos simetriškos trijų šarnyrų arkos, redukuojant visas veikiančias jėgas į 1 m pločio juostą.

Yra duoti (1 brėž.):



1 brėž.

skaičiuojamoji anga l*) ir arkos plotis b;
važiuojamosios dalies plutos storis u_p (skaldos žievės ar grindinio ir p.);
arkos medžiagos tūrio vieneto svoris γ;
arkos užpilo tūrio vieneto svoris γ_1;
važiuojamąją dalį palaikančios plokštės vieneto svoris γ_2**);

Važiuojamosios dalies tūrio vieneto svoris γ_v nustatomas formule

$$\gamma_v = \frac{2T_k\gamma_k + 2T_š\gamma_š + 2T_t\gamma_t + T_p\gamma_p}{b \cdot u_p}, \text{ kur}$$

T_k ir γ_k — 1 ts. m konsolės tūris ir tūrio vieneto svoris
$T_š$ ir $\gamma_š$ — „ „ šalitilčio plokštės „ „ „ „ „
T_t ir γ_t — „ „ turėklų „ „ „ „ „
T_p ir γ_p — „ „ važ. dal. plutos „ „ „ „ „

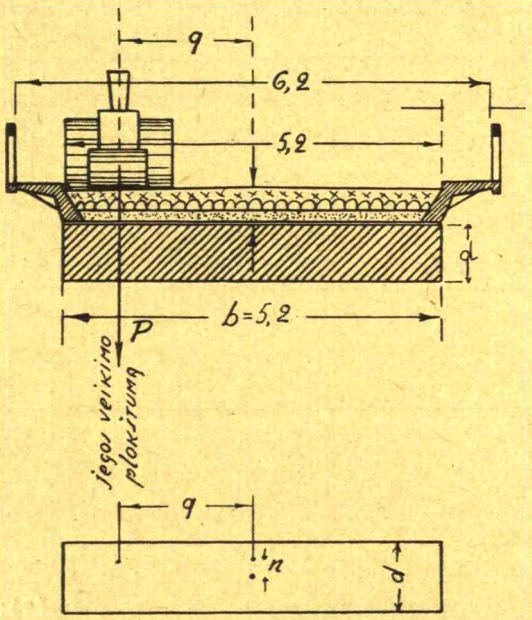
*) Jei duota šviesioji anga l_0, tai skaičiuojamoji anga nustatoma su apytikre formule $l = l_0 + s_0\frac{f}{l_0}$, čia s_0 — storis spynoje, f — strėlė.

**) Spragotinių arkų.

Minimalus leistinas įtempimas $\sigma_z = 0$ (o praktiškai leidžiama iki $-0{,}05$ kg/cm²), toliau paslankūs sloginiai, kurie laikomi veikiančiais arkos simetrijos plokštumoje, bet darant pataisą dėl ekscentriciteto įtakos su Faerber'io formule.

Vieton sukoncentruotų sloginių priimtas ekvivalentiškas tolygiai išskirstytas sloginys (Faerber'io formulė, Handbuch für Eisenbetonbau, IV Aufl., 1932, 116 pusl. ir R. Faerber „Dreigelenkbogenbrücken", 57 pusl.), kuris nustatytas pasiremiant sąlyga, kad jis sukeltų tą pat horizontalinę skėtimo jėgą, kaip ir sukoncentruotas sloginys, pastatytas spynoje.

Kadangi sloginio veikimo vertikalinė plokštuma paprastai nesutampa su vertikaline tilto simetrijos plokštuma (tilto ašimi), tai atsiranda ekscentricitetas q, kurio įtaka fūgos kraštų įtempimui turi būti priimta domėn. Jei sloginys P (2 brėž.) veiktų tilto simetrijos plokštumoje, tai atsiradusi dėl to



2 brėž.

normalinė jėga N kirstų fūgos piūvį nuotolyje n nuo fūgos centro ir sukeltų maksimalų fūgos krašto įtempimą $\sigma = \frac{N}{b \cdot d}\left(1 + \frac{6n}{d}\right)$. Atsižvelgiant į ekscentricitetą q, įtempimas bus

$$\sigma_q = \frac{N}{b \cdot d}\left(1 + \frac{6n}{d} + \frac{6q}{b}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Jei mes norim skaičiavimo patogumui atsisakyti nuo q ir laikyti jėgą P veikiančią tilto simetrijos ašimi, tai turime surasti redukavimo koeficientą ρ, su kuriuo reikia sudauginti N (vadinasi, ir P), kad dėl $q = 0$ būtų tas pats kraštų įtempimas, kaip jį duoda lygtys (1).

Jei į tas lygtis vieton N įdėsim $N\cdot\rho$ ir laikysim $q=0$, tai gausim antrąją reikšmę dėl σ_q, kuri turi būti lygi σ_q reikšmei iš (1) lygčių.

Iš čia gauname $$\rho = 1+\frac{6q}{b\left(1+\frac{6n}{d}\right)} = 1+\frac{6q}{b\cdot\nu} \quad \ldots\ldots (2),$$

pažymėdami $1+\frac{6n}{d}$ raide ν.

Kadangi skaičiavimą vedame juostai 1 m pločio, tai redukuotas sukoncentruotas apsloginimas bus

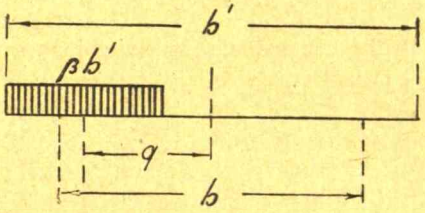
$$P_1 = \frac{1}{b}\rho\cdot P \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Bet šitas redukavimo dydis nėra constans, jis pareina nuo n. Kadangi n įvairioms fūgoms keičiasi, tai ir ρ keičiasi. Specialiai šarnyrų fūgoms (kame $n=0$, vadinasi $\nu=1$) turime:

$$P'_1 = \frac{1}{b}\cdot P\cdot\left(1+\frac{6q}{b}\right) = \frac{1}{b}\rho_P P \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

Ekscentriškumo įtaka pasireiškia ne tik kai turim reikalą su sukoncentruotu sloginiu, bet ir apsloginant žmonių minia. Jei nuotolis tarp turėklių $=b'$ (3 brėž.) ir apsloginta tilto pločio dalis $\beta b'$, tai atsiranda ekscentricitetas

$$q = \frac{b'}{2}-\frac{1}{2}\beta b' \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$



3 brėž.

Tuo būdu 1 m pločio juostai redukuotas ekvivalentiškas apsloginimas bus [pagal lygtis (2) ir (3)]

$$p_1 = \frac{1}{b}p_m\cdot\beta\cdot b'\left(1+3\frac{b'}{b}\cdot\frac{1-\beta}{\nu}\right) \quad \ldots\ldots\ldots (6),$$

kur p_m — žmonių minia apsloginimas pagal DIN, o p_1 — pataisytas tolygiai išskirstytas apsloginimas (su ekscentriškumo įtaka). Šitas redukavimo dydis dėl $\beta = \left(\frac{b'}{b}\cdot\frac{\nu}{6}+\frac{1}{2}\right)$ yra maximum, ir tada

$$p_{1max} = p_m\frac{b'}{b}\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4\nu}\cdot\frac{b'}{b}+\frac{\nu}{12}\cdot\frac{b}{b'}\right) \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

Šarnyrų fūgoms $\nu=1$, todėl

$$p'_1 = p_m\cdot\frac{b'}{b}\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{4}\cdot\frac{b'}{b}+\frac{1}{12}\cdot\frac{b}{b'}\right) = p_m\cdot\frac{b'}{b}\rho_p \quad \ldots\ldots (8)$$

Kadangi mes nustatome tolygiai išskirstytą sloginį, ekvivalentišką sukoncentruotam sloginiui iš sąlygos, kad tolygiai išskirstytas sloginys sukeltų tą pat skėtimo jėgą, kaip kad sukoncentruotas, pastatytas ties spyna, tai, pažymėję ekvivalentišką, tolygiai išskirstytą, sloginį raide p , o sukoncentruotą (plentvolio svorį minus žmonių minia plentvolio apslogintame plote) — raide P, visą redukuodami 1 m pločio juostai, turime:

skėtimo jėga

$$P'_1 \cdot \frac{l}{4f} = P \cdot \frac{\rho_P}{4} \cdot \frac{l}{b \cdot f}$$

Iš kitos gi pusės, remdamies lygtimi (8), galime redukuotą dėl 1 m pločio juostos ir pataisytą ekscentriškumo atžvilgiu, tuo tarpu nežinomąjį, ekvivalentišką apsloginimą išreikšti dydžiu $p_e \cdot \frac{b'}{b} \cdot \rho_p$ ir atitinkamą skėtimą dydžiu

$$p_e \cdot \frac{\rho_p}{8} \cdot \frac{b'}{b} \cdot \frac{l^2}{f}$$

Kadangi skėtimo jėga nuo sukoncentruoto ir nuo ekvivalentiško tolygiai išskirstyto sloginių turi būti ta pati, tai

$$p_e \cdot \frac{\rho_p}{8} \cdot \frac{b'}{b} \cdot \frac{l^2}{f} = P \cdot \frac{\rho_P}{4} \cdot \frac{l}{b \cdot f}, \text{ iš čia}$$

$$p_e = 2 \frac{\rho_P}{\rho_p} \cdot \frac{P}{b' \cdot l}$$

Toks bus ekvivalentiškas apsloginimas vietoje plentvolio, jo užimtame plote, o visas tolygiai išskirstytas sloginys, taikomas tiltui skaičiuoti, bus

$$p = p_m \frac{b'}{b} + 2 \cdot \frac{\rho_P}{\rho_p} \cdot \frac{P}{b' \cdot l}$$

Tai yra *Faerberio formulė*. Mano arkoms šita formulė turės tokią išvaizdą:

$$p = 0{,}45 \cdot \frac{6{,}2}{5{,}2} + 2 \frac{\rho_P}{\rho_p} \cdot \frac{P}{6{,}2 \cdot l}; \; P = 16 - 2{,}5 \cdot 6 \cdot 0{,}400 = 10 \text{ ton.},$$

$$\rho_P = 1 + \frac{6q}{b} = 1 + \frac{6 \cdot 1{,}6}{5{,}2} = 2{,}846; \; \rho_p = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \frac{b'}{b} + \frac{1}{12} \frac{b}{b'} =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \cdot \frac{6{,}2}{5{,}2} + \frac{1}{12} \cdot \frac{5{,}2}{6{,}2} = 1{,}464; \text{ todėl } p = 0{,}45 \cdot \frac{6{,}2}{5{,}2} +$$

$$+ 2 \frac{2{,}846}{1{,}464} \cdot \frac{10}{6{,}2} \cdot \frac{1}{l} = 0{,}537 + \frac{6{,}268}{l}.$$

Skaičiavimai rodo, kad su šita formule gaunami momentai aplamai yra kiek didesni, negu nuo sukoncentruotų sloginių, todėl aprutuliuojant priimta formulė

$$p = 0{,}535 + \frac{6{,}2}{l} \text{ t/m}^2$$

Šita formulė yra bendra visiems mano priimtos konstrukcijos tiltams. Kaip matome, ekvivalentiškas, tolygiai išskirstytas, apsloginimas, angoms didėjant, eina mažyn. Su dinaminiu (dūžio) koeficientu šita formulė taip parašoma:

$$p = \varphi \left(0{,}535 + \frac{6{,}2}{l}\right) \text{ t/m}^2.$$

Arkų konstruavimo pagrindai

Be aukščiau paminėtų duotųjų pagrindinių duomenų, yra dar ir kitų duomenų, būtent: strėlė f (jei duota šviesioji anga l_0 ir f_0, tai $f_0 = f$, 1 brėž.) ir važiuojamosios dalies paviršiaus pažymys, vadinasi, antarkinės konstrukcijos spynoje storis. Tuo būdu skliauto apačios pažymys yra apibrėžtinai nustatytas, o viršaus pažymys pareina nuo arkos storio.

Storis spynoje s_0 pareina nuo maksimalaus normalinio spaudimo spynoje H_{max} ir leistino didžiausio betono gniužimui atsparumo σ_b. Pastarąjį mes galime laisvai rinktis, nes galime paimti atitinkamos sudėties betoną.

Yra nustatyta tokia įdomi didžiausio leistino gniūžimo įtempimo įtaka arkos storiams bei medžiagos kiekiams: jeigu norime, kad arkos spynoje ir paduose būtų pasiektas arkos išmatavimams ir apsloginimui labai aukštas σ_b, tai spynos ir padų fūgų storius turime imti labai mažus, o arkos storis ketvirtadalyje angos, ekonomiškai ją projektuojant, vadinasi, žiūrint, kad minimalus fūgų briaunų įtempimas būtų $\geqq 0$, išeina labai didelis, palyginant su spynos ir padų storiais, tuo tarpu kai maksimalūs fūgų briaunų įtempimai ketvirtadalio angos piūvyje gaunami žymiai mažesni, kaip maksimalūs įtempimai spynoje ir paduose. Jei norime atvirkščiai, kad arkos spynoje ir paduose būtų labai mažas maksimalus įtempimas, tai spynos ir padų fūgos storius turime imti labai didelius, o storis ketvirtadalio angoje išeina palyginti nedaug didesnis kaip spynoje ir paduose, tuo tarpu kai maksimalus gniužimo įtempimas ketvirtadalio angos piūvyje gaunamas žymiai didesnis kaip spynoje ir paduose. Iš čia aišku, kad maksimalūs atskirų fūgų briaunų gniužimo įtempimai gali žymiai svyruoti, todėl atrodo visai tikslu, ypač didelėms arkoms, imti tai pačiai arkai įvairios kokybės medžiagą (pav., įvairios sudėties betoną).

Visų arkos fūgų storis, ypač kai arkų pakyla $\frac{f}{l}$ yra maža, daugiausia pareina nuo normalinio spaudimo spynoje (drauge ir didžiausia skėtimo jėga) dydžio. Todėl reikia stengtis, kad pastarasis būtų kuo mažiausias.

Kadangi sloginiai ties arkos viduriu daugiau negu kurie kiti prisideda prie normalinio spaudimo spynoje augimo, tai turime spynos storį imti galimai mažesnį. Tai pasiekiame parinkdami labai aukštą maksimalų įtempimą spynoje, drauge ir paduose. Susijęs su tuo arkos pastorinimas ties ketvirtadaliu angos, žinoma, padidina skėtimo jėgą, bet tas padidėjimas yra menkas. Skėtimo jėgos sumažėjimas dėl spynos storio sumažėjimo yra daug di-

desnis. Mažas maksimalus įtempimas ties ketvirtadaliu angos leidžia šitoje vietoje panaudoti menkesnės kokybės betoną. Jeigu spynoje ir paduose leisim maksimalų galimą gniužimo įtempimą, imdami geriausios kokybės betoną, tuo tarpu kai ties ketvirtadaliu angos bus taikomas mažesnio atsparumo betonas, tai gausim estetišku atžvilgiu nepageidaujamą, labai išsipūtusią ties ketvirtadaliu angos arką. Ir jeigu leistinas maksimalus įtempimas būtų be galo didelis, tai arka spynoje ir paduose pavirstų į smaigalius.

Taip projektuodami mes visada gausim arką labai ploną šarnyruose ir labai storą ties angos ketvirtadaliu; geroji pusė čia yra ta, kad dėl sumažėjusio skėtimosi ramtai ir taurai būna žymiai mažesni. Tačiau šita arkos forma gali duoti ekonomijos tik vartojant įvairios kokybės betoną, vadinasi, tinka tik didelėms angoms; jai reikalingi specialiai pastorinti ties ketvirtadaliu angos pastoliai, ir architektoniškai ji yra negraži.

Galima projektuoti dar kitu būdu, atvirkščiai, kaip čia buvo. Arkos spynoje ir paduose leidžiami tik labai maži gniužimo įtempimai, todėl šarnyrų fūgos išeina labai storos; angos ketvirtadalyje tąsyk gaunamas žymiai didesnis gniužimo įtempimas. Per tat arkos išsipūtimas tiek ketvirtadaliu darosi visai nežymus. Bet, deja, tai yra susiję su visų fūgų sustorėjimu, pastarosios storėja labai greit, per tat visa arka išeina labai sunki, horizontalinis skėtimas smarkiai auga, ir ramtai bei taurai turi būti labai stori. Ryšium su tuo smarkiai auga kaina. Čia didelių angų arkoms taip pat galima vartoti nevienodos kokybės betoną ir tuo šiek tiek sumažinti kainos prieauglių. Taigi antru būdu galima pašalinti neestetišką arkų išsipūtimą, tačiau kainos sąskaiton.

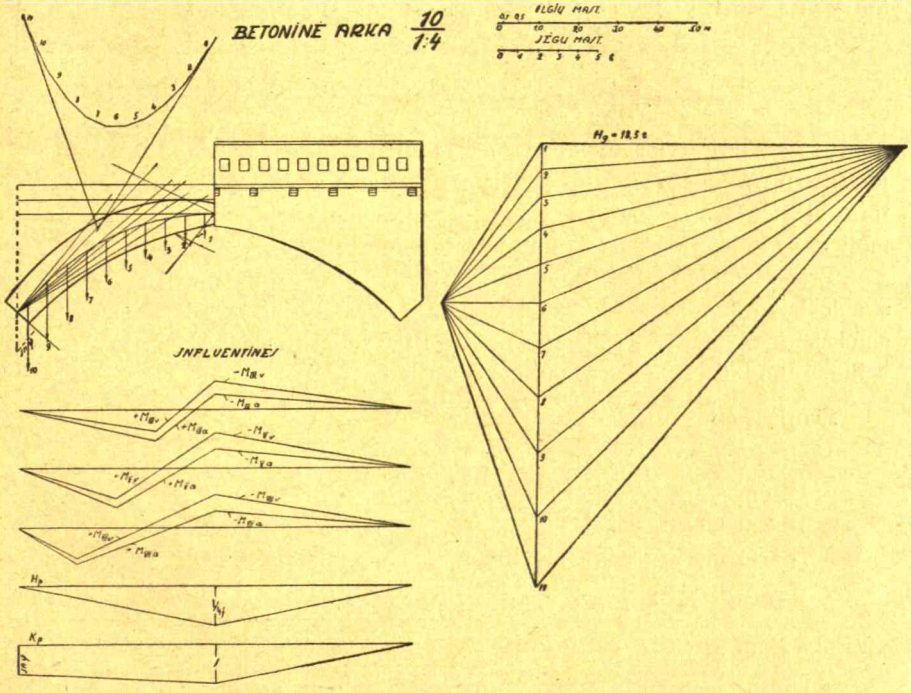
Geriausiai galime pasiekti racionalės arkos formos, jei mes, vengdami paminėtų kraštutinumų, eisim vidurio keliu. Tąsyk gausim nelabai žymiai išsipūtusią arką, galime taikinti visur vienodos kokybės betoną, kuris visose fūgose bus vienodai išnaudotas, turėsime nedidelį skėtimą ir, vadinasi, ekonomiškus taurus ir ramtus. *Šitą racionalią formą atitinkąs maksimalus gniužimo įtempimas (jį žymiu σ_N) mano yra surastas visoms betono arkoms; jis pareina nuo angos ir pakylos ir yra atvaizduotas II grafike. Jeigu yra duotas maksimalus gniužimo įtempimas $\sigma > \sigma_N$, tai stengtis jį pasiekti bus bergždžias darbas: medžiaga arti lūžimo fūgos (ties angos ketvirtadaliu) vis tiek nebus išnaudota.*

Palyginę iki šiol pastatytus arkinius tiltus su šio veikalo tiltais matysim, kad konstruktorių priimta forma mažai prasilenkia su mano gautąja forma (Handbuch für Eisenbetonbau. Bogenbrücken, III Auflage, 609—616 pusl).

II. Skaičiavimo pavyzdžiai

Betoninė arka $f : l = 2{,}5 : 10$

Arka sauskelių tiltui su ištisomis šoninėmis sienelėmis ir žemės užpilu, trijų šarnyrų (4 br.).



4 brėž.

Paslankusis apsloginimas pagal DIN 1072, II kategorijos, vadinasi, taikomi plentų tiltams 16 tonų plentvolis, 9 t autosunkvežimis ir žmonių minia 0,45 t/m², su dinaminiu koeficientu.

Leistini įtempimai pagal DIN 1075.

Statiškasis skaičiavimas

Pirmykštis arkos formos (pagal spaudimo liniją nuo savojo svorio) nustatymas atliktas su prof. inž. dakt. F. Kögler'io tabelėmis (Dr. Ing.

F. Kögler, Gewölbetabellen, 1928), taip pat pasinaudojant tomis tabelėmis nustatyti pirmykščiai arkos storiai: spynoje=s_o, pade=s_p ir ketvirtadalyje angos=h, kaip žemiau seka.

Skliautas simetriškas, jo padų linija ir važiuojamoji dalis yra horizontalinės, užpilo tūrio vieneto svoris γ_1=1,8 t/m³, betono γ=2,2 t/m³, jų santykis $\gamma_1 : \gamma$=0,818. Pirmam išmatavimų nustatymui laikome, kad skliauto storis nuo spynos į padą auga kosinuso dėsniu, $s_x = s_o : \cos\alpha$, tačiau tasai dėsnis apytikriai tinka tik spynos ir padų storiams, o kituose arkos piūviuose storis nustatomas kitokiais dėsniais. Skaičiavimas taikomas 1 m pločio juostai.

Arkos formos nustatymas. Yra duota: skaičiuojamoji anga (tarp padų centrų) l=10 m; f=2,5 m, užpilo storis u=0,40 m; tolygiai išskirstytas sloginys iš Faerber'io formulės $p = 1{,}1\left(0{,}535 + \frac{6{,}2}{10}\right) = 1{,}27$ t/m².

Arkos storis spynoje nustatomas iš Kögler'io formulės (52a)

$$s_o = l^2 \cdot \frac{0{,}125 \cdot p + \gamma_1 (0{,}0127 \cdot f + 0{,}135 \cdot u)}{\sigma f - \gamma (0{,}135 \cdot l^2 + 0{,}226 \cdot f^2)},$$ kur

γ_1 — užpilo tūrio vieneto svoris, u — važiuojamosios dalies storis spynoje=0,40 m; f — strėlė, σ — leidžiam. įtempimas spynoje t/m² ir γ — betono tūrio vieneto svoris t/m³. Kadangi užpilą spynoje faktinai sudaro važiuojamoji dalis, tai pirma nustatome jos tūrio vieneto svorį.

Prie važiuojamosios dalies priskaitoma: 1) kelio pluta iš 12 cm storio skaldos sluoksnio ant 14 cm aukščio akmens pakelažo, 8 cm storio smėlio pasluoksnė ir 6 cm storio apsaugos betono sluoksnis su izoliacija, iš viso 40 cm; šalitilčių po 0,5 m plokštės, dvi konsolės ir turėklai.

Svoris γ_v taip surandamas:

1) *Važiuojamosios dalies pluta*

12 cm storio skaldos sluoksnis	0,12 . 2,4=0,288	t/m²
14 cm storio pakelažas	0,14 . 2,8=0,392	„
8 cm storio smėlio sluoksnis	0,08 . 1,6=0,128	„
6 cm betono su izoliacija sluoksnis..	0,06 . 2,2=0,132	„
Viso 40 cm	Viso 0,940	t/m²

iš čia tūrio vieneto svoris $\gamma_p = 0{,}940 \frac{1}{0{,}40} = 2{,}35$ t/m³.

1 ts. metro plutos tūris T_p=0,40 . 1,0 . 5,2=2,08 m³.

2) *Konsolės* (kas 1 metras). Konsolės gelžbetoninės, tūrio vieneto svoris γ_k=2,4 t/m³, vienos konsolės tūris $T_k = \frac{1}{2}$ 0,3 · 0,60 · 0,25=0,023 m³, o įskaitant vutus ≅ 0,03 m³.

3) *Šalitilčių plokštė.* Plokštė gelžbetoninė, γ=2,4 t/m³, plokštės tūris $T_š$ = 0,12 . 0,65 . 1,0=0,078 m³.

4) *Turėklai.* Tūrio vieneto svoris γ_t = 2,4 t/m³. Vieno ties. m turėklų tūris T_t = 1,1 . 0,15 . 1,0=0,165 m³.

Visos važiuojamosios dalies tūrio vieneto svoris:

$$0{,}4\,\gamma_v = \frac{2T_t\cdot\gamma_t + 2T_s\cdot\gamma_s + 2T_k\gamma_k + T_p\cdot\gamma_p}{b} =$$

$$= \frac{2\cdot 0{,}165\cdot 2{,}4 + 2\cdot 0{,}078\cdot 2{,}4 + 2\cdot 0{,}03\cdot 2{,}4 + 2{,}08\cdot 2{,}35}{5{,}2} = 1{,}193 \cong 1{,}2\ t$$

$\gamma_v = 1{,}2\cdot\frac{1}{0{,}4} = 3{,}0$ t/m³. Priimame $\sigma = 45{,}0$ t/m².

Storis spynoje $s_o = 100\cdot\frac{0{,}125\cdot 1{,}27 + 1{,}8\,(0{,}0127\cdot 2{,}5 + 0{,}135\cdot 0{,}82)}{45{,}0\cdot 2{,}5 - 2{,}2\,(0{,}135\cdot 100 + 0{,}226\cdot 6{,}25)} =$

$$= 100\cdot\frac{0{,}159 + 1{,}8\,(0{,}032 + 0{,}111)}{112{,}5 - 2{,}2\,(13{,}5 + 1{,}413)} = 100\cdot\frac{0{,}416}{79{,}7} \cong 0{,}52 \text{ m}$$

Nustatę storį spynoje $s_0 = 0{,}52$ m, dabar išskaičiuojame apsloginimus spynoje z_0 ir pade z, išreikštus betono stulpo metrais (redukavus į betoną) ir nustatome apkrovimo intensyvumą $\varphi = \frac{z - z_o}{6z_o}$ (Kögler'io tabelių 3 formulė).

Formulė (45a), Kögler'io tabelių 38 pusl., 1 brėž.:

$\operatorname{tg}\beta = 5{,}5\,\nu$, čia $\nu = \frac{f}{l} = \frac{1}{4}$, todėl $\operatorname{tg}\beta = 5{,}5\cdot\frac{1}{4} = 1{,}375$,

(44) formulė: $s'_k = s_o\,(1 + \operatorname{tg}^2\beta) = 0{,}52\,(1 + 1{,}89) = 1{,}50$ m.

(47) formulė: $z_0 = s_0 + \frac{u\gamma_v}{\gamma} + \frac{s'\gamma_1}{\gamma}$; čia s' — konstrukcinis viršum šarnyro spynoje storis = vidutiniškai 0,15 m (tūrio vieneto svoris $\gamma_1 = 1{,}8$ t/m³), todėl $z_0 = 0{,}52 + 0{,}40\cdot\frac{3{,}0}{2{,}2} + 0{,}15\cdot\frac{1{,}8}{2{,}2} = 0{,}52 + 0{,}55 + 0{,}12 = 0{,}52 + 0{,}67 = 1{,}19$ m.

Apsloginimas pade (Kögler, formulė 47 ir 1 brėž.):

$$z = s'_k + (f + u + s' + \frac{1}{2}s - \frac{1}{2}s'_k)\frac{\gamma_1}{\gamma},$$

viskas išreikšta betono stulpo metrais; čia $u + s'$ redukuotieji į žemę sudaro $0{,}4\frac{3{,}0}{1{,}8} + 0{,}15 = 0{,}67 + 0{,}15 = 0{,}82$ m; todėl $z = s'_k + (2{,}5 + 0{,}82 + 0{,}26 -$

$$- 0{,}75)\cdot 0{,}818, \text{ arba } z = 1{,}50 + 2{,}315 \cong 3{,}82 \text{ m.}$$

Apsloginimo intensyvumas $\varphi = \frac{z - z_o}{6z_o} = \frac{3{,}82 - 1{,}19}{6\cdot 1{,}19} = 0{,}367 \cong 0{,}37$

Patikrinimas. Dėl $\varphi = 0{,}37$, $b = 0{,}1972$ (Kögler, Gewölbetabellen, 14 pusl.), todėl iš form. (45) $\operatorname{tg}\beta = \frac{f}{b\cdot l}$ gaunama: $\operatorname{tg}\beta = \frac{2{,}5}{0{,}1972\cdot 10} = 1{,}268$

$\beta = 51^\circ 45'$; $\cos\beta = 0{,}619$; $\operatorname{tg}^2\beta = 1{,}608$; $s'_k = s_o\cdot(1 + \operatorname{tg}^2\beta) = 0{,}52\,(1 + 1{,}608) =$

$= 1{,}36$ m.; $z = 1{,}36 + (2{,}5 + 0{,}82 + 0{,}26 - 0{,}68)\cdot 0{,}818 = 1{,}36 + 2{,}37 = 3{,}73$;

naujas pataisytas

$$\varphi = \frac{3{,}73 - 1{,}19}{6 \cdot 1{,}19} = 0{,}356 \cong 0{,}36$$

s_o, h ir s_p nustatymas

Iš tabelių 14 pusl. dėl $\varphi = 0{,}36$ gaunama: $a = 0{,}258$; $b = 0{,}198$; $a \cdot b = 0{,}051$; $a_5 = 0{,}09$. Su šitais koeficientais nustatomi visi reikalingi išmatavimai.

(52) formulė: $s_o = l^2 \dfrac{a \cdot b \cdot z \cdot \gamma + 0{,}125 \cdot p}{f \cdot \sigma} =$

$$= 100 \cdot \frac{0{,}051 \cdot 3{,}73 \cdot 2{,}2 + 0{,}125 \cdot 1{,}27}{2{,}5 \cdot 45{,}0} = 100 \cdot \frac{0{,}419 + 0{,}159}{112{,}5} = \frac{100 \cdot 0{,}578}{112{,}5} =$$

$= 0{,}514$ m.

Pado storis $s_p = \dfrac{s_o}{\cos \beta} = \dfrac{0{,}514}{0{,}619} \cong 0{,}83$

Iš skaičiavimų prityrimo žinau šitą storį iš Kögler'io tabelių esant kiek perdidelį, todėl priimu $s_p = 0{,}80$ m, taip pat priimu $s_0 = 0{,}52$ m.

Storis ketvirtadaly angos nustatomas pagal Kögler'io formules 45 pusl., būtent: formulės (57) ir (13): $R_5 = a_5 \cdot z \cdot l \cdot \gamma = 0{,}09 \cdot 3{,}73 \cdot 10 \cdot 2{,}2 = 7{,}38$ t.

(51) form.: $H_E = a \cdot b \cdot z \dfrac{\gamma \cdot l^2}{f} = 0{,}051 \cdot 3{,}73 \cdot \dfrac{2{,}2 \cdot 100}{2{,}5} = 16{,}74$ $t = H_g$ (pagal mano žymėjimus).

(56) form.: $S_E = \sqrt{H^2_E + R^2_5} = \sqrt{16{,}74^2 + 7{,}38^2} = 18{,}30$ *t*.

(58) form.: $l_1 = 0{,}385 \cdot 10 = 3{,}85$ m ; dėl $l_1 = 3{,}85$ m p_1 iš formulės $p = 1{,}1 \left(0{,}535 + \dfrac{6{,}2}{l}\right)$ gaunamas $= 1{,}1 \left(0{,}535 + \dfrac{6{,}2}{3{,}85}\right) = 2{,}36$ t/m², todėl (formulė 58): $S_v = \dfrac{p \cdot l^2}{25 \cdot f} = \dfrac{2{,}36 \cdot 100}{25 \cdot 2{,}5} = 3{,}78$ t.

(59) form.: $S = S_E + S_v = 18{,}30 + 3{,}78 = 22{,}08$ t.

Dėl $\varphi = 0{,}36$ iš tab. 1 (14 pusl.) $\eta = 0{,}2053$; $l_2 = 0{,}615 \cdot l = 6{,}15$ m

$$p_2 = 1{,}1 \left(0{,}535 + \frac{6{,}2}{6{,}15}\right) = 1{,}70 \text{ t/m}^2.$$

(60a) formulė: $M_1 = \dfrac{l^2}{32} \cdot \dfrac{1 + 2\eta}{3 - 2\eta} \cdot p_1 = \dfrac{100}{32} \cdot \dfrac{1 + 2 \cdot 0{,}2053}{3 - 2 \cdot 0{,}2053} \cdot 2{,}36 = 4{,}01$ tm.

(60b) formulė: $M_2 = \dfrac{l^2}{8}(1 - \eta) \dfrac{1 - 2\eta}{3 - 2\eta} \cdot p_2 =$

$$\frac{100}{8}(1 - 0{,}205) \cdot \frac{1 - 2 \cdot 0{,}2053}{3 - 2 \cdot 0{,}2053} \cdot 1{,}7 \cong 3{,}85 \text{ tm}, \quad M_1 > M_2.$$

Kadangi tempimo įtempimas σ_z turi būti $= 0$, tai iš form. (63) gaunamе $h = \dfrac{6M}{S}$, kame $M = \dfrac{1}{2}(M_1 + M_2) = \dfrac{1}{2}(4{,}01 + 3{,}85) = 3{,}93$ tm, todėl

$$h = \frac{6 \cdot 3{,}93}{22{,}08} = 1{,}068 \text{ m} \cong 1{,}07 \text{ m},$$

Kadangi arka ne bešarnyrinė, kaip priimta Kögler'io tabelėse, bet trijų šarnyrų, ties viduriu storesnė, kaip bešarnyrinė, tai S išeis kiek didesnis, negu duoda tabelės, todėl formulėje (63) h išeis kiek mažėlesnis, nes momentas lieka tas pats, o S padidės — tą patvirtino visi mano atlikti skaičiavimai, todėl h sumažinome iki 1,02 m. Taigi pirmam tiksliam (ne iš tabelių) arkos skaičiavimui yra nustatyti tokie išmatavimai:

$s_0=0{,}52$ m; $h=1{,}02$ m; $s_p=0{,}80$ m ir tokios ašies (spaudimo linijos) ordinatės (dėl $\varphi=0{,}36$, Kögler'io tab. 14 pusl.):

$\xi=$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\eta_0=$	0,0078	0,0310	0,0709	0,1282	0,2053	0,3045	0,4287	0,5825	0,7709	1,000
$y=\eta_0\cdot f$	0,019	0,078	0,177	0,321	0,513	0,761	1,072	1,456	1,927	2,500

Arkai išbrėžti, turint jos ašį, nustatome atitinkamus storius įvairiuose piūviuose I—X, paraboliškai juos (storius) interpoliuojant tarp h ir s_0 dėl $\xi=0{,}0$ iki 0,5 ir tarp h ir s_p dėl $\xi=0{,}5$ iki 1,0 (ξ yra santykis x su $l/2$, spynoje $\xi=\frac{0}{l/2}=0$; pade $\xi=l/2:l/2=1{,}0$; ketvirtadalyje angos $\xi=l/4:l/2=0{,}5$ ir t. t.). Visa arka padalyta į 20 sekcijų po 0,5 m, tuo būdu kiekvienoje arkos pusėje yra po dešimt piūvių I—X, kurie atitinka $\xi=0{,}0$ — 1,0. Tų piūvių (fūgų) storiai nustatomi su formulėmis: dėl $\xi=0{,}0$ iki $\xi=0{,}5$ $\Delta_s=\frac{h-s_0}{n_0^2}$, kur n_0 yra skaičius sekcijų, į kurias yra padalyta pusarkė [=5]; dėl $\xi=0{,}5$ iki 1,0 su formule $\Delta_p=\frac{h-s_p}{n_0^2}$. Tąsyk fūgos storis n — tame piūvy, skaitant nuo $\xi=0{,}5$ į padą ir į spyną, bus $s_{5-10}=h-n^2\cdot\Delta_p$ ir $s_{0-5}=h-n^2\Delta_s$.

Gautieji fūgų storiai atidedami ⊥ su koordinatėmis išbrėžtai arkos ašiai ir tuo gaunami arkos išorinis ir vidaus (apatinis) apibrėžimai. Bet taip storiai nustatomi tik pirmapradiniam skaičiavimui, o vėlesniuose skaičiavimuose (Kögler'io tabelėmis iš karto pasiekti tikslią arkos ašį ir storius negalima, nes jos sudarytos bešarnyrinėms arkoms, o čia yra trijų šarnyrų) imami storumai iš paskutinio skaičiavimo, nustatyti formule

$$d=\frac{N_s}{2b\cdot\sigma}+\sqrt{\left(\frac{N_s}{2b\sigma}\right)^2+3\frac{M_{ka}+M_{kv}}{b\cdot\sigma}}$$

(Mörsch, Eisenbetonbau, V Auflage, II B., 3 T., 43 pusl.).

Žemiau surašyti arkos piūvių storiai.

$$\Delta_p = \frac{h - s_p}{n_0^2} = \frac{1{,}02 - 0{,}80}{25} = 0{,}0088$$

		Korig.
$\xi=0{,}5$	$s_5 = h - 0 \cdot 0{,}0088 = 1.020$	1,02
$\xi=0{,}6$	$s_6 = h - 1^2 \cdot 0{,}0088 = 1{,}011$	1,02
$\xi=0{,}7$	$s_7 = h - 2^2 \cdot 0{,}0088 = 0{,}985$	1,01
$\xi=0{,}8$	$s_8 = h - 3^2 \cdot 0{,}0088 = 0{,}941$	0,945
$\xi=0{,}9$	$s_9 = h - 4^2 \cdot 0{,}0088 = 0{,}879$	0,88
$\xi=1{,}0$	$s_{10} = h - 5^2 \cdot 0{,}0088 = 0{,}800$	0,80

$$\Delta_s = \frac{h - s_o}{n_0^2} = \frac{1{,}02 - 0{,}52}{25} = 0{,}02$$

		Korig.
$\xi=0{,}5$	$s_5 = h - 0 \cdot 0{,}02 = 1{,}020$	1,02
$\xi=0{,}4$	$s_4 = h - 1^2 \cdot 0{,}02 = 1{,}000$	0,99
$\xi=0{,}3$	$s_3 = h - 2^2 \cdot 0{,}02 = 0{,}940$	0,92
$\xi=0{,}2$	$s_2 = h - 3^2 \cdot 0{,}02 = 0{,}840$	0,835
$\xi=0{,}1$	$s_1 = h - 4^2 \cdot 0{,}02 = 0{,}700$	0,70
$\xi=0{,}0$	$s_0 = h - 5^2 \cdot 0{,}02 = 0{,}520$	0,52

Kadangi parabolinis interpoliavimas ne visai atitinka piūvių jėgas, tai šalia parašyti koriguoti storiai.

Esant simetrinei arkai, skaičiavimą vedame vienai jos pusei. Kiekvienos iš dešimt sekcijų, į kurias yra padalyta pusarkė, svoris yra sudėtas iš trijų dalių:

1) arkos važiuojamosios dalies 1 m pločio juostos (su šalitilčiais, turėklais, konsolėmis) svoris $\gamma_v \cdot \Delta_x \cdot 1 = 3.0 \cdot 0{,}5 \,.\, 1 = 1{,}5$ t/m;

2) užpilo (įskaitant šonines sienutes) svoris $\gamma_1 \Delta_x \cdot 1 = 1{,}8 \cdot 0{,}5 \,.\, 1 = 0{,}9$ t/m;

3) arkos betono svoris $\gamma \cdot \Delta_x \cdot 1 = 2{,}2 \,.\, 0{,}5 \,.\, 1 = 1{,}1$ t/m.

Svoriai nustatomi kaip sandauga $\gamma \cdot \Delta_x \eta_b$ — betonui; $\gamma_1 \cdot \Delta_x \cdot \eta_u$ — žemės užpilui ir $\gamma_v \cdot \Delta_x \cdot \eta_v$ — važiuojamajai daliai, kur η_b, η_u ir η_v yra vidutinės trapecijų ordinatės.

Svorių lentelė

Sekcijų Nr.	η_v m	η_u m	η_b m	$1{,}5\,\eta_v$ t	$0{,}9\,\eta_u$ t	$1{,}1\,\eta_b$ t	G t	ΣG t	Pastaba
1	0,40	0,05	0,60	0,60	0,05	0,66	1,3	1,3	
2	0,40	0,00	0,75	0,60	0,00	0,83	1,4	2,7	
3	0,40	0,05	0,88	0,60	0,05	0,97	1,6	4,3	
4	0,40	0,10	0,97	0,60	0,09	1,07	1,8	6,1	
5	0,40	0,20	1,07	0,60	0,18	1,18	2,0	8,1	$R_5 = 8{,}1$ t
6	0,40	0,40	1,14	0,60	0,36	1,25	2,2	10,3	
7	0,40	0,65	1,16	0,60	0,59	1,28	2,5	12,8	
8	0,40	1,00	1,19	0,60	0,90	1,31	2,8	15,6	
9	0,40	1,40	1,19	0,60	1,26	1,31	3,1	18,7	
10	0,40	1,90	1,05	0,60	1,71	1,16	3,5	22,2	
							$\Sigma G = 22{,}2$		

Su šitais svoriais išvesta, kaip virvinis daugiakampis, spaudimo linija nuo savojo svorio, kuri gerai sutapo su arkos ašimi.

Analizinis spaudimo linijos ordinačių skaičiavimas

su formule

$$M_V = M_{IV} + e\,\Sigma^I_{IV} P + P_5 \cdot e/_2$$

(Mörsch, Eisenbetonbau, II, 3 Teil, 16 pusl.).

Piūvis	$M_V = M_{IV} + e\,\Sigma^I_{IV} P + P_5 \cdot e/_2$ tm	$y = M : H_g$
I	$1{,}3 \cdot 0{,}25 = 0{,}33$	0,017
II	$0{,}33 + 1{,}3 \cdot 0{,}5 + 1{,}4 \cdot 0{,}25 = 1{,}33$	0,072
III	$1{,}33 + 2{,}7 \cdot 0{,}5 + 1{,}6 \cdot 0{,}25 = 3{,}08$	0,169
IV	$3{,}08 + 4{,}3 \cdot 0{,}5 + 1{,}8 \cdot 0{,}25 = 5{,}68$	0,312
V	$5{,}68 + 6{,}1 \cdot 0{,}5 + 2{,}0 \cdot 0{,}25 = 9{,}23$	0,507
VI	$9{,}23 + 8{,}1 \cdot 0{,}5 + 2{,}2 \cdot 0{,}25 = 13{,}83$	0,760
VII	$13{,}83 + 10{,}3 \cdot 0{,}5 + 2{,}5 \cdot 0{,}25 = 19{,}61$	1,078
VIII	$19{,}61 + 12{,}8 \cdot 0{,}5 + 2{,}8 \cdot 0{,}25 = 26{,}71$	1,468
IX	$26{,}71 + 15{,}6 \cdot 0{,}5 + 3{,}1 \cdot 0{,}25 = 35{,}29$	1,939
X	$35{,}29 + 18{,}7 \cdot 0{,}5 + 3{,}5 \cdot 0{,}25 = 45{,}52$	2,500

Patikrinimas: $\Sigma M = 1{,}3 \,.\, 4{,}75 + 1{,}4 \,.\, 4{,}25 + 1{,}6 \,.\, 3{,}75 + 1{,}8 \,.\, 3{,}25 + 2{,}0 \,.\, 2{,}75 + 2{,}2 \,.\, 2{,}25 + 2{,}5 \,.\, 1{,}75 + 2{,}8 \,.\, 1{,}25 + 3{,}1 \,.\, 0{,}75 + 3{,}5 \,.\, 0{,}25 = 6{,}17 + 5{,}95 + 6{,}00 + 5{,}85 + 5{,}50 + 4{,}95 + 4{,}38 + 3{,}50 + 2{,}33 + 0{,}88 = 45{,}51$ tm.

$H_g = \frac{45{,}52}{2{,}5} = 18{,}21$ t, tiek pat gauta ir grafiškai.

Momentų iš infliuentinės skaičiavimas

Paslankaus tolygiai išskirstyto sloginio įtaka yra nustatyta branduolinių momentų pagalba. Infliuentinės sudarytos branduoliniems momentams trijų arkos piūvių — fūgų III, V ir VII.

Momentų lentelė

$$-M_{IIIa} = \frac{5{,}5 \cdot 0{,}4}{2} \cdot 1{,}83 = 2{,}01 \text{ tm}$$

$$+M_{IIIa} = \frac{4{,}5 \cdot 0{,}745}{2} \cdot 2{,}11 = 3{,}57 \text{ „}$$

$$-M_{IIIv} = \frac{5{,}9 \cdot 0{,}75}{2} \cdot 1{,}74 = 3{,}85 \text{ „}$$

$$+M_{IIIv} = \frac{4{,}1 \cdot 0{,}5}{2} \cdot 2{,}25 = 2{,}30 \text{ „}$$

Pastaba:

p nustatomas iš formules

$$p = 1{,}1\left(0{,}535 + \frac{6{,}2}{l}\right),$$

kur vieton l pastatomi atitinkami infliuentinės apsloginimo ilgiai.

$$-M_{Va} = \frac{5{,}9 \cdot 0{,}55}{2} \cdot 1{,}74 = 2{,}83 \text{ „} \qquad -M_{VIIa} = \frac{6{,}25 \cdot 0{,}5}{2} \cdot 1{,}68 = 2{,}62 \text{ „}$$

$$+M_{Va} = \frac{4{,}1 \cdot 0{,}98}{2} \cdot 2{,}25 = 4{,}52 \text{ „} \qquad +M_{VIIa} = \frac{3{,}75 \cdot 0{,}85}{2} \cdot 2{,}41 = 3{,}88 \text{ „}$$

$$-M_{Vv} = \frac{6{,}4 \cdot 0{,}96}{2} \cdot 1{,}65 = 5{,}04 \text{ „} \qquad -M_{VIIv} = \frac{6{,}85 \cdot 0{,}88}{2} \cdot 1{,}58 = 4{,}76 \text{ „}$$

$$+M_{Vv} = \frac{3{,}60 \cdot 0{,}78}{2} \cdot 2{,}48 = 3{,}50 \text{ „} \qquad +M_{VIIv} = \frac{3{,}15 \cdot 0{,}76}{2} \cdot 2{,}75 = 3{,}30 \text{ „}$$

$$H_p = \frac{l}{4f} \cdot \frac{l}{2} \cdot p = \frac{1 \cdot 10}{2} \cdot 1{,}27 \cong 6{,}4 \text{ t}$$

$$K_p = \left(\frac{0{,}76 + 1{,}0}{2} + \frac{1{,}0}{2}\right) \cdot 5 \cdot 1{,}27 = 8{,}8 \text{ t}$$

Branduoliniai momentai, jų skirtumo įtakai panaikinti ekscentricitetas ir ašies ordinatės.

Piūvis	$(-M_{kv})$ tm	$(+M_{ka})$ tm	$M_{kv}-M_{ka}$ tm	$\eta_i = \frac{M_{kv}-M_{ka}}{2\,H_g}$ m	y	$y+\eta_i$	$M_{ka}+M_{kv}$ tm	N_s t
III	3,85	3,57	0,28	$\frac{0{,}28}{36{,}4} = 0{,}008$	0,169	0,177	7,42	18,8
V	5,04	4,52	0,52	$\frac{0{,}52}{36{,}4} = 0{,}015$	0,507	0,522	9,28	20,0
VII	4,76	3,88	0,89	$\frac{0{,}88}{36{,}4} = 0{,}024$	1,078	1,102	8,64	21,0

Įtempimai nuo paslankaus sloginio

Piūvis	$+M_{kv}$ tm	$-M_{ka}$ tm	$W = \frac{1}{6} b d^2$ m^3	σ_v max = $+M_{ka}:W$	σ_v min = $-M_{ka}:W$	σ_a max = $-M_{kv}:W$	σ_a min = $+M_{kv}:W$
III	2,30	2,01	$^1/_6 \cdot 0{,}92^2 = 0{,}141$	2,53	— 1,43	2,73	— 1,62
V	3,50	2,83	$^1/_6 \cdot 1{,}02^2 = 0{,}173$	2,61	— 1,64	2,92	— 2,02
VII	3,30	2,62	$^1/_6 \cdot 1{,}01^2 = 0{,}17$	2,28	— 1,54	2,80	— 1,94

Įtempimai nuo savojo svorio

Piūvis	N_s t	$F = b \cdot d$ m²	$\frac{N_s}{F}$ t/m²	$H_g \cdot \eta$ tm	W m³	$\frac{H_g \cdot \eta}{W}$ kg/cm²	σ_v kg/cm²	σ_a kg/cm²
III	18,8	0,92	20,4	18,2 · 0,008 = 0,145	0,141	0,10	2,14	1,94
V	20,0	1,02	19,6	18,2 · 0,015 = 0,273	0,173	0,16	2,12	1,80
VII	21,0	1,01	20,8	18,2 · 0,024 = 0,437	0,17	0,26	2,34	1,82

Įtempimų santrauka

Piūvis		Nuo savojo svorio kg/cm²	Nuo paslankaus sloginio max kg/cm²	Nuo paslankaus sloginio min kg/cm²	Kraštutiniai įtempimai max kg/cm²	Kraštutiniai įtempimai min kg/cm²
III	σ_v	2,14	2,53	— 1,43	4,67	0,71
	σ_a	1,94	2,73	— 1,62	4,67	0,32
V	σ_v	2,12	2,61	— 1,64	4,73	0,48
	σ_a	1,80	2,92	— 2,02	4,72	— 0,22
VII	σ_v	2,34	2,28	— 1,54	4,62	0,80
	σ_a	1,82	2,80	— 1,94	4,62	— 0,12

Matome, kad neigiami įtempimai siekia 0,22 kg/cm², t. y. kiek perdideli, todėl arka tęks kiek pastorinti.

s_0 ir s_p nustatymas

Pilna maksimalė jėga spynoje $H_{max} = H_g + H_p = 18{,}2 + 6{,}4 = 24{,}6$ t,

„ „ „ pade $K_{max} = K_g + K_p = 28{,}8 + 8{,}8 = 37{,}6$ t.

Pastaba: jėga K_g gauta tiesiog iš jėgų poligono nuo savojo svorio.

$$s_0 = \frac{H_{max}}{\sigma_N} = \frac{24{,}6}{47{,}3} = 0{,}52 \text{ m.}$$

$$s_p = \frac{K_{max}}{\sigma_N} = \frac{37{,}6}{47{,}3} = 0{,}80 \text{ m.}$$

Kadangi gautas V fūgoje gana žymus neigiamas įtempimas, tai arka iš naujo perskaičiuojama, paliekant gautąsias šiame skaičiavime ašies ordinates ir imant naujus storius, būtent:

$$h = 1{,}03 \text{ m}; \; s_0 = 0{,}53 \text{ m}; \; s_p = 0{,}81 \text{ m}$$

Betoninė arka $f : l = 2{,}5 : 10$.

Galutinis statiškasis skaičiavimas

Iš paskutinio statiškojo skaičiavimo buvo analiziškai gautos tokios ašies ordinatės:

Piūviai	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
$y =$	0,017	0,073	0,177	0,323	0,522	0,779	1,102	1,470	1,940	2,500

kurios matuojamos nuo horizontalinės linijos, einančios per spynos vidurį, ir gauti tokie arkos piūvių storiai: $s_0 = 0{,}53$ m; $h = 1{,}03$ m; $s = 0{,}81$ m.

Arkos piūvių storiai (nustatyti paraboliniu interpoliavimu):

Į kairę nuo $\xi = 0{,}5$

$$\Delta_p = \frac{h - s_p}{n_0} = \frac{1{,}03 - 0{,}81}{25} = 0{,}0088$$

			Korig.
$\xi = 0{,}5$	s_5	$= h - 0 \cdot 0{,}0088 = 1{,}030$	1,03
$\xi = 0{,}6$	s_6	$= h - 1^2 \cdot 0{,}0088 = 1{,}021$	1,03
$\xi = 0{,}7$	s_7	$= h - 2^2 \cdot 0{,}0088 = 0{,}995$	1,02
$\xi = 0{,}8$	s_8	$= h - 3^2 \cdot 0{,}0088 = 0{,}951$	0,96
$\xi = 0{,}9$	s_9	$= h - 4^2 \cdot 0{,}0088 = 0{,}889$	0,89
$\xi = 1{,}0$	s_{10}	$= h - 5^2 \cdot 0{,}0088 = 0{,}810$	0,81

Į dešinę nuo $\xi = 0{,}5$

$$\Delta_s = \frac{h - s_0}{n_0} = \frac{1{,}03 - 0{,}53}{25} = 0{,}020$$

			Korig.
$\xi = 0{,}5$	s_5	$= h - 0 \cdot 0{,}020 = 1{,}030$	1,03
$\xi = 0{,}4$	s_4	$= h - 1^2 \cdot 0{,}020 = 1{,}010$	1,00
$\xi = 0{,}3$	s_3	$= h - 2^2 \cdot 0{,}020 = 0{,}950$	0,93
$\xi = 0{,}2$	s_2	$= h - 3^2 \cdot 0{,}020 = 0{,}850$	0,84
$\xi = 0{,}1$	s_1	$= h - 4^2 \cdot 0{,}020 = 0{,}710$	0,70
$\xi = 0{,}0$	s_0	$= h - 5^2 \cdot 0{,}020 = 0{,}530$	0,53

Šalia surašyti koriguoti storiai, nes parabolinis storių interpoliavimas ne visai atitinka veikiančias piūviuose jėgas. Visoms mano arkoms tenka kairę pusę pusarkės ($\xi = 0{,}5$ iki 1,0) kiek storinti, o dešinę pusę ($\xi = 0{,}0$ iki 0,5) — ploninti. Su šitais storiais ir naujomis ašies ordinatėmis vėl išbrėžiama arka ir sudaroma svorių lentelė.

Svorių lentelė

Sekcijų N. N.	η_v m	η_u m	η_b m	$1{,}5\,\eta_v$ t	$0{,}9\,\eta_u$ t	$1{,}1\,\eta_b$ t	G t	ΣG t	Pastaba
1	0,40	0,05	0,61	0,60	0,05	0,67	1,3	1,3	
2	0,40	0,01	0,77	0,60	0,00	0,85	1,45	2,75	
3	0,40	0,03	0,90	0,60	0,03	0,99	1,6	4,35	
4	0,40	0,10	0,99	0,60	0,09	1,09	1,8	6,15	
5	0,40	0,23	1,09	0,60	0,21	1,20	2,0	8,15	
6	0,40	0,42	1,17	0,60	0,38	1,29	2,25	10,4	
7	0,40	0,68	1,20	0,60	0,61	1,32	2,55	12,95	
8	0,40	1,03	1,22	0,60	0,93	1,35	2,9	15,85	
9	0,40	1,40	1,25	0,60	1,26	1,38	3,25	19,1	
10	0,40	1,92	1,12	0,60	1,76	1,23	3,6	22,7	
					$\Sigma = 11{,}37$ t		$=22{,}7$t		

$\Sigma = 6{,}0 + 5{,}32 + 11{,}37 = 22{,}7$ t

Priimame arkos betono svorį = 11,5 t.

Analizinis spaudimo linijos ordinačių skaičiavimas

Piūvis	tm	$y = M : H_g$
I	$1{,}30 \cdot 0{,}25 = 0{,}33$	0,018
II	$0{,}33 + 1{,}30 \cdot 0{,}5 + 1{,}45 \cdot 0{,}25 = 1{,}34$	0,073
III	$1{,}34 + 2{,}75 \cdot 0{,}5 + 1{,}60 \cdot 0{,}25 = 3{,}09$	0,167
IV	$3{,}09 + 4{,}35 \cdot 0{,}5 + 1{,}80 \cdot 0{,}25 = 5{,}72$	0,310
V	$5{,}72 + 6{,}15 \cdot 0{,}5 + 2{,}00 \cdot 0{,}25 = 9{,}30$	0,504
VI	$9{,}30 + 8{,}15 \cdot 0{,}5 + 2{,}25 \cdot 0{,}25 = 13{,}94$	0,754
VII	$13{,}94 + 10{,}40 \cdot 0{,}5 + 2{,}55 \cdot 0{,}25 = 19{,}78$	1,071
VIII	$19{,}78 + 12{,}95 \cdot 0{,}5 + 2{,}90 \cdot 0{,}25 = 26{,}99$	1,461
IX	$26{,}99 + 15{,}85 \cdot 0{,}5 + 3{,}25 \cdot 0{,}25 = 35{,}72$	1,934
X	$35{,}72 + 19{,}10 \cdot 0{,}5 + 3{,}60 \cdot 0{,}25 = 46{,}17$	2,500

Patikrinimas: $1{,}3 \cdot 4{,}75 + 1{,}45 \cdot 4{,}25 + 1{,}6 \cdot 3{,}75 + 1{,}8 \cdot 3{,}25 + 2{,}0 \cdot 2{,}75 + 2{,}25 \cdot 2{,}25 + 2{,}55 \cdot 1{,}75 + 2{,}90 \cdot 1{,}25 + 3{,}25 \cdot 0{,}75 + 3{,}6 \cdot 0{,}25 = 6{,}17 + 6{,}16 + 6{,}00 + 5{,}85 + 5{,}50 + 5{,}06 + 4{,}46 + 3{,}63 + 2{,}44 + 0{,}90 = 46{,}17$ tm.

$$H_g = \frac{46{,}17}{2{,}5} = 18{,}47 \text{ t}$$

Grafiškai gauta 18,5 t.

Momentų iš infliuentinių skaičiavimas

Momentų lentelė

$$-M_{IIIa}=\frac{0{,}42\cdot 5{,}5}{2}\cdot 1{,}83=2{,}11 \text{ tm} \qquad -M_{VIIa}=\frac{0{,}47\cdot 6{,}15}{2}\cdot 1{,}70=2{,}47 \text{ tm}$$

$$+M_{IIIa}=\frac{0{,}78\cdot 4{,}5}{2}\cdot 2{,}10=3{,}69 \text{ „} \qquad +M_{VIIa}=\frac{0{,}88\cdot 3{,}85}{2}\cdot 2{,}30=4{,}00 \text{ „}$$

$$-M_{IIIv}=\frac{0{,}74\cdot 5{,}9}{2}\cdot 1{,}74=3{,}80 \text{ „} \qquad -M_{VIIv}=\frac{0{,}85\cdot 6{,}85}{2}\cdot 1{,}58=4{,}60 \text{ „}$$

$$+M_{IIIv}=\frac{0{,}52\cdot 4{,}1}{2}\cdot 2{,}25=2{,}40 \text{ „} \qquad +M_{VIIv}=\frac{0{,}79\cdot 3{,}15}{2}\cdot 2{,}75=3{,}41 \text{ „}$$

$$-M_{Va}=\frac{0{,}54\cdot 5{,}9}{2}\cdot 1{,}74=2{,}77 \text{ „} \qquad H_p=\frac{l}{4f}\cdot\frac{l}{2}\cdot p=\frac{1\cdot 10}{2}\cdot 1{,}27=6{,}4 \text{ t}$$

$$+M_{Va}=\frac{0{,}99\cdot 4{,}1}{2}\cdot 2{,}25=4{,}56 \text{ „} \qquad K_p=\left(\frac{0{,}75+1{,}0}{2}+\frac{1{,}0}{2}\right)5\cdot 1{,}27=8{,}8 \text{ t}$$

$$-M_{Vv}=\frac{0{,}97\cdot 6{,}4}{2}\cdot 1{,}65=5{,}13 \text{ „}$$

$$+M_{Vv}=\frac{0{,}76\cdot 3{,}6}{2}\cdot 2{,}48=3{,}40 \text{ „}$$

Branduoliniai momentai, jų skirtumo įtakai panaikinti ekscentricitetas ir ašies ordinatės

Piūvis	$-M_{kv}$ tm	$+M_{ka}$ tm	$M_{kv}-M_{ka}$ tm	$\eta_1=\frac{M_{kv}-M_{ka}}{2H_g}$ m	y m	$y+\eta_1$ m	$M_{ka}+M_{kv}$ tm	N_s t
III	3,80	3,69	0,11	$\frac{0{,}11}{37}=0{,}003$	0,167	0,170	7,49	19,0
V	5,13	4,56	0,57	$\frac{0{,}57}{37}=0{,}015$	0,504	0,519	9,69	20,3
VII	4,60	4,00	0,60	$\frac{0{,}63}{37}=0{,}016$	1,071	1,087	8,60	22,0

Įtempimai nuo paslankaus sloginio

Piūvis	$+M_{kv}$ tm	$-M_{ka}$ tm	$W=\frac{1}{6}bd^2$ m³	σ_v max = $+M_{ka}:W$	σ_v min = $-M_{ka}:W$	σ_a max = $-M_{kv}:W$	σ_a min = $+M_{kv}:W$
III	2,40	2,11	$^1/_6\cdot 0{,}93^2=0{,}144$	2,57	— 1,47	2,64	— 1,67
V	3,40	2,77	$^1/_6\cdot 1{,}03^2=0{,}177$	2,58	— 1,57	2,90	— 1,92
VII	3,41	2,47	$^1/_6\cdot 1{,}02^2=0{,}173$	2,31	— 1,43	2,66	— 1,98

Įtempimai nuo savojo svorio

Piūvis	N_s t	$F = b \cdot d$ m²	$\frac{N_s}{F}$ t/m²	$H_g \cdot \eta$ tm	W m³	$\frac{K_g \cdot \eta}{W}$ kg/cm²	σ_v kg/cm²	σ_a kg/cm²
III	19,0	0,93	20,4	$18,5 \cdot 0,003 = 0,055$	0,144	0,04	2,08	2,00
V	20,3	1,03	19,7	$18,5 \cdot 0,015 = 0,278$	0,177	0,16	2,13	1,81
VII	22,0	1,02	21,6	$18,5 \cdot 0,016 = 0,296$	0,173	0,17	2,33	1,99

Įtempimų santrauka

Piūvis	Nuo savojo svorio kg/cm²	Nuo paslankaus apsloginimo max kg/cm²	Nuo paslankaus apsloginimo min kg/cm²	Kraštutiniai įtempimai max kg/cm²	Kraštutiniai įtempimai min kg/cm²
III σ_v	2,08	2,57	— 1,47	4,65	0,61
III σ_a	2,00	2,64	— 1,67	4,64	0,33
V σ_v	2,13	2,58	— 1,57	4,71	0,55
V σ_a	1,81	2,90	— 1,92	4,71	— 0,12
VII σ_v	2,33	2,31	— 1,43	4,64	0,90
VII σ_a	1,99	2,66	— 1,98	4,65	0,01

Įtempimai pasiekti beveik tinkami.

Išeidami iš vidutinio (normalaus) įtempimo $\sigma_N = 47,1$ t/m², kuris pasireiškė V piūvy, nustatome dabar s_0 ir s_p nes mūsų vadovaujamas dėsnis yra taip suprojektuoti arką, kad visuose jos piūviuose būtų vienodi maksimalūs įtempimai, vadinasi, būtų vienodai išnaudota medžiaga.

s_0 ir s_p *nustatymas*

Didžiausia jėga spynoje $H_{max} = 18,5 + 6,4 = 24,9$ t,

„ „ pade $K_{max} = 29,5 + 8,8 = 38,3$ t.

Storis spynoje $s_0 = \frac{H_{max}}{\sigma_N} = \frac{24,9}{47,1} = 0,528$ m

Storis pade $s_p = \frac{K_{max}}{\sigma_N} = \frac{38,3}{47,1} = 0,813$ m

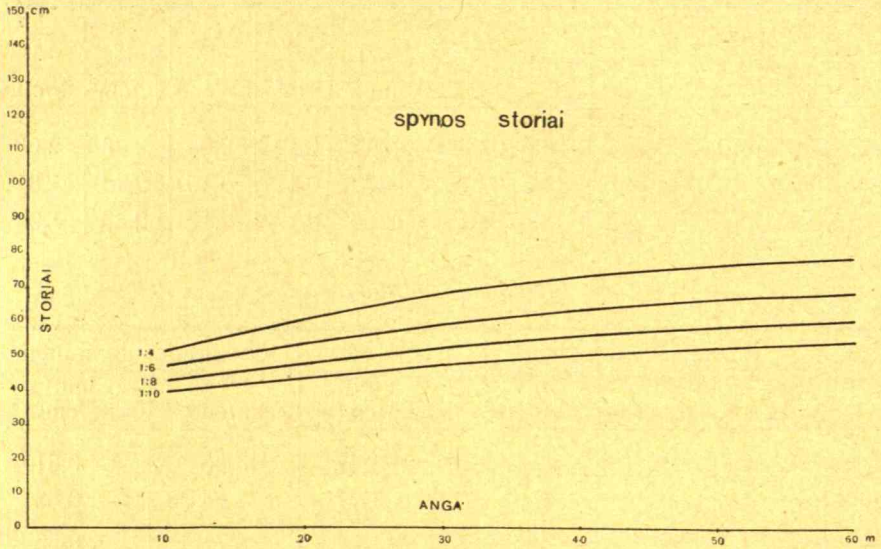
Tolimesnis arkos perskaičiavimas ir braižymas yra betikslis, nes svoriai ir momentai apčiuopiamai nepasikeičia.

Kad sumažinti neigiamą įtempimą, h priimu = 1,04 m, tąsyk iš Mörsch'o formulių, II Band, 3 Teil, 47 pusl. gauta:

$\sigma_N = 46,9$ t/m², $s_0 = 0,53$ m, $s_p = 0,82$ m, $\sigma_z = -0,02$ kg/cm².

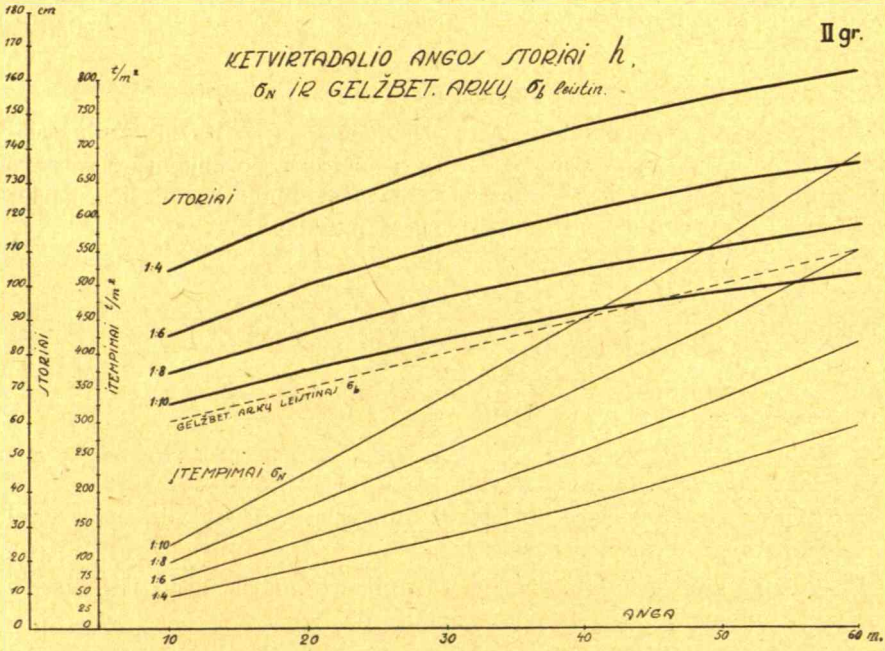
Tokiu pat būdu surasti visi išmatavimai kitų 23 betoninių arkų, kurie

I gr.



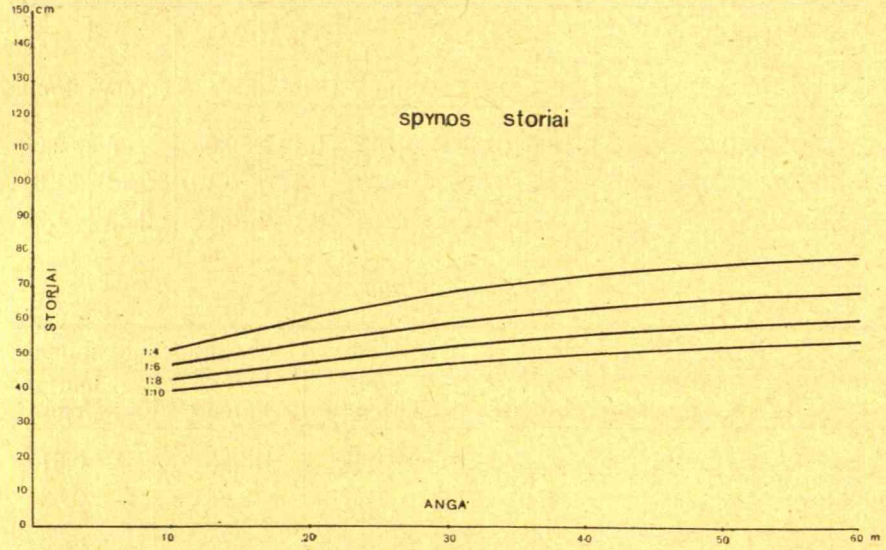
I grafik.

II gr.



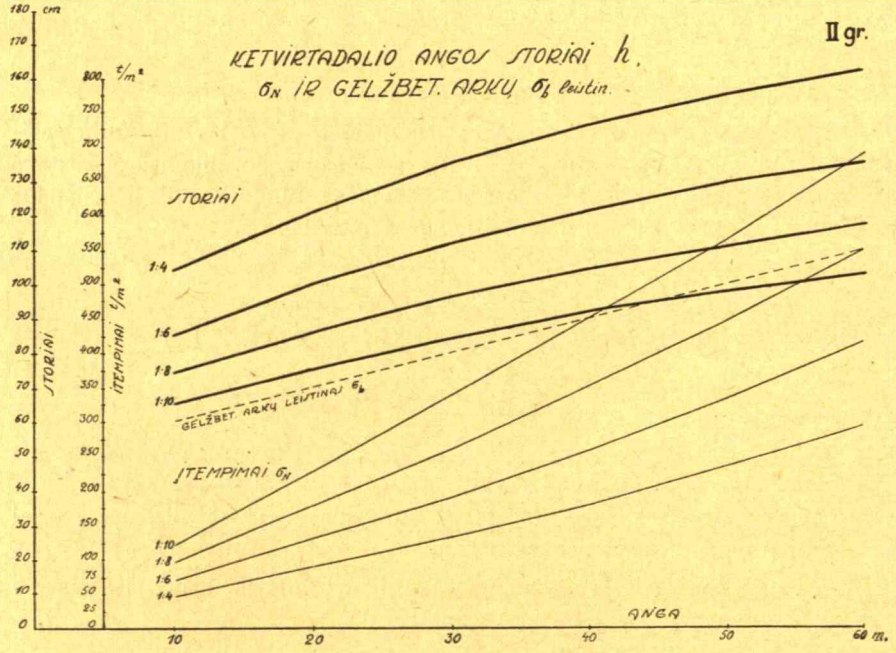
II grafik.

I gr.

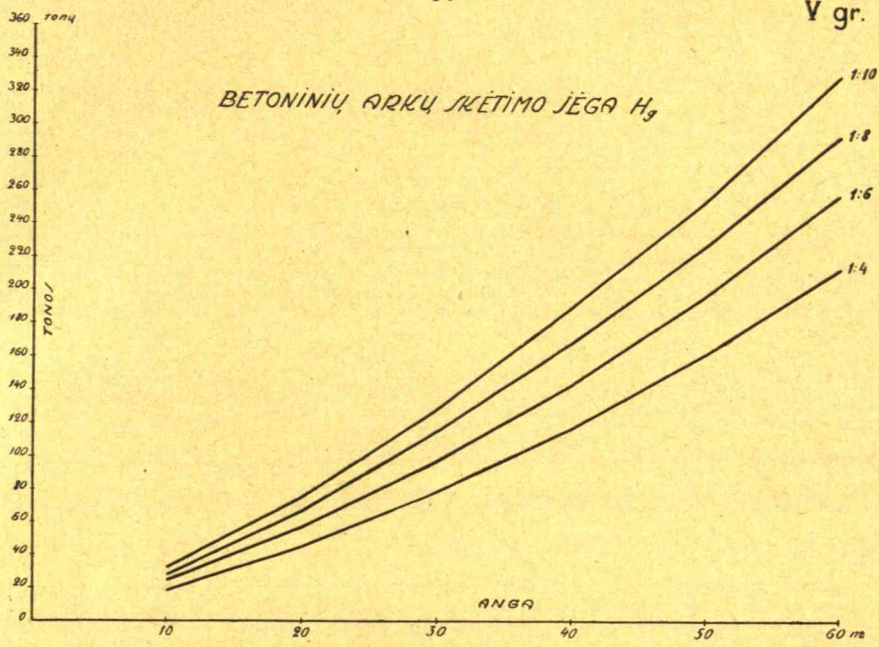


I grafik.

II gr.



II grafik.



V grafik.

sutraukti I ir III lentelėse. Surasti konstrukciniai storiai, svoriai, skėtimo jėga ir įtempimas σ_N atvaizduoti I, II, III, IV ir V grafikuose. Pusarkės svoriai ir skėtimo jėga parodyti tonomis 1 m pločio arkos juostai.

Žemiau dedamas gelžbetoninių arkų skaičiavimo pavyzdys. Priimtasis leistinas gelžbetoninėms arkoms gniūžimo įtempimas atvaizduotas II grafike, jis yra proporcingas angų dydžiui, būtent:

$l =$	10	20	30	40	50	60	metrų
$\sigma_b =$	30	35	40	45	50	55	kg/cm²

II pavyzdys.

Gelžbetoninė arka $f : l = 7{,}5 : 30$.

Arka sauskelių tiltui su spragotiniu viršaus statiniu, trijų šarnyrų (5 brėž.).

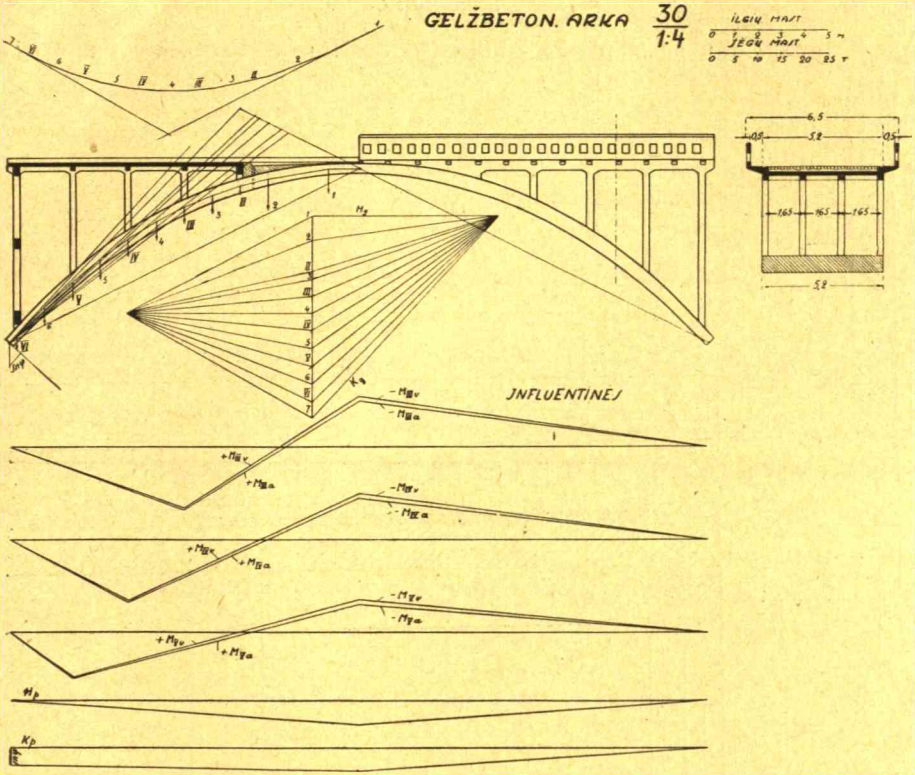
Paslankusis apsloginimas pagal DIN 1072, II kategorijos, su dinaminiu koeficientu.

Leistini įtempimai pagal DIN 1075; $\sigma_b = 40$ kg/cm².

Norėdami nustatyti arkos spaudimo liniją pirmam skaičiavimui naudojamės inž. dr. F. Kögler'io tabelėmis.

Arkos skersinis ir išilginis piūvis atvaizduotas 5 ir 6 brėž.

Apsloginimas spynoje $z_0 = s_0 + u\frac{\gamma_v}{\gamma} + s'$; čia s_0 arkos storis spynoje, u — važiuojamosios dalies plutos storis, γ_v — jos tūrio vieneto svoris, γ — gelžbetonio tūrio vieneto svoris, s' — konstrukcinis storis.



5 brėž.

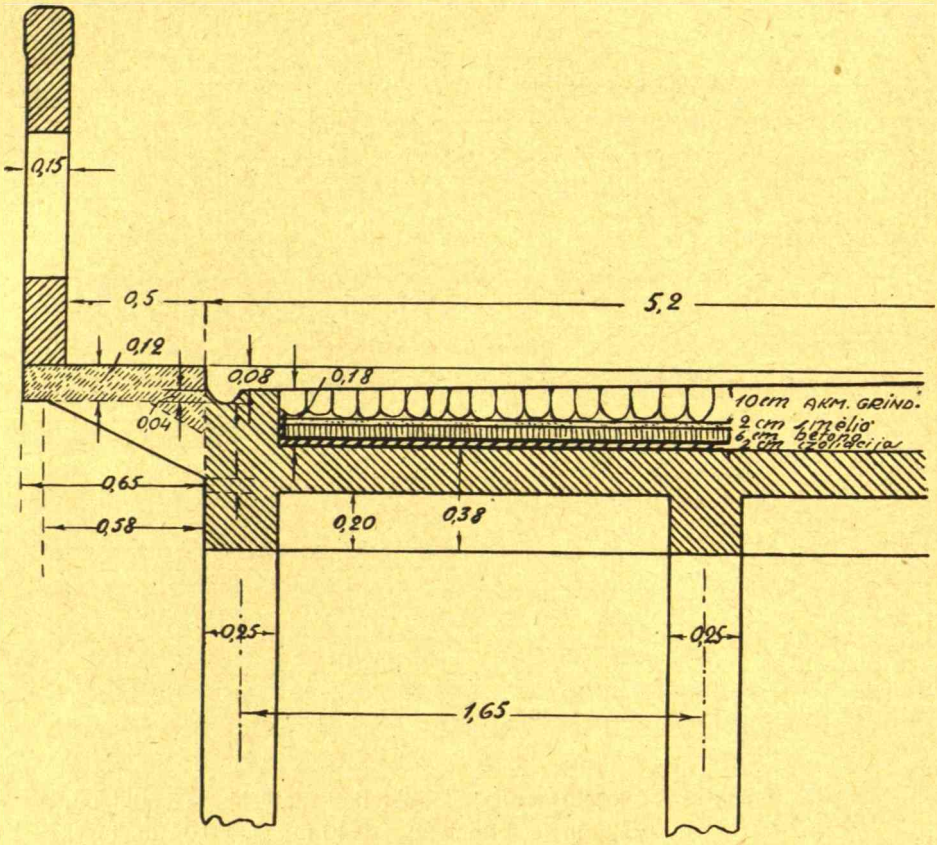
γ_v = (plutos tūrio vieneto svoris), kaip toliau matysim, $\cong$ 3,60 t/m^3, γ = 2,4 t/m^3; u = 0,20 m; s_0 priimame = 0,40 m; s' = 0,04 m, tąsyk

$$z_0 = 0{,}40 + 0{,}20 \cdot \frac{3{,}6}{2{,}4} + 0{,}04 = 0{,}74 \text{ m (redukavus į gelžbetonį).}$$

Apsloginimas pade z sudėtas iš važiuojamosios dalies svorio ir viršaus statinio svorio. Pastarasis susideda iš dviejų dalių: pastovios ir kintamosios. Pastovi dalis yra gelžbetoninės plokštės, išilginių ir skersinių sijų tenkąs 1 m^2 svoris, kurį tos pačios angos ir įvairios pakylos arkoms galime laikyti pastoviu. Kintamoji — yra statramščių (kolonų) su ryšiais svoris, kuris ne tik įvairių angų arkoms, bet ir tos pačios angos arkoms kinta priklausydamas nuo pakylos (f/l). Pamatinių viršaus statinio elementų — plokštės, konsolės, svarbiųjų sijų ir statramsčių skaičiavimas atliktas duodant išmatavimams nedidelę atsargą, turint galvoje galimą apsloginimo normų padidinimą (priimtas II kategorijos apsloginimas — 16 t plentvolis yra iš tikro nedaug), nes masyvinės arkos tokį padidėjusį apsloginimą, be abejo, išlaikys, betgi spragotinis viršaus statinys gali rastis persilpnas.

I. Važiuojamoji dalis.

Ją sudaro: kelio pluta, šalitilčiai (plokštės ir konsolės) ir turėklai



6 brėž.

Važiuojamosios dalies tūrio vieneto svoris

1) *kelio pluta*

10 cm	tašyto akmens grindinio	0,10 . 2,8=0,280 t/m²
2 „	smėlio pamato	0,02 . 1,6=0,032 „
6 „	apsaugos betono sluoksnio	0,06 . 2,2=0,132 „
2 „	izoliacijos	0,02 . 1,4=0,028 „
Iš viso 20 cm		Iš viso 0,472 t/m²

iš čia tūrio vieneto svoris $\gamma_p = 0{,}472 \cdot \frac{1}{0{,}20} = 2{,}36$ t/m³,

1 ts.m plutos tūris $T_p = 0{,}20 \,.\, 1{,}0 \,.\, 5{,}2 = 1{,}04$ m³.

2) *Konsolės* (kas 1,2 m):

Konsolės gelžbetoninės, tūrio vieneto svoris $\gamma_k = 2{,}4$ t/m³.

1-am ts. m tenkąs 25 cm pločio konsolės tūris $T_k = \frac{0{,}3 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}25}{2 \cdot 1{,}2} = 0{,}02$ m³,

o įskaitant vutus $\cong 0{,}03$ m³.

3) *Šalitilčių plokštė:*

Plokštė gelžbetoninė, 12 cm storio, tūrio vieneto svoris $\gamma_š = 2{,}4$ t/m³.
0,65 m pločio plokštės 1 ts. m tūris $T_š = 0{,}12 \cdot 0{,}65 \cdot 1{,}0 = 0{,}08$ m³.

4) *Turėklai* (gelžbetoniniai):

Tūrio vieneto svoris $\gamma_t = 2{,}4$ t/m³.
Vieno ts. m turėklų tūris $T_t = 1{,}1 \cdot 0{,}15 \cdot 1{,}0 = 0{,}165$ m³.
Važiuojamosios dalies tūrio vieneto svoris γ_v:

$$0{,}2 \cdot \gamma_v = \frac{2T_k \cdot \gamma_k + 2T_š \cdot \gamma_š + 2T_t \cdot \gamma_t + T_p \cdot \gamma_p}{b} =$$

$$= \frac{2 \cdot 0{,}03 \cdot 2{,}4 + 2 \cdot 0{,}08 \cdot 2{,}4 + 2 \cdot 0{,}165 \cdot 2{,}4 + 1{,}04 \cdot 2{,}36}{5{,}2} = 0{,}723 \text{ t.}$$

iš čia $\gamma_v = 0{,}723 : \frac{1}{0{,}2} = 3{,}62$ t/m³, 1-am m² tenka $g_v = 0{,}72$ t/m².

II. Viršaus statinys

1) *Pastovioji dalis*

Gelžbetoninė plokštė 18 cm storio	$0{,}18 \cdot 1{,}0 \cdot 5{,}2 \cdot 2{,}4 = 2{,}25$ t
4 išilginės sijos	$4 \cdot 0{,}20 \cdot 0{,}25 \cdot 1{,}0 \cdot 2{,}4 = 0{,}48$ „
Skersinės sijos (kas 2,4 m)	$\frac{1}{2{,}4} \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}20 \cdot 5{,}2 \cdot 2{,}4 = 0{,}26$ „
Vutai ir k.	$= 0{,}21$ „
Iš viso	3,20 t/m

arba 1-am m² $g_p = \frac{3{,}30}{5{,}2} \cong 0{,}63$ t/m²

$g_v + g_p = 0{,}72 + 0{,}63 = 1{,}35$ t/m², o įskaitant kabinamus, reikalui esant, telegrafo-telefono kabelius, vandentiekio vamzdžius, apledijimą ir p. priimta $g_v + g_p = 1{,}40$ t/m².

2) *Kintamoji dalis*

Statramsčių (kolonų) eilės svoris $K_i = 4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}25 \cdot 2{,}4\, y_i$ tonų, čia y_i — statramsčių aukštis.

Piūviui VI (prie atramos) $y_{1,0} \cong y_A = \eta_{1,0} \cdot f - \frac{s'_k}{2} + \frac{s_0}{2} + s' - u_p - h'$.

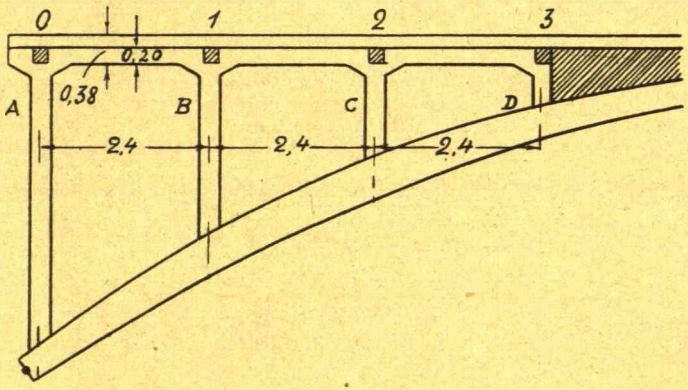
Čia u_p — plokštės storis, h' — skersinės sijos aukštis, s'_k — žiūr. 1 br. ir Kögleriо „Gewölbetabellen“ 2 brėž., $\eta_{1,0} = 1$, o bendrai imama iš tabelių (Kögler, 14—15 pusl.).

Mūsų atsitikime: $\operatorname{tg}\beta \cong 5{,}5\,\frac{f}{l} = 1{,}375$; $\cos\beta = 0{,}587$; $s'_k = \frac{s_p}{\cos\beta} = \frac{s_0}{\cos\beta} = \frac{s_0}{0{,}587} = \frac{0{,}40}{0{,}587} = 0{,}682$ m. Iš prityrimo imu kiek didesnį $s'_k = 0{,}70$ m.

$s_0 = 0{,}40$ m; $s' = 0{,}04$ m; $u_p = 0{,}18$ m; $h' = 0{,}20$ m, todėl

$$y_{1,0} = 7{,}5 - \frac{0{,}70}{2} + \frac{0{,}40}{2} + 0{,}04 - 0{,}18 - 0{,}20 = 7{,}0 \text{ m}.$$

Taigi $K_{1,0} \cong K_A = 4 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}25 \cdot 2{,}4 \cdot y_{1,0} = 0{,}72 \cdot 7{,}0 = 5{,}05$ t



8 brėž.

Sukoncentruotas svoris $K_{1,0}$ pasiskirsto $\frac{1}{2}\lambda$ ilgyje (čia λ — panėlės ilgis = nuotolis tarp statramsčių) ir per visą arkos plotį (= 5,2 m), todėl 1-no m pločio juostos 1-am ts. metrui tenka apsloginimas $\frac{K_{1,0}}{5{,}2 \cdot \frac{\lambda}{2}}$, o visas apsloginimas pade bus:

$$z = \frac{K_{1,0}}{5{,}2 \cdot \frac{\lambda}{2}} + \frac{(g_v + g_p) \cdot \frac{\lambda}{2}}{\frac{\lambda}{2}} + 2{,}4\, s'_k = \frac{K_{1,0}}{5{,}2 \cdot \frac{\lambda}{2}} + g_v + g_p + 2{,}4\, s'_k \text{ t/m}^2$$

Dėl $\lambda = 2{,}4$ m gauname $z = \frac{K_{1,0}}{6{,}24} + 1{,}40 + 2{,}4\, s'_k$ tonų,

arba redukavus į gelžbetonį

$$z = \frac{1}{15} K_{1,0} + 0{,}583 + s'_k \text{ metrų.}$$

Mūsų atsitikime $z = \frac{1}{15} \cdot 5{,}05 + 0{,}583 + 0{,}70 = 1{,}62$ m.

Köglerio tabelių apsloginimo intensyvumas

$$\varphi = \frac{z - z_0}{6\, z_0} = \frac{1{,}62 - 0{,}74}{6 \cdot 0{,}74} = \frac{0{,}88}{4{,}44} = 0{,}20.$$

Arkos storių h, s_0 ir s_p nustatymas

Storis angos ketvirtadalyje — h — nustatomas su Köglerio formulėmis (57) ir (63), 45 pusl. „Gewölbetabellen". Tų formulių koeficientai dėl $\varphi = 0{,}20$, iš tabelės 14 pusl. yra:

$$a=0{,}311;\ b=0{,}215;\ a\,.\,b=0{,}067;\ a_5=0{,}123.$$

(57) ir (13) formulės: $R_5=a_5\,.\,z\,.\,l\,\gamma = 0{,}123\,.\,1{,}62\,.\,30\,.\,2{,}4 = 14{,}3$ t,

(51) form.: $H_E = H_g = a\cdot b\cdot z\cdot\gamma\cdot\frac{l^2}{f} = 0{,}067\cdot 1{,}62\cdot 2{,}4\cdot\frac{900}{7{,}5} = 31{,}3$ t

(56) form.: $S_E = \sqrt{H_E^2 + R_5^2} = \sqrt{31{,}3^2 + 14{,}3^2} = 34{,}4$ t

(58) form.: $l_1 = 0{,}385$ $l = 0{,}385\,.\,30 = 11{,}6$ m;

$$p_1 = 1{,}1\left(0{,}535 + \frac{6{,}2}{l}\right) = 1{,}1\left(0{,}535 + \frac{6{,}2}{11{,}6}\right) = 1{,}18\ \text{t/m}^2;\ S_v = \frac{p_1\cdot l^2}{25\cdot f} = 5{,}7\ t$$

(59) form.: $S = S_E + S_v = 34{,}4 + 5{,}7 = 40{,}1$ t.

Dėl $\varphi = 0{,}20$ iš tab. 1 (14 pusl.) gauname, kai $\xi = 0{,}5$:

$$\eta_0 = 0{,}221;\ l_2 = 0{,}615\cdot l = 18{,}5\ \text{m};\ p_2 = 1{,}1\left(0{,}535 + \frac{6{,}2}{18{,}5}\right) = 0{,}96\ \text{t/m}^2$$

(60a) form.: $M_1 = \frac{l^2}{32}\cdot\frac{1+2\eta}{3-2\eta}\cdot p_1 = \frac{900}{32}\cdot\frac{1+2\cdot 0{,}221}{3-2\cdot 0{,}221}\cdot 1{,}18 = 18{,}71$ tm

(60b) form.: $M_2 = \frac{l^2}{8}(1-\eta)\cdot\frac{1-2\eta}{3-2\eta}\cdot p_2 = \frac{900}{8}(1-0{,}221)\cdot\frac{0{,}558}{2{,}558}\cdot 0{,}96 =$
$= 18{,}46$ tm.

Leistinas $\sigma_b = 40$ kg/cm², nustatome h iš

(61) form.: $b\,\sigma_b\,h^2 - S\cdot h - 6M = 0$; $M = \frac{1}{2}(M_1 + M_2) \cong 18{,}6$ tm, $b = 1$,

$$h = \frac{S}{2b\sigma} + \sqrt{\left(\frac{S}{2b\sigma}\right)^2 + \frac{6M}{b\cdot\sigma}} = \frac{40{,}1}{2\cdot 400} + \sqrt{\left(\frac{40{,}1}{2\cdot 400}\right)^2 + \frac{6\cdot 18{,}6}{400}} =$$
$$= 0{,}05 + 0{,}53 = 0{,}58\ \text{m}.$$

Iš daugelio skaičiavimų prityrimo žinau šitą skaičių esant kiek permažą, todėl imu $h = 0{,}60$ m.

s_0 nustatymas

Kögler'io formulė (52): $s_0 = l^2\cdot\frac{a\cdot b\cdot z\cdot\gamma + 0{,}125\cdot p}{f\cdot\sigma} =$

$$= 900\cdot\frac{0{,}067\cdot 1{,}62\cdot 2{,}4 + 0{,}125\cdot 0{,}82}{7{,}5\cdot 400} = 10{,}9\ \text{cm},$$ bet tai neskaitant geležies, o su armatūra storis bus žymiai mažesnis.

Konstrukciniais sumetimais priimu $s_0 = 0{,}40$ m.

s_p nustatymas

Form. 53): $K_E = \frac{H_E}{\cos\beta}$; form. (45): $\operatorname{tg}\beta = \frac{f}{b \cdot l} = \frac{7{,}5}{0{,}215 \cdot 30} = 1{,}163$;

$\beta = 49°20'$; $\cos\beta = 0{,}652$; $K_E = \frac{31{,}3}{0{,}652} = 48{,}0$ t.

$K_v = \sqrt{H_v^2 + \left(\frac{p \cdot l}{2}\right)^2}$; $H_v = \frac{p \cdot l^2}{8 \cdot f} = 12{,}3$ t; $\frac{p \cdot l}{2} = 0{,}82 \cdot 15 = 12{,}3$ t.

$K_v = \sqrt{12{,}3^2 + 12{,}3^2} = 17{,}4$ t; $K = K_E + K_v = 65{,}4$ t; $s_p = \frac{65{,}4}{400} = 0{,}16$ m.

Konstrukciniais sumetimais priimu $s_p = 0{,}40$ m.

Spaudimo linijos ordinatės ($\varphi = 0{,}20$, Kögl. tabelių 14 pusl.):

$\xi =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
η_0	0,0085	0,0342	0,0775	0,1394	0,2211	0,3242	0,4507	0,6034	0,7853	1,000
$y = \eta_0 \cdot f$	0,064	0,257	0,581	1,045	1,658	2,431	3,380	4,523	5,889	7,500

Arkos storiai (paraboliškai interpoliuojant):

$\Delta_s = \frac{h - s_0}{n_0^2} = \frac{0{,}60 - 0{,}40}{25} = 0{,}008$

			Korig.
$\xi = 0{,}5$	s_5	$= h - 0 \cdot 0{,}008 = 0{,}600$	0,60
$\xi = 0{,}4$	s_4	$= h - 1^2 \cdot 0{,}008 = 0{,}592$	0,58
$\xi = 0{,}3$	s_3	$= h - 2^2 \cdot 0{,}008 = 0{,}568$	0,56
$\xi = 0{,}2$	s_2	$= h - 3^2 \cdot 0{,}008 = 0{,}528$	0,52
$\xi = 0{,}1$	s_1	$= h - 4^2 \cdot 0{,}008 = 0{,}472$	0,47
$\xi = 0{,}0$	s_0	$= h - 5^2 \cdot 0{,}008 = 0{,}500$	0,40

$\Delta_p = \frac{h - s_p}{n_0^2} = \frac{0{,}60 - 0{,}40}{25} = 0{,}008$

			Korig.
$\xi = 0{,}5$	s_5	$= h - 0 \cdot 0{,}008 = 0{,}600$	0,60
$\xi = 0{,}6$	s_6	$= h - 1^2 \cdot 0{,}008 = 0{,}592$	0,60
$\xi = 0{,}7$	s_7	$= h - 2^2 \cdot 0{,}008 = 0{,}568$	0,58
$\xi = 0{,}8$	s_8	$= h - 3^2 \cdot 0{,}008 = 0{,}528$	0,54
$\xi = 0{,}9$	s_9	$= h - 4^2 \cdot 0{,}008 = 0{,}472$	0,48
$\xi = 1{,}0$	s_{10}	$= h - 5^2 \cdot 0{,}008 = 0{,}400$	0,40

Lentelėje, šalia išskaičiuotų, surašyti koriguotieji storiai, nes skaičiavimų prityrimas rodo, kad parabolinis storių interpoliavimas ne visai atitinka veikiančias piūviuose jėgas ir momentus. Visoms mano arkoms tenka kairiąją pusarkės pusę ($\xi = 0{,}5$ iki 1,0) kiek (nežymiai) storinti, o dešiniąją pusę ($\xi = 0{,}0$ iki 0,5) — ploninti.

Su gautaisiais storiais ir ordinatėmis išbrėžus arką, sudaryta svorių lentelė.

Sekcijų NN	η_v m	η_u m	η_b m	$8{,}64\,\eta_v$ $(9{,}72\,\eta_v)$ t	$4{,}32\,\eta_u$ $(4{,}86\,\eta_u)$ t	$5{,}76\,\eta_b$ $(6{,}48\,\eta_b)$ t	$\frac{\lambda'}{2}(g_v+g_p)$ $\left[\frac{\lambda'}{2}(g_v+g_p)\right]$ t	$\lambda\,(g_v+g_p)$ $[\lambda'(g_v+g_p)]$ t	$\frac{K_i}{5{,}2}$ t	G t	ΣG t	P a s t a b a
1	0,20	0,11	0,44	1,94	0,54	2,85	—	—	—	5,35	5,35	λ ir λ' panėlės (nuotoliai tarp statramščių); g_v — važiuojam. dalies ir g_p viršaus statinio pastoviosios dalies svoriai 1-m pločio juostai
2	0,20	0,38	0,58	1,73	1,64	3,34	—	—	—	6,70	12,05	
II	—	—	—	—	—	—	1,68	—	0,03	1,70	13,75	
3	—	—	0,64	—	—	3,69	—	—	—	3,70	17,45	$\lambda\,(g_v+g_p)=2{,}4\cdot 1{,}4=3{,}36$ t/m $\lambda'\,(g_v+g_p)=2{,}7\cdot 1{,}4=3{,}78$ „
III	—	—	—	—	—	—	—	3,36	0,13	3,50	20,95	$\lambda/_2\,(g_v+g_p)=1{,}68$ t/m²
4	—	—	0,68	—	—	3,92	—	—	—	3,90	24,85	$\lambda'/_2(g_v+g_p)=1{,}89$ t/m² $\gamma_v\cdot\Delta x=3{,}6\cdot 2{,}4=8{,}64$ t/m
IV	—	—	—	—	—	—	—	3,36	0,30	3,65	28,50	$\gamma_v\cdot\Delta x'=3{,}6\cdot 2{,}7=9{,}72$ „ $\gamma_1\cdot\Delta x=1{,}8\cdot 2{,}4=4{,}32$ „
5	—	—	0,71	—	—	4,09	—	—	—	4,10	32,60	$\gamma_1\cdot\Delta x'=1{,}8\cdot 2{,}7=4{,}86$ „ $\gamma\cdot\Delta x=2{,}4\cdot 2{,}4=5{,}76$ „
V	—	—	—	—	—	—	—	3,36	0,54	3,90	36,50	$\gamma\cdot\Delta x'=2{,}4\cdot 2{,}7=6{,}48$ „
6	—	—	0,65	—	—	3,74	—	—	—	3,75	40,25	$K_i/5{,}2=\frac{4\cdot 0{,}3\cdot 0{,}25\cdot 2{,}4\cdot y_i}{5{,}2}=$ $0{,}14\cdot y_i$; y_i — statram. aukštis iš brėžinio.
VI	—	—	—	—	—	—	2,20*)	—	0,87	3,05	43,30	*) su skersiniais ryšiais.
						$\Sigma=21{,}63$ t			$\Sigma=43{,}30$ t			

Spaudimo linijos ordinačių skaičiavimas

Piūviai	$M_V = M_{IV} + e\,\Sigma^I_{IV} P + P_5 \cdot e/_2$ tm	$y = M : H_g$
I	$5{,}35 \cdot 1{,}35 = 7{,}22$	0,181
II	$7{,}22 + 5{,}35 \cdot 2{,}4 + 6{,}70 \cdot 1{,}20 = 28{,}10$	0,704
III	$28{,}10 + 13{,}75 \cdot 2{,}4 + 3{,}70 \cdot 1{,}20 = 65{,}54$	1,643
IV	$65{,}54 + 20{,}95 \cdot 2{,}4 + 3{,}90 \cdot 1{,}20 = 120{,}50$	3,020
V	$120{,}50 + 28{,}50 \cdot 2{,}4 + 4{,}10 \cdot 1{,}20 = 193{,}81$	4,857
VI	$193{,}81 + 36{,}50 \cdot 2{,}4 + 3{,}75 \cdot 1{,}20 = 285{,}92$	7,166
A	$285{,}92 + 43.30 \cdot 0{,}3 + 298{,}91$	7,500

$$H_g = \frac{298{,}91}{7{,}5} = 39{,}9 \text{ t.}$$

Gautos ordinatės kiek skiriasi nuo priimtų skaičiavimo pagrindu, todėl, turint galvoje, kad, gal būti, teks dar keisti arkos storius, jas laikinai paliekame.

Momentų lentelė

$$-M_{IIIa} = \frac{2{,}00 \cdot 18{,}2}{2} \cdot 0{,}96 = 17{,}47 \text{ tm.}$$

$$+M_{IIIa} = \frac{2{,}74 \cdot 11{,}8}{2} \cdot 1{,}17 = 18{,}90 \text{ „}$$

$$-M_{IIIv} = \frac{2{,}205 \cdot 18{,}5}{2} \cdot 0{,}96 = 19{,}56 \text{ „}$$

$$+M_{IIIv} = \frac{2{,}56 \cdot 11{,}5}{2} \cdot 1{,}18 = 17{,}37 \text{ „}$$

$$-M_{Va} = \frac{1{,}21 \cdot 19{,}5}{2} \cdot 0{,}94 = 11{,}09 \text{ tm.}$$

$$+M_{Va} = \frac{1{,}99 \cdot 10{,}5}{2} \cdot 1{,}24 = 12{,}95 \text{ „}$$

$$-M_{Vo} = \frac{1{,}44 \cdot 20{,}0}{2} \cdot 0{,}93 = 13{,}39 \text{ „}$$

$$+M_{Vo} = \frac{1{,}95 \cdot 9{,}8}{2} \cdot 1{,}29 = 12{,}33 \text{ „}$$

$$-M_{IVa} = \frac{1{,}89 \cdot 19{,}0}{2} \cdot 0{,}95 = 17{,}05 \text{ „}$$

$$+M_{IVa} = \frac{2{,}67 \cdot 11{,}0}{2} \cdot 1{,}21 = 17{,}77 \text{ „}$$

$$-M_{IVv} = \frac{2{,}10 \cdot 19{,}5}{2} \cdot 0{,}94 = 19{,}25 \text{ „}$$

$$+M_{IVv} = \frac{2{,}56 \cdot 10{,}5}{2} \cdot 1{,}24 = 16{,}66 \text{ „}$$

$$H_p = \frac{30 \cdot 1}{2} \cdot 0{,}82 = 12{,}3 \text{ tonų.}$$

$$K_p = \left(\frac{0{,}78 + 1{,}0}{2} + \frac{1{,}0}{2}\right) \cdot 15 \cdot 0{,}82 = 17{,}1 \text{ tonų.}$$

Branduoliniai momentai, jų skirtumo įtakai panaikinti ekscentricitetas ir ašies ordinatės

Pjūvis	$(-M_{kv})$ tm	$(+M_{ka})$ tm	$M_{kv}-M_{ka}$ tm	$\eta_1=\frac{M_{kv}-M_{ka}}{2\,H_g}$ m	y m	$y+\eta_1$ m	$(+M_{kv})$ tm	$(-M_{ka})$ tm
III	19,56	18,90	0,66	$\frac{0,66}{80}=0,008$	1,643	1,651	17,37	17,47
IV	19,25	17,77	1,48	$\frac{1,48}{80}=0,0185$	3,020	3,039	16,66	17,05
V	13,39	12,95	0,44	$\frac{0,44}{80}=0,0055$	4,857	4,863	12,33	11,09

Įtempimai nuo paslankaus sloginio

Pjūvis	d m	$W=\frac{1}{6}\,b\,d^2$ m³	σ_v max $=+M_{ka}:W$	σ_v min $=-M_{ka}:W$	σ_a max $=-M_{kv}:W$	σ_a min $=+M_{kv}:W$
III	0,60	$^1/_6\cdot 0,60^2=0,060$	31,50	— 29,11	32,60	— 28,95
IV	0,59	$^1/_6\cdot 0,59^2=0,058$	30,64	— 29,40	33,19	— 28,73
V	0,53	$^1/_6\cdot 0,53^2=0,047$	27,55	— 23,60	28,48	— 26,23

Įtempimai nuo savojo svorio $\sigma_a^v=\frac{N_s}{F}\pm\frac{H_g\cdot\eta_1}{W}$

Pjūvis	N_s t	$F=b\cdot d$ m²	$\frac{N_s}{F}$ t/m²	$H_g\cdot\eta_1$ tm	W m³	$\frac{H_g\cdot\eta_1}{W}$ kg/cm²	σ_v kg/cm²	σ_a kg/cm²
III	45,5	0,60	75,8	$40\cdot 0,008=0,32$	0,060	0,50	8,08	7,08
IV	49,5	0,59	83,9	$40\cdot 0,0185=0,74$	0,058	1,28	9,67	7,11
V	54,6	0,53	103,0	$40\cdot 0,0055=0,22$	0,047	0,47	10,77	9,83

Įtempimų santrauka

Piūvis		Nuo savojo svorio kg/cm²	Nuo paslank. sloginio max kg/cm²	Nuo paslank. sloginio min kg/cm²	Kraštut. įtempimai max kg/cm²	Kraštut. įtempimai min kg/cm²
III	σ_v	8,08	31,50	— 29,11	39,68	— 21,03
	σ_a	7,08	32,60	— 28,95	39,68	— 21,87
IV	σ_v	9,67	30,64	— 29,40	40,31	— 19,73
	σ_a	7,11	33,19	— 28,73	40,30	— 21,62
V	σ_v	10,77	27,55	— 23,60	38,32	— 12,83
	σ_a	9,83	28,48	— 26,23	38,31	— 16,40

Įtempimai gauti tinkami, bet kadangi skirtumai tarp priimtųjų ir analiziškai išskaičiuotų ordinačių siekia 2%, tai arka tenka iš naujo perskaičiuoti, pataisant ašies ordinates, bet paliekant storius.

Gelžbetoninė arka $f : l = 75, : 30$

Galutinis statiškasis skaičiavimas

Arka sauskelių tiltui su spragotiniu viršaus statiniu, trijų šarnyrų.

Paslankusis apsloginimas pagal *DIN, 1072,* II kategorijos su dinaminiu koeficientu.

Leistini įtempimai pagal *DIN 1075,* $\sigma_b = 40$ kg/cm².

Pirmykštis arkos ašies ir storių skaičiavimas atliktas su prof. inž. dr. F. Köglerio tabelėmis (F. Kögler, Gewölbetabellen, II Auflage, 1928). Kadangi tabelėse trijų šarnyrų arkų skaičiavimo pagrindu paimti bešarnyrinių arkų svoriai ir jų funkcijos, o trijų šarnyrų arkos savo forma skiriasi nuo bešarnyrinių arkų, tai gautieji iš tabelių arkų storiai ir spaudimo linijos ordinatės žymiai skyrėsi nuo tikrųjų, tiksliu skaičiavimu gautų išmatavimų. Todėl arka teko kelis sykius perskaičiuoti nuoseklaus prisiartinimo keliu. Žemiau įdėtas paskutinis, galutinis statiškasis skaičiavimas.

Priešpaskutiniame skaičiavime buvo gauti tokie arkos storiai ir ašies ordinatės:

Piūviai	0	I	II	III	IV	V	VI	A
Ordinatės y	0	0,181	0,706	1,651	3,039	4,863	7,167	7,500
Storiai s_i	0,40	0,51	0,565	0,60	0,59	0,53	0,41	0,40

Su gautaisiais storiais ir ordinatėmis išbrėžus iš naujo arką, sudaryta galutinė svorių lentelė.

Sekcijų Nr.	η_{iv} m	η_{iu} m	η_{ib} m	$8{,}64\,\eta_{iv}$ $(9{,}72\,\eta_{iv})$ t	$4{,}32\,\eta_{iu}$ $(4{,}86\,\eta_{iu})$ t	$5{,}76\,\eta_{ib}$ $(6{,}48\eta_{ib})$ t	$\frac{\lambda}{2}(g_v+g_p)$ $\left[\frac{\lambda'}{2}(g_v+g_p)\right]$ t	$\lambda\,(g_v+g_p)$ $\left[\lambda'(g_v+g_p)\right]$ t	$\frac{K_i}{5{,}2}$ t	G t	ΣG t	P a s t a b a
1	0,20	0,11	0,44	1,94	0,54	2,85	—	—	—	5,35	5,35	λ ir λ' panėles (nuotoliai tarp statramščių)
2	0,20	0,39	0,58	1,73	1,68	3,34	—	—	—	6,75	12,10	$\lambda = 2{,}4$ m ir $\lambda' = 2{,}7$ m
II	—	—	—	—	—	—	1,68	—	0,3	1,70	13,80	$\lambda\,(g_v+g_p)=2{,}4\cdot 1{,}4=3{,}36$ t/m
3	—	—	0,64	—	—	3,69	—	—	—	3,70	17,50	$\lambda'(g_v+g_p)=2{,}7\cdot 1{,}4=3{,}78$ „
III	—	—	—	—	—	—	—	3,36	0,16	3,50	21,00	$\frac{\lambda}{2}(g_v+g_p)=1{,}68$; $\frac{\lambda'}{2}(g_v+g_p)=1{,}89$
4	—	—	0,68	—	—	3,92	—	—	—	3,90	24,90	$\gamma_v\cdot\Delta x = 3{,}6\cdot 2{,}4 = 8{,}64$ t/m
IV	—	—	—	—	—	—	—	3,36	0,35	3,70	28,60	$\gamma_v\cdot\Delta x' = 3{,}6\cdot 2{,}7 = 9{,}72$ „
5	—	—	0,71	—	—	4,09	—	—	—	4,10	32,70	$\gamma_1\cdot\Delta x = 1{,}8\cdot 2{,}4 = 4{,}32$ „
V	—	—	—	—	—	—	—	3,36	0,60	3,95	36,65	$\gamma_1\cdot\Delta x' = 1{,}8\cdot 2{,}7 = 4{,}86$ „
6	—	—	0,65	—	—	3,74	—	—	—	3,75	40,40	$\gamma\cdot\Delta x = 2{,}4\cdot 2{,}4 = 5{,}76$ „
VI	—	—	—	—	—	—	2,20*)	—	0,92	3,10	43,50	$\gamma\cdot\Delta x' = 2{,}7\cdot 2{,}4 = 6{,}48$ „
						$\Sigma = 21{,}63$ t				$\Sigma = 43{,}5$ t		$K_i/5{,}2 = \frac{1}{5{,}2}\,4\cdot 0{,}3\cdot 0{,}25\cdot 2{,}4\cdot y_i =$ $= 0{,}14\,y_i$, y_i statramščio aukštis iš brėžinio
												*) su skers. ryšiais

Su šitais svoriais išvesta kaip virvinis daugiakampis spaudimo linija nuo savojo svorio, kuri gerai sutapo su arkos ašimi.

Kadangi svoriai beveik nepasikeitė, tai ir skėtimas lieka tas pats, taigi $H_g \cong 40{,}0$ t; ordinatės lieka tos pačios.

Branduolinių momentų iš influentinių skaičiavimas

$$-M_{IIIa} = \frac{1{,}95 \cdot 18{,}0}{2} \cdot 0{,}97 = 17{,}02\,\text{tm} \qquad -M_{Va} = \frac{1{,}20 \cdot 19{,}5}{2} \cdot 0{,}94 = 11{,}00\,\text{tm}$$

$$+M_{IIIa} = \frac{275 \cdot 12}{2} \cdot 1{,}16 = 19{,}14\ \text{„} \qquad +M_{Va} = \frac{1{,}99 \cdot 10{,}5}{2} \cdot 1{,}24 = 12{,}95\ \text{„}$$

$$-M_{IIIv} = \frac{2{,}20 \cdot 18{,}4}{2} \cdot 0{,}96 = 19{,}43\ \text{„} \qquad -M_{Vv} = \frac{1{,}42 \cdot 20{,}0}{2} \cdot 0{,}93 = 13{,}21\ \text{„}$$

$$+M_{IIIv} = \frac{2{,}60 \cdot 11{,}6}{2} \cdot 1{,}18 = 17{,}80\ \text{„} \qquad +M_{Vv} = \frac{1{,}95 \cdot 10{,}0}{2} \cdot 1{,}27 = 12{,}38\ \text{„}$$

$$-M_{IVa} = \frac{1{,}82 \cdot 19{,}0}{2} \cdot 0{,}95 = 16{,}43\ \text{„}$$

$$+M_{IVa} = \frac{2{,}72 \cdot 11{,}0}{2} \cdot 1{,}21 = 18{,}08\ \text{„}$$

$$-M_{IVv} = \frac{2{,}10 \cdot 19{,}3}{2} \cdot 0{,}94 = 19{,}05\ \text{„}$$

$$+M_{IVv} = \frac{2{,}62 \cdot 10{,}7}{2} \cdot 1{,}23 = 17{,}24\ \text{„}$$

$$H_p = \frac{30 \cdot 1}{2} \cdot 0{,}82 = 12{,}3\ \text{tonų}$$

$$K_p = \left(\frac{0{,}78 + 1{,}0}{2} + \frac{1{,}0}{2}\right) \cdot 15 \cdot 0{,}82 = 17{,}1\ \text{tonų}$$

Tolygiai išskirstytas apsloginimas iš formulės:

$$p = \varphi\left(0{,}535 + \frac{6{,}2}{l}\right)\ \text{t/m}^2$$

Branduoliniai momentai, jų skirtumo įtakai panaikinti ekscentricitetas ir galutinės ašies ordinatės

Pjūvis	$(-M_{kv})$ tm	$(+M_{ka})$ tm	$M_{kv} - M_{ka}$ tm	$\eta_1 = \frac{M_{kv} - M_{ka}}{2H_g}$ m	y m	$y + \eta_1$ m	$(+M_{kv})$ tm	$(-M_{ka})$ tm
III	19,43	19,14	0,29	$\frac{0{,}29}{80} = 0{,}0037$	1,643	1,647	17,80	17,02
IV	19,05	18,08	0,97	$\frac{0{,}97}{80} = 0{,}0121$	3,020	3,032	17,24	16,43
V	13,21	12,95	0,26	$\frac{0{,}26}{80} = 0{,}0033$	4,857	4,860	12,38	11,00

Įtempimai nuo paslankaus sloginio

Piūvis	d m	$W=\frac{1}{6}b\cdot d^2$ m³	σ_v max kg/cm²	σ_v min kg/cm²	σ_a max kg/cm²	σ_a min kg/cm²
III	0,60	$^1/_6\cdot 0{,}60^2=0{,}060$	31,90	— 28,37	32,38	— 29,66
IV	0,59	$^1/_6\cdot 0{,}59^2=0{,}058$	31,17	— 28,33	32,84	— 29,72
V	0,53	$^1/_6\cdot 0{,}53^2=0{,}047$	27,55	— 23,45	28,10	— 26,34

Įtempimai nuo savojo svorio $\sigma_a^v=\frac{N_s}{F}\pm\frac{H_g\cdot\eta}{W}$

Piūvis	N_s t	$F=b\cdot d$ m²	$\frac{N_s}{F}$ t/m²	$H_g\cdot\eta$ tm	W m³	$\frac{H_g\cdot\eta}{W}$ kg/cm²	σ_v kg/cm²	σ_a kg/cm²
III	45,5	0,60	75,8	$40{,}0\cdot 0{,}0037=0{,}148$	0,060	0,25	7,83	7,33
IV	49,6	0,59	84,0	$40{,}0\cdot 0{,}0121=0{,}484$	0,058	0,83	9,23	7,57
V	54,6	0,53	103,0	$40{,}0\cdot 0{,}0033=0{,}132$	0,047	0,28	10,58	10,02

Įtempimų santrauka

Piūvis		Nuo savojo svorio kg/cm²	Nuo paslank. sloginio max kg/cm²	Nuo paslank. sloginio min kg/cm²	Kraštutiniai įtempimai max kg/cm²	Kraštutiniai įtempimai min kg/cm²
III	σ_v	7,83	31,90	— 28,37	39,73	— 20,54
	σ_a	7,33	32,38	— 29,66	39,71	— 22,33
IV	σ_v	9,23	31,17	— 28,33	40,40	— 19,10
	σ_a	7,57	32,84	— 29,72	40,41	— 22,15
V	σ_v	10,58	27,55	— 23,45	38,13	— 12,87
	σ_a	10,02	28,10	— 26,34	38,12	— 16,32

Taigi, pasiekti tinkami įtempimai.

Geležies armatūros skaičiavimas

$$\frac{M'_e}{b\cdot d^2}=-0{,}1267\,\sigma_d+0{,}2933\,\sigma_z;\ \sigma_d=40\ \text{kg/cm}^2;\ \sigma_z=-22{,}3\ \text{kg/cm}^2$$

$$\frac{M'_e}{b\cdot d^2}=-0{,}1267\cdot 40+0{,}2933\cdot 22{,}1=-5{,}07+6{,}54=1{,}47$$

$$\frac{M'_e}{\sigma\cdot b\cdot d^2}=\frac{1{,}47}{40}=0{,}037$$

$$\frac{M_e}{b \cdot d^2} = +0{,}2933\,\sigma_d - 0{,}1267\,\sigma_z = 11{,}73 - 2{,}83 = 8{,}90$$

$$\frac{M_e}{\sigma \cdot b \cdot d^2} = \frac{8{,}90}{40} = 0{,}223$$

Iš grafiko 433 pusl. (Mörsch, Der Eisenbetonbau, VI Auflage, I B, 1):

$\sigma_e : \sigma_b = 14{,}5$; $\mu = 0{,}44\,\%$; $F_e = 26{,}4$ cm²

Spynos ir pado storio skaičiavimas.

$H_{max} = H_p + H_g = 40 + 12{,}3 = 52{,}3$ tonų; $\sigma_N = 40$ kg/cm²

$$b \cdot d_o + 2nF_e = \frac{H_{max}}{\sigma_N} = \frac{52300}{40} = 1307;\quad 2nF_e = 30 \cdot 26{,}4 = 792 \text{ cm}^2$$

$b \cdot d_o = 1807 - 792 = 515$ cm²; $s_o = d_o = 0{,}05$ m

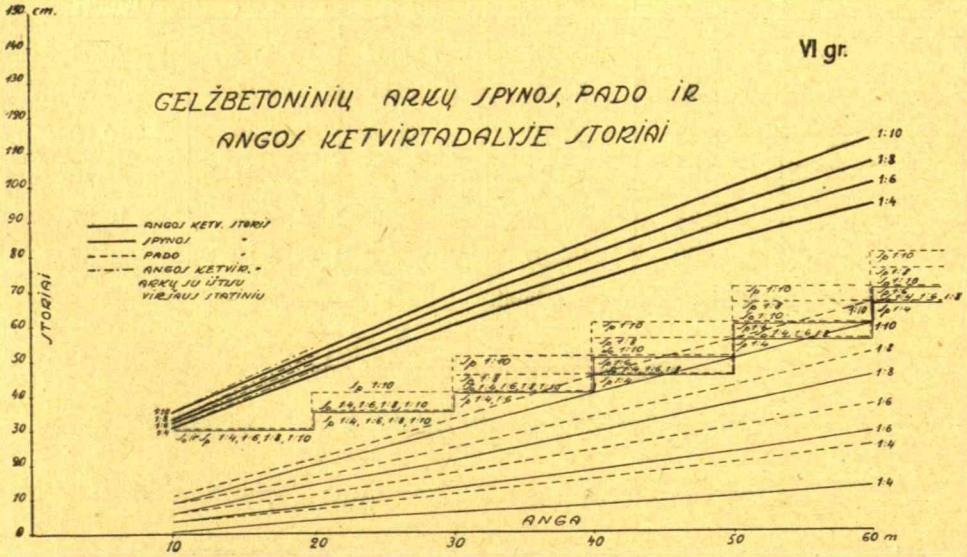
$K_{max} = K_p + K_g = 17{,}1 + 58{,}5 = 75{,}6$ tonų;

$$b \cdot d_p + 2nF_e = \frac{K_{max}}{\sigma_N} = \frac{75600}{40} = 1890;$$

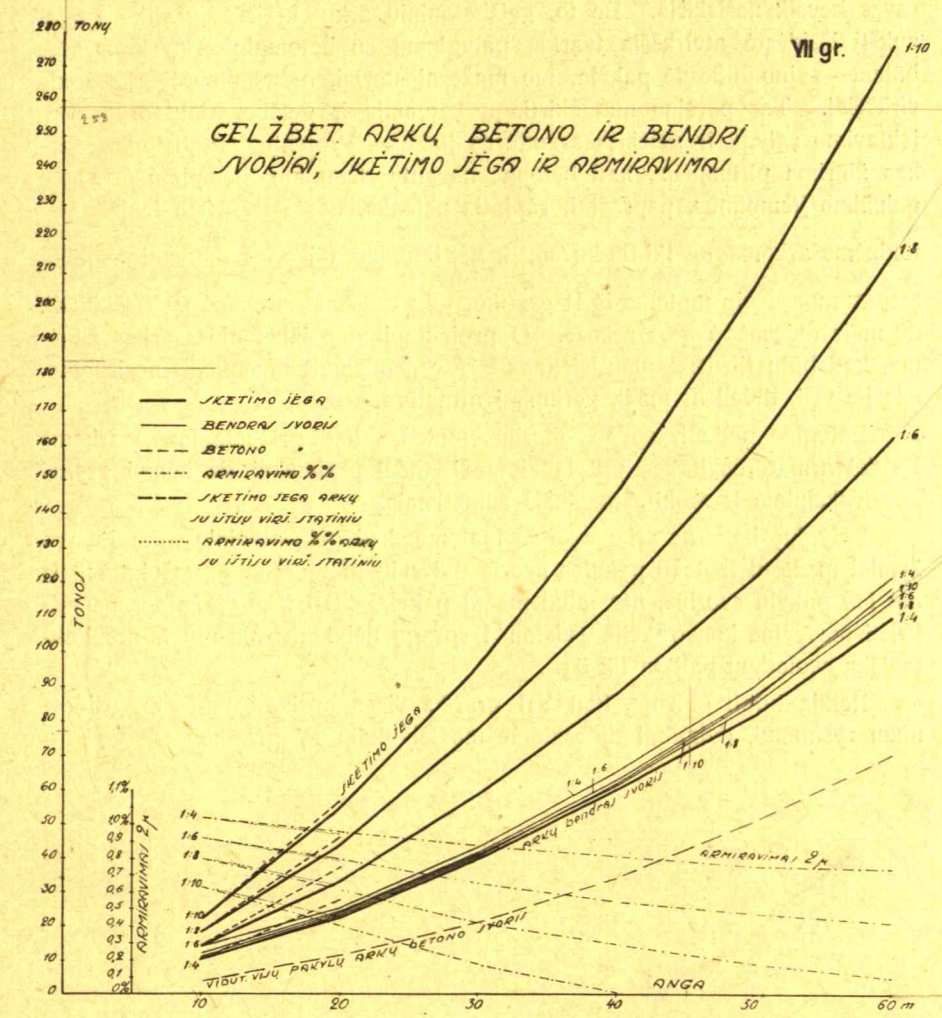
$b \cdot d_p = 1890 - 792 = 1098$; $s_p = d_p = 0{,}11$ m

Konstrukciniais sumetimais paimta $s_o = s_p = 0{,}40$ m.

Galutinai priimta: $s_o = 0{,}40$ m; $h = 0{,}60$ m, $s_p = 0{,}40$ m



VI grafik.



VII grafik.

Tokiu pat būdu surasti išmatavimai ir medžiagos kiekiai kitų 27 gelžbetoninių arkų, kurie sutraukti II ir III lentelėse ir atvaizduoti VI ir VII grafikuose.

Palyginę betoninių ir gelžbetoninių arkų konstrukcinių storių grafikus, galime pastebėti štai ką: betoninių arkų kreivės aplamai yra žymiai daugiau išgaubtos, kaip kad gelžbetoninių arkų ir intervalai tarp kreivių yra proporcingi pakylos dydžių skirtumui. Tuo tarpu gelžbetoninių arkų kreivės yra gana artimos tiesiosioms, vadinasi konstrukcinių storių pareinamumas nuo angų ir pakylų esti beveik linijinio pobūdžio, o intervalai tarp kreivių tarp

savęs beveik nesiskiria. Be to, gelžbetoninių arkų kreivės grafike pagal aukštį išsidėsto atvirkščia tvarka, palyginant su betoninių arkų kreivėmis, būtent — juo didesnė pakyla, juo mažesni storiai, o betoninėse arkose atvirkščiai. Tas pareina nuo skirtingų betoninių ir gelžbetoninių arkų projektavimo sąlygų ir geležies armatūros įtakos. Projektuojant betonines arkas žiūrima pirmiausia, kad betonas negautų tempimo įtempimų, o apie gniužimo įtempimus, paprastai, rūpintis netenka, nes DIN 1075 leidžia betoninėms arkoms σ_b iki 65 kg/cm² ir net daugiau, iki $\frac{1}{5}$ bandomojo kubiko atsparumo. Kaip matome iš II grafiko, toks aukštas $\sigma_b = \sigma_N$ pasireiškia tik 60 m ir didesnės angos arkose. O projektuojant gelžbetonines arkas žiūrima, kad būtų tik išlaikytas leistinas σ_b, o neigiamais įtempimais nesirūpina, nes jie visi, dideli ar maži, perimami armatūra.

Palyginę pado ir spynos storius, matome, kad gelžbetoninems arkoms jie dėl armatūros įtakos yra labai maži, todėl praktiškai jie imami grynai konstrukciniais ir architektoniškais sumetimais.

Palyginę bendrus arkų svorius matome, kad gelžbetoninių arkų jie yra žymiai mažesni ir 1:10 pakylos svoris didesnių angų arkose prašoka 1:8 ir net 1:6 pakylų svorius, nes labai mažai pakylai 1:10 teko viena spraga pakeisti masyvine konstrukcija (vieton 4 spragų dėl konstrukcinių ir architektoniškų sumetimų palikta tik 3).

Reikia turėti galvoje, kad VII grafike visos ordinates atidetos, didesniam ryškumui, dvigubai didesniame mastely kaip IV grafike.

III. Gautųjų empirinių (skaičiavimo) rezultatų formulėmis išreiškimas

Empiriniams duomenims apdoroti metodas

Arkų medžiagos kiekiai ir konstrukciniai storiai yra daugelio nepriklausomų kintamųjų funkcija: mechaninių bei fizinių medžiagos savumų (atsparumas), apsloginimo (techniškos normos), angų ir pakylų (vietinės sąlygos), o statiškai neišsprendžiamose arkose dar ir vietos klimato (temperatūriniai pasikeitimai). Pasirinkę tam tikrą medžiagą — betoną ir gelžbetonį — ir priėmę tam tikrą apsloginimą, mes paverčiam dalį nepriklausomų kintamųjų konstantomis ir tuo būdu gauname medžiagos kiekių *(M)* ir storių *(S)* pareinamumą nuo svarbiausių statytojams duomenų — angų ir pakylų.

Atlikti šiam veikalui 24 betoninių ir 28 gelžbetoninių arkų skaičiavimai davė po 52 taškus medžiagos kiekiams ir storiams spynoje, angos ketvirtadalyje ir pade, kurie yra sutraukti I, II ir III lentelėse.

Atidėję atatinkamas, iš lentelių paimtas ordinates, kurios vaizduoja M ar S dydžius, gauname linijas, kurias toliau vadiname kreivėmis.

Jos yra atvaizduotos I, II, III, IV, VI ir VII grafikuose.

Interpoliojamoji kreivė laikoma antrosios eilės parabole, kurios lygtis yra $y=a_0+a_1 . l+a_2 . l^2$, kur l reiškia argumentą*). Todėl

$$M \text{ (arba } S)=a_0+a_1 . l+a_2 . l^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Kiekvienam dydžiui M ar S (pastarųjų yra 3), o iš viso abiem arkų sistemoms yra 8 šeimos kreivių, iš kurių kiekviena turi 4 kreives. Statau sau uždavinį kiekvienai šeimai surasti tokią kreivę, kuri galėtų ją su pakankamu griežtumu atstovauti, vadinasi, nustatyti analiziniai 8 aproksimatyves (artutines) kreives, kurios gerai šlietųsi prie atitinkamų savo šeimos kreivių, esant

*) Antros eilės sparabolė paimta todėl, kad gauti patogesnes praktiškam skaičiavimui — nesudėtingas formules.

atitinkamam $\frac{f}{l}$. Yra pagrindo tarti tokias kreives esant, nes, kaip matome iš grafikų, empirinių taškų atsitraukimai nuo sklandžių kreivių (švitavimai) yra nedideli ir juos galima laikyti skaičiavimo (empiriniais) netikslumais. Lygtims surasti naudojuosi mažiausių kvadratų metodu (H. v. Sanden, Praktische Analysis, II Auflage, 1923 m., 117 ir 118 pusl.).

Tegu $f(x)$ yra funkcija, kuriai reikia surasti aproksimatyvė kreivė. Laikome ją esant mūsų skaičiavimų intervale nenutraukiama.

Tegu $g(x)=a_0+a_1 . x+a_2 . x^2+ \ldots +a_n . x^n$ yra funkcija, kuri turi atstoti aproksimatyvę kreivę funkcijai $f(x)$.

Tuomet $$f(x) \cong g(x).$$

Pagal mažiausių kvadratų metodą patikimiausias ir geriausias (pagal Laplace'ą) parametrų a_0, a_1 ir a_2 reikšmes galima surasti, nustačius $\sum [f(x)-g(x)]^2$ minimumą, kur sumavimas išplečiamas į visas argumento reikšmes, mūsų atveju nuo 10 iki 60.

Tąsyk $n+1$ koeficientai a_λ turi būti taip parinkti, kad funkcija $\sum [f(x)-g(x)]^2$ virstų minimum.

Mūsų atveju turi būti lygūs 0 sumos

$$J=\sum_{l=10}^{l=60} (a_0+a_1 . l+a_2 . l^2 - M_t)^2$$

dalinės išvestinės pagal parametrus a_0, a_1 ir a_2.

Čia M_t (ar S_t) yra medžiagos kiekio ar storių dydžiai iš lentelių I, II, III (žiūrėti veikalo pabaigą).

Tuo būdu:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial a_0} &= 2 \sum_{l=10}^{l=60} (a_0+a_1 \cdot l+a_2 l^2 - M_t) = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial a_1} &= 2 \sum_{l=10}^{l=60} (a_0+a_1 \cdot l+a_2 l^2 - M_t) \cdot l = 0 \\ \frac{\partial J}{\partial a_2} &= 2 \sum_{l=10}^{l=60} (a_0+a_1 \cdot l+a_2 \cdot l^2 - M_t) l^2 = 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

Arba kitaip parašius (Sanden, 118 pusl.):

$$\left.\begin{aligned} 6a_0 + a_1\sum_{l=10}^{l=60} l + a_2\sum_{l=10}^{l=60} l^2 &= \sum_{l=10}^{l=60} M_l, \\ a_0\sum_{l=10}^{l=60} l + a_1\sum_{l=10}^{l=60} l^2 + a_2\sum_{l=10}^{l=60} l^3 &= \sum_{l=10}^{l=60} M_l \cdot l \\ a_0\sum_{l=10}^{l=60} l^2 + a_1\sum_{l=10}^{l=60} l^3 + a_2\sum_{l=10}^{l=60} l^4 &= \sum_{l=10}^{l=60} M_l \cdot l^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (3)$$

Koeficientų reikšmės yra:

$$\sum_{l=10}^{l=60} l = 10+20+30+40+50+60 = 210$$

$$\sum_{l=10}^{l=60} l^2 = 10^2+20^2+30^2+40^2+50^2+60^2 = 9100$$

$$\sum_{l=10}^{l=60} l^3 = 10^3+20^3+30^3+40^3+50^3+60^3 = 441000$$

$$\sum_{l=10}^{l=60} l^4 = 10^4+20^4+30^4+40^4+50^4+60^4 = 22750000$$

Lygtys (3) sprendžiamos su determinantais (žiūr. Hütte, 26 Aufl., I, 64 pusl.).

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1 \cdot a_0 + \beta_1 a_1 \cdot + \gamma_1 \cdot a_2 &= \delta_1 \\ \alpha_2 \cdot a_0 + \beta_2 a_1 \cdot + \gamma_2 \cdot a_2 &= \delta_2 \\ \alpha_3 \cdot a_0 + \beta_3 a_1 \cdot + \gamma_3 \cdot a_2 &= \delta_3 \end{aligned}\right\}$$ bendra forma lygčių, kuriose nežinomi yra a_0, a_1, a_2.

Sprendimas: $\begin{vmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{vmatrix} = D \qquad a_0 = \begin{vmatrix} \delta_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \delta_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \delta_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{vmatrix} : D = \frac{\Delta_0}{D};$

$$a_1 = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \delta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \delta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \delta_3 & \gamma_3 \end{vmatrix} : D = \frac{\Delta_1}{D}; \quad a_2 = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \delta_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \delta_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \delta_3 \end{vmatrix} : D = \frac{\Delta_2}{D}.$$

$$D = \begin{vmatrix} 6 & 210 & 9100 \\ 210 & 9100 & 441000 \\ 9100 & 441000 & 22750000 \end{vmatrix} = 6 \begin{vmatrix} 9100 & 441000 \\ 441000 & 22750000 \end{vmatrix} -$$

$$-210\begin{vmatrix} 210 & 9100 \\ 441000 & 22750000 \end{vmatrix}+9100\begin{vmatrix} 210 & 9100 \\ 9100 & 441000 \end{vmatrix}=$$

$$6[9100\cdot 22750000-441000^2]-210[210\cdot 227500000-9100\cdot 441000]+$$
$$+9100[210\cdot 331000-9100^2]=3\,920\,000\,000.$$

$$\Delta_0=[9100\cdot 22750000-441000^2]\cdot\sum M_t-[210\cdot 22750000-$$
$$-441000\cdot 9100]\cdot\sum M_t\cdot l+[210\cdot 441000-9100^2]\cdot\sum M_t\cdot l^2=$$
$$=[207025000000-194481000000]\sum M_t-[4777500000-$$
$$-4013100000]\cdot\sum M_t\cdot l+[92610000-82810000]\cdot\sum M_t\cdot l^2=$$
$$=12544000000\sum M_t-764400000\sum M_t\cdot l+9800000\sum M_t l^2$$

$$\Delta_1=-[210\cdot 22750000-9100\cdot 441000]\cdot\sum M_t+$$
$$+[6\cdot 22750000-9100^2]\cdot\sum M_t\cdot l-[6\cdot 441000-210\cdot 9100]\cdot\sum M_1\cdot l^2=$$
$$=-76400000\sum M_t+[136500000-82810000]\cdot\sum M_t\cdot l-$$
$$-[2646000-1911000]\cdot\sum M_t\cdot l^2=\quad=-764400000\sum M_t+$$
$$+53690000\sum M_t\cdot l-735000\sum M_t\cdot l^2$$

$$\Delta_2=[210\cdot 441000-9100^2]\cdot\sum M_t-$$
$$-[6\cdot 441000-9100\cdot 210]\cdot\sum M_t\cdot l+[6\cdot 9100-210^2]\sum M_t\cdot l^2=$$
$$=9800000\sum M_t-735000\sum M_t\cdot l+10500\sum M_t\cdot l^2.$$

Mūsų nežinomi a_0, a_1 ir a_2 taip surandami:

$$\left.\begin{aligned} a_0=\frac{\Delta_0}{D}&=\frac{12544000000\cdot\sum\limits_{l=10}^{l=60}M_t-764400000\sum\limits_{l=10}^{l=60}M_t\cdot l+9800000\sum\limits_{l=10}^{l=60}M_t\cdot l^2}{3920000000}\\ a_1=\frac{\Delta_1}{D}&=\frac{-764400000\sum\limits_{l=10}^{l=60}M_t+53690000\sum\limits_{l=10}^{l=60}M_t\cdot l-735000\sum\limits_{l=10}^{l=60}M_t\cdot l^2}{3920000000}\\ a_2=\frac{\Delta_2}{D}&=\frac{9800000\sum\limits_{l=10}^{l=60}M_t-735000\sum\limits_{l=10}^{l=60}M_t\cdot l+10500\sum\limits_{l=10}^{l=60}M_t\cdot l^2}{3920000000}\end{aligned}\right\}\ldots(4)$$

Iš šitų lygčių, nustatę a_0, a_1, a_2 kiekvienai arkų sistemai (betonui ir gelžbetoniui) ir kiekvienam f/l, gauname antrojo laipsnio lygtis, pavidalo

$$M\,(\text{arba } S) = a_0 + a_1 \cdot l + a_2 \cdot l^2 .$$

Jeigu šitas lygtis taikysim abiem arkų rūšims (betoninėms ir gelžbetoninėms) ir kiekvienam iš keturių santykių f/l (=0,1; 0,125; 0,167; 0,250), tai gausim 32 labai tikslias lygtis, tačiau naudotis tokiu dideliu skaičium lygčių praktiškai būtų nepatogu. Todėl stengsimės surasti kreives, kurių kiekviena galėtų atstoti savo pluoštą, vadinasi reikia surasti koeficientų a_0, a_1 ir a_2 pareinamumą nuo f/l. Iššiūrėjus gautąsias a_0 a_1 ir a_2 įvairiems f/l reikšmes pasirodė, kad apytiksliai juos galima laikyti linijinėmis funkcijomis f/l.

Galima priimti:

$$a_0 = b_0 + b' \frac{f}{l};\ a_1 = b_1 + b'_1 \cdot \frac{f}{l} \text{ ir } a_2 = b_2 + b'_2 \cdot \frac{f}{l} \quad \ldots\ldots (5)$$

b reikšmės nustatomos lygiai tuo pat būdu, kaip koeficientai a aukščiau.

Analogingai lygtims (3) čia bus:

$$\left.\begin{aligned} 4\,b_0 + b'_0 \sum_{f:l=0,1}^{f:l=0,25} \frac{f}{l} &= \sum_{f:l=0,1}^{f:l=0,25} a_0 \\ b_0 \sum_{f:l=0,1}^{f:l=0,4} \frac{f}{l} + b'_0 \sum_{f:l=0,1}^{f:l=0,25} \left(\frac{f}{l}\right)^2 &= \sum_{f:l=0,1}^{f:l=0,25} a_0 \frac{f}{l}, \end{aligned}\right\} \quad \text{čia} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

$$\sum_{f:l=0,1}^{f:l=0,25} \cdot \frac{f}{l} = 0{,}100 + 0{,}125 + 0{,}1667 + 0{,}250 = 0{,}642$$

$$\sum_{f:l=0,1}^{f:l=0,25} \left(\frac{f}{l}\right)^2 = 0{,}0625 + 0{,}0279 + 0{,}0156 + 0{,}010 = 0{,}116$$

Sprendimas:

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1 b_0 + \beta_1 b_0' &= \delta_1 ; \\ \alpha_2 b_0 + \beta_2 b_0' &= \delta_2 ; \end{aligned}\right\} \quad b_0 = \begin{vmatrix} \delta_1 & \beta_1 \\ \delta_2 & \beta_2 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 \end{vmatrix} = \Delta_0 : D = \frac{\delta_1 \beta_2 - \beta_1 \delta_2}{\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1}$$

$$b_0' = \begin{vmatrix} \alpha_1 & \delta_1 \\ \alpha_2 & \delta_2 \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 \end{vmatrix} = \Delta'_0 : D = \frac{\alpha_1 \delta_2 - \delta_1 \alpha_2}{\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1}$$

Mūsų atsitikime lygtys (6) bus:

$$4\,b_0 + 0{,}642\,b'_0 = \sum_{f:l=0,1}^{f:l=0,25} a_0$$

$$0{,}642\,b_0 + 0{,}116\,b'_0 = \sum_{f:l=0,1}^{f:l=0,25} a_0 \cdot \frac{f}{l}, \text{ iš čia}$$

$$\left.\begin{aligned} b_0 &= \frac{0{,}116\cdot\sum_{f:l=0{,}1}^{f:l=0{,}25} a_0 - 0{,}642\cdot\sum_{f:l=0{,}1}^{f:l=0{,}25} a_0\cdot\frac{f}{l}}{4\cdot 0{,}116 - 0{,}642\cdot 0{,}642} = 2{,}231\cdot\sum_{f:l=0{,}1}^{f:l=0{,}25} a_0 - 12{,}346\cdot\sum_{f:l=0{,}1}^{f:l=0{,}25} a_0\cdot\frac{f}{l} \\ b'_0 &= \frac{4\cdot\sum_{f:l=0{,}1}^{f:l=0{,}25} a_0\cdot\frac{f}{l} - 0{,}642\cdot\sum_{f:l=0{,}1}^{f:l=0{,}25} a_0}{0{,}052} = -12{,}346\cdot\sum_{f:l=0{,}1}^{f:l=0{,}25} a_0 + 76{,}923\cdot\sum_{f:l=0{,}1}^{f:l=0{,}25} a_0\cdot\frac{f}{l} \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Šitos pat formulės (7) tiks ir b_1 ir b_1'; b_2 ir b_2' reikšmėms nustatyti.

Betoninių arkų medžiagos kiekio formulė

a_i reikšmių skaičiavimas

l	$f/l = 0{,}1$			$f/l = 0{,}125$			$f/l = 0{,}167$			$f/l = 0{,}250$		
m	M_t	$M_t\cdot l$	$M_t\cdot l^2$	M_t	$M_t\cdot l$	$M_t\cdot l^2$	M_t	$M_t\cdot l$	$M_t\cdot l^2$	M_t	$M_t\cdot l$	$M_t\cdot l^2$
10	6	60	600	7	70	700	9	90	900	12	120	1200
20	15	300	6000	17	340	6800	20	400	8000	27	540	10800
30	25	750	22500	29	870	26100	33	990	29700	45	1350	40500
40	36	1440	57600	42	1680	67200	49	1960	78400	66	2640	105600
50	48	2400	120000	56	2800	14000	66	3300	165000	89	4450	222500
60	62	3720	223200	71	4260	255600	83	4980	298800	113	6780	406800
$\Sigma =$	192	867,0	429900	222	10020	496400	260	11720	580800	352	15880	787400

$f/l = 0{,}1$ $\qquad a_0 = \frac{\Delta_0}{D} =$

$$= \frac{12544000000\,.\,192 - 764400000\,.\,867{,}0 + 9800000\,.\,429900}{3920000000} =$$

$$= \frac{2408448000000 - 6627348000000 + 4213020000000}{3920000000} = -1{,}5$$

$$a_1 = \frac{\Delta_1}{D} =$$

$$= \frac{-764400000\,.\,192 + 53690000\,.\,867{,}0 - 735000\,.\,429900}{3920000000} =$$

$$= \frac{-146764800000 + 465492300000 - 315976500000}{3920000000} = 0{,}70178$$

$$a_2 = \frac{\Delta_2}{D} =$$

$$= \frac{9800000 \cdot 192 - 735000 \cdot 867{,}0 + 10500 \cdot 429900}{3920000000} =$$

$$= \frac{1881600000 - 6372450000 + 4513950000}{3920000000} = 0{,}00589$$

$f/l = 0{,}125$ $$a_0 = \frac{\Delta_0}{D} =$$

$$= \frac{12544000000 \cdot 222 - 764400000 \cdot 10020 + 9800000 \cdot 496400}{3920000000} =$$

$$= \frac{2784768000000 - 7659288000000 + 4864720000000}{3920000000} = -2{,}5$$

$$a_1 = \frac{\Delta_1}{D} =$$

$$= \frac{-764400000 \cdot 222 + 53690000 \cdot 10020 - 735000 \cdot 496400}{3920000000} =$$

$$= \frac{-169696800000 + 537973800000 - 364854000000}{3920000000} = 0{,}87322$$

$$a_2 = \frac{\Delta_2}{D} =$$

$$= \frac{9800000 \cdot 222 - 735000 \cdot 10020 + 10500 \cdot 496400}{3920000000} =$$

$$= \frac{2175600000 - 7364760000 + 521220000}{3920000000} = 0{,}00588$$

$f/l = 0{,}167$ $$a_0 = \frac{\Delta_0}{D} =$$

$$= \frac{12544000000 \cdot 260 - 764400000 \cdot 11720 + 9800000 \cdot 580800}{3920000000} =$$

$$= \frac{3261440000000 - 8958768000000 + 5691840000000}{3920000000} = -1{,}4$$

$$a_1 = \frac{\Delta_1}{D} =$$

$$= \frac{-764400000 \cdot 260 + 53690000 \cdot 11720 - 735000 \cdot 580800}{3920000000} =$$

$$= \frac{-198744000000 + 629246800000 - 426888000000}{3920000000} = 0{,}92214$$

$$a_2 = \frac{\Delta_2}{D} =$$

$$= \frac{9800000 \cdot 260 - 735000 \cdot 11720 + 10500 \cdot 580800}{3920000000} =$$

$$= \frac{2548000000 - 8614200000 + 6098400000}{3920000000} = 0{,}00821$$

$f/l = 0{,}250$

$$a_0 = \frac{\Delta_0}{D} =$$

$$= \frac{12544000000 \cdot 352 - 764400000 \cdot 15880 + 9800000 \cdot 787400}{3920000000} =$$

$$= \frac{4415488000000 - 12138672000000 + 7716520000000}{3920000000} = -1{,}7$$

$$a_1 = \frac{\Delta_1}{D} =$$

$$= \frac{-764400000 \cdot 352 + 53690000 \cdot 15880 - 735000 \cdot 787400}{3920000000} =$$

$$= \frac{-269068800000 + 852596600000 - 578739000000}{3920000000} = 1{,}22160$$

$$a_2 = \frac{\Delta_2}{D} =$$

$$= \frac{9800000 \cdot 352 - 735000 \cdot 15880 + 10500 \cdot 787400}{3920000000} =$$

$$= \frac{3449600000 - 11671800000 + 8267700000}{3920000000} = 0{,}01135$$

b_i reikšmių skaičiavimas

f/l	a_o	$a_o \cdot f/l$	a_1	$a_1 \cdot f/l$	a_2	$a_2 \cdot \frac{f}{l}$
0,100	— 1,5	— 0,1500	0,70178	0,07018	0,00589	0,000589
0,125	— 2,5	— 0,3125	0,87322	0,10915	0,00588	0,000735
0,167	— 1,4	— 0,2334	0,92214	0,15369	0,00821	0,001368
0,250	— 1,7	— 0,4250	1,22160	0,30540	0,01135	0,002819
Σ=0,642	— 7,1	— 1,1209	3,71874	0,63842	0,03133	0,005511

$b_0 = -2{,}231 \cdot 7{,}1 + 12{,}346 \cdot 1{,}1209 = -15{,}840 + 13{,}839 = -2{,}001$

$b_0' = +12{,}346 \cdot 7{,}1 - 76{,}923 \cdot 1{,}1209 = +87{,}6566 - 86{,}223 = \cdot 1{,}4336$

$b_1 = 2{,}231 \cdot 3{,}71874 - 12{,}346 \cdot 0{,}63842 = 8{,}296509 - 7{,}881933 = 0{,}414576$

$b_1' = -12{,}346 \cdot 3{,}71874 + 76{,}923 \cdot 0{,}63842 = -45{,}91156 + 49{,}10918 =$
$= 3{,}19762$

$b_2 = 2{,}231 \cdot 0{,}03133 - 12{,}346 \cdot 0{,}005511 = 0{,}069897 - 0{,}0068039 = 0{,}0011858$

$b_2' = -12{,}346 \cdot 0{,}03133 + 76{,}923 \cdot 0{,}005511 = -0{,}3868002 + 0{,}4249127 = 0{,}0381125$

Dabar turime koeficientus:

$$a_0 = b_0 + b'_0 \cdot \frac{f}{l} = -2{,}001 + 1{,}434 \cdot \frac{f}{l}$$

$$a_1 = b_1 + b'_1 \cdot \frac{f}{l} = +0{,}4146 + 3{,}198 \cdot \frac{f}{l}$$

$$a_2 = b_2 + b'_2 \cdot \frac{f}{l} = +0{,}00186 + 0{,}03811 \frac{f}{l}$$

Galutinė formulė:

$$M = -2{,}0 + 1{,}434 \frac{f}{l} + \left(0{,}4146 + 3{,}198 \frac{f}{l}\right) \cdot l + \left(0{,}00186 + 0{,}03811 \frac{f}{l}\right) \cdot l^2$$

I pavyzdys: nustatyti betono kiekį trijų šarnyrų arkai 6 : 60.

$M = -2{,}0 + 1{,}434 \cdot 0{,}1 + (0{,}4146 + 3{,}198 \cdot 0{,}1) \cdot 60 + (0{,}001186 + 0{,}03811 \cdot 0{,}1) \cdot 3600 = -2{,}001 + 0{,}1434 + 0{,}7344 \cdot 60 + 0{,}00567 \cdot 3600 = -2{,}0 + 0{,}1434 + 44{,}064 + 20{,}412 = 62{,}56$ t (vieton tabelių skaičiaus 62,0 t).

II pavyzdys: nustatyti betono kiekį trijų šarnyrų arkai 7,5 : 30.

$M = -2{,}0 + 1{,}434 \cdot 0{,}25 + (0{,}4146 + 3{,}198 \cdot 0{,}25) \cdot 30 + (0{,}00186 + 0{,}03811 \cdot 0{,}25) \cdot 900 = -2{,}001 + 0{,}3585 + 1{,}2141 \cdot 30 + 0{,}011386 \cdot 900 = -2{,}0 + 0{,}3585 + 36{,}423 + 10{,}2474 = 45{,}03$ t (vieton 45 t).

Betono arkų konstrukcinių storių formulės

Kaip keičiasi, pareinamai nuo l ir f/l, konstrukciniai storiai spynoje, pade ir ¼ angos, yra atvazduota I, II ir III grafikuose. Taikomos formulės yra tos pačios, kaip kad medžiagos kiekiams (1—7).

a) spynos storiai

a_i reikšmių skaičiavimas

l	$f/l = 0{,}1$			$f/l = 0{,}125$			$f/l = 0{,}167$			$f/l = 0{,}250$		
m	s_o	$s_o \cdot l$	$s_o \cdot l^2$	s_o	$s_o \cdot l$	$s_o \cdot l^2$	s_o	$s_o \cdot l$	$s_o \cdot l^2$	s_o	$s_o \cdot l$	$s_o \cdot l^2$
10	0,40	4,0	40	0,43	4,3	43	0,47	4,7	47	0,53	5,3	53
20	0,44	8,8	176	0,48	9,6	192	0,54	10,8	216	0,61	12,2	244
30	0,48	14,4	432	0,53	15,9	477	0,60	18,0	540	0,69	20,7	621
40	0,51	20,4	816	0,57	22,8	912	0,64	25,6	1024	0,74	29,6	1184
50	0,53	26,5	1325	0,59	29,5	1475	0,67	33,5	1675	0,77	38,5	1925
60	0,55	33,0	1980	0,61	36,6	2196	0,69	41,4	2484	0,80	48,0	2880
$\Sigma =$	2,91	107,1	4769	3,21	118,7	5295	3,61	134,0	5986	4,14	154,3	6907

$f/l=0{,}1$

$$a_0=\frac{\Delta_0}{D}=$$

$$=\frac{12544000000\,.\,2{,}91-764400000\,.\,107{,}1+9800000\,.\,4769}{3920000000}=$$

$$=\frac{36503040000-81867240000+46736200000}{3920000000}=0{,}35$$

$$a_1=\frac{\Delta_1}{D}=$$

$$=\frac{-764400000\,.\,2{,}91+53690000\,.\,107{,}1-735000\,.\,4769}{3920000000}=$$

$$=\frac{-2224404000+5750199000-3505215000}{3920000000}=0{,}00525$$

$$a_2=\frac{\Delta_2}{D}=$$

$$=\frac{9800000\,.\,2{,}91-735000\,.\,107{,}1+10500\,.\,4769}{3920000000}=$$

$$=\frac{28518000-78718500+50074500}{3920000000}=-0{,}000032$$

$f/l=0{,}125$

$$a_0=\frac{\Delta_0}{D}=$$

$$=\frac{12544000000\,.\,3{,}21-764400000\,.\,118{,}7+9800000\,.\,5295}{3920000000}=$$

$$=\frac{40266240000+90734280000+51891000000}{3920000000}=0{,}363$$

$$a_1=\frac{\Delta_1}{D}=$$

$$=\frac{-7644000000\,.\,3{,}21+53690000\,.\,118{,}7-735000\,.\,5295}{3920000000}=$$

$$=\frac{-2453724000+6372803000-3891825000}{3920000000}=0{,}00700$$

$$a_2=\frac{\Delta_2}{D}=$$

$$=\frac{9800000\,.\,3{,}21-73500\,.\,118{,}7+105000\,.\,5295}{3920000000}=$$

$$=\frac{31458000-87244500+55597500}{3920000000}=-0{,}000046$$

$f/l=0{,}167$ $$a_0=\frac{\Delta_0}{D}=$$

$$=\frac{12544000000\,.\,3{,}61-764400000\,.\,134+9800000\,.\,5986}{3920000000}=$$

$$=\frac{45283840000-102429600000+58662800000}{3920000000}=0{,}387$$

$$a_1=\frac{\Delta_1}{D}=$$

$$=\frac{-764400000\,.\,3{,}61+53690000\,.\,134-735000\,.\,5986}{3920000000}=$$

$$=\frac{2759484000+7194460000-4399710000}{3920000000}=0{,}00900$$

$$a_2=\frac{\Delta_2}{D}=$$

$$=\frac{9800000\,.\,3{,}61-735000\,.\,134+10500\,.\,5986}{3920000000}=$$

$$=\frac{35378000-98490000+62853000}{3920000000}=-0{,}000066$$

$f/l=0{,}250$ $$a_0=\frac{\Delta_0}{D}=$$

$$=\frac{12544000000\,.\,4{,}14-76440000\,.\,154{,}3+9800000\,.\,6907}{3920000000}=$$

$$=\frac{51932160000-117946920000+67688600000}{3920000000}=0{,}427$$

$$a_1=\frac{\Delta_1}{D}=$$

$$=\frac{-764400000\,.\,4{,}14+53690000\,.\,154{,}3-735000\,.\,6907}{3920000000}=$$

$$=\frac{-3164616000+8284367000-5076645000}{3920000000}=0{,}01099$$

$$a_2=\frac{\Delta_2}{D}=$$

$$=\frac{9800000\,.\,4{,}14-735000\,.\,154{,}3+10500\,.\,6907}{3920000000}=$$

$$=\frac{40572000-113410500+72523500}{3920000000}=-0{,}000080$$

b_i reikšmių skaičiavimas

f/l	a_o	$a_o \cdot f/l$	a_1	$a_1 \cdot f/l$	a_2	$a_2 \cdot f/l$
0,100	0,350	0,0350	0,00525	0,000525	— 0,000032	— 0,0000032
0,125	0,363	0,0454	0,00700	0,000875	— 0,000046	— 0,0000058
0,167	0,387	0,0645	0,00900	0,001500	— 0,000066	— 0,0000110
0,250	0,427	0,1068	0,01099	0,002747	— 0,000080	— 0,0000200
$\Sigma =$	1,527	0,2517	0,03224	0,005647	— 0,000224	— 0,0000400

$b_0 = 2{,}231 \cdot 1{,}527 - 12{,}346 \cdot 0{,}2517 = +3{,}40674 - 3{,}10748 = 0{,}2993$

$b_0' = -12{,}346 \cdot 1{,}527 + 76{,}923 \cdot 0{,}2517 = -18{,}85234 + 19{,}36152 = 0{,}5092$

$b_1 = 2{,}231 \cdot 0{,}03224 - 12{,}346 \cdot 0{,}005647 = +0{,}071927 - 0{,}069718 = 0{,}00221$

$b_1' = -12{,}346 \cdot 0{,}03224 + 76{,}923 \cdot 0{,}005647 = -0{,}3980350 + 0{,}4343842 = 0{,}0363349$

$b_2 = 2{,}231 \cdot 0{,}000224 + 12{,}346 \cdot 0{,}00004 = -0{,}0004997 + 0{,}0004938 = -0{,}000006$

$b_2' = 12{,}346 \cdot 0{,}000224 - 76{,}923 \cdot 0{,}00004 = 0{,}00276550 - 0{,}00307692 = -0{,}0003114$

Galutinė formulė

$$s_0 = 0{,}3 + 0{,}51 \cdot \frac{f}{l} + \left(0{,}0022 + 0{,}0363 \frac{f}{l}\right) l - \left(0{,}00001 + 0{,}0003 \frac{f}{l}\right) \cdot l^2.$$

I pavyzdys: surasti spynos storį arkai 1 : 10

$l = 10$ m, $f/l = 0{,}1$

$s_0 = 0{,}3 + 0{,}051 + 0{,}058 - 0{,}004 = 0{,}405$ (vieton lentelės skaičiaus 0,40 m).

II pavyzdys: $l = 60$ m; $f/l = 0{,}1$

$s_0 = 0{,}3 + 0{,}051 + 0{,}35 - 0{,}144 = 0{,}557 \cong 0{,}56$ m (vieton 0,55 m).

III pavyzdys: $l = 40$ m; $f/l = 0{,}167$

$s_0 = 0{,}3 + 0{,}085 + 0{,}33 - 0{,}096 = 0{,}62$ (vieton 0,64 m).

Dar tikslesnės formulės gautos kiekvienam paskiram santykiui f/l, būtent:

$f/l = 0{,}1$

$$s_0 = 0{,}350 + 0{,}005 \cdot l - 0{,}000032 \cdot l^2 \text{ metrų}$$

$f/l = 0{,}125$

$$s_0 = 0{,}363 + 0{,}007 \cdot l - 0{,}000046 \cdot l^2 \text{ „}$$

$f/l = 0{,}167$

$$s_0 = 0{,}387 + 0{,}009 \cdot l - 0{,}000066 \cdot l^2 \text{ „}$$

$f/l = 0{,}250$

$$s_0 = 0{,}427 + 0{,}011 \cdot l - 0{,}000080 \cdot l^2 \text{ „}$$

I pavyzdys: surasti spynos storį arkai $l=30$ m; $\frac{f}{l}=0{,}125$

$s_0=0{,}363+0{,}007 \cdot 30 - 0{,}000046 \cdot 900=0{,}53$ (vieton 0,53 m).

II pavyzdys: $l=60$; $\frac{f}{l}=0{,}1$

$s_0=0{,}350+0{,}005 \cdot 60 - 0{,}000032 \cdot 3600=0{,}55$ m (vieton 0,55 m).

b) Ketvirtadalio angos storiai

l	$f/l=0{,}1$			$f/l=0{,}125$			$f/l=0{,}167$			$f/l=0{,}250$		
m	h	$h\cdot l$	$h\cdot l^2$	h	$h\cdot l$	$h\cdot l^2$	h	$h\cdot l$	$h\cdot l^2$	h	$h\cdot l$	$h\cdot l^2$
10	0,65	6,5	65	0,74	7,4	74	0,85	8,5	85	1,04	10,4	104
20	0,75	15,0	300	0,86	17,2	344	1,00	20,0	400	1,21	24,2	484
30	0,84	25,2	756	0,96	28,8	864	1,12	33,6	1008	1,35	40,5	1215
40	0,92	36,8	1472	1,04	41,6	1664	1,21	48,4	1936	1,46	58,4	2336
50	0,98	49,0	2450	1,11	55,5	2775	1,29	64,5	3225	1,55	77,5	3875
60	1,03	61,8	3708	1,17	70,2	4212	1,35	81,0	4860	1,62	97,2	5832
$\Sigma=$	5,17	194,3	8751	5,88	220,7	9933	6,82	256,0	11514	8,23	308,2	13846

$f/l=0{,}1$

$$a_0=\frac{\Delta_0}{D}=$$

$$=\frac{12544000000 \cdot 5{,}17 - 764400000 \cdot 194{,}3+9800000 \cdot 8751}{3920000000}=$$

$$=\frac{64852480000 - 148522920000+85759800000}{3920000000}=0{,}533$$

$$a_1=\frac{\Delta_1}{D}=$$

$$=\frac{-764400000 \cdot 5{,}17+53690000 \cdot 194{,}3 - 735000 \cdot 8751}{3920000000}=$$

$$=\frac{-3951948000+10431967000 - 6431985000}{3920000000}=0{,}01225$$

$$a_2=\frac{\Delta_2}{D}=$$

$$=\frac{9800000 \cdot 5{,}17 - 735000 \cdot 194{,}3+10500 \cdot 8751}{3920000000}=$$

$$=\frac{50666000 - 142810500+91885500}{3920000000}=-0{,}000066$$

$f/l=0{,}125$ $\qquad a_0=\frac{\Delta_0}{D}=$

$$=\frac{12544000000\,.\,5{,}88-764400000\,.\,220{,}7+9800000\,.\,9933}{3920000000}=$$

$$=\frac{73758720000-168703080000+97343400000}{3920000000}=0{,}612$$

$$a_1=\frac{\Delta_1}{D}=$$

$$=\frac{-764400000\,.\,5{,}88+53690000\,.\,220{,}7-735000\,.\,9933}{3920000000}=$$

$$=\frac{-4494672000+11849383000-7300755000}{3920000000}=0{,}01376$$

$$a_2=\frac{\Delta_2}{D}=$$

$$=\frac{9800000\,.\,5{,}88-735000\,.\,220{,}7+10500\,.\,9933}{3920000000}=$$

$$=\frac{57624000-162214500+104296500}{3920000000}=-0{,}000075$$

$f/l=0{,}167$ $\qquad a_0=\frac{\Delta_0}{D}=$

$$=\frac{12544000000\,.\,6{,}82-764400000\,.\,256+9800000\,.\,11514}{3920000000}=$$

$$=\frac{85550080000-195686400000+112837200000}{3920000000}=0{,}689$$

$$a_1=\frac{\Delta_1}{D}=$$

$$=\frac{-764400000\,.\,6{,}82+53690000\,.\,256-735000\,.\,11514}{3920000000}=$$

$$=\frac{-5213208000+13744640000-8462790000}{3920000000}=0{,}01751$$

$$a_2=\frac{\Delta_2}{D}=$$

$$=\frac{9800000\,.\,6{,}82-735000\,.\,256+10500\,.\,11514}{3920000000}=$$

$$=\frac{66836000-188160000+120897000}{3920000000}=-0{,}000109$$

$f/l = 0{,}250$ $\qquad a_0 = \frac{\Delta_0}{D} =$

$$= \frac{12544000000 \cdot 8{,}23 - 764400000 \cdot 308{,}2 + 9800000 \cdot 13846}{3920000000} =$$

$$= \frac{103237120000 - 235588080000 + 135690800000}{3920000000} = 0{,}852$$

$$a_1 = \frac{\Delta_1}{D} =$$

$$= \frac{-764400000 \cdot 8{,}23 + 53690000 \cdot 308{,}2 - 735000 \cdot 13846}{3920000000} =$$

$$= \frac{-6291012000 + 16547258000 - 10176810000}{3920000000} = 0{,}02026$$

$$a_2 = \frac{\Delta_2}{D} =$$

$$= \frac{9800000 \cdot 8{,}23 - 735000 \cdot 308{,}2 + 10500 \cdot 13846}{3920000000} =$$

$$= \frac{80654000 - 226527000 + 145383000}{3920000000} = -0{,}000125$$

b_i reikšmių skaičiavimas

f/l	a_o	$a_o \cdot f/l$	a_1	$a_1 \cdot f/l$	a_2	$a_2 \cdot f/l$
0,100	0,5330	0,0533	0,01225	0,001225	— 0,000066	— 0,0000066
0,125	0,6120	0,0765	0,01376	0,001720	— 0,000075	— 0,0000094
0,167	0,6890	0,1148	0,01751	0,002920	— 0,000109	— 0,0000181
0,250	0,8520	0,2130	0,02026	0,005065	— 0,000125	— 0,0000313
$\Sigma =$	2,6860	0,4576	0,06378	0,010930	— 0,000375	— 0,0000654

$b_0 = 2{,}231 \cdot 26860 - 12{,}346 \cdot 0{,}4576 = 5{,}9925 - 5{,}6495 = 0{,}343$

$b_0' = -12{,}346 \cdot 2{,}6860 + 76{,}923 \cdot 0{,}4576 = -33{,}16135 + 35{,}19996 = 2{,}0387$

$b_1 = 2{,}231 \cdot 0{,}06378 - 12{,}346 \cdot 0{,}01093 = 0{,}142293 - 0{,}134942 = 0{,}00735$

$b_1' = -12{,}346 \cdot 0{,}06378 + 76{,}923 \cdot 0{,}01093 = -0{,}787428 + 0{,}840768 =$
$= 0{,}05334$

$b_2 = -2{,}231 \cdot 0{,}000375 + 12{,}346 \cdot 0{,}0000654 = -0{,}0008366 + 0{,}0008074 =$
$= -0{,}0000292$

$b_2' = +12{,}346 \cdot 0{,}000375 - 76{,}923 \cdot 0{,}0000654 = 0{,}00046298 - 0{,}00503076 = -0{,}000401$

$$a_0 = 0{,}343 + 2{,}04 \cdot \frac{f}{l}$$

$$a_1 = 0{,}0074 + 0{,}0533 \cdot \frac{f}{l}$$

$$a_2 = -\left[0{,}00003 + 0{,}0004 \cdot \frac{f}{l}\right]$$

Iš čia *galutinė formulė:*

$$h = 0{,}343 + 2{,}04 \cdot \frac{f}{l} + \left[0{,}0074 + 0{,}0533 \frac{f}{l}\right] \cdot l - \left[0{,}00003 + 0{,}0004 \cdot \frac{f}{l}\right] \cdot l^2$$

I pavyzdys. Surasti ketvirtadalio angos storį arkai 2,5 : 10
$f/l = 0{,}250$; $l = 10$ m.
$h = +0{,}343 + 0{,}51 + 0{,}0207 \cdot 10 - 0{,}00013 \cdot 100 = 0{,}343 + 0{,}51 + 0{,}207 - 0{,}013 = 1{,}047 = 1{,}05$ m (vieton 1,04 m).

II pavyzdys. Arka 7,5 : 60; $f/l = 0{,}125$
$h = +0{,}343 + 0{,}255 + 0{,}0141 \cdot l - 0{,}00008 \cdot l^2 = 0{,}343 + 0{,}255 + 0{,}846 - 0{,}288 = 1{,}16$ (vieton 1,17).

Dar tikslesnius rezultatus duoda formulės paskiriems f/l:

$f/l = 0{,}1$

$$h = 0{,}533 + 0{,}0123 \cdot l - 0{,}000066 \cdot l^2 \text{ metrų}$$

$f/l = 0{,}125$

$$h = 0{,}612 + 0{,}0138 \cdot l - 0{,}000075 \cdot l^2 \text{ „}$$

$f/l = 0{,}167$

$$h = 0{,}689 + 0{,}0175 \cdot l - 0{,}000109 \cdot l^2 \text{ „}$$

$f/l = 0{,}25$

$$h = 0{,}852 + 0{,}0203 \cdot l - 0{,}000125 \cdot l^2 \text{ „}$$

c) Pado storiai

l	$f/l = 0{,}1$			$f/l = 0{,}125$			$f/l = 0{,}166$			$f/l = 0{,}250$		
	s_p	$s_p \cdot l$	$s_p \cdot l^2$	s_p	$s_p \cdot l$	$s_p \cdot l^2$	s_p	$s_p \cdot l$	$s_p \cdot l^2$	s_p	$s_p \cdot l$	$s_p \cdot l^2$
10	0,43	4,3	43	0,50	5,0	50	0,60	6,0	60	0,82	8,2	82
20	0,48	9,6	192	0,57	11,4	228	0,71	14,2	284	0,99	19,8	396
30	0,53	15,9	477	0,63	18,9	567	0,80	24,0	720	1,14	34,2	1026
40	0,57	22,8	912	0,68	27,2	1088	0,87	34,8	1392	1,27	50,8	2032
50	0,60	30,0	1500	0,72	36,0	1800	0,93	46,5	2325	1,38	69,0	3450
60	0,63	37,8	2268	0,75	45,0	2700	0,97	58,2	3492	1,47	88,2	5292
$\Sigma =$	3,24	120,4	5392	3,85	143,5	6433	4,88	183,7	8273	7,07	270,2	12278

$f/l=0{,}1$ $\quad a_0=\frac{\Delta_0}{D}=$

$$=\frac{12544000000\,.\,3{,}24-764400000\,.\,120{,}4+9800000\,.\,5392}{3920000000}=$$

$$=\frac{40642560000-92033760000+52841600000}{3920000000}=0{,}370$$

$$a_1=\frac{\Delta_1}{D}=$$

$$=\frac{-764400000\,.\,3{,}24+53690000\,.\,120{,}4-735000\,.\,5392}{3920000000}=$$

$$=\frac{-2476656000+6464276000-3963120000}{3920000000}=0{,}00625$$

$$a_2=\frac{\Delta_2}{D}=$$

$$=\frac{9800000\,.\,3{,}24-735000\,.\,120{,}4+10500\,.\,5392}{3920000000}=$$

$$=\frac{31752000-88494000+56616000}{3920000000}=-0{,}000032$$

$f/l=0{,}125$ $\quad a_0=\frac{\Delta_0}{D}=$

$$=\frac{12544000000\,.\,3{,}85-764400000\,.\,143{,}5+9800000\,.\,6433}{3920000000}=$$

$$=\frac{48294400000-109691400000+63043400000}{3920000000}=0{,}420$$

$$a_1=\frac{\Delta_1}{D}=$$

$$=\frac{-764400000\,.\,3{,}85+53690000\,.\,143{,}5-735000\,.\,6433}{3920000000}=$$

$$=\frac{-2942940000+7704515000-4728255000}{3920000000}=0{,}0085$$

$$a_2=\frac{\Delta_2}{D}=$$

$$=\frac{9800000\,.\,3{,}85-735000\,.\,143{,}5+10500\,.\,6433}{3920000000}=$$

$$=\frac{37730000-105472500+67546500}{3920000000}=-0{,}00005$$

$f/l=0{,}167$ $\quad a_0=\frac{\Delta_0}{D}=$

$$=\frac{12544000000\,.\,4{,}88-764400000\,.\,183{,}7+9800000\,.\,8273}{3920000000}=$$

$$=\frac{61214720000-140420280000+81075400000}{3920000000}=0{,}477$$

$$a_1=\frac{\Delta_1}{D}=$$

$$=\frac{764400000\,.\,4{,}88+53690000\,.\,183{,}7-735000\,.\,8273}{3920000000}=$$

$$=\frac{-37302720000+9862853000-6080655000}{3920000000}=0{,}01325$$

$$a_2=\frac{\Delta_2}{D}=$$

$$=\frac{9800000\,.\,4{,}88-735000\,.\,183{,}7+10500\,.\,8273}{3920000000}=$$

$$=\frac{47824000-135019500+86866500}{3920000000}=-0{,}000084$$

$f/l=0{,}250$ $\quad a_0=\frac{\Delta_0}{D}=$

$$=\frac{12544000000\,.\,7{,}07-76440000\,.\,270{,}2+9800000\,.\,12278}{3920000000}=$$

$$=\frac{88686080000-206540880000+120324400000}{3920000000}=0{,}63$$

$$a_1=\frac{\Delta_1}{D}=$$

$$=\frac{-764400000\,.\,7{,}07+53690000\,.\,270{,}2-735000\,.\,12278}{3920000000}=$$

$$=\frac{-5404308000+14507038000-9024530000}{3920000000}=0{,}02$$

$$a_2=\frac{\Delta_2}{D}=$$

$$=\frac{9800000\,.\,7{,}07-735000\,.\,270{,}2+10500\,.\,12278}{3920000000}=$$

$$=\frac{69286000-198597000+128919000}{3920000000}=-0{,}0001$$

bi reikšmių skaičiavimas

f/l	a_o	$a_o \cdot f/l$	a_1	$a_1 \cdot f/l$	a_2	$a_2 \cdot f/l$
0,100	0,370	0,0370	0,00625	0,000625	— 0,000032	— 0,0000032
0,125	0,420	0,0520	0,00850	0,001060	— 0,000050	— 0,0000062
0,167	0,477	0,0795	0,01325	0,002208	— 0,000084	— 0,0000140
0,250	0,630	0,1575	0,02000	0,005000	— 0,000100	— 0,0000250
$\Sigma =$	1,897	0,3265	0,04800	0,008893	— 0,000266	— 0,0000484

$b_0 = 2{,}231 \,.\, 1{,}897 - 12{,}346 \,.\, 0{,}3265 = 4{,}23221 - 4{,}03097 = 0{,}201$

$b_0' = -12{,}346 \,.\, 1{,}897 + 76{,}923 \,.\, 0{,}3265 = -23{,}42036 + 25{,}11535 = 1{,}695$

$b_1 = 2{,}231 \,.\, 0{,}048 - 12{,}346 \,.\, 0{,}008893 = -0{,}107088 - 0{,}109793 = -0{,}00271$

$b_1' = -12{,}346 \,.\, 0{,}048 + 76{,}923 \,.\, 0{,}008893 = -0{,}592608 + 0{,}684076 = 0{,}091468$

$b_2 = -2{,}231 \,.\, 0{,}000266 + 12{,}346 \,.\, 0{,}0000484 = -0{,}0005934 + 0{,}0005975 =$
$= 0{,}0000041$

$b_2' = +12{,}346 \,.\, 0{,}000266 - 76{,}923 \,.\, 0{,}0000484 = 0{,}0032846 - 0{,}0037231 =$
$= -0{,}000439$

$a_0 = +0{,}2 + 1{,}7 \,.\, f/l$

$a_1 = -0{,}0027 + 0{,}0915 \,.\, f/l$

$a_2 = +(0{,}000004 - 0{,}00044 \,.\, f/l)$

Iš čia *galutinė formulė:*

$$s_p = 0{,}2 + 1{,}7 \cdot f/l + \left(-0{,}0027 + 0{,}0915 \cdot \frac{f}{l}\right) \cdot l + \left(0{,}000004 - 0{,}00044 \frac{f}{l}\right) . l^2$$

I pavyzdys: surasti pado storį arkai $f : l = 1 : 10$, $l = 10$ m.

$s_p = 0{,}2 + 0{,}17 + 0{,}065 - 0{,}004 = 0{,}43$ m (vieton 0,43 m).

II pavyzdys: surasti pado storį arkai 5 : 30.

$s_p = 0{,}2 + 0{,}283 + 0{,}0126 \,.\, 30 + 0{,}000069 \,.\, 900 = 0{,}2 + 0{,}283 +$
$+ 0{,}378 - 0{,}062 = 0{,}80$ m (vieton 0,80).

Dar tikslesnius rezultatus duoda formulės:

$f/l = 0{,}1$

$s_p = 0{,}370 + 0{,}0063 \,.\, l - 0{,}000032 \,.\, l^2$ metrų

$f/l = 0{,}125$

$s_p = 0{,}420 + 0{,}0085 \,.\, l - 0{,}000050 \,.\, l^2$ „

$f/l = 0{,}167$

$s_p = 0{,}477 + 0{,}0133 \,.\, l - 0{,}000084 \,.\, l^2$ „

$f/l = 0{,}25$

$s_p = 0{,}630 + 0{,}02 \,.\, l - 0{,}0001 \,.\, l^2$ „

Gelžbetoninių arkų medžiagos kiekio formulė

Iš III lentelės matyti, kad *gelžbetoninėse arkose betono kiekiai tos pačios angos bet įvairių pakylų arkoms beveik nesikeičia.* Todėl medžiagos kiekio formulę išvedam laikydami, kad jis nuo santykio f/l visiškai nepareina. Kiekvienai angai bus tik vienas taškas, kuriuo laikysim vidutinį aritmetinį iš keturių kiekių, atitinkančių keturis santykius f/l. Tuo būdu gauti šeši taškai, kurie atvaizduoti VII grafike. Galime tarti, kad einanti per tuos taškus kreivė yra parabolė. Jos lygtys bendroje formoje:

$$M = a_0 + a_1 . l + a_2 . l^2$$

Koeficientai a_0, a_1 ir a_2 surandami kaip aukščiau, tik skaičiavimas paprastesnis, nes laikome juos nuo f/l nepareinančiais.

$l =$	10	20	30	40	50	60	Σ
M_t	4,0	11,5	21,0	34,5	51,0	70,0	192,0
$M_t \cdot l$	40	230	630	1380	2550	4200	9030
$M_t \cdot l^2$	400	4600	18900	55200	127500	252000	458600

$$a_0 = \frac{\Delta_0}{D} =$$

$$= \frac{12544000000 . 192 - 764400000 . 9030 + 9800000 . 458600}{3920000000} =$$

$$= \frac{12544 . 192 - 7644 . 9030 + 98 . 45860}{3920} = 0{,}05$$

$$a_1 = \frac{\Delta_1}{D} =$$

$$= \frac{764400000 . 192 + 53690000 . 9030 - 735000 . 458600}{3920000000} =$$

$$= \frac{7644 . 192 + 5369 . 903 - 735 . 4586}{39200} = 0{,}25125$$

$$a_2 = \frac{\Delta_2}{D} =$$

$$= \frac{9800000 . 192 - 735000 . 9030 + 10500 . 458600}{3920000000} =$$

$$= \frac{980 . 192 - 735 . 903 + 105 . 4586}{392000} = 0{,}01527$$

Tuo būdu *galutinė formulė* yra:

$$M = 0{,}05 + 0{,}251 \cdot l + 0{,}0153 \cdot l^2 \text{ tonų.}$$

I pavyzdys: Nustatyti betono kiekį 10 m angos arkai.
$M = 0{,}05 + 0{,}251 \cdot 10 + 0{,}0153 \cdot 100 = 4{,}1$ (vieton 4 tonų).

II pavyzdys: $l = 60$ m, $f : l = 1 : 10$.
$M = 0{,}5 + 0{,}251 \cdot 60 + 0{,}0153 \cdot 3600 = 0{,}05 + 15{,}06 + 55{,}08 = 70{,}2$ t
(vieton 70 t).

Simetriškos armatūros geležies kiekiui nustatyti kreivosios yra parodytos VII grafike. *Matome, kad juo mažesnė pakyla ir didesnė anga, juo mažesnis armiravimo procentas* μ. Reikiamą kiekį viršutinės ar apatinės geležies nustatome padaugindami h (t. y. storį angos ketvirtadalyje) iš μ, nes μ yra išskaičiuotas ketvirtadalio piūvio %% dalimis, pavyzdžiui, arka $f : l = 5 : 30 = 1 : 6$; iš VII grafiko (arba iš III lentelės) $\mu = 0{,}33\%$; iš VI grafiko (arba iš II lentelės) $h = 0{,}63$ m; todėl

$$F_e = \frac{63 \cdot 100}{100} \cdot 0{,}33 = 20{,}8 \text{ cm}^2.$$

Bendra formulė:

$$F_e = \mu \, bh$$

arba kai $b = 1$

$$F_e = \mu \cdot h,$$

čia h centimetrais, μ — iš grafiko, t. y. procento dalimis, F_e — cm². Visas geležies kiekis $= 2 F_e = 2 \mu \cdot h$. Šita formulė taikoma 1 m pločio arkos juostai

Gelžbetoninių arkų konstrukcinių storių formulės

a) Spynos ir pado storiai

Kaip matyti iš VI grafiko, s_0 ir s_p kreivės yra panašios į paraboles, todėl spynos ir padų storių pareinamumas nuo angos l gali būti išreikštas parabolės lygtimi. Tačiau formulės šitiems storiams nėra išvestos, nes *faktinai spynos ir padų storiai imami neprisilaikant sąlygos, kad betonas būtų visuose arkos piūviuose (tame skaičiuje ir šarnyruose) vienodai išnaudotas, nes kitaip arkos gautų nepageidaujamą „pilvotą" formą.*

Šitie storiai imami atsižvelgiant į konstrukcinius (kad galima būtų įtaisyti šarnyrus) ir architektoniškus motyvus.

Todėl mano priimti storiai yra žymiai didesni, negu nustato vienodo medžiagos išnaudojimo sąlyga. Storius reikia imti tiesiog iš grafiko, kur jų pasikeitimai atvaizduoti pakopų pavidalo linijomis (norint galima pakopų viršūnes sujungti tiesiosiomis ir tarpiniams taškams s_0 ir s_p imti iš gautų nuožulniųjų tiesiųjų, t. y. interpoliuojant).

b) Ketvirtadalio angos storiai

l	$f/l = 0{,}1$			$f/l = 0{,}125$			$f/l = 0{,}167$			$f/l = 0{,}250$		
m	h	$h \cdot l$	$h \cdot l^2$	h	$h \cdot l$	$h \cdot l^2$	h	$h \cdot l$	$h \cdot l^2$	h	$h \cdot l$	$h \cdot l^2$
10	0,35	3,5	35	0,33	3,3	33	0,32	3,2	32	0,31	3,1	31
20	0,52	10,4	208	0,50	10,0	200	0,48	9,6	192	0,46	9,2	184
30	0,69	20,7	621	0,66	19,8	594	0,63	18,9	567	0,60	18,0	540
40	0,84	33,6	1344	0,80	32,0	1280	0,76	30,4	1216	0,72	28,8	1152
50	0,99	49,5	2475	0,94	47,0	2350	0,89	44,5	2225	0,84	42,0	2100
60	1,13	67,8	4068	1,06	63,6	3816	1,00	60,0	3600	0,94	56,4	3384
$\Sigma =$	4,52	185,5	8751	4,29	175,7	8273	4,08	166,6	7832	3,87	157,5	7391

$f/l = 0{,}1$

$$a_0 = \frac{\Delta_0}{D} =$$

$$= \frac{12544000000 \cdot 4{,}52 - 764400000 \cdot 185{,}5 + 9800000 \cdot 8751}{3920000000} =$$

$$= \frac{56698880000 - 141796200000 + 85759800000}{3920000000} = 0{,}169$$

$$a_1 = \frac{\Delta_1}{D} =$$

$$= \frac{-764400000 \cdot 4{,}52 + 53690000 \cdot 185{,}5 - 735000 \cdot 8751}{3920000000} =$$

$$= \frac{-3455088000 + 9959495000 - 6431985000}{3920000000} = 0{,}018475$$

$$a_2 = \frac{\Delta_2}{D} =$$

$$= \frac{9800000 \cdot 4{,}52 - 735000 \cdot 185{,}5 + 10500 \cdot 8751}{3920000000} =$$

$$= \frac{44296000 - 136342500 + 91885500}{3920000000} = -0{,}000041$$

$f/l = 0{,}125$

$$a_0 = \frac{\Delta_0}{D} =$$

$$= \frac{12544000000 \cdot 4{,}29 - 764400000 \cdot 175{,}7 + 9800000 \cdot 8273}{3920000000} =$$

$$= \frac{53813760000 - 134305080000 + 81075400000}{3920000000} = 0{,}149$$

$$a_1 = \frac{\Delta_1}{D} =$$

$$= \frac{-764400000 \cdot 4{,}29 + 53690000 \cdot 175{,}7 - 735000 \cdot 8273}{3920000000} =$$

$$= \frac{-3279276000 + 9433333000 - 6080655000}{3920000000} = 0{,}018725$$

$$a_2 = \frac{\Delta_2}{D} =$$

$$= \frac{9800000 \cdot 4{,}29 - 735000 \cdot 175{,}7 + 10500 \cdot 8273}{3920000000} =$$

$$= \frac{42042000 - 129139500 + 86866500}{3920000000} = -0{,}000059$$

$f/l = 0{,}167$

$$a_0 = \frac{\Delta_0}{D} =$$

$$= \frac{1254400000 \cdot 4{,}08 - 764400000 \cdot 166{,}6 + 9800000 \cdot 7832}{3920000000} =$$

$$= \frac{51179520000 - 127349040000 + 76753600000}{3920000000} = 0{,}149$$

$$a_1 = \frac{\Delta_1}{D} =$$

$$= \frac{-764400000 \cdot 4{,}08 + 53690000 \cdot 166{,}6 - 735000 \cdot 7832}{3920000000} =$$

$$= \frac{-3118752000 + 8944754000 - 5756520000}{3920000000} = 0{,}017725$$

$$a_2 = \frac{\Delta_2}{D} =$$

$$= \frac{9800000 \cdot 4{,}08 - 735000 \cdot 166{,}6 + 10500 \cdot 7832}{3920000000} =$$

$$= \frac{39984000 - 122451000 + 82236000}{3920000000} = -0{,}000059$$

$f/l = 0{,}250$

$$a_0 = \frac{\Delta_0}{D} =$$

$$= \frac{12544000000 \cdot 3{,}87 - 764400000 \cdot 157{,}5 + 9800000 \cdot 7391}{3920000000} =$$

$$= \frac{48545280000 - 120393000000 + 72431800000}{3920000000} = 0{,}149$$

$$a_1 = \frac{\Delta_1}{D} =$$

$$= \frac{-764400000 \cdot 3{,}87 + 53690000 \cdot 157{,}5 - 735000 \cdot 7391}{3920000000} =$$

$$= \frac{-2958228000 + 8456175000 - 5432385000}{3920000000} = 0{,}016725$$

$$a_2 = \frac{\Delta_2}{D} =$$

$$= \frac{9800000 \cdot 3{,}87 - 735000 \cdot 157{,}5 + 105000 \cdot 7391}{3920000000} =$$

$$= \frac{37926000 - 115762500 + 77605500}{3920000000} = -0{,}000059.$$

b_i reikšmių skaičiavimas

f/l	a_o	$a_o \cdot f/l$	a_1	$a_1 \cdot f/l$	a_2	$a_2 \cdot f/l$
0,100	0,169	0,0169	0,018475	0,0018475	— 0,000041	— 0,0000041
0,125	0,149	0,0186	0,018725	0,0023407	— 0,000059	— 0,0000074
0,167	0,149	0,0248	0,017725	0,0029541	— 0,000059	— 0,0000098
0,250	0,149	0,0372	0,016725	0,0041812	— 0,000059	— 0,0000147
$\Sigma =$	0,616	0,0975	0,071650	0,0113235	— 0,000218	— 0,0000360

$b_0 = 2{,}231 \cdot 0{,}616 - 12{,}346 \cdot 0{,}0975 = 1{,}37430 - 1{,}20373 = 0{,}1706$
$b_0' = -12{,}346 \cdot 0{,}616 + 76{,}923 \cdot 0{,}0975 = -7{,}605136 + 7{,}499993 = -0{,}10514$
$b_1 = 2{,}231 \cdot 0{,}7165 - 12{,}346 \cdot 0{,}0113235 = 0{,}159851 - 0{,}139800 = 0{,}020060$
$b_1' = -12{,}346 \cdot 0{,}7165 + 76923 \cdot 0{,}00113235 = -0{,}884591 + 0{,}8710376 =$
$= -0{,}01355$
$b_2 = -2{,}231 \cdot 0{,}000218 + 12{,}346 \cdot 0{,}000036 = -0{,}00048636 + 0{,}0004444 =$
$= -0{,}0000419$
$b_2' = 12{,}346 \cdot 0{,}000218 - 76{,}923 \cdot 0{,}0000362 - 0{,}000269143 - 0{,}00276924 =$
$= -0{,}0000778$
$a_0 = 0{,}171 - 0{,}105 \cdot f/l$
$a_1 = 0{,}0201 - 0{,}0136 \cdot f/l$
$a_2 = -(0{,}00004 + 0{,}00008 \cdot f/l)$

Tuo būdu *galutinė formulė* yra:

$$h = 0{,}171 - 0{,}105\, f/l + \left(0{,}0201 - 0{,}0136\, \frac{f}{l}\right) \cdot l -$$

$$- \left(0{,}00004 + 0{,}00008\, \frac{f}{l}\right) \cdot l^2$$

I pavyzdys. Surasti, koks turi būti ketvirtadalio angos storis gelžbetoninei arkai 1 :10. Čia $l=10$ m.

$h=0{,}171-0{,}0105+0{,}187-0{,}005=0{,}34$ m (vieton 0,35 m).

II pavyzdys. Surasti h arkai 15 : 60.

$h=0{,}171-0{,}0262+1{,}002-0{,}2160=0{,}93$ m (vieton 0,94 m).

Aproksimatyvė kreivoji duoda storius visiems f/l santykiams pakankamu tikslumu. Dar didesnį tikslumą duoda žemiau įdėtos formulės, paskirai kiekvienam *f/l santykiui.*

$f/l=0{,}1$

$$h=0{,}169+0{,}01848\,.\,l-0{,}00004\,.\,l^2,$$

$f/l=0{,}125$

$$h=0{,}149+0{,}01873\,.\,l-0{,}00006\,.\,l^2,$$

$f/l=0{,}167$

$$h=0{,}149+0{,}01773\,.\,l-0{,}00006\,.\,l^2,$$

$f/l=0{,}250$

$$h=0{,}149+0{,}01673\,.\,l-0{,}00006\,.\,l^2.$$

Pavyzdys. Tegu $l=50$ m; $f:l=1:6$.

$h=0{,}149+0{,}01773\,.\,50-0{,}00006\,.\,2500=0{,}149+0{,}8865-0{,}15=0{,}89$ m

(o iš lentelės 0,89).

Variantams ir jų sąmatoms pakankama bendrųjų formulių (visam kreivių pluoštui), o tiksliam arkų skaičiavimui geriau taikyti speciales formules paskiriems *f/l.*

Bendram betoninių ir gelžbetoninių arkų svoriui, užpilo svoriui, važiuojamosios dalies svoriui, sketimo jėgai ir geležies armatūros kiekiui nustatyti formulės galėtų būti išvestos aukščiau nurodytu būdu, bet praktiškam reikalui pakanka tuos dydžius imti iš IV, V ir VII grafiku.

Tiltų taurams bei ramtams skaičiuoti turi būti žinomas spaudimas arkos pade. Pastarąjį galime nustatyti, paėmę iš grafikų sketimo jėgą H_g ir pusarkės svorį G. Tąsyk pilnas maksimalis spaudimas pade $K_{max}=K_g+K_p$ tonų.

$$K_g=\sqrt{H_g^2+G^2};\quad K_p=\sqrt{\left(\frac{pl^2}{8f}\right)^2+\left(\frac{pl}{2}\right)^2};$$

p — imamas iš Faerber'io formulės, laikant apsloginta visą arką.

Kampas β nustatomas su formule $\cos\beta=H_g:K_g$.

Arkos ašies ordinačių lentelės

Yra keletas įvairių autorių išvestų lygčių ir išskaičiuotų tabelių arkos ašiai nustatyti. Paprastai arkos ašis einant prof. inž. dr. Mörsch'o pasiūlymu (Schweizerische Bauzeitung 1906, 93 pusl.) išvedama pagal spaudimo liniją nuo savojo svorio, kas yra tikslu, nes išvedant, kaip pasiūlė Tolkmitt, arkos ašį pagal spaudimo liniją nuo $g+p/2$, susiduriama su neaiškumu kaip turi būti nustatytas p, nes DIN oficialiai nustato tik sukoncentruotus sloginius. Be to, arka niekada nebūna arba labai retai būna visa apkrauta tokiu sloginiu ir patsai sloginys $p/2$ yra menkas, palyginti su masyvės arkos svoriu. O imdami arkos ašį kaip spaudimo linija vien tik nuo savojo svorio, galime labai tiksliai skaičiuoti arkas šiame veikale panaudotu, patogiu ir gražiu Mörsch'o būdu (Der Eisenbetonbau, II B., 3 Teil, 1935 m., 41—47 pusl.).

Įvairūs autoriai spaudimo linijos lygtims gauti perstato apsloginimo liniją (vadinasi besikeičiantį nuo spynos ligi pado sloginį) kurios nors matematiškos funkcijos pavydalu, taip kad gautas spaudimo linijai atatinkamas diferenciales lygtis galima išintegruoti ir tąsyk gauna pastarąją kaip kvadratinė parabolė (Melan'as, Tolkmitt'as) ketvirtojo laipsnio parabolė (Faerber'is, M. Ritter'is), hyperboline kreivė (Strassner'is, Ligowski's) ir net 6-jo laipsnio parabolė. Tolkmitt'as, tačiau, gauna ne arkos ašį, o apatinę jos apibrėžimą, kurio pagalba nustatoma pati ašis. Savaime suprantama, kad čia glūdi kai kuris netikslumas, nes tikrenybėje sloginys niekada nepasiskirsto tiksliai pagal priimtą matematiškąjį dėsnį. Prof. Kögler'is bešarnyrinėms arkoms atsisakė nuo matematiško spaudimo linijos išreiškimo, bet iš daugelio specialių arkų skaičiavimų sudarė savo tabeles, kurios duoda žymiai tikslesnius rezultatus, negu spaudimo linijos skaičiavimas iš paminėtų lygčių.

Savo trijų šarnyrų arkoms lenteles aš padariau taip pat ne teoretiškam, o grynai praktiškam apsloginimui, išskaičiavęs η_0 su gautomis 52 arkoms ašies ordinatėmis.

V lentelėje duotos betoninių arkų ašies ordinatės, o VI lentelėje — gelžbetoninių.

IV. Išvestųjų formulių palyginimas su esamomis technikos literatūroje formulėmis

Aplamai apie esamas medžiagos ir konstrukcinių storių formules

Betoninių ir gelžbetoninių arkų medžiagos kiekiams technikos literatūroje formulių iki šiol nebuvo.

Bendram tilto svoriui nustatyti yra keletas formulių, tačiau jos išvestos ne trijų šarnyrų arkoms, o bešarnyrinėms arkoms. Neturint specialių formulių, tiltų konstruktoriai bendram trijų šarnyrų arkų svoriui nustatyti naudojasi tomis bešarnyrinių arkų formulėmis.

Konstrukciniams storiams nustatyti yra daugiau formulių, bet visos jos yra labai apytikrės ir, išskyrus gal inž. dakt. Kögler'io formules, iš viso nepatikimos, nes gautieji su jomis vienai ir tai pačiai arkai sprendimai nepaprastai vienas kitam prieštarauja. Be to, tiesioginis arkos storio ketvirtadalio angoje nustatymas iki šiol dar buvo neišspręsta problema. Žemiau įdėtasis pavyzdys leidžia palyginti esamų ir mano duotųjų formulių tikslumą, lygiai kaip ir operacijų su jomis sudėtingumą.

Tolkmitt'o, Schwarz'o, Kunze's, Melan'o, Kögler'io ir šio veikalo autoriaus formulių palyginimas

Atmetant nustojusias savo reikšmės kaip pasenusias, nepritaikintas moderniškai medžiagai ir iš esmės labai netobulas Perronet'o, Heinzerling'o, Hussel'io ir kt. formules, lieka palyginti aukščiau paminėtų autorių formules.

Pavyzdys. Nustatyti konstrukcinius storius trijų šarnyrų arkai $f:l=5:30$.

Tolkmitt'o formulės

Spynos storis

$$s_0 = \frac{0{,}15\frac{l^2}{f}\left(u+\frac{p}{2}+\frac{f}{10}\right)}{\sigma_0 - 0{,}15\frac{l^2}{f}}.$$

(Tolkmitt „Berechnung gewölbter Brücken" III Aufl. 41 pusl.) Šioje formulėje l — šviesioji anga metrais, f — strėlė metrais (nuo padų apačios iki skliauto vidaus paviršiaus spynoje), u — kelio plutos (su pamatu) storis spynoje, p — tolygiai išskirstytas sloginys, abu redukuoti į skliauto medžiagą

(čia betonas), σ_0 — tolygiai išskirstytas gniužimas spynoje $= \frac{H}{s_0}$, išreikštas kub. metrais 1-am m², H — skėtimo jėga, redukuota į betoną. Jeigu s_0 būtų žinomas, tai iš čia galima sužinoti σ_0; bet jeigu turime išskaičiuoti s_0, tai σ_0 užsiduodama. Jis turi būti $< \sigma_{leist.}$ Aš jį priimu $= \sigma_N$ (II grafikas).

Vieton u turim imti $u+s'$. Gauname: redukuotieji į skliauto medžiagos stulpą:

$$u+s' = 0{,}4 \cdot \frac{3{,}0}{2{,}2} + 0{,}15 \cdot \frac{1{,}8}{2{,}2} = 0{,}67 \text{ m}; \quad p = \frac{p_0}{\gamma} = \frac{0{,}82}{2{,}2} \cong 0{,}38 \text{ m}; \quad \frac{p}{2} = 0{,}19 \text{ m}.$$

[p_0 nustatomas iš Faerber'io formulės $p_0 = 1{,}1 \left(0{,}535 + \frac{6{,}2}{l}\right) = 0{,}82$ t/m²]. Leistinas įtempimas σ_0 arkai $f : l = 5 : 30$ lygūs $\sigma_N = 18{,}9$ kg/cm² (kitaip pasireiškia tempimo įtempimai). Redukavę į betoną, turime $\sigma_0 = \frac{189}{2{,}2}$ t/m² = $\cong 86$ m³/m². Tąsyk

$$s_0 = \frac{0{,}15 \cdot \frac{30^2}{5} \cdot (0{,}67 + 0{,}19 + 0{,}5)}{86 - 0{,}15 \cdot \frac{30^2}{5}} = 0{,}62 \text{ m}.$$

Gautasis storis reikia dar patikrinti pagal Tolkmitt'o f-lę (20)

$$H = \frac{l^2}{16}\left[\frac{z'_0}{f} + \frac{1}{8} + \frac{8\,s_0 z'_0}{l^2} + \sqrt{\left(\frac{z'_0}{f} + \frac{1}{8} + \frac{8\,s_0 z'_0}{l^2}\right)^2 + \frac{32\,s_0 z'_0}{l^2}}\right]$$

z' ir z'_0 skiriasi nuo Kögler'io z ir z_0 tik tuo, kad Tolkmitt'as prideda $\frac{p}{2}$. Tuo būdu:

$$z'_0 = s_0 + u + s' + \frac{p}{2} = 0{,}62 + 0{,}67 + 0{,}19 = 1{,}48 \text{ m}. \text{ (Tolkmitt, 12 pusl.)}.$$

$$\frac{z'_0}{f} = \frac{1{,}48}{5} = 0{,}296; \quad \frac{8\,s_0 \cdot z'_0}{l^2} = \frac{8 \cdot 0{,}62 \cdot 1{,}48}{30^2} = 0{,}0081,$$

$$\frac{z'_0}{f} + \frac{1}{8} + \frac{8 \cdot s_0 z'_0}{l^2} = 0{,}296 + 0{,}125 + 0{,}008 = 0{,}429;$$

$$H = \frac{30^2}{16} \cdot [0{,}429 + \sqrt{0{,}429^2 + 4 \cdot 0{,}0081}] = 50{,}3 \text{ m}^3 = 110{,}6 \text{ tonų}.$$

$$\sigma_0 = \frac{H}{s_0} = \frac{50{,}3}{0{,}62} = 81{,}1 \text{ m}^3/\text{m}^2 \text{ — permažas}.$$

Todėl išeidami iš tikslesnio $H = 50{,}3$ m³, gauname pataisytą

$$s_0 = \frac{50{,}3}{86} = 0{,}58 \text{ m}.$$

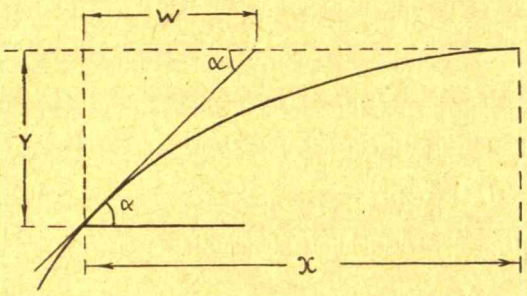
Ketvirtadalio angos storis

Iš Tolkmitt'o formulės (21): $m=\frac{8\cdot H\cdot z'_0}{H+8\,s_0\cdot z'_0}=\frac{8\cdot 50{,}3\cdot 1{,}48}{50{,}3+8\cdot 0{,}58\cdot 1{,}48}=$

$=\frac{595{,}55}{57{,}17}\cong 10{,}4$ m.

Iš form. (18): $y=\frac{m\cdot x^2}{\frac{l^2}{4}\cdot\frac{f+m}{f}-x^2}=\frac{10{,}4\cdot x^2}{\frac{30^2}{4}\cdot\frac{15{,}4}{5}-x^2}=\frac{10{,}4\,x^2}{693-x^2}$.

Iš form. (27): $w=\frac{x}{2}-\frac{2fx^3}{l^2(f+m)}=\frac{x}{2}-\frac{2\cdot 5\cdot x^3}{30^2\cdot 15{,}4}=\frac{x}{2}-\frac{x^3}{1386}$.



9 brėž.

Ties ketvirtadaliu angos $x=\frac{l}{4}=7{,}5$ m.

$$y=\frac{10{,}4\cdot 7{,}5^2}{693-7{,}5^2}=0{,}918\text{ m};\quad w=\frac{7{,}5}{2}-\frac{421{,}9}{1386}=3{,}45\text{ m}.$$

Iš 9 br. $\operatorname{tg}\alpha=\frac{y}{w}=\frac{0{,}918}{3{,}45}=0{,}2661$; $\alpha=15^0 28'$; $\cos\alpha=0{,}964$.

Angos ketvirtadalio storis (57 form.):

$$h\geqq 0{,}094\cdot\frac{p\cdot l^2}{H}\cos\alpha$$

$p=0{,}38$ m; $H=50{,}3$ m^3; todėl $h\geqq 0{,}094\cdot\frac{0{,}38\cdot 30^2}{50{,}3}\cdot 0{,}964\geqq 0{,}62$ m

Maksimalė s_0 reikšmė gaunama iš (58) formulės: $s_0^2-\frac{H}{\sigma_0\cos\alpha}\cdot s_0=$

$=0{,}094\frac{pl^2}{\sigma_0}$ arba $s_0^2-\frac{50{,}3}{86\cdot 0{,}964}\cdot s_0=\frac{0{,}094\cdot 0{,}38\cdot 30^2}{86}$; $s_0^2-0{,}60\cdot s_0=0{,}373$;

$$s_0=\frac{0{,}6}{2}+\sqrt{\frac{0{,}60^2}{4}+0{,}373}=0{,}3+\sqrt{0{,}463}=0{,}3+0{,}68=0{,}98\text{ m}.$$

Pado storis

(Form. 31): $G=\frac{l}{2}\left[z'_0+\frac{f}{f+m}\left(\frac{m}{3}+\frac{f}{5}\right)\right]=$

$=\frac{30}{2}\left[1{,}48+\frac{5{,}0}{15{,}4}\left(\frac{10{,}4}{3}+\frac{5}{5}\right)\right]=15\cdot[1{,}48+1{,}45]=43{,}9\ \text{m}^3\cong 96{,}6\ \text{ton.}$

Pagal Tolkm. 39 pusl. $s_p=\frac{\sqrt{H^2+G^2}}{\sigma_0}=\frac{\sqrt{50{,}3^2+43{,}9^2}}{86}=\frac{66{,}7}{86}=0{,}78\ \text{m.}$

Schwarz'o ir Kunz'es formulės

Prof. dr. W. Kunze, prof. Foerster'io išleistos knygos „Taschenbuch für Bauingenieure", masyvių tiltų skyriaus autorius, nurodo toje knygoje, kad labiausiai verta pasitikėjimo yra Schwarz'o formulė

$$s_0=0{,}20+\frac{1}{21}\cdot\frac{l}{f}\cdot\frac{G}{\sigma_0}\ \text{metrų, čia}$$

G — pusarkės sykiu su užpilu svoris tonomis, σ_0 — kg/cm^2,
G nustatomas pagal inž. dr. M. Ritter'io (bešarnyrinėms arkoms) formulę

$$G=\frac{l}{6}(2g_s+g_k)=\frac{l}{6}(2z_0+z)\ \text{(pagal mano žymėjimus)}$$

Pagal dr. Kunzę, dar tiksliau skaičiuojama su formulėmis

$s_0=\frac{H_s}{\sigma_0}$; $s_p=\frac{K_s}{\sigma_0}$; čia H_s imamas iš M. Ritter'io formulės

$$H_s=\frac{5z_0+z}{48\cdot f}\cdot l^2\ (=H_g)\ \text{ir}$$

$K_s=\frac{l}{6}\sqrt{(2z_0+z)^2+\left(\frac{5z_0+z}{8f}\cdot l\right)^2}\ (=K_g)$, z_0 ir z turi tas pačias reikšmes, kaip aukščiau. Surasti dydžiai s_0 ir s_p turint galvoje paslankių sloginių įtaką, turi būti padidinti 25%.

Arkos storis angos ketvirtadalyje h nustatomas sužinant normalinę jėgą N_s nuo savojo svorio, o taip pat normalinę jėgą ir momentą nuo vienpusiško paslankaus apsloginimo, arba bent vieną momentą:

$$N_s=H_s:\cos\alpha;\ M_p=\frac{pl^2}{64}$$

Iš Schwarz'o formulės gauname:

$$s_0=0{,}20+\frac{1}{21}\cdot\frac{30}{5}\cdot\frac{G}{\sigma_0};\ G=\frac{l}{6}(2z_0+z)=\frac{l}{6}(2.2{,}8+12{,}5)=90{,}5\ \text{t.}$$

(z_0 ir z suradimą žiūrėti Kögler'io formulę, toliau).

$$s_0=0{,}20+\frac{1}{21}\cdot\frac{30}{5}\cdot\frac{90{,}5}{18{,}9}=0{,}20+1{,}37=1{,}57\ \text{m!}$$

Taikant Kunzė's skaičiavimo būdą, gauname:

$$H_s=\frac{5.2{,}8+12{,}5}{48.5}\cdot 900=99{,}4\ \text{t.}$$

$$K_s = \frac{30}{6}\sqrt{(2.2{,}8+12{,}5)^2+\left(\frac{5.2{,}8+12{,}5}{8.5}\cdot 30\right)^2} = \frac{30}{6}\cdot 26{,}9 = 135{,}0 \text{ t.}$$

N_s imame kaip vidurinį aritmetinį tarp H_s ir $K_s \cong 117$ t

$$M_p = 1{,}04\cdot\frac{30^2}{64} = 14{,}6 \text{ tm. (kai } l = 15 \text{ m } p = 1{,}04 \text{ t/m}^2\text{)}$$

Ieškomi storiai nustatomi iš formulių:

$$s_0 = \frac{H_s}{\sigma_0} + 25\,\% = \frac{99{,}4}{189} + 25\,\% = 0{,}526 + 0{,}105 = 0{,}63 \text{ m.}$$

$$s_p = \frac{K_s}{\sigma_0} + 25\,\% = \frac{135{,}0}{189} + 25\,\% = 0{,}71 + 0{,}18 = 0{,}89 \text{ m.}$$

Iš prof. Mörsch'o formulės (II B, 3 Teil, 43 pusl.).

$$h = \frac{N_s}{2\sigma} + \sqrt{\left(\frac{N_s}{2\sigma}\right)^2 + \frac{6M}{\sigma}} = \frac{117}{2.189} + \sqrt{\left(\frac{117}{2.189}\right)^2 + \frac{6.14{,}6}{189}} = 0{,}309 + 0{,}748 = 1{,}06$$

Patikrinimas: $\frac{117}{1{,}06} + \frac{14{,}6}{1{,}06^2}\cdot 6 = 110{,}4 + 78{,}2 = 188{,}6$ t/m²

$$\frac{117}{1{,}06} - \frac{14{,}6}{1{,}06^2}\cdot 6 = 110{,}4 - 78{,}2 = 32{,}2 \text{ t/m}^2$$

Atsargai pagal Kunzę surastąjį h padidiname 10%, vadinasi $h = 1{,}17$ m.

Prof. dr. Melan'o formulės

Spynos storis (Handbuch für Eisenbet., Bogenbrücken IV Aufl., 56 pusl.)

$$s_0 = d_0 = \frac{(\gamma_1\cdot u + p)\cdot\rho_0}{\sigma_0 - \gamma\rho_0} = \frac{(\gamma_1\cdot u + \gamma_1\cdot s' + p)\cdot\rho_0}{\sigma_0 - \gamma\rho_0}$$

γ_1 — užpilo tūrio vieneto svoris, $= 1{,}8$ t/m³; u — jo storis $= 0{,}40\frac{3{,}0}{1{,}8} = 0{,}67$ m, σ_0 — leistinas įtempimas, mūsų pavyzdy $= 189$ t/m², ρ_0 — spaudimo linijos kreivumo spindulys, nustatomas pagal Melan'o formulę (52a).

$$\rho_0 = \frac{1}{\chi}\cdot\frac{l^2}{8.f};\quad \frac{1}{\chi} = \frac{5q_0 + q_1}{6q_0},$$

$q_0 = z_0 + \frac{1}{2}p$; $q_1 = z + \frac{1}{2}p$ (Kögler'io $z_0 =$ Melan'o g_0 ir $z = g_1$);

$p = 0{,}82$ t/m² ($l = 30$ m); z ir z_0 nustatymas — žiūr. Kögler'io formulę, toliau.

Čia turime $q_0 = 2{,}8 + 0{,}41 = 3{,}21$ t/m²; $q_1 = 12{,}5 + 0{,}41 = 12{,}9$ t/m².

$$\frac{1}{\chi} = \frac{5.3{,}21 + 12{,}9}{6.3{,}21} = 1{,}50;\ \chi = 0{,}67;\ \rho_0 = \frac{1}{0{,}67}\cdot\frac{900}{8.5} = 33{,}6 \text{ m.}$$

$$s_0 = \frac{(0{,}67.1{,}8 + 0{,}15.1{,}8 + 0{,}82).33{,}6}{189 - 2{,}2.33{,}6} = \frac{2{,}29.33{,}6}{115{,}1} = 0{,}67 \text{ m.}$$

Ketvirtadalio angos storis

Iš sąlygos, kad nebūtų tempimo įtempimų, gaunu (Melan, Bogenbrücken, IV Aufl. 62 pusl.):

$$h = d_m \geqq \frac{3}{4} \frac{\chi p_1 \cdot f}{g_0 + \frac{\chi}{2} \cdot p_1} \cos\varphi_m; \text{ čia } g_0 = z_0; \varphi_m = \alpha$$

$$\operatorname{tg}\varphi_m = (1+\chi)\frac{f}{l} = (1+0{,}67)\cdot\frac{1}{6} = 0{,}278;\ \varphi_m = 15^0\,30';\ \cos\varphi_m = 0{,}964$$

$\cos^2\varphi_m = 0{,}93.$

p_1 — (vienpusiškam apsloginimui kai $l = 15$ m) $= 1{,}04$ t/m², todėl

$$h = \frac{3}{4} \cdot \frac{0{,}67 \,.\, 1{,}04 \,.\, 5}{2{,}8 + 0{,}335 \,.\, 1{,}04} \cdot 0{,}964 \geqq 0{,}80 \text{ m.}$$

Iš sąlygos, kad būtų išlaikytas gniužimo įtempimas $\sigma_0 = 189$ t/m² (80 formule):

$$h\cos\varphi_m = \frac{1}{2}\left(g_0 + \frac{\chi}{2}p_1\right)\cdot\frac{\rho_0}{\sigma} + \sqrt{\frac{1}{4}\left(g_0 + \frac{\chi}{2}\cdot p_1\right)^2 \cdot \frac{\rho_0^2}{\sigma^2} + \frac{3}{32}\cdot\frac{p_1 l^2}{\sigma}\cos^2\varphi_m};$$

$h \,.\, 0{,}964 = 0{,}28 + 0{,}713 = 0{,}993;\ h \leqq 1{,}03$ m.

Skėtimas, kai arka visa apsloginta

$$H = \frac{1}{8}\left(\frac{1}{\chi}g_0 + p\right)\cdot\frac{l^2}{f} = \frac{1}{8}(1{,}5 \,.\, 2{,}8 + 0{,}82)\cdot\frac{30^2}{5} = 113{,}0 \text{ t}$$

Normalinis spaudimas pade, kai arka visa apsloginta, apytikriai (Melan, 63 pusl.).

$$N_k = [(g_0 + p) + \frac{1}{3}(g_1 - g_0)]\cdot\frac{l}{2} = (3{,}62 + 3{,}23) \,.\, 15 = 103 \text{ t}$$

Pado storis.

Jėga pade $K = \sqrt{H^2 + N_k^2} = \sqrt{113^2 + 103^2} = 153$ t

$$s_p = \frac{153}{189} = 0{,}81 \text{ m.}$$

Prof. dr. Kögler'io formulės (Gewölbetabellen, 44—47 pusl.).

Spynos storis

(52a) form: $s_0 = l^2 \cdot \dfrac{0{,}125\cdot p + \gamma_1\cdot(0{,}0127\cdot f + 0{,}135\cdot u)}{\sigma f - \gamma\,(0{,}135\cdot l^2 + 0{,}226\cdot f^2)} =$

$$= 900\cdot\frac{0{,}125\cdot 0{,}82 + 1{,}8\ (0{,}0127\cdot 5 + 0{,}135\cdot 0{,}82)}{189\cdot 5 - 2{,}2\ (0{,}135\cdot 900 + 0{,}226\cdot 25)} = 900\cdot\frac{0{,}417}{665} = 0{,}56 \text{ m.}$$

Iš tolimesnio patikrinimo gauname bendrai didesnį s_0, todėl priimame $s_0 = 0{,}58$ m.

(45) form.: $tg\beta = \dfrac{5{,}5\cdot 5}{30} = 0{,}916;\ tg^2\beta = 0{,}84;\ \beta = 42^0\,30';$

(44a) form.: $s'_k = 0{,}58\ (1 + 0{,}84) = 1{,}07$ m.

(47) form.: $z_0 = s_0 + u\frac{\gamma_v}{\gamma} + s'\frac{\gamma_1}{\gamma} = 0{,}58 + 0{,}4 \cdot \frac{3{,}0}{2{,}2} + 0{,}15 \cdot \frac{1{,}8}{2{,}2} = 0{,}58 +$
$+ 0{,}67 = 1{,}25$ m.

(47) form.: $z = s'_k + (f + u + s' + \frac{1}{2}s - \frac{1}{2}s'_k) \cdot \frac{\gamma_1}{\gamma} = 1{,}07 + (5{,}0 + 0{,}82 +$
$+ 0{,}29 - 0{,}54) \cdot 0{,}82 = 5{,}65$

čia $(u + s') = 0{,}4 \cdot \frac{3{,}0}{1{,}8} + 0{,}15 = 0{,}82$ m.

(3) form.: $\varphi = \frac{5{,}65 - 1{,}25}{6 \cdot 1{,}25} \cong 0{,}585$

Iš tabelės 14/15 pusl.: $a = 0{,}223$; $b = 0{,}182$; $a \,.\, b = 0{,}0406$; $a_5 = 0{,}067$.

Patikrinimas:

(45) form.: $tg\beta = \frac{f}{b \cdot l} = \frac{5{,}0}{0{,}182 \cdot 30} = 0{,}916$; $\beta = 42^\circ 30'$; $\cos\beta = 0{,}737$
$tg^2\beta = 0{,}84$

(44) form.: $s_k' = 0{,}58 \cdot (1 + 0{,}84) = 1{,}07$ m.

(47) form.: $z_0 = 1{,}25$; $z = 5{,}65$ m.

(3) form.: φ — lieka tas pats.

(52) form.: $s_0 = 900 \cdot \frac{0{,}0406 \cdot 5{,}65 \cdot 2{,}2 + 0{,}125 \cdot 0{,}82}{5 \cdot 189} = 0{,}58$ m.

Ketvirtadalio angos storis

(47) form.: $R_5 = 0{,}067 \cdot 30 \cdot 5{,}65 \cdot 2{,}2 = 25$ t.

(51) form.: $H_E\ (= H_g) = 0{,}0406 \cdot 5{,}65 \cdot \frac{2{,}2 \cdot 30^2}{5} = 90{,}9$ t.

(56) form.: $S_E = \sqrt{90{,}9^2 + 25^2} = 94{,}2$ t.

(58) form.: $l_1 = 0{,}385 \cdot 30 = 11{,}6$ m; $p_1 = 1{,}18$ t/m^2

(58) form.: $S_v = \frac{1{,}18 \cdot 30^2}{125} = 8{,}5$ t

(59) form.: $S = 94{,}2 + 8{,}5 = 102{,}7$ t

(60) form.: $\eta_1 = 0{,}189$ (iš tabelės 15/15 pusl.),

$l_2 = 0{,}615 \cdot 30 = 18{,}45$ m; $p_2 = 0{,}96$ t/m^2

(60a) form.: $M_1 = \frac{30^2}{32} \cdot \frac{1 + 2 \cdot 0{,}189}{3 - 2 \cdot 0{,}189} \cdot 1{,}18 = 17{,}45$ tm.

(60b) form.: $M_2 = \frac{30^2}{8}(1 - 0{,}189) \cdot \frac{1 - 2 \cdot 0{,}189}{3 - 2 \cdot 0{,}189} \cdot 0{,}96 = 20{,}75$ tm.

Kadangi tempimo įtempimai neleidžiami, $\sigma_z = 0$, tai h nustatomas iš (62) ir (63) formulių.

$$\sigma_z \cdot h^2 + S \cdot h - 6M = 0;\ \sigma_z = 0;\ M = \frac{1}{2}(M_1 + M_2) = 19{,}1 \text{ tm};$$

$$h = \frac{6M}{S} = \frac{6 \cdot 19{,}1}{102{,}7} = 1{,}11 \text{ m}.$$

Pado storis

(53) form.: $K_E = \frac{90{,}9}{0{,}737} = 123{,}3$ t; $K_v = \sqrt{\left(\frac{pl^2}{8 \cdot f}\right)^2 + \left(\frac{p \cdot l}{2}\right)^2} =$

$= \sqrt{18{,}2^2 + 12{,}3^2} = 22{,}0$ t.

(54) form.: $K = K_E + K_v = s_p \cdot \sigma = 145{,}3$ t; $s_p = \frac{145{,}3}{189} = 0{,}77$ m.

Šio veikalo autoriaus formulės

$s_0 = 0{,}387 + 0{,}009 \cdot 30 - 0{,}000066 \cdot 900 = 0{,}598 = 0{,}60$ m

$h = 0{,}689 + 0{,}0175 \cdot 30 - 0{,}00011 \cdot 900 = 1{,}12$ m.

$s_p = 0{,}477 + 0{,}0133 \cdot 30 - 0{,}000084 \cdot 900 = 0{,}80$ m.

Formulių rezultatų santrauka

Formulės / Storiai	Tolkmitt'o	Kunzė's (Švarz'o)	Melan'o	Kögler'io	Šio veikalo autoriaus	Tikslūs skaičiavimai
s_o	0,58	0,63 (1,57)	0,67	0,58	0,60	0,60
h	$\geqq 0{,}62$ ir $< 0{,}98$	1,17	$\geqq 0{,}80$ $< 1{,}03$	1,11	1,12	1,12
s_p	0,78	0,89	0,81	0,77	0,80	0,80

Iš šito ir visos eilės kitų tokių patikrinimų aiškėja, kad *Kunzė's rekomenduojama Schwarz'o formulė yra visai netinkama.* Tačiau, kaip rodo mano tyrimai, ir šita formulė duoda gerų rezultatų, jeigu joje vietoje pusarkės svorio $G = \frac{l}{6}(2z_0 + z)$ įdėti apsloginimo svorį nuo spynos iki ketvirtadalio angos (10 brėž., užbrūkšniuotas plotas).

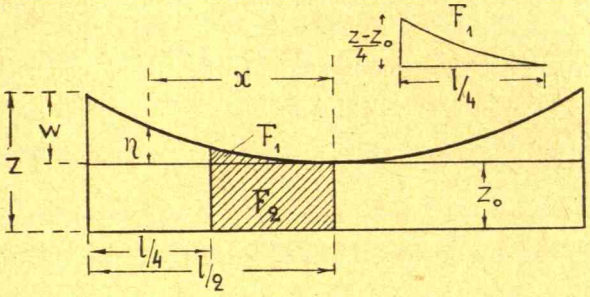
Iš parabolės lygčių turime $\tau_1 = \frac{w \cdot x^2}{\left(\frac{l}{2}\right)^2}$.

Angos ketvirtadaliui gauname $\tau_1 = \frac{(z - z_0) \cdot \left(\frac{l}{4}\right)^2}{\left(\frac{l}{2}\right)^2} = \frac{z - z_0}{4}$.

Plotas $F_1 = \frac{xy}{3} = \frac{z - z_0}{3 \cdot 4} \cdot \frac{l}{4} = \frac{(z - z_0)}{48} \cdot l$; keturkampio plotas $F_2 = \frac{z_0 \cdot l}{4}$;

bendras plotas $F = \frac{(z - z_0)}{48} \cdot l + \frac{z_0 \cdot l}{4} = \frac{l}{4}\left(\frac{z - z_0}{12} + z_0\right)$.

Vietoj $G = \frac{l}{6}(2z_0 + z)$ reikia imti $G = \frac{l}{4}\left(\frac{z - z_0}{12} + z_0\right)$.



10 brėž.

Patikrinimas. Aukščiau imtai arkai 5 : 30 gauname

$G = \frac{30}{4}\left(\frac{12{,}5 - 2{,}8}{12} + 2{,}8\right) = 27$ t (o iš tikrųjų arkos dalis, kaip matyti iš arkos 5 : 30 svorių lentelės, sveria 26,4 t). Dabar iš Schwarz'o formulės

$$s_0 = 0{,}20 + \frac{1}{21} \cdot \frac{27}{18{,}9} \cdot \frac{30}{5} = 0{,}20 + 0{,}40 = 0{,}60 \text{ m (vieton 0,60).}$$

II pavyzdys. Arkai 2,5 : 10 $z_0 = 1{,}19 \,.\, 2{,}2 = 2{,}62$ t; $z = 3{,}82 \,.\, 2{,}2 = 8{,}40$ t; $G = \frac{l}{4}\left(\frac{8{,}40 - 2{,}62}{12} + 2{,}62\right) = 7{,}75$ t (iš svorių lentelės tiksliu skaičiavimu gauta 8,15 t). Iš Schwartz'o formulės:

$$s_0 = 0{,}20 + \frac{1}{21} \cdot \frac{7{,}75}{4{,}7} \cdot \frac{10}{2{,}5} = 0{,}20 + 0{,}32 = 0{,}52 \text{ m.}$$

Tikslioji gi reikšmė $s_0 = 0{,}52$ m.

Tolkmitt'o formulės yra labai netikslios, sudėtingos, pagrįstos netiksliu kosinuso dėsniu ir išvestos laikant apsloginimo linija horizontaline tiesiąja, o ne parabole, kas yra galima tik tuomet, kai užpilas turi tą patį lyginamąjį svorį, kaip ir arka. Jo nurodytos III laidoje 32 pusl. pataisos, reikalingos dėl apsloginimo parabolinio augimo, labai mažai ką tepadeda. Apskritai jos dabar gali turėti tik istorinės reikšmės.

Kunzė's formulės labai apytikrės, ir jo duodamas 10% priedas nėra pakankamai pamatuotas.

Švarz'o formulė, kaip ją duoda Kunzė, — atmestina, bet su mano siūloma pataisa galėtų būti taikoma.

Prof. Melan'o formulės, kiek liečia angos ketvirtadalio storį trijų šarnyrų arkoms, taip pat nepatikimos.

Iš visų iki šiol buvusių paskelbtų formulių kol kas tiksliausios yra inž. dr. Kögler'io formulės, nors jos išvestos bešarnyrinėms arkoms.

Matome, kad skaičiavimas su mano formulėmis yra visų trumpiausias. Visai paprasta forma jos tiksliai duoda storių pareinamumą *sykiu nuo angos ir pakylos.*

Turėti formules, kurios duoda storių pareinamumą nuo angos ir pakylos sykiu yra svarbu kiekvienam praktikui. Tokių formulių technikos literatūroje beveik nėra.

V. Betoninių ir gelžbetoninių trijų šarnyrų arkų ekonominiu, konstrukciniu ir estetiniu atžvilgiais palyginimas

Atlikti šiam veikalui smulkūs statiški betoninių ir gelžbetoninių arkų skaičiavimai leidžia palyginti betoninių ir gelžbetoninių arkų ekonominius, konstrukcinius ir estetinius savumus.

Kiekvienos arkos ekonomiškumas visų pirma pareina nuo skliauto apibrėžimo racionalumo. Kad arka būtų pigesnė, skliauto ašis turi visai mažai prasilenkti su spaudimo linija nuo savojo svorio, arba nuo savojo svorio+pusė paslankaus tolygiai išskirstyto apsloginimo. *Trijų šarnyrų arkoje jos ašis taip išvedama, kad fūgų sumariniai kraštutiniai įtempimai, kurie atsiranda, kai vieną sykį bus pavojingiausiai apsloginta arkos dalis į kairę nuo apsloginimą skiriančiojo taško, o antrą sykį — į dešinę nuo jo, būtų lygūs.*

Bet, be racionalios ašies formos, ekonomiškumui turi įtakos šarnyrų ir armatūros buvimas ar nebuvimas.

Projektuodamas arkinį masyvinį tiltą, konstruktorius turi kiekvieną kartą spręsti du pagrindinius klausimus: 1) *kokia turi būti arka — su šarnyrais ar be jų?* ir 2) *su armatūra ar be armatūros?*

Aplamai dabar įsivyravo pažiūra, kad *kiekvienam svarbiam masyviniam tiltui bent viena iš paminėtų konstrukcinių priemonių yra būtina.* Nuomonės skiriasi tik dėl jų tikslingo pasirinkimo ir ypač dėl taikymo abiejų priemonių sykiu. Kaip žinoma, betoninėms arkoms dėl betono savybių šarnyrai daug daugiau reikalingi, kaip akmeninėms. Betono tamprumo modulis $E = 210000$ kg/cm² yra žymiai didesnis, kaip akmens ($E = 80000$ kg/cm²). Temperatūrinis skėtimosi koeficientas betonui $\alpha = 1{,}0 \cdot 10^{-5}$, akmeniui $= 0{,}8 \cdot 10^{-5}$, taigi kiek didesnis, o temperatūrinė amplitūdė betonui pagal DIN yra 15° didesnė, dėl stingimo įtakos, tuo tarpu kai akmeniui pastarosios nėra.

Įtempimai dėl temperatūros pasikeitimų ir stingimo yra proporcingi dydžiui $E\alpha t$.

Betonui tatai sudaro beveik 8 kartus didesnį įtempimą. Taip pat ir atramų pasislinkimui betoninė arka yra tiek kart jautresnė, koks yra jų tamprumo modulių santykis. Dėl tos priežasties betoninėse arkose pasireiškia žymiai didesni kraštutinių įtempimų skirtumai (abiejose tos pačios fūgos briaunose), kaip kad akmeninėse arkose. Dažniausiai būna, kad arką iš akmens galima pastatyti, nes tempimo ji negauna, o iš betono, kaip bešarnyrinė ir be armatūros, visai negalima, nes joje atsiranda didelis tempimo įtempimas.

Konstruktorui lieka trys keliai: 1) tempimo įtempimus bešarnyrinėje arkoje perimti geležimi arba 2) visai pašalinti tempimo įtempimus, aprūpinus arką trimis šarnyrais, arba pagaliau 3) įtaisyti šarnyrus tempimo įtempimams sumažinti ir drauge įdėti geležinę armatūrą, tik žymiai mažesnę, kaip bešarnyrinėse arkose. Pirmasis kelias veda dažnai, esant mažai pakylai ir dideliam paslankiam apsloginimui, prie labai didelės, neekonomiškos armatūros, antrasis kelias taip pat turi savo minusų, kurių svarbiausias — labai ties angos ketvirtadaliu išsipūtusios arkos; lieka trečias kelias — šarnyrų ir armatūros kombinacija, kuri, prof. Špangenberg'o nuomone, esanti geriausias sprendimas. Prityrę konstruktoriai jau seniai deda geležį į trijų šarnyrų arkas, nors ji ten statiškai nereikalinga; pav., prof. Mörsch'o 1904 m. pastatytas Griunvaldo tiltas per Isar. Geležis ne tik padidina bendrą pastato saugumą prieš nenumatytą spaudimo linijos su ašimi prasilenkimą, bet ir padidina tilto atsparumą augančio, laikui bėgant, paslankaus sloginio atžvilgiu, o taip pat bendrai padidina atsparumą. Mažiausiam armatūros kiekiui apie 0,1% atsparumo prieauglius siekia, kaip rodo bandymai (Handbuch f. Eisenbetonbau, Bogenbrücken, III Auflage, 9 pusl.), nuo 10 iki 20% palyginant su nearmiruota arka, t. y. 10—20% kubiko betono atsparumo, nes geležis sulaiko plyšių atsiradimą ir betono gniužiamo ploto sumažėjimą. Bet geležies įdėjimas, be to, leidžia pagerinti estetinę arkos formą, sumažinant jos išsipūtimą ties angos ketvirtadaliu.

Kaip žinoma, pagal Engeser'į („Über weitgespannte Wölbbrücken") masyvės nearmiruotos betono arkos gali būti suskirstytos į *gniužimo* ir į *tempimo skliautus* (Druckgewölbe und Zuggewölbe). Kiekvienos nearmiruotos trijų šarnyrų arkos ketvirtadalio angos fūgos storis turi būti taip parinktas, kad būtų išlaikytos dvi sąlygos: 1) nebūtų prašoktas leistinas betono gniužimo įtempimas ir 2) nebūtų tempimo įtempimų. Žiūrint, kuri iš tų sąlygų vyrauja, turi gniužimo ar tempimo skliautą. Pirmųjų skliautų mažiausias fūgos kraštų įtempimas dar siekia keleto + kilogramų, antrųjų — leistinas įtempimas nėra išnaudotas, nes anksčiau kaip jį bus pasiekę, jau atsiranda tempimas. Trijų šarnyrų arka tuo labiau artinasi prie tempimo skliautų, juo didesnė pakyla ir didesnis paslankaus sloginio su savuoju arkos svoriu santykis. Kadangi paslankūs sloginiai ir įtempimai vis auga, tai betoninės trijų šarnyrų arkos vis daugiau krypsta į tempimo skliautų sritį ir, pavyzdžiui, *visos mano veikalo betoninės arkos yra ryškūs tempimo skliautai. Iš σ_N (II graf.) diagramos matome, kaip nepilnai yra išnaudojamas jų leistinas gniužimui įtempimas.* Matome, kad tokios tempimo arkos pasižymi išsipūtimu ties angos ketvirtadaliu. *Tad tokioms arkoms geležinė armatūra kaip tik pageidaujama, nes pataiso estetiniu atžvilgiu arkos išvaizdą.* Arka projektuojama taip, kad jeigu ji būtų nearmiruota, joje būtų vidutinio dydžio tempimo įtempimas, kurį perima geležis, o arkos forma išeina gana estetiška.

Žinoma, jei arka su ištisomis šoninėmis sienelėmis, tai arkos išsiputimas nelabai svarbus, nes jį galima paslėpti už šoninių sienelių.

O svarbiausia, armatūra ne tik pataiso išvaizdą, bet ir papigina arką. III lentelėje surašyti palyginimui betono ir gelžbetonio arkų betono ir geležies kiekiai.

Kad galima būtų palyginti iš ekonominio atžvilgio betono ir gelžbetonio arkas, pirmiau nustatome kiek 1 t padėtos į arką geležies yra brangesnė už 1 toną padėto betono. Pagal statybos kainoraštį 1-am m^3 betono 1:7 arba, kas beveik tas pats, 1:2,5:5 eina: cemento 1,21 statinės à 14 lt. ir žvyro 1,18 m^3 à 6 lt., viso medžiaga kaštuoja 16,94+7,08=24,02 lt. Darbas — 3,5 lt. Pridėjus 10% rangovo uždarbiui, 1 m^3 betono kaštuoja 30 lt., arba 1 tona= =30 : 2,2=13,6 lt.

1 tona padėtos į vietą geležies kaštuoja:

Pati geležis su atvežimu 350 lt., iškrovimas 10 lt., supiaustymo nuostoliai — 3%=10 lt., armatūros lenkimas ir į vietą dėjimas à 7 ct. nuo kg — 70 lt. Iš viso 440 lt. Pridėjus 10% uždarbiui — 485 lt. Kainų santykis 485 : 13,6=35,6. Atsižvelgiant į sunkesnį betonavimo darbą, palyginant su nearmiruota arka ir į tai, kad kiek daugiau tenka duoti cemento, pridedama dar 40% prie 35,6, taigi 35,6+0,4 . 35,6=50. Toks yra kainų santykis. Iš kitos pusės prie nurodyto lentelėje armiravimo pridėsim dar 50% vilktims ir paskirstomai armatūrai, vadinasi bus 3 μ %%.

Kad būtų išlygintos viršaus išlaidos geležiai, kurios kiekį %% nuo arkos piūvio pažymėsim 3 μ reikia, kad betono ekonomija gelžbetoninėje arkoje sudarytų mažiausią 3μ . 50=150 μ %%. Suprantama, kad tiek geležies viršaus išlaidos, tiek betono ekonomija apskaičiuojama gelžbetoninės arkos betono svorio %%.

Iš IV lentelės matome, kad mažoms ir vidutinėms angoms gelžbetoninės arkos yra daug ekonomiškesnės už betonines, ypač didesnių pakylų. O angoms daugiau kaip 40 m gelžbetoninių arkų ekonomiškumas palyginti su betoninėmis yra menkas ir tai tik pakylai 1 : 4; arkoms su mažesne pakyla yra ekonomiškesnės betono arkos. Daugiau kaip 50 m angos su pakyla 1:10 arkoms armatūra (esant leistinam σ_b = 50 kg/cm^2 50 m angai ir 55 kg/cm^2 60 m angai) statiškai nereikalinga, o $\frac{1}{8}$ pakylos didelės angos arkoms gaunama tokia menka armatūra, kad ją tenka didinti iki mažiausios leistinos normos — 0,1% (tokios pat bešarnyrinės arkos reikalauja armatūros arti 0,4—0,5%). Taigi aplamai gelžbetoninių arkų ekonomiškumas yra tiesiai proporcingas pakylos dydžiui ir atvirkščiai proporcingas angai. Tuo būdu betoninės arkos itin tinka mažos pakylos ir didelių angų arkoms. Bet tokioms arkoms reikalingas labai aukšto atsparumo betonas (σ_b =50 iki 70 kg/cm^2). Jeigu medžiaga ir darbo apylinkės tokį aukštą atsparumą neleidžia pasiekti, tai ir čia tenka taikyti gelžbetoninę arką. IV lentelėje išskaičiuotas didelės angos (40—60 m) ir mažos pakylos ($f/l = \frac{1}{8} - \frac{1}{10}$) betoninių arkų ekonomiškumas, palyginant su gelžbetoninėmis arkomis, faktinai bus kiek mažesnis, nes jose gaunamas didesnis σ_b, todėl bus reikalingas brangesnis betonas.

Jeigu priimti domėn ir antarkinio statinio kainas, tai angoms iki 40 m su didele pakyla ($f/l = \frac{1}{4}$ iki $\frac{1}{6}$) ekonomiškumas dar labiau pakryps į gelž-

betoninių arkų pusę, nes tik labai plačių ir mažos pakylos tiltų šoninės betono sienelės atseina pigiau kaip spragotinis viršaus statinys, o šiaip normalaus platumo tiltų spragotinis viršaus statinys yra pigesnis. Be to, gelžbetoninių didesnės pakylos arkų ekonomiškumas padidėja iš priežasties žymiai lengvesnių pastolių. Gelžbetoninių tiltų ramtai ir taurai yra taip pat pigesni, negu betoninių, ypač jei gelžbetoniniai tiltai turi spragotinį viršaus statinį.

Iš priežasties mažo gelžbetoninių arkų svorio laikinasis apsloginimas turi didelės įtakos gaunamiems medžiagos įtempimams; lenkimo momentai būna labai dideli, palyginti su normaline jėga, todėl spaudimo linija, išskyrus didelės angos ir mažos pakylos arkas, eina su dideliu ekscentricitetu. Bešarnyrinėse arkose spaudimo linija kelis kart kerta arkos ašį, todėl jos ekscentriškumas mažesnis, negu trijų šarnyrų arkose. Temperatūrinių svyravimų įtaka trijų šarnyrų arkose tepasireiškia judėsiais spynoje, o bešarnyrinėse arkose iššaukiama didelių įražų.

Dviejų ar vieno šarnyro pavartojimas jas žymiai sumažina, gi trijų šarnyrų arkoje jų visai nėra. Nuo savojo svorio ir paslankaus apsloginimo trijų šarnyrų arkoje atsiranda skėtimas, kuris kiek prašoka bešarnyrinės arkos skėtimą, bet nesant skėtimo nuo temperatūros, atramos įtempiamos mažiau, kaip bešarnyrinėse arkose.

Didžiausi momentai trijų šarnyrų arkose atsiranda ties pusarkių viduriu, bet sukeliami jais tempimo įtempimai mažos pakylos arkose yra panaikinami didele normaline jėga, kuri eina su mažu ekscentriškumu ir duoda didelius gniužimo įtempimus. Todėl trijų šarnyrų arkos itin tinka mažos pakylos ir didelės angos nearmiruotoms arkoms. Mažos pakylos arkose temperatūriniai įtempimai bešarnyrinėse arkose smarkiai padidėja, todėl čia labai naudingi šarnyrai. Mažos angos ir didelės pakylos arkoms geležinės armatūros taikymas yra pats tiksliausias sprendimas, nes čia geležis perima dideles tempimo įražas. Bet reikia pažymėti, kad geležis atsparumo atžvilgiu gana menkai išnaudojama. Tai yra šarnyrų taikymo pasekmė. Tačiau toks menkas geležies išnaudojimas (300—600 kg/cm²) sudaro arkos stiprumo atsargą, turint galvoje galimą paslankiųjų sloginių augimą ateityje. Tikrenybėje σ_e bus dar mažesnis, nes skaičiavimas pagal II fazę kaip žinoma duodą perdidelius σ_b ir σ_e.

Iki šiol buvo laikoma, kad angoms iki 20—25 m ištisas viršaus statinys gelžbetoninėms arkoms yra ekonomiškesnis už spragotinį. VI ir VII grafikai šitą pažiūrą nepatvirtina. Galime laikyti, kad nuo 20 m angos spragotinis viršaus statinys yra ekonomiškesnis. Gi betoninėms, mažesnėms kaip 20 m angos arkoms spragotinis viršaus statinys gali būti taikomas tik jei to reikalauja architektoniški sumetimai ar norima sumažinti pamatų apsloginimą. Šiaip gi, norėdami išvengti tempimo įtempimų, mažų ir vidutinių angų betoninėms arkoms turime imti ištisą (masyvų) viršaus statinį. Kaip matome iš V ir VII grafikų, mažos pakylos arkose atsiranda didelis skėtimas, todėl maža pakyla ($^1/_8$—$^1/_{10}$) galima taikinti tik esant labai geram pamatų gružui.

VI. Arkų su šio veikalo formulėmis ir lentelėmis skaičiavimas.

Žemiau duodami betoninių ir gelžbetoninių arkų su šio veikalo formulėmis ir lentelėmis skaičiavimo pavyzdžiai ir rezultatai palyginami su tiksliuoju skaičiavimu.

I pavyzdys.

Betoninė arka $f:l=5:35$

Suprojektuoti betoninę su ištisomis sienelėmis arką 5:35. Leistini įtempimai $\sigma_b=\sigma_N$ iš II grafiko, vadinasi $\sigma_b=40$ kg/cm², $\sigma_z=0$.

Arkos storių nustatymas.

Pakylos 1:7 lentelėse nėra, reikia interpoliuoti tarp pakylų 1:6 ir 1:8 išskaičiuojant atatinkamus storius su specialėmis (paskiram f/l) formulėmis. Jei imsim vidurinį aritmetinį, tai įvesim į konstrukcinius storius kai kurį netikslumą, nes kaip matyti iš I, II, III grafikų intervalai tarp kreivių nėra lygūs. Pakyla 1:7 neina lygiai per vidurį intervalo tarp pakylų 1:6 ir 1:8, bet arčiau prie pakylos 1:8. Todėl čia reikalingas papildomas korigavimas. Tam tikslui nustatomas dar storis iš bendrųjų formulių ir iš tų dviejų gautųjų rezultatų imamas vidurinis aritmetinis.

s_0 *nustatymas:*

$f/l=1/6$

$s_0=0{,}387+0{,}009\,.\,l-0{,}000066\,.\,l^2=0{,}387+0{,}315-0{,}081=0{,}621$ m

$f/l=1/8$

$s_0=0{,}363+0{,}007\,.\,l-0{,}000046\,.\,l^2=0{,}363+0{,}245-0{,}056=0{,}552$

$$s_0=\frac{0{,}621+0{,}552}{2}=0{,}587 \text{ m}$$

Iš bendrosios formules:

$s_0=0{,}3+0{,}51\ f/l+(0{,}0022+0{,}0363\ f/l)\,.\,l-$
$-\ (0{,}00001+0{,}0003\ f/l)\,.\,l^2=0{,}30+0{,}073+0{,}259-$
$-\ 0{,}061=0{,}571$ m.

Priimta $s_0=\dfrac{0{,}587+0{,}571}{2}=0{,}58$ m.

h *nustatymas:*

$f/l=1/6$.

$h=0{,}689+0{,}0175\,.\,l-0{,}000109\,.\,l^2=0{,}689+0{,}613-$
$-\ 0{,}134=1{,}168$ m.

$f/l=1/8$

$h_{1/8}=0{,}612+0{,}0138\,.\,l-0{,}000075\,.\,l^2=0{,}612+0{,}483-$,

$-0{,}092=1{,}003$ m.

$$h=\frac{1{,}168+1{,}003}{2}=1{,}086 \text{ m.}$$

Iš bendrosios formulės:

$h=0{,}343+2{,}04\ f/l+(0{,}0074+0{,}0533\ f/l)\,.\,l-$

$-(0{,}00003+0{,}0004\ f/l)\,.\,l^2=0{,}343+0{,}2915+0{,}525-$

$-0{,}1066=1{,}053$ m.

Priimta $h=\frac{1{,}053+1{,}086}{2}=1{,}07$ m.

s_p nustatymas:

$f/l=1/6$

$s_p=0{,}477+0{,}0133\,.\,l-0{,}000084\,.\,l^2=$

$=0{,}477+0{,}4655-0{,}1029=0{,}84$ m.

$f/l=1/8$

$s^p=0{,}420+0{,}0085\,.\,l-0{,}000050\,.\,l^2=$

$=0{,}420+0{,}2975-0{,}0613=0{,}6562=0{,}656.$

$$s_p=\frac{0{,}84+0{,}656}{2}=0{,}748 \text{ m.}$$

Iš bendrosios formulės:

$s^p=0{,}2+1{,}7\,.\,f/l+(-0{,}0027+0{,}0915\ f/l)\,.\,l+$

$+(0{,}000004-0{,}0004\ f/l)\,.\,l^2=0{,}735$ m.

Priimta $s_p=\frac{0{,}748+0{,}735}{2}=0{,}74$ m.

Šitie išmatavimai labai gerai sutinka su grafikais.

Kitų arkos fūgų storiai nustatomi paraboliniu interpoliavimu, koriguojant.

Arkos storiai:

$\Delta_s=\frac{h-s_0}{n_0^2}=\frac{1{,}07-0{,}58}{25}=0{,}0196$

		Korig.
$\xi=0{,}5$	$s_5=h-0\cdot 0{,}0196=1{,}07$	1,07
$\xi=0{,}4$	$s_4=h-1^2\cdot 0{,}0196=1{,}050$	1,03
$\xi=0{,}3$	$s_3=h-2^2\cdot 0{,}0196=0{,}992$	0,98
$\xi=0{,}2$	$s_2=h-3^2\cdot 0{,}0196=0{,}894$	0,89
$\xi=0{,}1$	$s_1=h-4^2\cdot 0{,}0196=0{,}756$	0,75
$\xi=0{,}0$	$s_0=h-5^2\cdot 0{,}0196=0{,}580$	0,58

$\Delta_p=\frac{h-s_p}{n_0^2}=\frac{1{,}07-0{,}74}{25}=0{,}0132$

		Korig
$\xi=0{,}5$	$s_5=h-0\cdot 0{,}0132=1{,}07$	1,07
$\xi=0{,}6$	$s_6=h-1^2\cdot 0{,}0132=1{,}057$	1,07
$\xi=0{,}7$	$s_7=h-2^2\cdot 0{,}0132=1{,}017$	1,04
$\xi=0{,}8$	$s_8=h-3^2\cdot 0{,}0132=0{,}951$	0,96
$\xi=0{,}9$	$s_9=h-4^2\cdot 0{,}0132=0{,}859$	0,86
$\xi=1{,}0$	$s_{10}=h-5^2\cdot 0{,}0132=0{,}740$	0,74

Šalia surašyti koriguotieji storiai.

Pusarkės betono kiekis 1 m pločio juostai:

$M=2{,}0+1{,}434\ f/l+(0{,}4146+3{,}198\ f/l)\ .\ l+(0{,}00186+$
$+0{,}03811\ f/l)\ .\ l^2=-2{,}0+0{,}205+30{,}500+8{,}954\cong 37{,}7$ t $=17{,}1$ m³

Visam tiltui: $2\ .\ 5{,}2\ .\ 17{,}1=177{,}8$ m³ $=178$ m³.

Pilnas pusarkės svoris 1 m pločio juostai iš IV grafiko = 101 t, o viso tilto $2\ .\ 5{,}2\ .\ 101=1050$ t.

Skėtimo jėga 1 m pločio juostai iš V grafiko = 132 t, o visam tiltui $5{,}2\ .\ 132=686$ t.

Normalinis spaudimas pade nuo savojo svorio 1 m pločio juostai

$$K_g=\sqrt{H_g^2+G^2}=\sqrt{132^2+101^2}=166{,}3\text{ t}$$

Visam tiltui: $5{,}2\ .\ 166{,}3=865$ t.

Normalinis spaudimas pade nuo paslankaus sloginio

$$K_p=\sqrt{\left(\frac{pl^2}{8f}\right)^2+\left(\frac{pl}{2}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{0{,}78\cdot 35^2}{2}\right)^2+\left(\frac{0{,}78\cdot 35}{2}\right)^2}=27{,}5\text{ t.}$$

Pilnas maksimalinis spaudimas pade 1 m pločio juostai

$K_{max}=K_g+K_p=166{,}3+27{,}5=193{,}8$ t.

o visam tiltui $5{,}2\ .\ 193{,}8=1008$ t.

Arkos ašies ordinates gautos iš V lentelės interpoliuojant tarp $l=30$ m ir $l=40$ m ir tarp pakylų 1:6 ir 1:8 ir surašytos žemiau lentelėje.

ξ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
η_0	0	0,0064	0,0271	0,0631	0,1172	0,1906	0,2869	0,4118	0,5624	0,7564	1,000
Ordinatės y	0	0,032	0,136	0,316	0,586	0,953	1,435	2,059	2,812	3,782	5,000
Storiai s_i	0,58	0,75	0,89	0,98	1,03	1,07	1,07	1,04	0,96	0,86	0,74

Tuo arkos skaičiavimas baigtas. Žemiau, palyginimui, duotas tikslus skaičiavimas.

Betoninė arka $f:l=5:35$

Statiškas skaičiavimas

Priešpaskutiniame skaičiavime buvo gauti arkos storiai ir ašies ordinatės surašyti aukščiau įdėtoje lentelėje.

Su gautaisiais storiais ir ordinatėmis išbrėžus arką, sudaryta svorių lentelė.

Svorių lentelė

Sekcijų N. N.	η_v m	η_u m	η_b m	5,25 η_v t	3,15 η_u t	3,85 η_b t	G t	ΣG t	Pastaba
1	0,40	0,04	0,67	2,10	0,13	2,58	4,80	4,80	
2	0,40	0,02	0,80	2,10	0,06	3,08	5,25	10,05	
3	0,40	0,10	0,95	2,10	0,32	3,66	6,10	16,15	
4	0,40	0,27	1,04	2,10	0,85	4,00	6,95	23,10	
5	0,40	0,57	1,08	2,10	1,80	4,16	8,05	31,15	$R_5 = 31{,}15$t
6	0,40	1,00	1,13	2,10	3,15	4,35	9,60	40,75	
7	0,40	1,55	1,12	2,10	4,88	4,31	11,30	52,05	
8	0,40	2,27	1,08	2,10	7,15	4,16	13,40	65,45	
9	0,40	3,10	1,02	2,10	9,77	3,93	15,80	81,25	
10	0,40	4,20	0,98	2,10	13,23	3,77	19,10	100,35	
					$\Sigma = 38{,}0$ t		100,35		

Pastaba: $\gamma_v \cdot \Delta x = 3{,}0 \cdot 1{,}75 = 5{,}25$ t/m
$\gamma_1 \cdot \Delta x = 1{,}8 \cdot 1{,}75 = 3{,}15$ „
$\gamma \cdot \Delta x = 2{,}2 \cdot 1{,}75 = 3{,}85$ „
} 1 m pločio juostai

Su šitais svoriais išvesta kaip virvinis daugiakampis spaudimo linija nuo savojo svorio, kuri kaip prideda eina truputi virš arkos ašies.

Spaudimo linijos ordinačių skaičiavimas

Piūvis	$M_n = M_{n-1} + e \Sigma_n^{I} P + P_n \cdot e/_2$ tm	$y = M : H_g$
I	$4{,}80 \cdot 0{,}88 = 4{,}22$	0,032
II	$4{,}22 + 4{,}80 \cdot 1{,}75 + 5{,}25 \cdot 0{,}88 = 17{,}24$	0,132
III	$17{,}24 + 10{,}05 \cdot 1{,}75 + 6{,}10 \cdot 0{,}88 = 40{,}19$	0,306
IV	$40{,}19 + 16{,}15 \cdot 1{,}75 + 6{,}95 \cdot 0{,}88 = 74{,}57$	0,568
V	$74{,}57 + 23{,}10 \cdot 1{,}75 + 8{,}05 \cdot 0{,}88 = 122{,}08$	0,930
VI	$122{,}08 + 31{,}15 \cdot 1{,}75 + 9{,}60 \cdot 0{,}88 = 185{,}04$	1,409
VII	$185{,}04 + 40{,}75 \cdot 1{,}75 + 11{,}30 \cdot 0{,}88 = 266{,}29$	2,028
VIII	$266{,}29 + 52{,}05 \cdot 1{,}75 + 13{,}40 \cdot 0{,}88 = 369{,}17$	2,812
IX	$369{,}17 + 65{,}45 \cdot 1{,}75 + 15{,}80 \cdot 0{,}88 = 497{,}61$	3,789
X	$497{,}61 + 81{,}25 \cdot 1{,}75 + 19{,}10 \cdot 0{,}88 = 656{,}60$	5,000

$$H_g = \frac{656{,}60}{5} = 131{,}3 \text{ tonų}$$

Branduolinių momentų iš infliuentinių skaičiavimas

$$-M_{IIIa} = \frac{1{,}83 \cdot 19{,}7}{2} \cdot 0{,}94 = 16{,}96\,\text{tm} \qquad -M_{VIIa} = \frac{2{,}18 \cdot 22{,}5}{2} \cdot 0{,}89 = 21{,}83\,\text{tm}$$

$$+M_{IIIa} = \frac{2{,}4 \cdot 15{,}3}{2} \cdot 1{,}04 = 19{,}09\ \text{„} \qquad +M_{VIIa} = \frac{3{,}01 \cdot 12{,}5}{2} \cdot 1{,}13 = 21{,}26\ \text{„}$$

$$-M_{IIIv} = \frac{2{,}42 \cdot 20{,}4}{2} \cdot 0{,}92 = 22{,}71\ \text{„} \qquad -M_{VIIv} = \frac{2{,}80 \cdot 23{,}5}{2} \cdot 0{,}88 = 28{,}95\ \text{„}$$

$$+M_{IIIv} = \frac{2{,}0 \cdot 14{,}6}{2} \cdot 1{,}06 = 15{,}48\ \text{„} \qquad +M_{VIIv} = \frac{2{,}85 \cdot 11{,}5}{2} \cdot 1{,}18 = 19{,}34\ \text{„}$$

$$-M_{Va} = \frac{2{,}37 \cdot 21{,}2}{2} \cdot 0{,}91 = 22{,}86\ \text{„}$$

$$+M_{Va} = \frac{3{,}19 \cdot 13{,}8}{2} \cdot 1{,}08 = 23{,}77\ \text{„}$$

$$-M_{Vv} = \frac{3{,}05 \cdot 22{,}0}{2} \cdot 0{,}90 = 30{,}20\ \text{„}$$

$$+M_{Vv} = \frac{2{,}87 \cdot 13{,}0}{2} \cdot 1{,}11 = 20{,}70\ \text{„}$$

$$H_p = \frac{1{,}75 \cdot 35{,}0}{2} \cdot 0{,}78 = 23{,}89\ \text{tonų}$$

$$K_p = \left(\frac{0{,}60 + 1{,}75}{2} + \frac{1{,}75}{2}\right) \cdot 17{,}5 \cdot 0{,}78 = 27{,}98\ \text{tonų}$$

Pastaba: Infliuentinių ordinatės matuojamos brėžinio mastelyje.

Tolygiai išskirstytas sloginys iš formulės:

$$p = \varphi\left(0{,}535 + \frac{6{,}2}{l}\right)\ \text{t/m}^2;\quad \varphi = 1{,}1$$

Branduoliniai momentai, jų skirtumo įtakai panaikinti ekscentricitetas ir galutinės ašies ordinatės

Piūvis	$(-M_{kv})$ tm	$(+M_{ka})$ tm	$M_{kv} - M_{ka}$ tm	$\eta_1 = \frac{M_{kv} - M_{ka}}{2H_g}$ m	y m	$y + \eta_1$ m	$(+M_{kv})$ tm	$(-M_{ka})$ tm
III	22,71	19,09	3,62	$\frac{3{,}62}{262{,}6} = 0{,}0138$	0,306	0,320	15,48	16,96
V	30,20	23,77	6,43	$\frac{6{,}43}{262{,}6} = 0{,}0245$	0,930	0,955	20,70	22,86
VII	28,95	21,26	7,69	$\frac{7{,}69}{262{,}6} = 0{,}0293$	2,028	2,057	19,34	21,83

Įtempimai nuo paslankaus sloginio

Piūvis	d m	$W = \frac{1}{6} b \cdot d^2$ m³	σ_v max kg/cm²	σ_v min kg/cm²	σ_a max kg/cm²	σ_a min kg/cm²
III	0,98	$^1/_6 \cdot 0{,}98^2 = 0{,}1600$	11,93	— 10,60	14,19	— 9,68
V	1,07	$^1/_6 \cdot 1{,}07^2 = 0{,}1908$	12,46	— 11,98	15,83	— 10,85
VII	1,04	$^1/_6 \cdot 1{,}04^2 = 0{,}1802$	11,79	— 12,11	16,07	— 10,73

Įtempimai nuo savojo svorio $\sigma_a^v = \frac{N_s}{F} \pm \frac{H_g \cdot \eta}{W}$

Piūvis	N_s t	$F = b \cdot d$ m²	$\frac{N_s}{F}$ t/m²	$H_g \cdot \eta$ tm	W m³	$\frac{H_g \cdot \eta}{W}$ kg/cm²	σ_v kg/cm²	σ_a kg/cm²
III	132,5	0,98	135,2	131,3 · 0,0138 = 1,812	0,1600	1,13	14,65	12,39
V	135,0	1,07	126,2	131,3 · 0,0245 = 3,217	0,1908	1,68	14,30	10,94
VII	141,5	1,04	136,0	131,3 · 0,0293 = 3,847	0,1802	2,13	15,73	11,47

Įtempimų santrauka

Piūvis		Nuo savojo svorio kg/cm²	Nuo paslank. sloginio max kg/cm²	Nuo paslank. sloginio min kg/cm²	Kraštutiniai įtempimai max kg/cm²	Kraštutiniai įtempimai min kg/cm²
III	σ_v	14,65	11,93	— 10,60	26,58	+ 4,05
	σ_a	12,39	14,19	— 9,68	26,58	+ 2,71
V	σ_v	14,30	12,46	— 11,98	26,76	+ 2,32
	σ_a	10,94	15,83	— 10,85	26,77	+ 0,09
VII	σ_v	15,73	11,79	— 12,11	27,52	+ 3,62
	σ_a	11,47	16,07	— 10,73	27,54	+ 0,74

Taigi, pasiekti tinkami įtempimai. Iš II grafiko V-me piūvyje turėtų būti $\sigma_N = 266$ t/m², taigi gerai sutapo. Ašies ordinatė V piūviui gauta 0,955 m, o buvo priimta 0,953 m. Ašis labai gerai sutapo.

Spynos ir pado storio skaičiavimas.

Maksimalė jėga spynoje $H_{max} = H_p + H_g = 155{,}2$ tonų

Maksimalė jėga pade $K_{max} = K_p + K_g = 193{,}5$ tonų

Storis spynoje $s_0 = \frac{H_{max}}{\sigma_N} = \frac{155{,}2}{267{,}6} = 0{,}58$ m

Storis pade $s_p = \frac{K_{max}}{\sigma_N} = \frac{193{,}5}{267{,}6} \cong 0{,}73$ m

Galutinai priimta: $s_0 = 0{,}58$ m; $h = 1{,}07$ m; $s_p = 0{,}73$ m; $\sigma_N \cong 267{,}5$ t/m²

Matome, kad tikslaus skaičiavimo rezultatai labai gerai sutapo su rezultatais, gautais pasinaudojant šio veikalo formulėmis ir lentelėmis.

II pavyzdys.

Gelžbetoninė arka $f : l = 9 : 45$

Suprojektuoti plento tiltui, II kategorijos apsloginimui, gelžbetoninę trijų šarnyrų arką $f : l = 9 : 45$. Leistini įtempimai — iš II grafiko, vadinasi $\sigma_b = 47{,}5$ kg/cm², $\sigma_e = 1200$ kg/cm².

Arkos storių nustatymas

Ketvirtadalio angos storiui h nustatyti pasinaudojam specialėmis formulėmis pakyloms $f/l=1:4$ ir $f/l=1:6$, nes mūsų turimai pakylai $f/l=1:5$ tenka interpoliuoti.

$f/l=1/4$.

$h=0{,}149+0{,}017725\,.\,l-0{,}000059\,.\,l^2=0{,}149+0{,}7976-0{,}1195=0{,}827$ m

$f/l=1/6$.

$h=0{,}149+0{,}016725\,.\,l-0{,}000059\,.\,l^2=0{,}149+0{,}7526-0{,}1195=0{,}782$ m

$$h=\frac{0{,}827+0{,}782}{2}=0{,}804\cong 0{,}80 \text{ m.}$$

Spynos ir pado storiai nustatomi iš VI grafiko, interpoliuojant tarp angų 40 m ir 50 m ir pakylų 1:4 ir 1:6.

	$f/l=$ \ $l=$	40 *m*	50 *m*
s_0	1:4	0,45	0,55
	1:6	0,45	0,55
s_p	1:4	0,45	0,55
	1:6	0,50	0,60

todėl

$$s_0=\frac{0{,}45+0{,}55+0{,}45+0{,}55}{4}=0{,}5 \text{ m}$$

$$s_p=\frac{0{,}45+0{,}55+0{,}50+0{,}60}{4}=0{,}53 \text{ m}$$

Kitų arkos fūgų storiai nustatomi paraboliniu interpoliavimu, su aukščiau minėtu korigavimu.

Arkos storiai:

$$\Delta_s=\frac{h-s_o}{n_0^2}=\frac{0{,}80-0{,}50}{25}=0{,}012$$

		Korig.
$\xi=0{,}5$	$s_5=h-0\cdot 0{,}012=0{,}800$	0,80
$\xi=0{,}4$	$s_4=h-1^2\cdot 0{,}012=0{,}788$	0,78
$\xi=0{,}3$	$s_3=h-2^2\cdot 0{,}012=0{,}752$	0,75
$\xi=0{,}2$	$s_2=h-3^2\cdot 0{,}012=0{,}692$	0,69
$\xi=0{,}1$	$s_1=h-4^2\cdot 0{,}012=0{,}608$	0,605
$\xi=0{,}0$	$s_0=h-5^2\cdot 0{,}012=0{,}500$	0,50

$$\Delta_p=\frac{h-s_p}{n_0^2}=\frac{0{,}80-0{,}53}{25}=0{,}0108$$

		Korig.
$\xi=0{,}5$	$s_5=h-0\cdot 0{,}0108=0{,}800$	0,80
$\xi=0{,}6$	$s_6=h-1^2\cdot 0{,}0108=0{,}789$	0,80
$\xi=0{,}7$	$s_7=h-2^2\cdot 0{,}0108=0{,}757$	0,765
$\xi=0{,}8$	$s_8=h-3^2\cdot 0{,}0108=0{,}703$	0,71
$\xi=0{,}9$	$s_9=h-4^2\cdot 0{,}0108=0{,}627$	0,63
$\xi=1{,}0$	$s_{10}=h-5^2\cdot 0{,}0108=0{,}530$	0,53

Šalia surašyti koriguoti storiai.

Pusarkės betono kiekis 1 m pločio juostai nustatomas formule:

$M=0{,}05+0{,}25125\,.\,l+0{,}01527\,.\,l^2=0{,}05+11{,}31+30{,}92=42{,}3$ t$=19{,}2$ m^3;

visam tiltui: $2\,.\,5{,}2\,.\,19{,}2=199{,}7$ m^3.

Bendras pusarkės svoris (1 m pločio juostai) nustatomas iš VII grafiko=77,0 t, o viso tilto 2 . 5,2 . 77=800,8 t.

Skėtimo jėga 1 m pločio arkos juostai — iš VII grafiko=87,5 t, o visam tiltui 5,2 . 87,5=455 t.

Normalinis spaudimas pade nuo savojo svorio 1 m pločio juostai:

$$K_g = \sqrt{H_g^2 + G^2} = \sqrt{87{,}5^2 + 77^2} = 116{,}5 \text{ t},$$

Nuo paslankaus sloginio:

$$K_p = \sqrt{\left(\frac{pl^2}{8f}\right)^2 + \left(\frac{pl}{2}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0{,}74 \cdot 45}{8 \cdot 9}\right)^2 + \left(\frac{0{,}74 \cdot 45}{2}\right)^2} = 26{,}6 \text{ t}$$

Normalinis maksimalinis spaudimas pade:

$K_{max} = K_g + K_p = 116{,}5 + 26{,}6 = 143{,}1$ t. Visam tiltui bus 5,2 . 143,1=744 t.

Geležies armatūros kiekis 1 m pločio juostai — iš VII grafiko: $=0{,}33\%$; pilnas (viršutinės ir apatinės armatūros) kiekis $2\mu = 0{,}66\%$ arba $2F_e = 2\mu h = 0{,}66 \cdot 80 = 52{,}8$ cm², o su vilktimis ir paskirstomąja armatūra $\cong 3\mu h = 79{,}2$ cm², μ galime rasti ir iš III lentelės, interpoliuojant dėl $l=40$ m ir 50 m ir pakylų $f:l = 1:4$ ir 1:6, būtent:

$$2\mu = \frac{0{,}82 + 0{,}54 + 0{,}76 + 0{,}47}{4} = 0{,}65\%; \quad \mu = 0{,}325\%$$

Arkos ašies ordinatės gaunamos iš VI lentelės, interpoliuojant tarp $l=40$ m ir 50 m, ir $f/l = 1:4$ ir 1:6 (pažymėtina, kad iš VI lentelės gaunamos arkos ašies, o ne spaudimo linijos ordinatės; pastaroji eina truputi aukščiau arkos ašies, dydžiu $\eta_1 = \frac{M_{kv} - M_{ka}}{2H_g}$)

ξ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
η_{10}	0	0,0083	0,0304	0,0746	0,1366	0,2206	0,3273	0,4573	0,6120	0,7893	1,000
Ordinatės y	0	0,075	0,274	0,671	1,230	1,985	2,946	4,116	5,508	7,104	9,000
Storiai s_i	0,50	0,605	0,69	0,75	0,785	0,80	0,80	0,765	0,71	0,63	0,53

Tuo arkos skaičiavimas baigtas.

Žemiau yra atliktas tikslus arkos skaičiavimas su gautais storiais ir ordinatemis, kuris leidžia palyginti rezultatus.

Gelžbetoninė arka $f:l = 9:45$

Statiškas skaičiavimas.

Priešpaskutiniame skaičiavime buvo gauti arkos storiai ir ašies ordinatės surašyti lentelėje šiame puslapyje, aukščiau.

Su gautaisiais storiais ir ordinatėmis išbrėžus arką, sudaryta svorių lentelė.

Svorių lentelė

Sekcijų Nr.	η_v m	η_u m	η_b m	$12{,}96\,\eta_v$ $(14{,}58\eta_v)$ t	$6{,}48\,\eta_u$ $(7{,}29\,\eta_u)$ t	$8{,}64\,\eta_b$ $(9{,}72\eta_b)$ t	$\frac{\lambda}{2}(g_v+g_p)$ $\left[\frac{\lambda'}{2}(g_v+g_p)\right]$ t	$\lambda\,(g_v+g_p)$ $\left[\lambda'(g_v+g_p)\right]$ t	$\frac{K_i}{5{,}2}$ t	G t	ΣG t	P a s t a b a
1	0,20	0,12	0,60	2,92	0,87	5,83	—	—	—	9,60	9,60	1 m pločio juostai:
2	0,20	0,47	0,73	2,59	3,05	6,31	—	—	—	11,95	21,55	$\gamma_v\cdot\Delta x = 3{,}6\cdot 3{,}6 = 12{,}96$ t/m
II	—	—	—	—	—	—	2,52	—	0,08	2,60	24,15	$\gamma_v\cdot\Delta x' = 3{,}6\cdot 4{,}05 = 14{,}58$ „
3	—	—	0,82	—	—	7,08	—	—	—	7,10	31,25	$\gamma_1\cdot\Delta x = 1{,}8\cdot 3{,}6 = 6{,}48$ „
III	—	—	—	—	—	—	—	5,04	0,28	5,30	36,55	$\gamma_1\cdot\Delta x' = 1{,}8\cdot 4{,}05 = 7{,}29$ „
4	—	—	0,91	—	—	7,86	—	—	—	7,85	44,40	$\gamma\cdot\Delta x = 2{,}4\cdot 3{,}6 = 8{,}64$ „
IV	—	—	—	—	—	—	—	5,04	0,60	5,65	50,05	$\gamma\cdot\Delta x' = 2{,}4\cdot 4{,}05 = 9{,}72$ „
5	—	—	0,91	—	—	7,86	—	—	—	7,85	57,90	$\frac{\lambda}{2}(g_v+g_p)=\frac{3{,}6}{2}\cdot 1{,}4 = 2{,}52$ t/m
V	—	—	—	—	—	—	—	5,04	1,05	6,10	64,00	$\frac{\lambda'}{2}(g_v+g_p)=\frac{4{,}05}{2}\cdot 1{,}4 = 2{,}84$ „
6	—	—	0,86	—	—	7,43	—	—	—	7,45	71,45	$\frac{K_i}{5{,}2}=\frac{4\cdot 0{,}33\cdot 0{,}33\cdot 2{,}4}{5{,}2}\cdot y_i =$
VI	—	—	—	—	—	—	3,50*)	—	1,63	5,15	76,60	$= 0{,}20\,y_i$
						$\Sigma = 42{,}37$ t			$\Sigma = 76{,}6$			y_i – imamas iš brėžinio.

*) su skers. ryšiais

Su šitais svoriais išvesta kaip virvinis daugiakampis spaudimo linija nuo savojo svorio, kuri kaip ir turi būti, brėžiny eina ≅ 0,2 mm virš arkos ašies.

Analizinis spaudimo linijos ordinačių skaičiavimas

Piūvis	$M_n = M_{n-1} + e\,\Sigma^I_{n-1} P + P_n \cdot e/_2$ tm	$y = M : H_g$
I	$9{,}60 \cdot 2{,}02 = 19{,}39$	0,220
II	$19{,}39 + 9{,}60 \cdot 3{,}60 + 11{,}95 \cdot 1{,}80 = 75{,}46$	0,856
III	$75{,}46 + 24{,}15 \cdot 3{,}60 + 7{,}10 \cdot 1{,}80 = 175{,}18$	1,986
IV	$175{,}18 + 36{,}55 \cdot 3{,}60 + 7{,}85 \cdot 1{,}80 = 320{,}89$	3,640
V	$320{,}89 + 50{,}05 \cdot 3{,}60 + 7{,}85 \cdot 1{,}80 = 515{,}20$	5,844
VI	$515{,}20 + 64{,}00 \cdot 3{,}60 + 7{,}45 \cdot 1{,}80 = 759{,}01$	8,621
A	$759{,}01 + 76{,}60 \cdot 0{,}45 = 793{,}48$	9,000

$$H_g = \frac{793{,}48}{9} = 88{,}16 \text{ tonų}$$

Branduolinių momentų iš infliuentinių skaičiavimas

$$-M_{IIIa} = \frac{2{,}90 \cdot 27{,}1}{2} \cdot 0{,}84 = 33{,}00 \text{ tm} \qquad -M_{Va} = \frac{1{,}78 \cdot 29{,}3}{2} \cdot 0{,}82 = 21{,}38 \text{ tm}$$

$$+M_{IIIa} = \frac{4{,}17 \cdot 17{,}9}{2} \cdot 0{,}97 = 36{,}20 \text{ „} \qquad +M_{Va} = \frac{3{,}00 \cdot 15{,}7}{2} \cdot 1{,}02 = 24{,}02 \text{ „}$$

$$-M_{IIIv} = \frac{3{,}30 \cdot 27{,}6}{2} \cdot 0{,}84 = 38{,}25 \text{ „} \qquad -M_{Vv} = \frac{2{,}14 \cdot 30{,}3}{2} \cdot 0{,}815 = 26{,}42 \text{ „}$$

$$+M_{IIIv} = \frac{3{,}97 \cdot 17{,}4}{2} \cdot 0{,}98 = 33{,}5 \text{ „} \qquad +M_{Vv} = \frac{2{,}92 \cdot 14{,}7}{2} \cdot 1{,}05 = 22{,}54 \text{ „}$$

$$-M_{IVa} = \frac{2{,}70 \cdot 28{,}3}{2} \cdot 0{,}83 = 31{,}71 \text{ „}$$

$$+M_{IVa} = \frac{4{,}12 \cdot 16{,}7}{2} \cdot 1{,}00 = 34{,}40 \text{ „}$$

$$-M_{IVv} = \frac{3{,}08 \cdot 29{,}0}{2} \cdot 0{,}825 = 36{,}85 \text{ „}$$

$$+M_{IVv} = \frac{3{,}98 \cdot 16{,}0}{2} \cdot 1{,}02 = 32{,}48 \text{ „}$$

$$H_p = \frac{45 \cdot 1{,}25}{2} \cdot 0{,}74 = 20{,}81 \text{ tonų}$$

$$K_p = \left(\frac{0{,}70 + 1{,}25}{2} + \frac{1{,}25}{2}\right) \cdot 22{,}5 \cdot 0{,}74 = 26{,}64 \text{ tonų}$$

Tolygiai išskirstytas sloginys iš formulės:

$$p = \varphi\left(0{,}535 + \frac{6{,}2}{l}\right) \text{ t/m}^2;$$

Pastaba: infliuentinių ordinatės matuojamos brėžinio mastelyje.

Branduoliniai momentai, jų skirtumo įtakai panaikinti ekscentricitetas ir ašies ordinatės

Piūvis	$(-M_{kv})$ tm	$(+M_{ka})$ tm	$M_{kv}-M_{ka}$ tm	$r_1=\frac{M_{kv}-M_{ka}}{2H_g}$ m	y m	$y+r_1$ m	$(+M_{kv})$ mt	$(-M_{ka})$ mt
III	38,25	36,20	2,05	$\frac{2,05}{176,3}=0,0116$	1,986	1,998	33,85	33,00
IV	36,85	34,40	2,45	$\frac{2,45}{176,3}=0,0140$	3,640	3,654	32,48	31,71
V	26,42	24,02	2,40	$\frac{2,40}{176,3}=0,0136$	5,844	5,858	22,54	21,38

Įtempimai nuo paslankaus sloginio

Piūvis	d m	$W=\frac{1}{6}bd^2$ m³	σ_v max kg/cm²	σ_v min kg/cm²	σ_a max kg/cm²	σ_a min kg/cm²
III	0,80	$^1/_6\cdot 0,80^2=0,1067$	33,93	— 30,93	35,85	— 31,72
IV	0,785	$^1/_6\cdot 0,785^2=0,1027$	33,50	— 30,87	35,88	— 31,62
V	0,69	$^1/_6\cdot 0,69^2=0,0794$	30,25	— 26,93	33,27	— 28,39

Įtempimai nuo savojo svorio $\sigma_a^v=\frac{N_s}{F}+\frac{H_g\cdot r_1}{W}$

Piūvis	N_s t	$F=b\cdot d$ m²	$\frac{N_s}{F}$ t/m²	$H_g\cdot r_1$ tm	W m³	$\frac{H_g\cdot r_1}{W}$ kg/cm²	σ_v kg/cm²	σ_a kg/cm²
III	96,0	0,80	120,0	$88,16\cdot 0,0116=1,022$	0,1067	0,96	12,96	11,04
IV	101,5	0,785	129,3	$88,16\cdot 0,0140=1,234$	0,1027	1,20	14,13	11,73
V	109,5	0,69	158,7	$88,16\cdot 0,0136=1,199$	0,0794	1,51	17,38	14,36

Įtempimų santrauka

Piūvis		Nuo savojo svorio kg/cm²	Nuo paslankaus sloginio max kg/cm²	Nuo paslankaus sloginio min kg/cm²	Kraštutiniai įtempimai max kg/cm²	Kraštutiniai įtempimai min kg/cm²
III	σ_v	12,96	33,93	— 30,93	46,89	— 17,97
	σ_a	11,04	35,85	— 31,72	46,89	— 20,68
IV	σ_v	14,13	33,50	— 30,87	47,63	— 16,74
	σ_a	11,73	35,88	— 31,62	47,61	— 19,89
V	σ_v	17,38	30,25	— 26,93	47,63	— 9,55
	σ_a	14,36	33,27	— 28,39	47,63	— 14,03

Taigi, pasiekti įtempimai atatinka leistinąjį (σ_b=47,5 kg/cm²).

Geležies armatūros skaičiavimas

$$\frac{M'_e}{b \cdot d^2} = -0{,}1267\,\sigma_d + 0{,}2933\,\sigma_z;\ \sigma_d \cong 47{,}0\ \text{kg/cm}^2;\ \sigma_z = -20{,}7\ \text{kg/cm}^2$$

$$\frac{M'_e}{b \cdot d^2} = -0{,}1267 \cdot 47{,}0 + 0{,}2933 \cdot 20{,}7 = -5{,}955 + 6{,}071 = 0{,}116$$

$$\frac{M'_e}{\sigma \cdot b \cdot d^2} = \frac{0{,}116}{47{,}0} = 0{,}0025$$

$$\frac{M_e}{b \cdot d^2} = +0{,}2933\,\sigma_d - 0{,}1267\,\sigma_z = 11{,}16$$

$$\frac{M_e}{\sigma \cdot b \cdot d^2} = \frac{11{,}16}{47{,}0} = 0{,}237$$

Iš grafiko 433 pusl. (Mörsch, Der Eisenbetonbau, VI Auflage, I B, 1):

$\sigma_e : \sigma_b = 10{,}1$; $\mu = 0{,}33\%$; $F_e = 26{,}4\ \text{cm}^2$

Pilnas armiravimas $2F_e = 52{,}8\ \text{cm}^2$.

Spynos ir pado storiai neskaičiuojami, nes dėl konstrukcinių ir architektoniškų sumetimų jie paimti žymiai didesni, negu reikalauja vienodo medžiagos išnaudojimo sąlyga.

$K_{max} = K_p + K_g = 26{,}64 + 117{,}5 = 144{,}1$ t.

Galutinai priimta: $s_0 = 0{,}50$ m; $h = 0{,}80$ m, $s_p = 0{,}53$ m, $\mu = 0{,}33\%$.

Palyginę ašies ordinates matome kad skirtumas tarp gautųjų iš lentelių ir iš šio skaičiavimo ordinačių yra visai nežymus, pavyždžiui piūviui III (kuris sutampa su $\xi = 0{,}5$) ordinačių skirtumas $= 1{,}998 - 1{,}985 = 0{,}013$ m, kas sudaro $\frac{0{,}013}{1{,}998} = 0{,}007 = 0{,}7\%$. Rezultatas, gautas su lentelėmis ir formulėmis yra visai patenkinamas. Storiai, svoriai, skėtimo jėga, armatūros kiekis ir k. gerai sutampa.

Išvados

Šio veikalo tikslas — ištirti ir nustatyti konstrukcinių storių, medžiagos kiekio ir ašies formos pareinamumą nuo angų ir pakylų, ir drauge palengvinti tiltų arkų projektavimą, patiekiant duomenis, kurie galėtų būti naudojami tiltų variantams ir sąmatoms, o taip pat kuriuos galima būtų imti tikslaus arkų skaičiavimo pagrindu, yra pasiektas.

Pasiremiant smulkiais statiškais skaičiavimais yra nustatyta medžiagos kiekių, konstrukcinių storių, svorių ir skėtimo jėgos pareinamumas nuo angų ir pakylų dviem dažniausiai pasitaikančioms masyvinių arkų konstrukcijoms: betoninėms ir gelžbetoninėms trijų šarnyrų arkoms ir išvestos formulės medžiagos kiekiams ir storiams, kurios gerai sutinka su empiriniais skaičiavimo duomenimis. Formulės pirmon galvon taikomos tiltų konstrukcijai ir sąlygoms, nurodytoms I skyriuje. Jei leistini įtempimai, apsloginimas bei pati tilto konstrukcija nežymiai skiriasi nuo ten išvardintųjų, tai šitomis formulėmis galime naudotis variantų svoriams, skėtimo jėgoms ir atraminiems spaudimams su pakankamu praktikos reikalams tikslumu iš karto nustatyti. Esant žymesniam prasilenkimui, išvestos formulės vis dėlto duoda pirmuosius apytikslius duomenis, kurie su dideliu pasisekimu gali būti panaudoti variantų apytiksliam skaičiavimui. Gautieji konstrukciniai storiai gali būti imami galutinio tikslaus (griežto) skaičiavimo pagrindu. Jei tiltų konstrukcijos apsloginimas ir leistini įtempimai nežymiai skiriasi, tai paprastai pirmasis tikslus skaičiavimas su jais ir bus galutinis. Tą pat tikslumą turi ir nustatytieji įvairių pakylų ir angų gelžbetoninėms arkoms armiravimo %%. Formulės papildo grafikus, nes duoda medžiagos kiekius ir storius tokioms pakyloms ir angoms, kurių grafikuose nėra, o interpoliavimas tarp kreivųjų būtų mažai tikslus.

Nustatyta armiravimo %% įvairių pakylų ir angų geležbetoninėms arkoms ir jų pareinamas nuo f ir l.

Nustatyta, kad maksimalus leistinas betono gniužimo įtempimas betoninėms arkoms ne visada gali būti išnaudotas dėl pasireiškiančių neigiamų įtempimų, ir yra nustatytas didžiausias gniužimo įtempimas (σ_N), vienodas visose arkos fūgose, kurį galima pasiekti įvairių angų ir pakylų betoninėse arkose.

Yra ištirtas betoninių ir gelžbetoninių arkų ekonomiškumas ir nustatytos jų naudingo taikymo sąlygos bei sritys. Mažoms ir vidutinėms angoms

gelžbetoninės arkos yra daug ekonomiškesnės už betonines, ypač didesnių pakylų, o angoms daugiau kaip 40 m gelžbetoninių arkų ekonomiškumas palyginti su betoninėmis yra menkas ir tai tik pakylai ne mažiau kaip 1:4; arkoms su mažesne pakyla yra ekonomiškesnės betono arkos. Daugiau kaip 50 m angos su pakyla 1:10 arkoms armatūra statiškai nereikalinga, o 1:8 pakylos arkoms gaunama tokia menka armatūra, kad ją tenka didinti iki mažiausios leistinos normos — 0,1%. Tuo būdu mažų ir vidutinių angų arkiniems tiltams yra tikslu taikyti gelžbetonines arkas. Bet ir dideles angos (daugiau kaip 40 m) betonines arkas, išskyrus tik labai mažos pakylos arkas, yra pageidaujama armiruoti 0,1%. Aplamai galima konstatuoti, kad nedidelis trijų šarnyrų arkų armiravimas yra naudingas.

Bendrai nustatyta, kad gelžbetoninių arkų ekonomiškumas yra tiesiai proporcingas pakylos dydžiui ir atvirkščiai proporcingas angai.

Ekonominės betoninių didelių angų arkų pirmenybės nėra tokio sprendžiamojo pobūdžio, kad dėl jų vertėtų atsisakyti nuo arkų armiravimo, nes pastarasis leidžia ne tik pagerinti estetinę arkos išvaizdą ir padidinti saugumą laike statybos, bet ir padidina bendrą tilto atsparumą augančiojo, laikui bėgant, paslankaus sloginio, atžvilgiu. O mažoms ir vidutinėms angoms betoninių arkų armiravimas yra vienintėlis tikslus sprendimas, nes nearmiruotos arkos, norint išvengti tempimo įtempimų, išeina labai storos ties angos ketvirtadaliu ir negalima išnaudoti leidžiamą normomis betono gniužimui atsparumą, vadinasi negalima ekonominiu atžvilgiu tinkamai išnaudoti betono stiprumą.

Išaiškintas kai kurių praktikoje vartojamų konstrukciniams storiams surasti formulių netikslumas ir duotas svarbiausių taikomų formulių tikslumo palyginimas.

Pagaliau yra išskaičiuotos ir duotos V ir VI lentelėse ašies ordinatės $\eta_0 = y_0 : f$ įvairių pakylų ir angų arkoms projektuoti, kurios turi tą pat reikšmę projektavimui kaip ir inž. dr. F. Köglerio „Gewölbetabellen“, bet skiriasi nuo jų tuo, kad yra specialiai pritaikintos trijų šarnyrų betoninėms ir gelžbetoninėms ištiso ir spragotinio viršaus statinio arkoms. Šiame veikale priimtos konstrukcijos tiltams, o taip pat tiltams, kurie nežymiai skiriasi savo konstrukcija, apsloginimu ir leistinais įtempimais lentelės duoda ašies ordinates tikslumu, kuris leidžia imti jas galutinio skaičiavimo pagrindu. Tačiau šios ordinatės lygiai kaip ir inž. dakt. F. Köglerio tabelių ordinatės negali atstoti galutiniu tiksliu skaičiavimu gautųjų ordinačių. Jei tiltų konstrukcija žymiai skiriasi, jos vis dėlto su dideliu pasisekimu gali būti panaudotos pirmykščiam arkos formos nustatymui. Pasinaudodamas duotomis storių formulėmis ir lentelių ordinatėmis ir atlikęs galutinį tikslų (griežtą) skaičiavimą tiltų projektuotojas gautus iš to skaičiavimo išmatavimus ir ašies ordinates, paprastai, jau gali laikyti galutinomis, nes jos tikslumo atžvilgiu visai patenkina praktikos reikalavimus.

I lentelė. Betoninių arkų konstrukciniai storiai

Anga m	$f = 0{,}1$			$f = 0{,}125$			$f = 0{,}167$			$f = 0{,}25$		
	Spyna m	Ketvirt. m	Padas m	Spyna m	Ketvirt. m	Padas m	Spyna m	Ketvirt. m	Padas m	Spyna m	Ketvirt. m	Padas m
10	0,40	0,65	0,43	0,43	0,74	0,50	0,47	0,85	0,60	0,53	1,04	0,82
20	0,44	0,75	0,48	0,48	0,86	0,57	0,54	1,00	0,71	0,61	1,21	0,99
30	0,48	0,84	0,53	0,53	0,96	0,63	0,60	1,12	0,80	0,69	1,35	1,14
40	0,51	0,92	0,57	0,57	1,04	0,68	0,64	1,21	0,87	0,74	1,46	1,27
50	0,53	0,98	0,60	0,59	1,11	0,72	0,67	1,29	0,93	0,77	1,55	1,38
60	0,55	1,03	0,63	0,61	1,17	0,75	0,69	1,35	0,97	0,80	1,62	1,47

II lentelė. Gelžbetoninių arkų konstrukciniai storiai

Anga m	$f = 0{,}1$			$f = 0{,}125$			$f = 0{,}167$			$f = 0{,}25$		
	Spyna m	Ketvirt. m	Padas m	Spyna m	Ketvirt. m	Padas m	Spyna m	Ketvirt. m	Padas m	Spyna m	Ketvirt. m	Padas m
10	0,30	0,35	0,30	0,30	0,33	0,30	0,30	0,32	0,30	0,30	0,31	0,30
20	0,35	0,52	0,40	0,35	0,50	0,35	0,35	0,48	0,35	0,35	0,46	0,35
20*)	0,30	0,53	0,30	0,30	0,51	0,30	0,30	0,49	0,30	0,30	0,47	0,30
30	0,40	0,69	0,50	0,40	0,66	0,45	0,40	0,63	0,40	0,40	0,60	0,40
40	0,50	0,84	0,60	0,45	0,80	0,55	0,45	0,76	0,50	0,45	0,72	0,45
50	0,60	0,99	0,70	0,55	0,94	0,65	0,55	0,89	0,60	0,55	0,84	0,55
60	0,70	1,13	0,80	0,65	1,06	0,75	0,65	1,00	0,70	0,65	0,94	0,65

*) Arkų su ištisomis šoninėmis sienelėmis.

III lentelė.

Betoninių ir gelžbetoninių arkų medžiagos kiekiai

Anga m	10			20			30			40			50			60		
Arka	Bet.	Gelžb.		Bet.	Gelžb.		Bet.	Gelžb.		Bet.	Gelžb.		Bet.	Gelžb.		Bet.	Gelžb.	
f/l	Betono t	Betono t	Geležies $2 \cdot \mu$ %	Betono t	Betono t	Geležies $2 \cdot \mu$ %	Betono t	Betono t	Geležies $2 \cdot \mu$ %	Betono t	Betono t	Geležies $2 \cdot \mu$ %	Betono t	Betono t	Geležies $2 \cdot \mu$ %	Betono t	Betono t	Geležies $2 \cdot \mu$ %
1 : 4	11,5	4,3	1,04	27,1	11,5	0,96	44,5	21,7	0,88	66,1	35,0	0,82	88,5	51,2	0,76	113,0	69,7	0,74
1 : 6	8,7	4,2	0,92	20,3	11,2	0,78	33,4	21,0	0,66	49,0	34,0	0,54	66,4	50,0	0,47	83,4	69,0	0,40
1 : 8	7,0	4,2	0,80	16,9	11,1	0,62	28,7	20,8	0,44	41,7	34,0	0,32	55,5	50,3	0,20	70,5	70,0	0,12
1 : 10	6,2	4,1	0,64	14,5	11,0	0,40	25,1	21,3	0,20	36,1	34,7	0,10*)	47,5	52,2	0,10*)	62,1	72,3	0,10*)

*) Minimalis praktiškai leistinas pagal DIN 1075 gelžbetoninei arkai armiravimo %.

IV lentelė

Betoninių ir gelžbetoninių arku ekonomiškumo palyginimas

Anga m	Arka	Geležies viršaus išlaidos $1,5 \cdot 2 \cdot 50\,\mu\,{}^0/_0{}^0/_0$	Betono ekonomija %	Skirtumas gelžb. arkos naudai %	Anga m	Arka	Geležies viršaus išlaidos $1,5 \cdot 2 \cdot 50\,\mu\,{}^0/_0{}^0/_0$	Betono ekonomija %	Skirtumas gelžb. arkos naudai %
10	1 : 4	$1,5 \cdot 1,04 \cdot 50 = 78$	167	79	40	1 : 4	$1,5 \cdot 0,82 \cdot 50 = 62$	88	26
	1 : 6	$1,5 \cdot 0,92 \cdot 50 = 69$	107	38		1 : 6	$1,5 \cdot 0,54 \cdot 50 = 40$	44	4
	1 : 8	$1,5 \cdot 0,80 \cdot 50 = 60$	67	7		1 : 8	$1,5 \cdot 0,32 \cdot 50 = 24$	23	— 1
	1 : 10	$1,5 \cdot 0,64 \cdot 50 = 48$	51	3		1 : 10	$1,5 \cdot 0,10 \cdot 50 = 8$	4	— 4
20	1 : 4	$1,5 \cdot 0,96 \cdot 50 = 72$	136	64	50	1 : 4	$1,5 \cdot 0,76 \cdot 50 = 57$	73	16
	1 : 6	$1,5 \cdot 0,78 \cdot 50 = 59$	81	22		1 : 6	$1,5 \cdot 0,47 \cdot 50 = 35$	33	— 2
	1 : 8	$1,5 \cdot 0,62 \cdot 50 = 47$	52	5		1 : 8	$1,5 \cdot 0,20 \cdot 50 = 15$	10	— 5
	1 : 10	$1,5 \cdot 0,40 \cdot 50 = 30$	32	2		1 : 10	$1,5 \cdot 0,10 \cdot 50 = 8$	— 9	—17
30	1 : 4	$1,5 \cdot 0,88 \cdot 50 = 66$	105	39	60	1 : 4	$1,5 \cdot 0,74 \cdot 50 = 56$	62	6
	1 : 6	$1,5 \cdot 0,66 \cdot 50 = 50$	60	10		1 : 6	$1,5 \cdot 0,40 \cdot 50 = 30$	21	— 9
	1 : 8	$1,5 \cdot 0,44 \cdot 50 = 33$	38	5		1 : 8	$1,5 \cdot 0,12 \cdot 50 = 9$	0	— 9
	1 : 10	$1,5 \cdot 0,20 \cdot 50 = 15$	18	3		1 : 10	$1,5 \cdot 0,10 \cdot 50 = 8$	— 14	— 22

Pastaba. Šioje lentelėje μ — iš III lentelės. Ekonomiškumas lentelėje išreikštas gelžbetoninės arkos betono svorio ${}^0/_0{}^0/_0$.

V lentelė. Betoninių arkų ašies ordinatės *)

$\eta_0 = y_o : f$

$f/l = 1/4$

l \ ξ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
10	0	0,0069	0,0294	0,0680	0,1274	0,2064	0,3076	0,4356	0,5872	0,7726	1,0
20	0	0,0063	0,0266	0,0622	0,1178	0,1911	0,2874	0,4107	0,5629	0,7571	1,0
30	0	0,0058	0,0244	0,0576	0,1088	0,1782	0,2705	0,3907	0,5434	0,7431	1,0
40	0	0,0054	0,0230	0,0542	0,1023	0,1691	0,2574	0,3766	0,5315	0,7336	1,0
50	0	0,0051	0,0219	0,0518	0,0973	0,1621	0,2494	0,3677	0,5219	0,7266	1,0
60	0	0,0048	0,0208	0,0502	0,0942	0,1575	0,2434	0,3605	0,5147	0,7221	1,0

$f/l = 1/6$

l \ ξ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
10	0	0,0078	0,0324	0,0746	0,1358	0,2170	0,3223	0,4514	0,6014	0,7833	1,0
20	0	0,0070	0,0294	0,0682	0,1259	0,2038	0,3048	0,4290	0,5800	0,7687	1,0
30	0	0,0064	0,0270	0,0632	0,1167	0,1913	0,2873	0,4110	0,5630	0,7567	1,0
40	0	0,0060	0,0254	0,0598	0,1122	0,1833	0,2763	0,3981	0,5518	0,7482	1,0
50	0	0,0057	0,0240	0,0572	0,1072	0,1765	0,2682	0,3880	0,5424	0,7416	1,0
60	0	0,0054	0,0232	0,0554	0,1036	0,1720	0,2623	0,3810	0,5360	0,7377	1,0

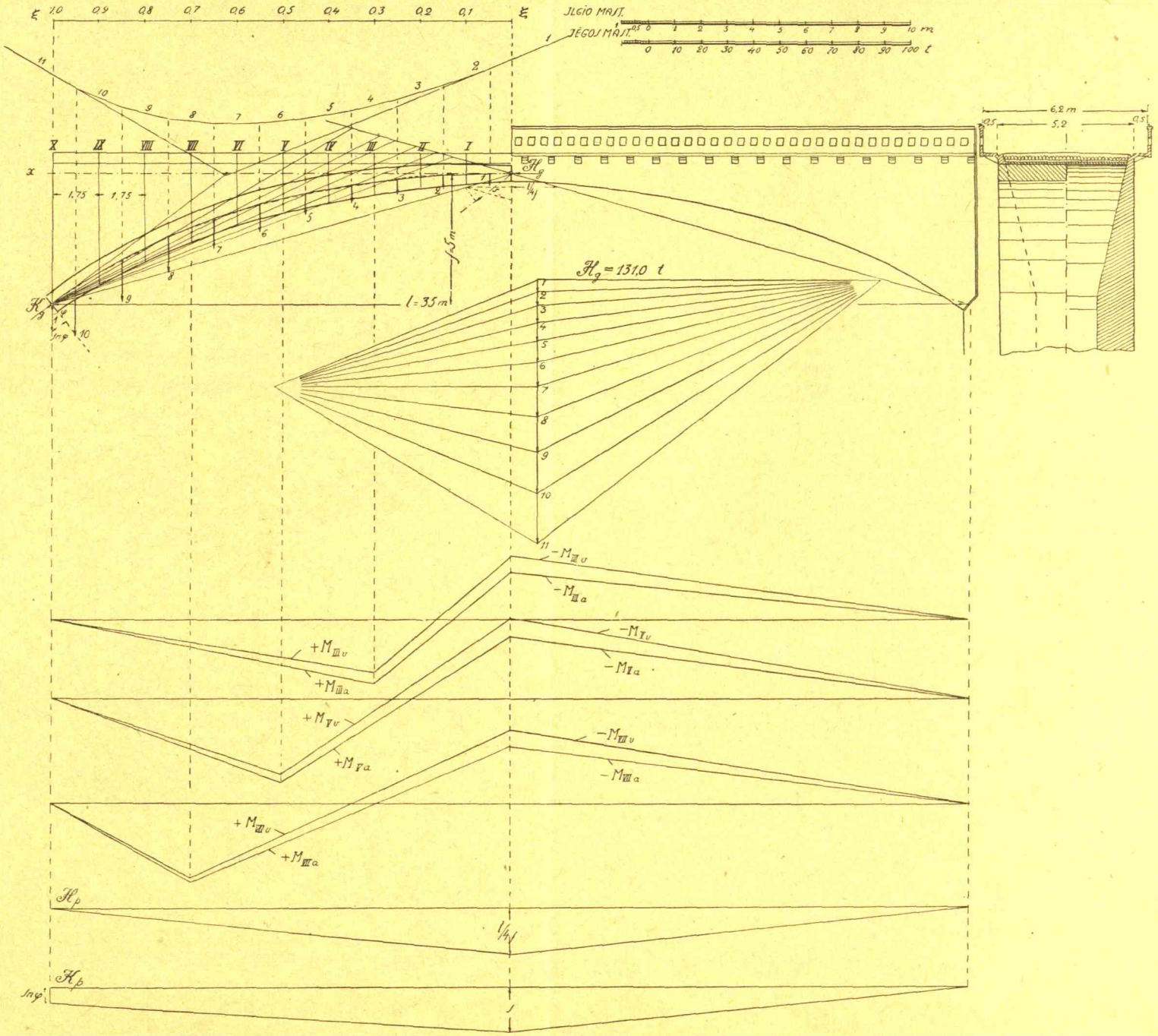
$f/l = 1/8$

l \ ξ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
10	0	0,0087	0,0345	0,0780	0,1416	0,2240	0,3328	0,4648	0,6062	0,7900	1,0
20	0	0,0077	0,0314	0,0716	0,1320	0,2105	0,3135	0,4433	0,5872	0,7754	1,0
30	0	0,0069	0,0288	0,0664	0,1230	0,1980	0,2975	0,4253	0,5723	0,7643	1,0
40	0	0,0064	0,0270	0,0630	0,1168	0,1900	0,2865	0,4128	0,5623	0,7564	1,0
50	0	0,0061	0,0256	0,0604	0,1118	0,1835	0,2787	0,4033	0,5544	0,7503	1,0
60	0	0,0059	0,0247	0,0584	0,1082	0,1790	0,2728	0,3963	0,5483	0,7464	1,0

$f/l = 1/10$

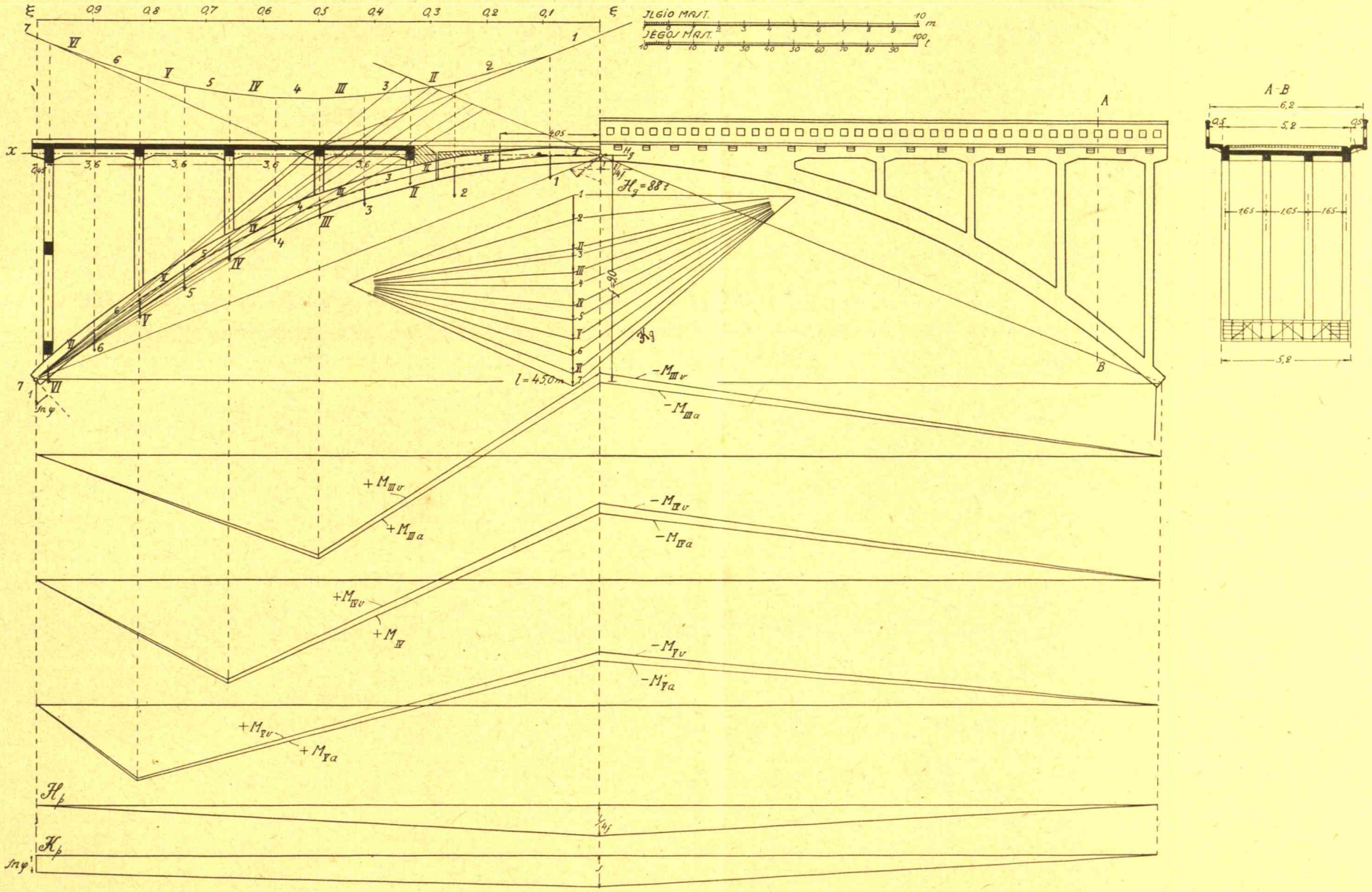
l \ ξ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
10	0	0,0090	0,0359	0,0800	0,1422	0,2250	0,3345	0,4663	0,6100	0,7940	1,0
20	0	0,0079	0,0327	0,0740	0,1342	0,2130	0,3175	0,4468	0,5931	0,7811	1,0
30	0	0,0072	0,0303	0,0691	0,1273	0,2031	0,3035	0,4308	0,5800	0,7710	1,0
40	0	0,0067	0,0285	0,0655	0,1212	0,1955	0,2925	0,7177	0,5702	0,7632	1,0
50	0	0,0064	0,0270	0,0630	0,1164	0,1880	0,2844	0,4088	0,5620	0,7573	1,0
60	0	0,0062	0,0261	0,0610	0,1124	0,1835	0,2785	0,4013	0,5550	0,7530	1,0

*) Spaudimo linija eina dydžiu $\eta = \frac{M_{kv} - M_{ka}}{2\,H_g}$ aukščiau ašies, η svyruoja pareinamai nuo angų ir pakylų, nuo 2 iki 72 mm. Vidutiniškai pakylai, angos ketvirtadaliui ($\xi = 0{,}5$), η yra: anga: 10 20 30 40 50 60 m,
η: 5 20 25 35 40 45 mm.
Piūviui $\xi = 0{,}7$ η yra maksimalinis, apie $1^1/_2$ kart didesnis kaip angos ketvirtadalyje, spynoje ir pade $\eta = 0$. Aplamai η yra atvirkščiai proporcingas pakylai.


BETONINĖ ARKA f:l = 5:35
JLGIO MAST.
JĖGOS MAST.
6,2 m
5,2
$\mathcal{H}_g$ = 131,0 t
l = 35 m
$-M_{III\,v}$
$-M_{III\,a}$
$+M_{III\,v}$
$+M_{III\,a}$
$-M_{I\,v}$
$-M_{I\,a}$
$+M_{I\,v}$
$+M_{I\,a}$
$-M_{III\,v}$
$-M_{III\,a}$
$+M_{III\,v}$
$+M_{III\,a}$
$\mathcal{H}_p$
$\mathcal{H}_p$

11 brėž.

GELŽBETONINĖ ARKA f:l = 9:45



12 brėž.

VI lentelė. Gelžbetoninių arkų ašies ordinatės*)

$\eta_o = y_o : f$ $f/l = 1/4$

l \ ξ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	Pastaba
10	0	0,0070	0,0290	0,0650	0,1185	0,1925	0,2940	0,4150	0,5650	0,7605	1,0	Su ištisu viršaus statiniu
20	0	0,0055	0,0250	0,0610	0,1085	0,1750	0,2660	0,3855	0,5385	0,7370	1,0	„
20	0	0,0085	0,0325	0,0775	0,1385	0,2205	0,3285	0,4590	0,6120	0,7905	1,0	Su spragotiniu virš. statiniu
30	0	0,0085	0,0315	0,0755	0,1365	0,2195	0,3255	0,4560	0,6105	0,7890	1,0	„
40	0	0,0080	0,0305	0,0740	0,1350	0,2195	0,3240	0,4540	0,6095	0,7880	1,0	„
50	0	0,0075	0,0295	0,0735	0,1345	0,2190	0,3235	0,4530	0,6090	0,7875	1,0	„
60	0	0,0075	0,0290	0,0730	0,1340	0,2190	0,3235	0,4530	0,6085	0,7870	1,0	„

$f/l = 1/6$

l \ ξ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	Pastaba
10	0	0,0075	0,0310	0,0700	0,1290	0,2050	0,3055	0,4300	0,5820	0,7735	1,0	Su ištisu viršaus statiniu
20	0	0,0065	0,0275	0,0655	0,1180	0,1910	0,2865	0,4105	0,5610	0,7540	1,0	„
20	0	0,0090	0,0345	0,0795	0,1425	0,2225	0,3345	0,4670	0,6180	0,7940	1,0	Su spragotiniu virš. statiniu
30	0	0,0090	0,0325	0,0770	0,1400	0,2220	0,3320	0,4640	0,6160	0,7918	1,0	„
40	0	0,0090	0,0315	0,0760	0,1390	0,2220	0,3310	0,4615	0,6150	0,7910	1,0	„
50	0	0,0085	0,0300	0,0750	0,1380	0,2220	0,3305	0,4605	0,6145	0,7905	1,0	„
60	0	0,0080	0,0295	0,0745	0,1375	0,2215	0,3300	0,4600	0,6140	0,7900	1,0	„

*) Spaudimo linija eina dydžiu $\eta_i = \frac{M_{kv} - M_{ka}}{2Hg}$ aukščiau ašies. Vidutiniškai pakylai, angos ketvirtadaliui, η_i yra:

anga: 10 20 30 40 50 60 m,

η_i: 4 6 8 10 15 20 mm.

$\eta_{lo} = y_o : f$

$f/l = 1/8$

l \ ξ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	Pastaba
10	0	0,0080	0,0320	0,0750	0,1390	0,2130	0,3170	0,4410	0,5960	0,7830	1,0	Su ištisu viršaus statiniu
20	0	0,0070	0,0295	0,0690	0,1240	0,2000	0,3000	0,4250	0,5750	0,7650	1,0	„ „ „ „
20	0	0,0090	0,0355	0,0810	0,1435	0,2240	0,3370	0,4715	0,6215	0,7960	1,0	Su spragot. viršaus statiniu
30	0	0,0090	0,0335	0,0795	0,1425	0,2235	0,3360	0,4690	0,6200	0,7945	1,0	„ „ „ „
40	0	0,0090	0,0325	0,0775	0,1415	0,2235	0,3350	0,4670	0,6190	0,7940	1,0	„ „ „ „
50	0	0,0085	0,0310	0,0760	0,1405	0,2230	0,3345	0,4660	0,6185	0,7935	1,0	„ „ „ „
60	0	0,0085	0,0300	0,0755	0,1400	0,2225	0,3340	0,4655	0,6180	0,7930	1,0	„ „ „ „

$f/l = 1/10$

l \ ξ	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	Pastaba
10	0	0,0085	0,0330	0,0820	0,1485	0,2275	0,3270	0,4520	0,6040	0,7890	1,0	Su ištisu viršaus statiniu
20	0	0,0070	0,0300	0,0705	0,1285	0,2075	0,3060	0,4330	0,5850	0,7720	1,0	„ „ „ „
20	0	0,0090	0,0365	0,0820	0,1450	0,2245	0,3385	0,4720	0,6245	0,7980	1,0	Su spragot. viršaus statiniu
30	0	0,0090	0,0345	0,0805	0,1440	0,2240	0,3375	0,4715	0,6230	0,7965	1,0	„ „ „ „
40	0	0,0090	0,0335	0,0785	0,1425	0,2240	0,3370	0,4700	0,6220	0,7960	1,0	„ „ „ „
50	0	0,0085	0,0320	0,0765	0,1410	0,2235	0,3365	0,4690	0,6215	0,7950	1,0	„ „ „ „
60	0	0,0085	0,0310	0,0760	0,1405	0,2230	0,3360	0,4685	0,6210	0,7945	1,0	„ „ „ „

LITERATŪRA

1. Prof., Dr. Ing. E. Mörsch. Der Eisenbetonbau. I B., 1 Hälfte, VI Aufl. 1923 ir II B., 2 ir 3 Teil 1933—1935.
2. Handbuch für Eisenbetonbau. XI B. Bogenbrücken. IV Aufl. 1932 ir III Aufl. 1921.
3. Prof. Dr. Ing. Melan. Der Brückenbau. II B. III Aufl. 1924.
4. Handbuch der Ingenieurwissenschaften. Brückenbau. 1917.
5. Проф. Передерий. Курс железобетонных мостов. 1930.
6. Prof., Dr. Ing. H. Müller-Breslau. Die graphische Statik der Baukonstruktionen. I B. VI Auflage. 1927.
7. Prof. K. Vasiliauskas. Elementarinis medžiagų atsparumo kursas. 1935.
8. Prof. Dr. Ing. Kögler. Gewölbetabellen. II Aufl. 1928.
9. Dr. Ing. Faerber. Dr. Dissertation. Dreigelenkbogen und verwandte Ingenieurbauten. 1908.
10. Dr. Ing. W. Frank. Dr. Dissertation. Dreigelenk-Brückenbogen aus Beton. 1916.
11. Dr. Ing. Hoppe. Dr. Dissertation. Untersuchung über die Auskragung der Seitengelenke massiver Dreigelenkbogen. 1930.
12. G. Tolkmitt. Berechnung gewölbter Brücken. III Aufl. 1912.
13. Dr. Ing. Strassner. Der Bogen und das Brückengewölbe. III Aufl. 1927.
14. Prof., Dr. Ing. Spangenberg. Eisenbetonbogenbrücken für grosse Spannweiten. 1924.
15. Prof., Dr. Ing. Spangenberg. Über einige grundsätzliche Fragen bei der Konstruktion gewölbter Brücken. 1927.
16. Prof., Dr. Ing. K. Beyer. Die Statik im Eisenbetonbau. I, II B. 1933—34.
17. Eisenbetonbau. Entwurf und Berechnung. Ein Handbuch vom Deutsch. Betonverein 1926.
18. Prof., Dr. Ing. Probst. Vorlesungen über Eisenbeton. II Teil. 1922.
19. Prémier congres international du béton et du béton armé 1930.
20. Association internationale des ponts. Deuxieme congres Berlin-München 1936.
21. H. von Sanden. Praktische Analysis. 2 Aufl. 1923.
22. Inž. J. Gabrys. Gelžbetoniniai ir betoniniai tiltai. Vadovėlis. 1931.
23. Foerster. Taschenbuch für Bauingenieure. I und II B. V Aufl. 1928.
24. Hütte. III B. 26 Aufl. 1934.
25. Betonkalender. 1935. II Teil.

J. Gabrys.
Ingénieur dipl.

Les arcs à trois articulation en béton et en béton armé

Résumé

Dans cet ouvrage, l'auteur détermine, pour les ponts d'une certaine construction et d'une certaine charge, les épaisseurs constructives des arcs à trois articulations en béton et en béton armé, les quantitées de matières, et la dépendance de forme de l'axe de la flèche et de la portée (f/l) — puis il examine, en génerale, comment on fait les projects de tels arcs.

En se basant sur les données statiques exacts, de 24 arcs à murailles latérals en béton, et de 28 arcs en béton armé, calculées spécialement pour cet ouvrage, l'auteur donne les graphiques et déduit les formules pour calculer les quantitées de matières et les épaisseurs constructives, détermine les pourcentages de ferailles pour les arcs en béton armé de diverses portées et de diverses flèches — et leurs dépendance de f et de l.

De même en se basant sur lesdits calculs, l'auteur compare au point de vue économique les arcs de ponts en béton et en béton armé, et détermine les cas et les conditions de leurs emploie économique et rationnel.

L'auteur explique aussi l'inexactitude de certaines formules employées pratiquement pour le calcul d'épaisseurs constructives et compare la précision des formules employées couramment, avec ses propres formules.

A la fin de son ouvrage, l'auteur donne des tableaux des coordonnées pour déterminer l'axe des arcs. Il y ajoute des exemples pour montrer comment il en faut s'en servir. Ces tableaux et ces formules peuvent être utilisées non seulement pour la construction et la charge, choisies par l'auteur, mais aussi pour des ponts de construction et charge semblable. De même elles permettent de raccourcir d'une facon remarquable le calcul des ponts.

Cet ouvrage est présenté à la Faculté Technique, pour obtenir le titre de docteur en génie.

Kalnų inž. Z. Novickis

Aliuminis, jo gamybos būdai ir jo gamybos Lietuvoje perspektyvos

Tęsinys: žiūr. „Technikos" 8 Nr.

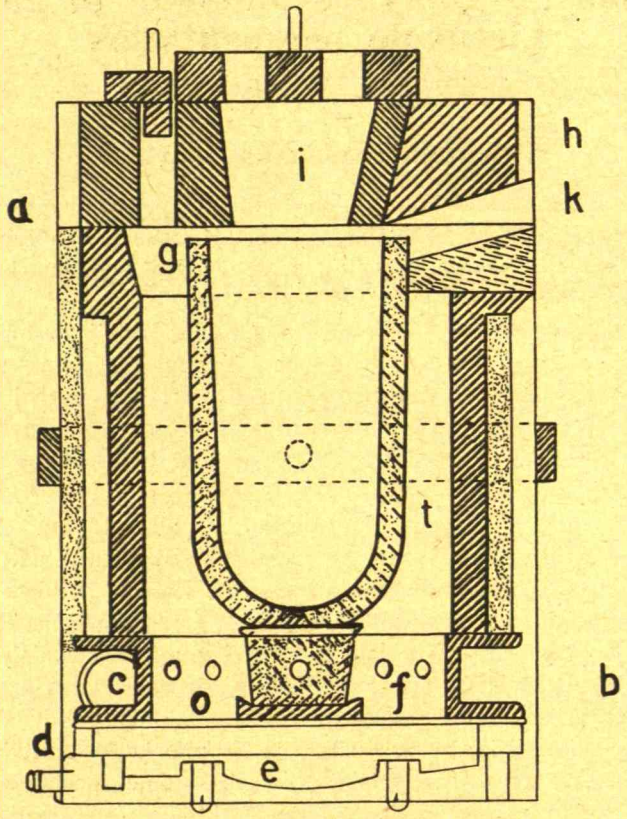
Pakartotinis aliuminio lydymas

Gautas iš elektrolitinės vonios aliuminis neturi pastovaus sąstato ir todėl neišleidžiamas į prekybą. Metalas, gautas įvairiais elektrolitinės vonios darbo periodais, turi nepastovų įvairių priemaišų bei užteršimų kiekį. Ypač yra užterštos pirmos metalo porcijos iš naujai paleistų į darbą vonių. Gaunamojo metalo kokybė darosi geresnė, kada vonios išklojimas bus pakankamai metalo išplautas. Be to, išleidžiamas iš vonios metalas užteršiamas pačiu elektrolitu. Metalas, kokybei pagerinti, turi būti perlydytas. Aliuminiui perlydyti vartojamos įvairių konstrukcijų krosnys. Viena iš geriausių krosnių yra Rousseau sistemos krosnis, pagaminta firmos Basse und Selwe, Altene, Vestfalijoje.

Rousseau krosnis yra tigelinio tipo, dirba pakreipta, su oro įpūtimu. Tokios konstrukcijos dėka išpilamas metalas visiškai neatšąla. 5 brėžiny parodytas Rousseau krosnies vertikalus piūvis. Krosnis susideda iš geležinio gaubtuvo *a*, kurio apačioj ant kampuočių *b* įrengtas tuščiaviduris špyžinis žiedas *c* su skylėmis, o iš vidaus pusės, viršutinėje žiedo dalyje, į žiedą įpučiamas reikalingas degimui oras; viduryje žiedas išklotas ugniaatsparia medžiaga, o priešais, skylių išklojime, palikti atitinkamo dydžio kanalai. Apačioje po gaubtuvu įstatyta skersinė sija *d*, prie kurios pritvirtinta pelenams dėžė *e*. Ant tos pačios skersinės, krosnies viduje, pastatytas plieninis diskas *f* su grafito padėklu tigeliams *t* pastatyti. Iš viršaus tigelis *t* palaikomas laikytuvais *g* iš ugniaatsparios medžiagos; viename iš šių laikytuvų padarytas griovelis *k* metalui išpilti. Tarpas tarp tigelio ir gaubtuvo apklojimo skiriamas koksui; šis tarpas nėra didelis, nes metalui sulydyti kokso eikvojama visai mažai, kadangi koksas visiškai sudega.

Iš viršaus krosnis uždengiama storu dangčiu *h*, iš ugniaatsparios medžiagos. Dangtyje padarytos kelios angos koksui pripilti, o viduryje dangčio padaryta didelė anga *i* metalui krauti; ši anga uždengta dar kitu dangčiu *m*, su skylėmis degimo dujoms išeiti. Tarp piltuvo *i* ir tigelio *t* yra tam tikras tarpas, pro kurį eina degimo dujos, kaitinančios prikraunamą metalą. Kadangi degimo dujos apsrūva tigelį iš viršaus, tai jos neduoda atmosferai veikti į metalo paviršių, todėl metalo oksidavimasis yra labai mažas.

Kadangi oras varomas į krosnį be pertraukų, ir krosnyje visą laiką palaikoma vienoda tam tikra temperatūra, tigeliai labai mažai tesusinešioja. Įvaromas oras gerai įkaista špyžiniame žiede ir ypač kanaluose, kuriais jis įeina į krosnį, tuo būdu pasiekiamas visiškas kokso sudegimas ir intensyvus šilimos išsiskyrimas. Orui įpūsti reikalingas 20—50 mm. vandens stulpo spaudimas. Krosnis visai neturi ardyno ir yra visiškai uždaryta. Šlakas su-



5 brėž.

sirenka apačioje, ir jis iš ten išvalomas po 6—8 lydymo procesų. Krosnis valoma neataušant. Jeigu krosnis dirba tik dienos metu, tai vakarais reikia ji išvalyti ir palikti degti be pūtimo. Pradedant vėl lydyti metalą, reikia pridėti nauja porcija kokso ir leisti orui pūsti.

Tokios rūšies krosnys statomos įvairių dydžių, nuo 50 iki 450 kg. metalo sulydyti.

Tigeliai turi būti pagaminti iš labai švarios medžiagos, kadangi silicio ir geležies priemaišos tirpsta sulydytame metale ir jį užteršia. Bevarant aliuminio lydymo procesą, metalas šiek tiek oksiduojasi ir todėl gaunami tam tikri nuostoliai. Kadangi lyginamasis skysto metalo ir aliuminio oksido svo-

ris mažai tesiskiria, tai oksidai susimaišo su sulydytu metalu ir tuo gadina gaunamojo produkto kokybę, be to, kitą kartą, susirinkus dideliam oksido kiekiui, pasidaro košės pavidalo masė, kurios net išpilti iš tigelio negalima. Oksido pasidarymui išvengti reikia visu lydymo proceso metu atidžiai stebėti proceso temperatūrą; jeigu temperatūra bus ne žymiai aukštesnė už metalo lydymosi temperatūrą, tai metalo nuostoliai bus nedideli, iš viso apie 3%; visos mechaninės priemaišos, pav., anglies gabaliukai, elektrolitas ir kit., susirinks tigelio paviršiuje, iš kur jie pašalinami.

Grynas metalas įpilamas į špyžines formas, kuriose metalas dėl savo didelio šilimos talpumo sustingsta palyginti iš lėto. Tačiau metalo ataušinimas vyksta tiek greit, jog gaunama smulkiai grūduota metalo struktūra, reikalinga tolimesniam metalo perdirbimui. Sulydytas metalas yra labai skystas ir todėl įeina į mažiausius formų plyšius. Liejimo formos labai gerai prisipildo aliuminio, bet jo subėgimas yra labai didelis, ir tam kompensuoti reikia daryti didesni kanalai tiek formai pripildyti, tiek ir atsarginis — subėgimui kompensuoti. Aliuminio subėgimas siekia 1,8%.

Aliuminio pilstymas į formas, kad gautų blokus lapams valcuoti, vairbarsus (nedideli sulieti gabalai, iš kurių traukiama viela) vielai traukti ir luitus liejimo darbams, sudaro paskutinę aliuminio fabrikų darbų stadiją. Toliau aliuminis apdirbamas valcavimo ir vielos traukimo įmonėse, o taip pat dirbtuvėse, kur gaunami gatavi aliuminio dirbiniai.

Einančio į prekybą metalo švarumas turi labai didelės reikšmės tolimesnio jo apdirbimo atžvilgiu, todėl aliuminis, kaip ir kiti metalai, yra standarizuotas. Standartų normos yra sudarytos pagal susitarimą tarp mokslininkų ir aliuminio gamybos ir tolimesnio jo perdirbimo pramonės atstovų.

Vokiečių standarto projektas „DIN" duoda tokį apibrėžimą:

„Grynu aliuminiu laikomas naujai pagamintas metalas, gautas metalurginiu procesu iš žalios pirminės medžiagos, išlietas į prekybinius blokus ir luitus toje pačioje įmonėje, aprūpintas tos įmonės ženklu, o taip pat kiekvienas kitas aliuminis, kuris atitinka nurodytus reikalavimus."

I-a rūšis — yra grynas aliuminis su 99,5% *Al*.

Sutrumpintas ženklas — *Al* 99,5% — turi būti išlietas arba iškaltas blokuose. Leidžiamos priemaišos:

$$Fe+Cu+Si+Zn < 0{,}5\%,$$

iš jų:

$$Cu+Zn < 0{,}05\%.$$

Kitos priemaišos laikomos leistinos paprastose prekybos normų ribose.

II-a rūšis — aliuminis su 99,0% *Al*. Ženklas „*Al* 99,0%". Bendras priemaišų kiekis 1%, iš jų $Cu+Zn < 0{,}1\%$, kitos priemaišos, be *Fe* ir *Si*, laikomos leistinos paprastų prekybinių normų ribose.

III-a rūšis — grynas aliuminis su nuo 98% iki 99% *Al*. Sutrumpintas ženklas „*Al* 98—99%". Bendras priemaišų kiekis $< 2\%$, iš jų $Fe < 1\%$ ir $Cu+Zn < 0{,}1\%$, kitos priemaišos, be *Si*, leistinos paprastų prekybinių normų ribose.

Franzūzijoje priimtos vadinamosios komercinės normos, kur taip pat aliuminis paskirstytas į tris rūšis. Iš priemaišų ten normuojami tik svarbiausieji, būtent, *Fe* ir *Si*, kadangi kitų elementų kiekis yra tiek mažas, jog jų buvimas gali būti surastas tik labai jautrių reakcijų pagalba. Tokiu būdu šių svarbiausių priemaišų kiekis gali siekti 2%. Pagal šias normas:

1-os kategorijos aliuminis turi 98—99% gryno *Al.*
2-os „ „ „ 99—99,5% „ „
3-os „ „ „ daugiau kaip 99,5% gryno *Al.*

Tam tikriems elektros ir cheminės pramonės reikalavimams patenkinti gaminamas aliuminis, kuriame gryno aliuminio kiekis garantuojamas 99,7—99,8%.

Aliuminio rafinavimas

Gaminant aliuminį pagal dabartinius technikos metodus, svarbiausia sąlyga grynam produktui gauti yra pamatinės medžiagos, iš kurios gaunamas aliuminis, grynumas. Todėl visų pirma visokiais būdais nuvalomos aliuminio rūdos, kad išeitų juo grynesnis aliuminio oksidas, kuris paskui eina į elektrolitines vonias.

Tačiau nors ir labai stengiamasi, retai galima gauti elektrolizės būdu aliuminis, kur gryno aliuminio kiekis būtų didesnis už 99,5%; labai retai galima gauti metalas su aliuminio kiekiu iki 99,7%. Paprastiems technikos reikalams toks metalo grynumas visiškai pakankamas, bet nepaprastos gryno aliuminio ypatybės, jo aukštas elektros laidumas, jo atsparumas korozijai ir t. t. privertė ieškoti būdų, kaip dar nuvalyti gautas metalas. Toks gatavo metalo nuvalymas vadinasi rafinavimas.

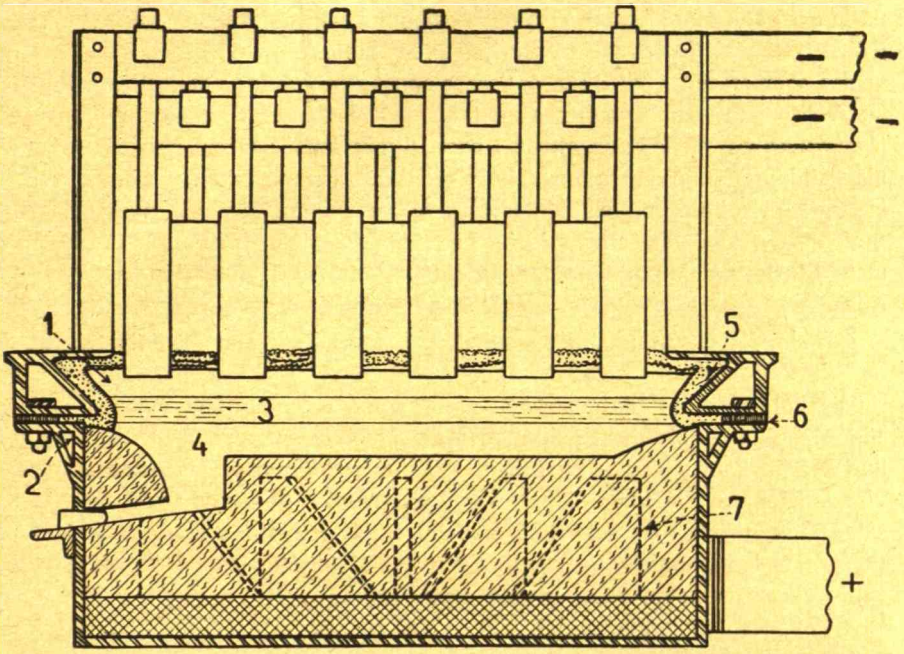
Rafinavimo uždavinys nėra tik gryno aliuminio iš gatavo metalo gavimas, bet taip pat turi palengvinti pamatinių produktų, iš kurių gaunamas metalas, nuvalymo klausimą.

Iš tikrųjų, jeigu būtų surastas pigus pagaminto metalo rafinavimo būdas, tai galima būtų gauti elektrolizės būdu užterštas metalas iš mažai tenuvalytų rūdų (boksitų, molių), o paskui toks aliuminis nuvalyti.

Rafinavimas yra ypatingai svarbus, kada gaunamas aliuminis iš lydinių, perdirbant seno metalo atmatas (skarpas).

Aliuminiui nuvalyti (rafinuoti) yra pasiūlyta labai daug visokių būdų. Įvairūs būdai yra užpatentuoti, tačiau visi šie būdai dar neduoda visai patenkinamų rezultatų. Geriausias ir daugiausia išsiplėtęs būdas yra elektrolitinis rafinavimas, pasiūlytas Hoopes'o. Hoopes'o būdas buvo pirmą kartą jo pasiūlytas 1900 metais. 1919 metais Hoopes su savo bendradarbiais iš Amerikos Aliuminio Kompanijos Tyrimų skyriaus yra sudaręs vonios konstrukciją ir nustatęs elektrolitinio aliuminio rafinavimo pramonės mastu procesą, vartojant vonią su trimis skysčių sluogsniais, kaip jis buvęs iš karto pasiūlęs. 6 brėžiny parodytas išilginis naujos Hoopes'o vonios piūvis aliuminiui elektrolitiškai rafinuoti.

Vonia yra padalyta elektros izoliacijos pagalba į dvi dalis ir turi vandens atšaldymą tų dalių susilietimo vietose, kad palaikytų elektros izoliaciją tarp jų. Šis ataušinimas turi didelės reikšmės, kadangi tuo išvengiami trumpieji poliusų sujungimai per karštą vonios išklojimą. Hoopes'o vonioje yra trys sluogsniai, kurių visų sunkiausias yra nešvaraus aliuminio su variu lydinys, skiriamas rafinuoti. Šis sluogsnis susiliečia su angliniu vonios dugno išklojimu ir



6 brėž. 1—sulydytas aliuminis; 2—vandens atšaldymas; 3—sulydytas elektrolitas; 4—sulydytas aliuminio lydinis; 5—užšalusi pluta iš elektrolito ir aliuminio oksido; 6—elektros izoliacija; 7—anglies išklojimas.

veikia kaip anodas. Viršum anodinio sluogsnio eina elektrolito sluogsnis iš kriolito ($3NaFAlF_3$) su fliuoro rūgšties bario (BaF_2) ir fliuoro rūgšties Aliuminio (AlF_3) priedu. Elektrolitas prisotintas aliuminio oksido (Al_2O_3). Elektrolito sąstatas taip parinktas, kad jo lyginamasis svoris būtų mažesnis už anodinio lydinio lyginamąjį svorį, bet būtų didesnis už lyginamąjį gryno išlydyto aliuminio (rafinuoto) svorį. Grynas rafinuotas išlydytas aliuminis sudaro trečią sluogsnį, kuris dėl savo mažiausio lyginamojo svorio plaukioja paviršiuje ir veikia kaip katodas. Hoopes'o vonios elektrolito sudėtis maždaug tokia:

BaF_2	30—38%
AlF_3	30—38%
NaF	25—30%
Al_2O_3	0,5—7%
Kalcio ir magnio fliuoro junginiai, kaip neišvengiamos priemaišos	2%.

Vietoje BaF_2 galima taip pat vartoti fliuoro rūgšties stroncį. Tokio elektrolito lyginamasis svoris 950° C tempertūroje 2,5—2,7, o 1100° temperatūroje — 2,4—2,6, o gryno aliuminio lyginamasis svoris 950° temperatūroje — 2,30 ir 1100° temperatūroje 2,26, tokiu būdu, esant tokiai temperatūrai, aliuminis lengvai pasikelia į paviršių.

Dėl vonios sienelių ataušinimo, ant jų, selektyvinės kristalizacijos dėka, pasidaro gana stora pluta, su dideliu aliuminio oksido kiekiu, kuris sunkiai lydosi ir mažai tirpsta elektrolite, jeigu dėl kurios nors priežasties pasikelia vonios temperatūra. Ši pluta sudaro elektrinę ir terminę izoliaciją išlydyto elektrolito nuo vonios gaubtuvo, o taip pat sumažina iki minimumo srovės išgaišinimą per sienas nuo anodo į katodą. Yra labai svarbu, paleidžiant vonią, įsitikinti, ar jos viršutinė dalis elektriškai yra neutraliniam būvyje, kad išvengtų prisotintos metalu plutos pasidarymo iš šonų. Tokia pluta, matyt, praleidžia pakankamą srovės kiekį, kad joje prasidėtų elektrolizė, dėl kurios metalo turinys šioje plutoje palengva didėja, kol jos elektros laidumas pasieks ribas.

Elektriškam sujungimui su sulydytu katodu vartojami grafiniai elektrodai, kurie paneriami į sulydytą aliuminio sluogsnį. Elektrodai palaikomi variniais kotais. Tam tikromis sąlygomis galima pasiekti, kad metalo paviršiuje ir aplink elektrodus pasidarytų užšalusi pluta, su dideliu metalo kiekiu, kuri veikia kaip apsaugos apdanga. Reikia kreipti ypatingas dėmesys, kad visą laiką būtų tam tikras storis katodinio metalo sluogsnio, kadangi, jam sumažėjus, vyksta toks sukurtinis galingų srovių ir galingų magnetinių laukų judėjimas, jog anodinis ir katodinis sluogsniai tarpais įeina į kontaktą, rezultate kurio gaunami dideli metalo nuostoliai.

Tokiai voniai tinka, matyti, tik vienas anodas: aliuminio su variu lydinys, su mažu geležies ir titano kiekiu, kadangi pastarosios priemaišos žymiai pakelia sustingimo temperatūrą, bet su pakankamu silicio kiekiu, iki 10%, kad sumažintų sustingimo temperatūrą ir palaikytų anodinį lydinį skystame būvyje, aliuminio kiekiui jame sumažėjus.

Savaime suprantama, kad anodinio lydinio sąstatas proceso metu nuolatos keičiasi. Lyginamasis aliuminio su 25% vario lydinių svoris 950° temperatūroje — 2,8; tokio lyginamojo svorio visai užtenka, kad lydinys per visą laiką pasiliktų apačioje elektrolito; anodinio lydinio lyginamasis svoris palengva didėja dėl aliuminio atėmimo.

Kaip matyti 6 brėžiny, vonia, kurioje varomas aliuminio rafinavimas, visiškai panaši į vonią aliuminio oksidui elektrolizuoti, visas skirtumas yra tas, kad rafinavimo vonios dugnas sujungiamas su teigiamuoju poliu, o grafitiniai elektrodai, kurie įrengti vonios viršuje ir kurių apatiniai galai panerti į elektrolitą, sujungiami su neigiamu poliu. Tuo būdu vonia yra suskirstyta į dvi sekcijas: viršutinė — katodinė ir apatinė — anodinė, kurios turi būti elektriškai izoliuotos viena nuo antros. Geriausią izoliaciją sudaro užšalęs elektrolitas. Kad susidarytų užšalusio elektrolito pluta, sekcijų sudūrime vonia

yra aprūpinta cirkuliuojančio vandens ataušinimu. Tokiai plutai pasidarius, visai neįmanomas trumpas sujungimas tarp anodo ir katodo.

Hoopes'o vonios darbo temperatūra pareina nuo sulydyto elektrolito savumų, ji svyruoja tarp 950 ir 1100° C. Anodinis lydinys dėl savo prigimties būna šiek tiek šaltesnis už elektrolitą; jeigu tam tikras jo kiekis užšals, srovė ištirpdys varį ir kitas priemaišas, ir rafinuojamas metalas bus užterštas, todėl svarbu, kad anodinis lydinys proceso metu būtų maišomas.

Vonios paleidimas į darbą daromas tokiu būdu: visų pirma į vonią įpilamas elektrolitas, į kurį įmurdomi grafitiniai elektrodai ir sujungiami su srove; po to įpilamas sulydytas anodinis lydinys, tik reikia žiūrėti, kad viršutinės ir apatinės vonios dalių sudūrimo vieta būtų panerta elektrolite. Po to iš viršaus įpilamas grynas aliuminis. Jeigu elektrolito sąstatas geras, tai vonios sienose greit pasidarys pluta viršum sulydyto aliuminio. Per kelias valandas vonia dirba normaliai. Kad vonios darbas būtų varomas be pertraukos, reikia išleisti per išpylimo angą aliuminis, gaunamas katode, ir laikas nuo laiko pridėti reikalingas kiekis nevalyto aliuminio, arba aliuminio su variu lydinio. Jeigu vonioje rafinuojamas nešvarus aliuminis, pastaroji operacija atliekama dviem kartais: reikalingas kiekis nešvaraus sulydyto aliuminio įpilamas į tigelį, kuris dedamas padarytame grindyse įdubime priešais angą anodiniam lydiniui išleisti, srovė išjungiama, atidaroma išleidimo anga, ir tam tikras anodinio lydinio kiekis su sumažėjusiu aliuminio kiekiu įleidžiamas į tigelį su aliuminiu, kad būtų gauta nauja anodinio lydinio porcija kiek sunkesnė už sulydytą elektrolitą. Po to skystas metalas iš tigelio per tam tikrą piltuvą, išklotą anglimi, kurio galas siekia anodinį lydinį vonios dugne, pilamas atgal į vonią. Sulydytos masės lygmeniui pakilus, atidaroma išleidimo anga viršutinėje vonios dalyje, per kurią rafinuotas metalas teka į kitą tigelį; jo kiekis yra maždaug lygus pridėto nešvaraus aliuminio kiekiui.

Rafinavimo vonioje vyksta toks procesas: aliuminio oksidas, esąs elektrolite, elektros srovės veikiamas, susiskaldo į aliuminį ir deguonį; metalas eina į katodus ir, kaip lengvesnis už elektrolitą, pasikelia į viršų, deguonis vonios dugne išsiskiria anode, kur jis susijungia (oksiduoja) su aliuminiu, aliuminio vario anodinio lydinio pavidalu. Pasidaręs aliuminio oksidas kyla į viršų ir tirpsta elektrolite, kur jis vėl suskaldomas elektros srovės veikimu, kurio rezultate chemiškai grynas aliuminis išsiskiria katode, o deguonis oksiduoja vėl naujas aliuminio porcijas apatiniame anodiniame lydinyje; tuo būdu anodiniame lydinyje, susidedančiame iš aliuminio ir vario, aliuminio kiekis mažėja, kadangi jis išsiskiria katode chemiškai gryno aliuminio pavidalu. Visos priemaišos, buvusios žaliame aliuminyje, kaip geležis, titanas, pasilieka anodiniame lydinyje.

Hoopes'o vonios naudingo veikimo koeficientas yra gana aukštas: gaunamo metalo kiekis sudaro 90% pagal išeikvotą energiją. Voltažas reikalingas toks pats, kaip aliuminio elektrolizei, būtent, 5—7 V esant 20 000 A. Hoopes'o vonios proceso metu nereikalingos beveik jokios priežiūros, išskyrus metalo išleidimo momentus. Prie katodo susirenka nedidelis natrio kie-

kis, kuris kartu su tam tikru aliuminio kiekiu pamažu oksiduojasi. Pagal Hoopes'o būdą gaunamas labai grynas metalas su 99,8% ir net su 99,99% gryno aliuminio. Gautame metale priemaišos sudaro *Fe* — 0,005%, *Si* — 0,005% ir *Cu* — 0,007%. Toks rafinuotas aliuminis žymiai skiriasi savo savumais nuo paprasto techniško aliuminio: jo atsparumas traukimui 6 kg/mm², vietoje 10—12 kg. paprasto aliuminio; jis yra ypatingai minkštas ir kalus: kietumas pagal Brinnel'į 15, o paprasto aliuminio kietumas pagal Brinnel'į 25—27. Toks metalas labai atsparus korozijai ir rūgščių veikimui. Rafinuoto aliuminio elektros laidumas yra lygus 64,6% vario elektros laidumo, vietoje 60% nerafinuoto aliuminio laidumo. Tokio aliuminio spalva balta, lyg sidabro, ir nekinta nuo atmosferos veikimo.

Tačiau Hoopes'o būdas turi didžiausią trūkumą — jis yra labai brangus, nes procesui varyti reikalauja daug energijos.

Nesenai francūzų firma „La Compagnie d'Alais, Froges et Camargue" surado būdą, pagal kurį pramonės mastu galima gauti rafinuotas aliuminis su 99,99% gryno aliuminio ir net daugiau. Pagal šį būdą, aliuminiui rafinuoti taip pat vartojamos vonios su trimis sluogsniais; elektrolitas yra fliuoro rūgšties aliuminio (AlF_3) ir *NaF* ir chloro rūgšties bario ($BaCl_2$) mišinys. Anodo lydinys susideda iš aliuminio ir 33% vario. Tokiose 10 000 amperų voniose minėta kompanija paprastai gauna metalą, kuriame gryno aliuminio kiekis prašoksta 99,99%, pavyzdžiui,

Al	99,992
Fe	0,003
Si	0,004
Cu	0,001

ir net tokio sąstato metalą:

Al	99,998%
Fe	0,0002
Si	0,0009
Cu	0,0003

Elektroterminis būdas aliuminiui gauti.

Aliuminio rafinavimo būdą išradus, atsirado nauji aliuminio metalurgijos būdai, būtent, elektroterminis būdas. Iš boksitų, molių, kaolinų ir kitų aliuminio rūdų galima elektroterminiu būdu gauti aliuminis, sulydytas su kitais metalais (iš esmės tai yra baigtas Hall'o būdas aliuminio oksidui gauti, kur anglis atgaivina ne tik silicį ir geležį, bet ir visa kita, vadinasi, ir aliuminį). Iš gauto tokio lydinio aliuminio su kitais metalais elektrolitiniu rafinavimu gali būti išskirtas grynas aliuminis. Toks būdas techniškai yra sunkiai įvykdomas, brangus ir kol kas mažai ištirtas.

Bandymai gauti elektroterminiu būdu visai gryną metalą iki šiol nedavė teigiamų rezultatų. Svarbiausia nepasisekimo priežastis yra labai aukšta.

aliuminio atgaivinimo temperatūra, kuri artinasi prie jo virimo temperatūros 1800°, o faktinai reikalinga net dar aukštesnė temperatūra, būtent, iki 2000°. Aliuminio garų kiekis yra tiek didelis, jog jis sunku sulaikyti krosnyje. Be to, aliuminio garai labai lengvai oksiduojasi ir vėl pereina į aliuminio oksidą. Procesas dar apsunkinamas aliuminio karbido atsiradimu pagal formulę: $2Al_2O_3+9C=Al_4C_3+6CO$.

Lengviau gaunami elektroterminiu būdu aliuminio lydiniai. Jeigu aliuminis verda 1800° temperatūroje, tai varis verda tik 2300° t-je. Esąs krosnyje sulydytas varis pagauna ir tirpdo savyje aliuminio garus jų atsiradimo momentu ir tuo būdu gaunamas lydinys. Silicio virimo temperatūra dar aukštesnė, būtent, 2600°, o geležies 3000°, todėl šie komponentai dar geriau tirpdo aliuminio garus. Lydiniuose geležis-aliuminis, silicis-aliuminis, aliuminio koncentracija didesnė, negu lydinyje varis-aliuminis. Buvo gaunami lydiniai net su 75% aliuminio. Tačiau didelis aliuminio ir silicio % daro lydinį labai lengvą ir todėl sunkiai atskiriamą nuo šlakų. Techniškuoju atžvilgiu įdomiausi yra lydiniai aliuminio su siliciu, gaunami elektroterminiu būdu, kadangi tokiems lydiniams gauti, kaipo žaliava, galima vartoti molis, kaolinas ir kai kurios blogesnės rūšies rūdos.

Yra užpatentuota labai daug būdų silicio aliuminiui gauti; pavyzdžiui daromi briketai iš kaolino su naftos koksu ir smalos mišinio, kartais dar pridedama kalkių, vadovaujantis tuo, kad pasidaręs kalkių karbidas padeda aliuminiui atgaivinti (AL_2O_3). Spėjama, kad galima aliuminis gauti iš aliuminio karbido, kuris tam tikroje temperatūroje skaldosi į aliuminį ir C. Iš gautų elektroterminiu būdu aliuminio lydinių gaunamas rafinuotas metalas, net grynesnis negu iš paprastai elektrolizės būdu gauto aliuminio. Tačiau Hoopes'o vonioje gali būti rafinuojamas tik aliuminio su variu lydinys, geležies-aliuminio lydinio lydymosi temperatūra per aukšta, o anodinis lydinys turi būti visiškai skystas. Silicio-aliuminio lydinio lyginamasis svoris yra per mažas, kad metalas galėtų nusėsti į vonios dugną. Geriausiai tinka rafinuoti vario aliuminio lydiniai, silicio priemaišos nuo 2 iki 30% net pagerina procesą, darydamos anodinį lydinį skystesnį. Tačiau geležis ir titanas anodiniame lydiny nepageidaujami. Tokiu būdu aliuminio lydiniams gauti elektroterminiu būdu geriau tinka molis su mažu geležies kiekiu. Galima vartoti ir kitą medžiagą, jeigu iš jos iš anksto pašalinta geležies priemaiša. Lydant rūdas su nedideliu anglies kiekiu, norint gauti fero-silicį, geležis ir titanas savaime pašalinami. Gaunamas šioje operacijoje šlakas turi daug aliuminio, kuris kitoje krosnyje sulydomas su atitinkamu vario ir anglies kiekiu, kad susidarytų anodinis lydinys. Jeigu lydinyje silicio kiekis yra nedidelis, tai gali būti pridedamas smėlio pavidalu. Toks lydinys rafinuojamas Hoopes'o vonioje. Dabar plačiai vartojami šių laikų pramonėje aliuminio lydiniai gali būti gauti ne iš gryno metalo, o betarpiškai iš rūdų, pavyzdžiui, siluminas plačiai vartojamas avio ir automobilių pramonėje. Aišku, kad toks būdas yra ekonomiškesnis negu parengimas lydinių iš gryno metalo.

Pakartotinis aliuminio atmatų lydymas.

Dirbtuvėse, kur gaminami aliuminio dirbiniai, visados gaunama daug visokių rūšių atmatų, pav., drožlių, apipiovų, piūvenų, o liejyklose taip pat yra visokių rūšių atmatų, todėl šių atmatų išnaudojimas sudaro svarbų uždavinį. Suprantama, kad, turint užterštas įvairia medžiaga atmatas, kaip formavimo žemę, alyvą, kitų metalų atmatas, šis klausimas yra sunkiai išsprendžiamas. Todėl jau tokiose dirbtuvėse kreipiamas dėmesys, kad aliuminio atmatos nebūtų sumaišomos su kita medžiaga, o liejyklose atmatos sijojamos. Metalų perlydymas iš atsijotų trupmenų neapsimoka, todėl tokios liekanos siunčiamos į chemiškus fabrikus, kur iš jų gaunamos aliuminio druskos. Buvo bandoma gauti aliuminis iš visokių atmatų, o taip pat jo karbidų, nitridų, oksidų elektrolitiniu būdu. Bet toks perdirbimas, net esant mažam geležies ir silicio kiekiui, labai sunkus ir brangus. Yra būtinas naujo aliuminio oksido 50% priedas, kad procesas pasisektų. Paverstas į dulkes, aliuminis, būdamas suspenzuoto pavidalo, elektrolite išskiria labai daug šilimos, o esant karbidų ir nitridų priemaišoms, elektrolitas darosi toks tirštas, jog elektrolizės eiga beveik sustoja. Užterštų kitų metalų priemaišomis aliuminio atmatų dabartiniu metu apdirbti neapsimoka. Geriausiai tinka pakartotiniam lydymui aliuminio lapų apipiovos, beveik neužterštos kitais metalais. Tam reikalui vartojamas pirmą kartą pritaikytas Neuhasen'o kompanijos pudlingavimas. Pagal šį būdą, aliuminio apipiovos įdedamos į tigelius, vienas trečdalis kurių pripildomas šviežiu sulydytu metalu. Dėl staigaus apipiovų panėrimo į sulydytą metalą ir aukštos putų sluogsnio temperatūros, metalas ne labai tesudega. Turint švarių apipiovų, išdegimas siekia 8%, o esant nešvariai medžiagai, išdegimas siekia iki 20%. Jeigu, kaipo fliusus, vartoti fliuoritus, tai metalo gaunama iki 95%. Fliuoritas vartojamas su valgomąja druska kiekyje 15,85%; o bendras fliusų kiekis sudaro 20—50% metalo kiekio. Lydymo temperatūra 900°. Vartojant tokį fliusą, nereikalingas maišymas, todėl išlaidos darbininkams mokėti mažėja, be to, mažėja išlaidos kurui ir fliusui.

Buvo dedama pastangų patobulinti šie būdai. Weber pasiūlė vartoti fliusą iš sunkiųjų metalų fliuoro junginių arba šarminių metalų fliuoro junginių su kitais sunkiųjų metalų junginiais, pavyzdžiui, chloro rūgšties cinko druskos su fliuoro rūgšties natrio druskomis. Tokiam procesui ypatingai tinka cinko, vario ir nikelio fliuoro junginiai. Šių druskų didelio lyginamojo svorio dėka, dalelės giliai pasineria į ištirpdytą metalą, kur ištirpdo aliuminio oksidą ir sudaro aliuminio fliuoro junginius, kurie pasikelia kartu su kitais užteršimais į paviršių ir sudaro ten šlakus su fliuoro rūgšties šarminių metalų druskomis.

Firma Griesheim-Elektron užpatentavo būdą metalui, ypač aliuminiui ir aliuminio magnio lydiniams, gauti iš atmatų. Atmatos sulydomos 480° temperatūroje su nedideliu chloro rūgšties magnio kiekiu ir maišomos, kol visas magnio chloridas susilydys į vieną gabaliuką su kitomis priemaišomis ir nusileis į tigelio dugną, tuomet išpilamas grynas metalas. Vietoje magnio chlo-

rido, galima vartoti karnalitas ir karnalito su magnio chloridu mišinys. Jeigu lydinyje yra magnio, galima tiesiog įvaryti sausas chloras. Paėmus magnio chlorido 60—80 kilogramų ir 1000 kilogramų aliuminio atmatų, per vieną dvi valandas buvo gaunama 96—98% gryno metalo.

Elektros įrengimas aliuminio fabrikuose.

Aliuminiui iš aliuminio oksido gauti, kaip jau buvo anksčiau aprašyta, reikalinga nuolatinė didelės jėgos srovė; kiekvienai elektrolitinei voniai reikalinga 5—7 V, todėl, geresniam darbo našumui pasiekti, vonios statomos serijomis. Praktikoje elektros suskirstymas yra gana įvairūs ir pareina nuo vonios dydžio ir nuo gaminamo metalo, ir kiekviename fabrike, žiūrint vietos sąlygų, elektros įrengimas yra šiek tiek skirtingas. Vidutiniškai priimta vartoti srovė nuo 200 iki 600 voltų, o kiekvienoje vonioje srovės jėga svyruoja nuo 8.000 iki 30.000 amperų. Kai kuriuose fabrikuose kiekviena vonia maitinama atskiru srovės generatoriumi, kuris varomas nuo bendro turbinos veleno arba nuo kito kurio motoro. Kitą kartą generatoriai sujungiami lygiagrečiai su svarbiausiais laidais, nuo kurių srovė perduodama atskiroms vonioms. Toks srovės paskirstymas galimas tik ten, kur aliuminio fabrikas įrengtas greta hidraulinės arba šiaip kurios šiliminės elektros gamyklos. Tačiau daugelyje hidroelektrinių gamyklų nėra atitinkamų sąlygų aliuminio fabrikui steigti. Labai dažnai atsitinka, kad elektrolitinis fabrikas negali išnaudoti visos hidraulinės elektros stoties energijos kiekio; elektra naudojama tuomet kitiems reikalams. Susidarius tokioms aplinkybėms, centralinė elektros stotis gamina kintamąją srovę, kuri transformuojama į aukšto įtempimo srovę ir perduodama į didelius atstumus. Gaunamoji elektrolitiniame fabrike aukšto įtempimo srovė vėl transformuojama voltažui sumažinti ir umformeriais paverčiama į nuolatinę reikalingo įtempimo srovę. Vonių linijos gali būti taip sutvarkytos, jog kiekvienas umformeris arba keli umformeriai teikia srovę tik vienai vonių linijai, arba keli umformeriai gali dirbti lygiagrečiai, tekant srovei į šinų sistemą, ir tuo būdu vonių eilė gauna nuo šių šinų srovę lygiagrečiai. Pastaroji sistema yra tobulesnė, kadangi, reikalui esant, galima sustabdyti bet kurią vieną mašiną, nenutraukiant bendros instaliacijos veikimo.

Aliuminio gamybos savikaina.

Svarbiausias išlaidas aliuminio gamyboje sudaro žaliavos kaina, t. y. aliuminio oksido, kriolito, fiuoro rūgšties aliuminio, elektrodų, o paskui elektros energijos ir darbo jėgos kaina. Pagal Lodin'o duomenis, paskelbtus Annales des Mines Mémoires, $\frac{\text{ser. 10, 16, 447}}{\text{10, 16, 447}}$ 1909 pagaminti 100 kilogramų aliuminio oksido reikalinga vienas su puse darbininko, elektrodams pagaminti du darbininkai, elektrolizei du su puse darbininkų. Winteler duoda tokius išlaidų ir

pajamų duomenis aliuminio fabrike, kur nuolatinio veikimo vonių galingumas 2000 kilovatų.

Aliuminio oksido 3000 klg.	3000 lt.
Kriolito 300 klg.	350 „
Fliuoro rūgštis aliuminio 300 klg.	300 „
Elektrodų 1500 klg.	1200 „
Elektros energijos 48.000 klw.	720 „
Darbas	400 „
Apšildymas ir šviesa	30 „
Remontas	150 „
Bendros išlaidos	100 „
Mokesčiai ir draudimas	200 „
Amortizacija	100 „
Iš viso	6530 lt.

Gauta aliuminio 1330 klg arba vienai tonai 4910 lt.

Procentais apskaičiuojama taip:

Pamatinė medžiaga	57%
Elektrodai	18%
Elektros energ.	11%
Darbas	6%
Gamybos išlaidos	4,80%
Procentai kapitalui	2%
Amortizacija	2%

Šie praktiškieji duomenys yra labai įdomūs. Metalo kaina pareina visų pirma nuo pradinės medžiagos kainos, ypač aliuminio oksido. Aliuminio oksidas yra pigiausias ten, kur randamas boksitas, natrio oksidas, arba soda ir ir anglis. Todėl įmonės, gaminančios aliuminio oksidą, būna dažnai gana toli nuo įmonių, gaminančių metalą; transporto išlaidos čia nevaidina žymios rolės.

Yra pažymėtinas elektrodų vartojimas. Pagal Winteler'io duomenis vienam kilogramui gryno metalo gauti išeina 1⅛ kg. elektrodų, tuo metu dabar yra nustatyta elektrodų eikvojimas 0,8 kg 1-am kg aliuminio. Elektros energijos kiekis 1 kg 36 kW . V taip yra per didelis ir rodo, kad procesas buvo varomas su elektros energijos nuostoliais, kadangi dabartiniu metu elektros energijos kiekis 1 kilogramui sudaro 25 kW . V, tačiau nustatyta jo kaina apie 1,5 cent. kW . V mažai atsiliepia galutiniam rezultatui. Gamybos kainoje Winteler'io nurodytame pavyzdy energijos kaina sudaro apie 10% savikainos, bet jeigu priimti domėn, kad iš tikrųjų elektros energijos kaina yra kelis kartus didesnė, tai išlaidos elektros energijai sudaro labai žymią poziciją. Todėl aliuminio (metalo) fabrikai dažniausiai steigiami prie hidrau-

linių elektros centralinių stočių. Pagal Winteler'į, aliuminio tonos kaina sudaro 4910 lt., o Clachee. British Al. Co nurodė kainą 3510 litų ir pagaliau Collet norvegų fabrikuose duoda savikainą 2500 litų. Pagal francūzų literatūros duomenis, aliuminio kaina, išreikšta procentais, atrodo taip:

AL_2O_3	— 38%
Elektrodai	— 20%
Elektros energ.	— 17%
Kita medžiaga	— 5%
Darbas	— 10%
Bendros išlaidos	— 9%
Amortizacija	— 1%
Iš viso	100%

Tuo būdu priimant metalo tonos kainą 4000 lt, (tokia kaina galima gauti aliuminis Lietuvoje iš užsienių), energijos kaina bus tokia:

$$\frac{1000 . 4000 . 0{,}17}{25 . 000} \quad 2{,}72 \text{ ct. už kW. V.}$$

Aliuminio savumai.

Aliuminis, pirmą kartą gautas prieš 100 su viršum metų, palyginus su tokiais metalais, kaip auksas, sidabras, varis, geležis, kurie yra žinomi daugiau kaip 1000 metų prieš mūsų erą, yra labai jaunas techninis metalas, tačiau per paskutinius du amžius aliuminio pritaikymas pramonėje sparčiai auga, ir galima net pasakyti, kad kasdien randamos naujos technikos šakos, kur vartojamas aliuminis. Aliuminio išsiplėtimas užkariauja tokias sritis, kur pirmiau viešpatavo varis ir geležis, ir palengvina išspręsti naujus kylančius technikoje klausimus.

Tokio aliuminio išsiplėtimo priežastys pareina nuo jo ypatingų savumų.

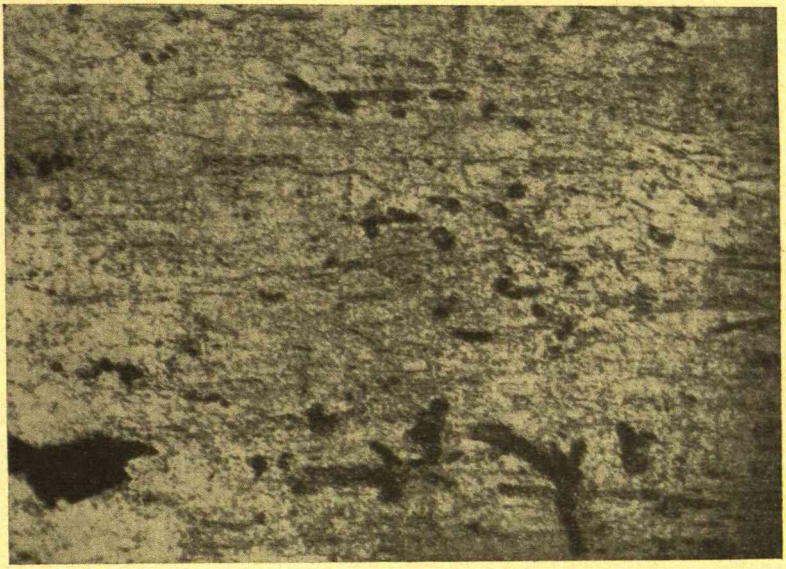
a) Fiziniai ir mechaniniai savumai.

Iš pažiūros aliuminis yra metalas sidabro spalvos, paprastai truputį aptrauktas matiniu sluogsniu dėl susidariusios labai plonos oksido plėvelės.

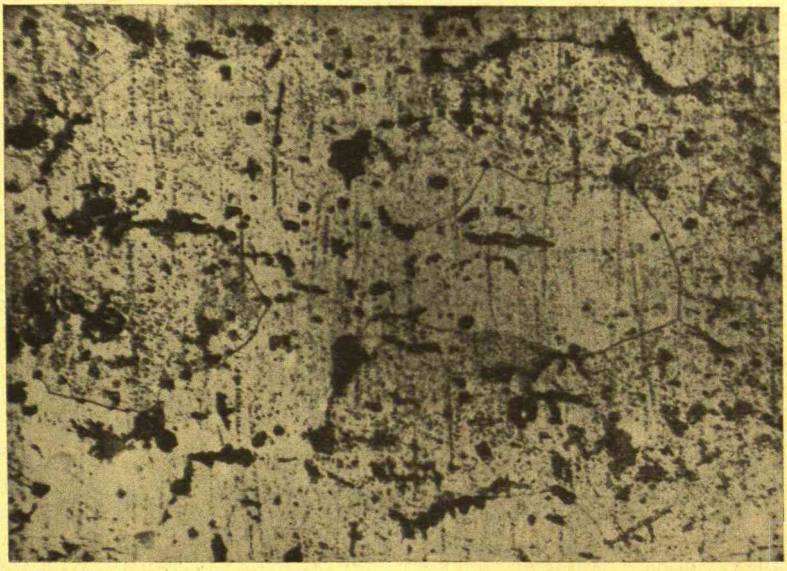
Kai kuriems namų ruošos ir meno daiktams ypatingai turi reikšmės metalo blizgesys ir jo spalva, todėl aliuminis, kurio spalva sidabriško baltumo su mėlynu atspalviu, sudaranti tarpinę spalvą tarp sudabro ir platinos, o ypač jo matinis paviršius ne visai tinka šiems daiktams gaminti. Aliuminio blizgesys galima padidinti, jeigu gerai poliruotą jo paviršių paveiktų fliuoro rūgštimi, kuri suėda paviršiuje geležies ir silicio priemaišas. Bet toks blizgesys taip pat yra nepastovus ir su laiku paviršius nuo deguonies veikimo apsitraukia matine aliuminio oksido plėvelė, todėl toks poliruotas aliuminio paviršius turi būti padengtas tam tikro lako sluogsniu. Naujai padaryta aliumininė viela ir ploni lapai labai gražiai blizga, tačiau nustoja savo gražumo, apdirbant metalą geležiniais įrankiais, ypač jeigu metalas šildomas. Perva-

rant aliuminį per valcus arba kalant jį, paviršius taip pat pagauna tam tikrą geležies kiekį ir nustoja savo blizgesio, tačiau paveikus paviršių praskiesta fliuoro, druskos arba azoto rūgštimi, šis blizgesys galima grąžinti. Labai gražus matinis paviršius gaunamas veikiant aliuminį natrio oksidu iki mažų pūslelių pasirodymo, o paskui gerokai praplaunant vandeny ir azoto rūgšty. Tuo būdu pasidaro paviršiuje labai plonas oksido sluogsnis, per kurį peršviečia metalas.

Tačiau technikoje neturi tiek reikšmės aliuminio išorinis pavidalas, kiek jo mechaniniai bei cheminiai savumai, kurie pareina nuo mažo jo lyginamojo svorio ir nuo jo išvidinės struktūros. Pastaruoju laiku daroma šioje srityje daug bandymų. Pagrindinis tiek gryno metalo, tiek ir jo lydinių mikrostruktūros ištyrimas padeda susipažinti su jo mechaniniais bei metalurginiais savumais. Jau nuo Devill'o laikų (1860 met.) yra žinoma, kad aliuminis, kaip ir kiti metalai, turi kristalinę struktūrą, ir jo kristalai priklauso taisyklingai sistemai. Kristalų dydis yra metalo sustingimo momento funkcija. Juo greičiau sustingsta metalas, juo mažesni kristalai. Be to, kristalų dydis pareina ir nuo priemaišų: nuo geležies priemaišų kristalai būna didesni. Tas aiškinamo tuo, kad aliuminio-geležies junginio kristalai (pagal Guayer Al_3Fe), kurie išsiskiria iš skystos fazės, sudaro kristalizacijos centrus; būnant silicio priemaišoms, gali pasidaryti ir ferosilicidai. Sudarius tam tikras sąlygas, mechaninių ir terminių apdirbimu buvo pasiekta, kad pavyzdys iš gryno aliuminio buvo vienakristalis, t. y. kad jo struktūra susidarė iš vieno kristalo. Iš tokio vienakristalio gabaliuko Scherrer rentgenoskopiniu metodu, pagal Laue, nustatė aliuminio kristalo erdvės krotelę, t. y., nustatė atomų paskirstymą. Jis suradęs, kad erdvėje aliuminiui, kaip ir visiems beveik kristalams, taisyklingos sistemos atitinka 14 atominė kubinė krotelė, kurioje 8 atomai sutampa su kubo kampais; kubo briaunų ilgis $4{,}07 \times 10^{-8}$, o kiti 6 atomai sudėti kubo briaunų viduje. Greit sustingusiame metale pro mikroskopą galima pastebėti atskiras išsišakojusias adatėles. Pavyzdys veikiamas 0,1% tirpinio $NaOH$ ir 10% spirito; kristalo briaunos matomos ne labai aiškiai, bet galima pastebėti rudi $CuAl_2$ ir mėlyni Mg_2Si intarpai. Tokia dendritinė struktūra yra matoma greit sustingusių metalų paviršiuje, gilesniuose sluogsniuose struktūra yra grūduota. Esant dideliam kiekiui sunkiai lydančiųsi metalų, pav., geležies, silicio, kurie pradeda kristalizuotis anksčiau kaip metalo masė, susidaro toki stambiai grūduota struktūra, jog toks metalas netinka technikoje vartoti. Stambiai grūduotos struktūros metalas yra labai trapus, o grynas aliuminis pasižymi savo diržingumu, jo lūžis turi smulkių grūdų struktūrą. Nuo mechaniškojo apdirbimo struktūra darosi grūduota. Valcavimas ir kalimas ardo kristalus ir paskatina susidaryti smulkių grūdų struktūrai, padidina jo trūkimo ribą, kietumą ir standumą. Nuo tolimesnio glijavimo temperatūroje apie 400° C vyksta rekristalizacija ir atitaisymas mechaninių savumų, tačiau apdirbto ir glijuoto metalo struktūra žymiai skiriasi nuo lieto metalo struktūros. Šaltai apdirbto ir to pačio metalo glijuoto 400° temperatūroje struktūra parodyta brėž. 7 ir 8.



7 brėž. Šaltai apdirbto metalo struktūros pavyzdys, paimtas iš mūsų intendantūros indų (Al—99% Si—0.4%).



8 brėž. Struktūra to paties metalo, rekristalizuoto 400° temperatūroje per 8 valandas.

Lieto aliuminio traukimui atsparumas sudaro 10—12 kg/mm², likusis ištįsimas siekia 3%, t. y., kad jo stiprumas beveik yra lygus špyžiaus stiprumui. Šaltai valcuoto arba šaltai kalto metalo stiprumas yra lygus bronzos stiprumui. V lentelėje parodytas aliuminio mechaninių savumų kitimas pareinąs nuo šalto apdirbimo.

V lentelė

Piūvio sumažinimas valcavimu arba kalimu	Neglijuotas		Glijuotas	
	Trūkimo riba kg/mm²	Ištįsimas % %	Trūkumo riba kg/mm²	Ištįsimas % %
20 : 1	23,5	4,3	10,00	20
80 : 1	27,00	4,2	8,1	19

Aliuminis, su sukietėjusiu paviršium dėl jo šalto apdirbimo, kurio trūkimo riba 27 kg/mm², visiškai nėra trapus ir gali būti sulenktas kampu 360°. Bet jeigu toks metalas turi būti dar apdirbamas spaudimu, traukimu, valcavimu, presavimu, kalimu arba štampavimu, tai metalas glijuojamas temperatūroje nuo 400 iki 500° C ir paskui palengva atšaldomas. Aliuminio glijuota 2,5 mm diametro viela turi laikinį trūkimo atsparumą 25 kg/mm².

Le-Châtelier nustatė lieto aliuminio trūkimo ribas įvairiose temperatūrose:

Temper. C	15	100	150	200	250	300	400
Trūkimo riba	18,7	15,2	12,9	10,5	5,7	5,7	2,4

Valcuotas trauktas aliuminis gerai spyruokliuoja ir yra gana kietas. Tamprumo modulis 6.500 iki 7.500, t. y. keturis kartus didesnis už švino modulį, dukart mažesnis už vario modulį ir triskart mažesnis už plieno modulį. Temperatūroje 200° C jis mažėja 20%.

Didėjant temperatūrai, žymiai didėja aliuminio valkumas ir plastingumas, kas palengvina gaminti ploniausią popierį ir vielą, kaip iš aukso ir sidarbo. Tikrų nurodymų, iki kurio laipsnio reikia šildyti aliuminį, kad galima būtų valcuoti ir traukti, dar nėra; paprastai metalas įkaitinamas iki tokios temperatūros, kad, palietus jį labai plona egline balanėle, ji pradeda rūkti, kas atsitinka esant maždaug 430° temperatūrai. Skiriamų apdirbimui luitų struktūra turi būti smulkiai grūduota. Todėl luitai, skirti valcuoti, išliejami špyžinėse formose, kur metalas greit sustingsta. Dabartiniu metu valcuoti skirti luitai išliejami nuo 40 iki 1000 kg. svorio.

Atominis aliuminio svoris 26,97.

Lyginamasis svoris 20° C temperatūroje 2,7061.

Pagal Drislée:

Sulydyto aliuminio 700° temperatūroje lyginamasis svoris 2,54.

Valcuoto aliuminio lyginamasis svoris 2,7089.

Traukto aliuminio 2,7090.

Mikroskopinis tyrimas parodė, kad šaltai apdirbant aliuminį nyksta kristalinė lieto metalo struktūra, kuri gali būti atgauta glijavimo būdu. Aliuminis, esant atmosferinam spaudimui, pradeda garuoti 1800° temperatūroje. Jo lydymosi temperatūra 658°. Paslėptos lydymosi šilimos kiekis 992 cal/gr.

Akustinės aliuminio ypatybės pareina nuo jo standumo ir tankumo. Akustinis aliuminio laidumas sudaro 500 metr./sek., t. y., jis yra beveik lygus stiklo ir plieno akustiniam laidumui; dukart didesnis už akustinį sidabro laidumą ir 4 kart didesnis už švino laidumą.

Aliuminio skambėjimas labai gražus, pagal Faraday'ų galima aiškiai atskirti du tonus, atitinkančius skersinį ir išilginį piūvį. Nors tokios geros akustinės aliuminio ypatybės, iki šiol jis mažai buvo vartojamas varpams ir skambučiams gaminti.

Aliuminis lydosi apytikrai 658° temperatūroje, t. y. tamsiai raudonojo įkaitinimo temperatūroje. Sulydytas aliuminis labai gražiai blizga, kylant temperatūrai darosi labai skystas ir labai gerai pripildo mažiausias formų detales. Jei sulydytas aliuminis tirštas, tai jis nešvarus: jis yra aliuminio oksido užterštas. Esant dideliam oksido kiekiui, sulydytas aliuminis limpus ir yra košės pavidalo. Tačiau reikia pastebėti, kad aliuminio oksidacija neprasideda šviesiai raudono kaitinimo metu, ji prasideda tik temperatūroje apie 900°. Ataušdamas aliuminis iš lėto tirštėja; t. y., perėjimas nuo skysto į kietą stovį vyksta palengva. Tas rodo, kad kristalizacija prasideda ne tik paviršutiniuose, ataušinamuose, sluogsniuose, bet taip pat ir metalo gilumoje. Tas aiškinama tuo, kad vadinamajame gryname aliuminyje yra tam tikras kiekis priemaišų, kurių lydymosi temperatūra yra aukštesnė ir kurių kristalizacija prasideda anksčiau kaip aliuminio kristalizacijos pradžia. Pagaliau ta aplinkybė, kad grynas aliuminis neturi tikrai nustatytos lydymo temperatūros, rodo, kad aliuminio sušildymo ir sustingimo procesai yra panašūs į lydinių sustingimo procesą.

Aliuminio virimo temperatūra 1800°. Nors aliuminio lydymosi temperatūra palyginti yra ne aukštesnė kaip 658° C, tuo tarpu sidabro lydymosi temperatūra 961°, vario 1084° ir geležies 1200—1400°, tačiau jam sulydyti reikalingas didelis šilimos kiekis ir gana daug laiko. Tas pareina nuo to, kad aliuminio lyginamoji šilima, o taip pat jo slaptoji lydymosi šilima yra labai didelė. Norint įšildyti vieną kilogramą aliuminio 1-nu laipsniu tarpe nuo — 80° iki — 15° C, reikalinga 0,198 cal., o nuo — 15° iki 180° — 0,219 cal. ir temperatūroje, artimoje aliuminio lydymosi temperatūrai, — 0,309 cal. Tuo būdu aliuminio šilimos talpumas beveik dukart didesnis už vario ir geležies šilimos talpumą. Tuo aiškinamas lengvas metalo sustingimas tigeliuose ir formose.

Išimtas iš krosnies tigelis su nuo 20 iki 30 kilogramų sulydyto liuminio iki raudono įkaitinimo temperatūros sustingsta tik per 40—50 minučių ir pasilieka raudonas dar ilgai po to, kaip tigelis visai patamsės. To dėka aliuminio

liejimai galima atlikti palyginti neaukštoje temperatūroje. Geriausia pilti aliuminį į formas perkaitintą 10° aukščiau lydymosi temperatūros. Kad perkaitintas aliuminis greičiau atšaltų, prie sulydytojo metalo priedama į tigelius dalis šalto metalo. Aukšta slaptoji lydymosi šilima 240 cal., aukštas jos šilimos laidumas, jo didelis ištįsimas ir jo subėgimas aplamai sudaro sunkumus aliuminio liejininkystėje.

Absoliutinis aliuminio šilimos laidumas — 0° temperatūroje 34, 35, o 100° temperatūroje 36,19, — yra vidutinis šilimos laidumas tarp aukso ir platinos; jis yra dukart didesnis už geležies laidumą ir sudaro ½ vario ir ⅓ sidabro laidumo. Tas reiškia, kad kiekvienas kvadratinis mm aliuminio plokštelės, 1 mm storio, kurios priešingų galų temperatūros skirtumas yra 1° C, per vieną sekundę praleidžia tokį šilimos kiekį, kuris galėtų pakelti per 1° C temperatūrą 34,35 iki 36,19 mg vandens. Šilimos išilginio skėtimosi koeficientas kambarinėje temperatūroje yra 0,00002218; temperatūrai krintant jis mažėja ir — 190° temperatūroje skėtimosi koeficentas — 0,0000184, o 100° temperatūroje — 0,000024. Pagal Sander'į išilginio skėtimosi koeficientas temperatūrų ribose 15—600° kinta pagal lygtį:

$$L_1 = L_0 + [1 + (21{,}90\ t - 0{,}012\ t^2)]\ 10^{-6}$$

Didžiausių sunkumų liejininkystėje sudaro aliuminio subėgimas, siekiąs 1,8%.

Ypatingai svarbūs elektriškieji aliuminio savumai, kurių dėka aliuminis vis daugiau įgyja reikšmės elektrotechnikoje; po vario jis užima 1-mą vietą, o ekonominiais sumetimais kartais teikiama jam pirmenybė. Elektrine varža aliuminės vielos, turinčios 99% gryno aliuminio, vienam kv. mm piūvio ir 1 metro ilgio 0,0295 omų. Temperatūrinis varžos koeficientas, t. y. varžos padidėjimas, didėjant temperatūrai per 1° C ribose nuo 0 iki 30°, — 0,0029. Paviršutinio sukietėjusio sluoksnio buvimas taip pat didina elektrišką varžą, bet glijavimu galima vėl jį sumažinti. Mažiausią elektros varžą turi metalas, glijuotas 250° temperatūroje. Toje temperatūroje metalo struktūra nekinta, kadangi rekristalizacija prasideda žymiai aukštesnėje temperatūroje; glijuojant dar aukštesnėje temperatūroje kaip 250°, jo varža didėja. Prasidedant rekristalizacijai, varža dar darosi didesnė, taip pat, didėjant priemaišų kiekiui didėja varža arba, kitaip sakant, mažėja jo elektriškas laidumas. Tai buvo patikrinta Richards'o, kuris lygina aliuminio elektros laidumą su įvairių priemaišų kiekiu, su gryno vario elektros laidumu, kuris jo priimtas 100%. Richards'o duomenys parodytos VI lentelėje.

VI lentelė

Aliuminis su Al kiekiu	100%	99,75%	99,50%	99%	98,50%
Elektros laidumas, palyginus su vario laidumu	66%	63—64%	61%	59%	55%

Naujesni tyrimai parodė, kad elektros laidumas tokiame aliuminy, kurio grynumas didesnis kaip tam tikros normos, yra mažesnis, ir dar paaiškėjo, kad glijuoto 250° C metalo su 99,6% *Al* laidumas yra aukštesnis už aliuminio laidumą su 99,9% aliuminio.

Kai kurios fizinės ir elektrinės praktiškai naudingos aliuminio ypatybės pareina nuo to, kad nuo atmosferinių reiškinių aliuminis apsidengia plonu oksido sluogsniu, kuris veikia panašiai į tepalą, trukdydamas jį sušlapinti vandeniu. Pavyzdžiui, Electric World praneša, kad Šiaurinėje Jungtinių Amerikos Valstybių dalyje aliuminio laidai geriau išlaiko sniego audras ir ledą už vario laidus oksidų sluogsnio dėka, kadangi sniegas visai prie aliuminio laidų nelimpa. Čionai žymios reikšmės turi dar ir terminės aliuminio ypatybės, kadangi aliuminio laidai daugiau ištįsta ir išsilenkia, todėl lašai negali susilaikyti. Kadangi oksido sluogsnis pats sudarė elektros izoliaciją, tai pasirodė, kad galima vartoti neizoliuotą aliuminio vielą visokioms elektriškoms apsukoms.

Aliuminis, pavartotas kaip anodas įvairių druskų tirpiniuose (sulfatų, karbanatų, fosfatų) dar turi ypatingų elektromechaniškų savumų: iki tam tikro kritiško įtempimo jis nepraleidžia srovės. Tuo savumu pasinaudoja Graetz, sukonstravęs kintamosios srovės lygintuvą, kuris gali būti iš tikrųjų pavadintas elektros vožtuvu. Turint galvoje visas aukščiau aprašytas aliuminio ypatybes, reikia pastebėti, kad, kaipo techniškas metalas, jis įgyja reikšmės daugiausia dėl jo mažo lyginamojo svorio; vidutiniškai lyginamasis aliuminio svoris 2,7, vario svoris 8,9, o geležies 7,6, tuo būdu aliuminis 3 su viršum kartų lengvesnis už varį ir 3 kartus beveik lengvesnis už geležį, nelyginant jo su švinu, kuris sunkesnis 4 kart, — jo lyginamasis svoris 11,4.

Iš technikinių metalų tik magnis yra lengvesnis už aliuminį; magnio lyginamasis svoris — 1,74.

Kadangi elektros laidumas vidutiniškai sudaro 60% vario laidumo, o jis yra 3 kart lengvesnis už varį, tad iš karto matome, kad to pačio svorio aliuminio laidai gali praleisti dukart didesnį elektros kiekį, arba perduoti tam tikram elektros energijos kiekiui reikalinga pagal svorį dukart mažiau aliuminio negu vario.

b) Cheminiai savumai.

Visų pirma aliuminis charakteringas tuo, kad jis labai lengvai susijungia su deguonimi. Dėl to aliuminis ore apsitraukia ploniausiu oksido sluogsniu, kuris darosi toliau labai pastovus ir apsaugoja aliuminį nuo tolimesnės korozijos. Net sulydytas aliuminis apsidengia tokia pat oksido plėvele. Tuo būdu jo palinkimas jungtis su deguonimi, kuris stengiasi suardyti metalą, yra jo pastovumo priežastis: metalo oksidavimo dėka susidaro oksido plėvelė, kuri jį toliau apsaugoja nuo deguonies veikimo.

Nuo to pareina aliuminio dirbinių pastovumas. Kita vertus, kadangi aliuminio oksido lydymosi temperatūra labai aukšta (2050°), tai šis oksido sluogsnis trukdo aliuminį sulydyti ir suvirinti.

Aliuminis, jo didelės giminystės su deguonimi dėka, išstumia kitus metalus (atgaivina) iš jų oksidų, tačiau tokių reakcijų metu išsiskiria labai daug šilimos ir nepaprastai pakyla temperatūra.

Iš rūgščių stipriausiai veikia aliuminį chloro rūgštis, mažiau sieros rūgštis, o koncentruota azoto rūgštis veikia labai silpnai, kadangi metalas apsidengia $Al(NO_3)_3$ plėvele, kuri azoto rūgštyje netirpsta, tačiau praskiestoje azoto rūgštyje aliuminis tirpsta. Energingai veikia aliuminį šarmai *KOH* ir *NaOH*, dėl jų veikimo susidaro vadinamieji kalio ir natrio aliuminatai.

Svarbiausias chemiškas aliuminio junginys yra jo oksidas Al_2O_3, jis randamas gamtoje kaip mineralas, vadinamas korundas, Al_2O_3. MgO — yra brangus akmuo, špinelis.

Su rūgštimi aliuminis duoda druskas $AlCl_3$, $Al_2(SO_4)_3$ ir kitas, kurios plačiai vartojamos technikoje. Juo grynesnis yra aliuminis, juo jis mažiau pasiduoda korozijai.

VII lentelėje duodama aliuminio savumų santrauka:

VII lentelė

Atominis svoris	26,97
Lyginamasis svoris: temper. 20°	2,70
„ „ „ 700°	2,46
Lydymosi temperatūra: rinkos produkto	658°
chemiškai gryno	660° (apytikriai)
Virimo temperatūra	1800°
Slaptoji lydymosi šilima	77 d. cal.
Slaptoji distiliacijos šilima	7140 d. cal.
Elektros laidumas temper. 20° 99,5% grynumo	34,3 om. mm²/mt.
Lyginamoji varža	0,03 om. mm²/mt.
Elektros potencialas	1,69
Šilimos laidumas	0,504 cal. mct/sek.
Šilimos talpumas 0° temp-je	0,209 d, cal/kg.
Lydymo temperatūroje	0,308 d. cal/kg.
Išilginis skėtimosi koeficientas	0,0000238
Trūkimo atsparumas: lieto	8—10 kg/mm².
valcuoto	18—20 kg/mm².
Brinell'io kietumas: lietas	27
valcuotas	60
Ištįsimas: lieto	3%
valcuoto	5%
Tamprumo modulis	7000 kg.

c) Aliuminis ir dujos.

Tokios dujos, kaip vandenilis, azotas, angliarūgštė ir kitos, tirpsta sulydytame aliuminyje, bet mažai tirpsta sukietėjusiame. Kaip tas pastebima kitų metalų atžvilgiu, ištirpdytų aliuminiuje dujų kiekis didėja, augant temperatūrai. Pagal 'vairių mokslininkų padarytus tyrimus, ištirpdytų dujų aliuminyje kiekis yra maždaug proporcingas kvadratinei šakniai iš dujų spaudimo sulydytojo metalo paviršiuje. Metalui auštant, didelis dujų kiekis išsiskiria, ir todėl dažnai gaunama koringa (gubčataja) liejinių struktūra.

Geriausiai aliuminyje tirpsta vandenilis. XI lentelėje parodyti dujų skiedimosi aliuminyje rezultatai pagal tyrimus, atliktus Jowaze Keizo Japonijoje ir Bircumshaw, Anglijoje.

Czochralsky (Z. Metallkunde, 1922) nustatė kiekį įvairių dujų, ištirpdytų aliuminyje, prisotindamas ištirpdytą aliuminį dujomis įvairiose temperatūrose, ir paskui greit pildamas metalą į formas. Didesnis dujų kiekis išsiskiria sustingimo metu, sudarant koringą metalo paviršių. Czochralsky nustatęs, kad ištirpdytų dujų aliuminyje kiekis tomis pačiomis sąlygomis didėja šia tvarka: azotas, anglies oksidas, angliarūgštė ir vandenilis.

Burcumshaw suradęs, kad išstovėjęs 20 valandų sulydytas metalas vandenilio atmosferoje vis dėlto po truputį praryja dujas. Viena kartą buvo praryta 2,34 cm^3 vandenilio; metalui sustingus po pakartotinio lydimo, šildant vakuume, buvo išskirta 2,36 cm^3 vandenilio.

Kieto aliuminio paviršiuje gerai susilaiko absorbuoti vandens garai. Tas, matyt, pareina nuo aliuminio oksido plėvelės, kuris, kaip žinoma, gerai absorbuoja vandens gerus. Pagal Cohnsteadt'ą (Drudes' Ann.) aliuminio paviršiuje susilaiko vandens gerai, net džiovinant su fosforo anhidridu ir kaitinant jį iki 500° C.

VIII lentelė

Dujų tūris viename grame aliuminio, esant 760 mm atmosferiniam spaudimui, kub. cm.:

Pagal	Vandenilis	
	Temperatūra	Dujų tūris kubiniais centimetrais
Jowaze	659	0,06
	730	0,043
	824	0,110
	873	0,114
	922	0,182
Bircumshaw	670°	0,119

Azotas ir angliarūgštė mažiau tirpsta aliuminyje. Azotas reaguoja su aliuminiu, sudarydamas aliuminio nitridą ir, metalui stingstant, azotas neišsiskiria.

Rafinuoto aliuminio savumai

Rafinuotas aliuminis 99,99% *Al* turi fizinius ir cheminius savumus, kurie žymiai skiriasi nuo tų paprastų techniškojo aliuminio savumų.

a) Mechaniniai savumai.

Rafinuotas aliuminis visų pirma yra žymiai minkštesnis už paprastą techninį aliuminį. Pavyzdžiui galima nurodyti šiuos skaičius:

tamprumo modulis

Rafinuotas aliuminis su 99,98% *Al*	Techniškas *Al* su 99,25%
6700 kg./mm²	6750 kg./mm²

Laikinasis traukimui atsparumas (trūkimo riba) (K_z) ir ištįsimas matomi IX lentelėje.

IX lentelė

Metalo rūšis	Rafinuotas aliuminis				Neraf. alium.	
	99,996 %		99,95 %		99,50%	
	K_z Kg./mm²	Įštįsimas % % l=100 mm	K_z Kg./mm²	Įštįsimas % % l=100 mm	K_z Kg./mm²	Įštįsimas % % =100 mm
Valcuoti lapai	11	5			15	3
Glijuoti lapai . . . . . 3 val. 350° t-je	5,5	55			8	35
Kotai 8,5 mm ⌀, valcuoti šalti ir glijuoti temp. 320° per 2 val.	5,1	43	6,4	42	8,5	30
Lieti smėlyje pavyzdžiai 13,7 mm ⌀	4,9	45	5	37	8	25

Suprantama, kad nurodyti lentelėje skaičiai dar nėra absoliutūs. Sistemiški tyrimai glijuoto ir paviršiuje dėl šalto apdirbimo sukietėjusio rafinuoto aliuminio nėra baigti ir kai kurių tyrinėtojų tebetęsiami toliau.

b) Elektriniai savumai.

Rafinuotas aliuminis yra geresnis elektros laidininkas negu paprastas techniškasis aliuminis, kaip tas rodo X lentelės skaičiai.

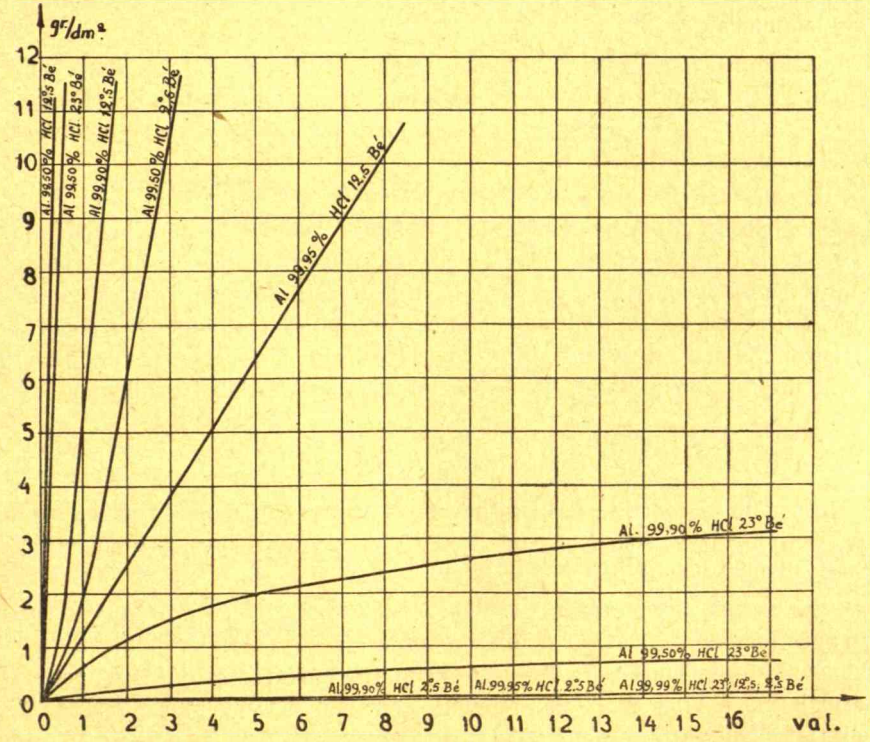
X lentelė

Metalo rūšis	Laidumas 0^0 t-je		Varža Mikrom. cm^2 / cm. prie 0^0	Temperatūr. koefic.
	Palyginus su variu	m / omų mm^2		
Al 99,5 % paviršiuje sukietėjęs . .	61,6	38,6	2,59	0,0040
„ „ glijuotas	62,5	39,2	2,53	
Al rafinuot. 99,95 % paviršiuje sukiet. .	63,8	40,0	2,50	0,0043
„ „ glijuotas . . .	64,5	40,4	2,47	
„ „ 99,99 sukiet.	64,8	40,6	2,47	
„ „ „ glijuot.	65,0	40,7	2,45	
„ „ 99,996 sukiet.	65.0	40,7	2,45	
„ „ „ „ glijuot.	65,7	41,3	2,42	

c) Cheminiai savumai.

Aliuminio atsparumas korozijai, kaip ir kitų spalvotų metalų, auga jo grynumui didėjant.

Rafinuoto aliuminio su 99,99% *Al* atsparumas chemiškam šarmų ir rūgščių veikimui, o taip pat atmosferiniam korozijos veikimui yra nepaprastai



9 brėž. Chloro rūgšties veikimas į aliuminį. Svorio nuostoliai 1 dcm^2/grm. laiko funkcijoje, 15^0 C temperatūroje.

didelis. Toje srityje dar daromi bandymai. Kaipo pavyzdys galima nurodyti rezultatus, gautus veikiant chloro rūgštimi, kuri paprastai yra geriausias aliuminio tirpintojas.

9 brėž. duoti svorio nuostoliai vienam kvadratiniam decimetrui įvairaus sąstato metalo, paveikto įvairių koncentracijų rūgštimi. Bandymams buvo paimtos glijuotos plokštelės įvairaus metalo sąstato 100 × 10 × 1 mm dydžio. Plokštelės visų pirma, prieš pradedant bandymus, buvo nuvalytos soda ir paskui paveiktos trijų įvairių koncentracijų chloro rūgštimi. Plokštelės su 99,5% *Al* per pusę valandos beveik visai ištirpo *HCl*-re 23° ir 12,5° Baumé; per tris valandas, veikiant chloro rūgštimi 2,5°, Baumé's plokštelė nustojo svorio 11 gr/dcm²; tuo metu plokštelė iš metalo su 99,99% *Al* nustojo svorio 0,06 gr/dcm.² per 16 valandų, veikiant koncentruota *HCl* rūgštimi, ir 0,044 gr/dcm² per 52 valandas, veikiant 2,5° Baumé's chloro rūgštimi.

Rafinuoto aliuminio vartojimas

Rafinuotas aliuminis vartojamas ypatingai ten, kur daugiausia turi reikšmės jo atsparumas korozijai. Taip pat turi didelės reikšmės, kad valcuotas, paskui glijuotas rafinuotas aliuminis yra labai lankstus ir labai geras elektros laidininkas.

Dėl didelio chemiškam veikimui atsparumo ir dėl didelio lankstumo, kuris nė kiek nemažesnis už alavo lankstumą, popieris iš rafinuoto aliuminio labai gerai tinka valgomiems dalykams pakuoti, ypač pieno produktams, pav., sūriui, grietinei ir t. t.

Didelis sūrių fabrikas „Graf à Dôle, Bel à Lons-le-Saunier et Picon à Saint-Felix" padarė bandymus, kurie parodė, kad rafinuoto aliuminio popieris geriau tinka įpakavimui negu alavo popieris. Bandymai buvo daromi per tris normalaus sūrio gyvenimo mėnesius įvairiose temperatūrose ir parodė, kad susilietęs su sūriu aliuminio popieris visiškai nepajuodavo, todėl jis geriau tinka pakavimui už alavo popierį. Sūrio konservavimas popieryje $^{12}/_{1000}$ iki $^{15}/_{1000}$ mm storio, be skylių, taip pat pavyko labai gerai.

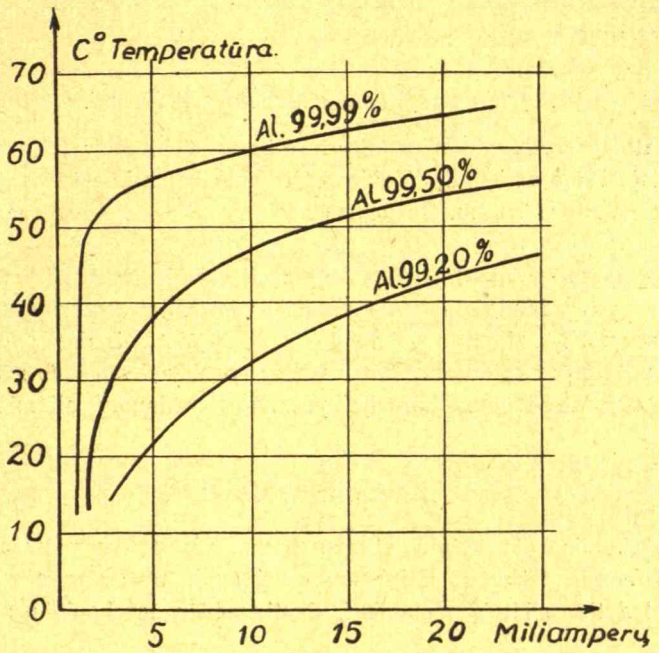
a) Elektrolitiniai kondensatoriai.

Anodinė oksidacija rafinuoto aliuminio įvairiose pramonės voniose (boro rūgšties amoniako, sieros rūgšties ir t. t.) duoda labai lygų ir gerai prilimpantį aliuminio sluogsnį.

Firma „La Societe Als Thom" konstatavo, kad tokie savumai yra labai brangūs perkūnsargius gaminant; perkūnsargis su anodu iš rafinuoto aliuminio rodo labai mažą srovės nutekėjimą. 10 brėžinyje matyti, kad perkūnsargiai tipo *KA* su anodu iš rafinuoto aliuminio dėl nuolatinės srovės 325 voltų 30° temperatūroje turėjo srovės nutekėjimą 0,2 miliamperų ir 2,2 mA, su anodu iš aliuminio 99,5% ir 8 mA su anodu iš aliuminio 99,2%. Skir-

tumas dar didesnis 50° temperatūroje, o tas turi didelės reikšmės karštuose kraštuose.

Jau yra kiek laiko praėję, kaip firma „Als Thom" sistemiškai gamina visas celes elektrolitiniams kondensatoriams iš rafinuoto aliuminio.



10 brėž. Srovės nuostoliai, kaip temperatūros funkcija.

Elektrolitiniai kondensatoriai iš rafinuoto aliuminio rodo mažą srovės nutekėjimą ir esant aukštam įtempimui. Pavyzdžiui, elektrolitiniai firmos „La Société Leclanché" kondensatoriai duoda srovės nutekėjimą 0,2 mA, esant 500 voltų, su anodu iš rafinuoto aliuminio 99,99%, — 0,3 iki 0,5 mA su anodu iš aliuminio 99,85% ir 10 iki 12 mA su anodu iš techninio aliuminio.

b) Metalizacija.

Firma „La Société Nouvelle de Metalisation" sėkmingai vartoja rafinuotą aliuminį jūrininkystėje vartojamiems metaliniams daiktams padengti, apsaugojant juos tokiu būdu nuo jūros oro ir vandens veikimo. Ypatingai daug reikšmės turi rafinuoto aliuminio sluogsniu padengimas daiktų, padarytų iš vad. lengvųjų metalų lydinių: sluoksnis, mažesnio svorio už cinko arba kadmio sluoksnį, labai gerai apsaugoja tokius lydinius nuo korozijos.

Firma „Les Chantiers Aéro-Maritimes de la Seine" vartoja rafinuotą aliuminį dalims iš kalaus plieno ir iš aukšto atsparumo plieno lapams šlakstyti, prieš tai nuvalant jas smėliu. Toks padengimas sveria 90—100 gramų pro metrą², jei sluogsnio storis 0,1 mm.

Buvo atliekami sistemiški bandymai, kad išspręstų, kiek tokia medžiaga pasiduoda korozijai. Aliuminio sluoksniu aptraukti daiktai buvo periodiškai paneriami ir išimami iš paprasto jūros vandens, taip pat buvo veikiami sūriais garais; pasirodė, kad bandomieji gabalai iš plieno, aptraukti rafinuotu aliuminiu, visai nepasikeitė po dviejų bandymo mėnesių jūros vandenyje ir per 200 valandų sūrių garų veikimo.

c) Įvairūs rafinuoto aliuminio pritaikymai.

Numatomas rafinuoto aliuminio vartojimas elektros ir telegrafo kabeliams vietoje švino apdengti. Tokio apdengimo kaina bus ta pati, bet labai daug laimi svorio atžvilgiu. Be to, mechaninis tokio kabelio atsparumas bus dar geresnis.

Rafinuotas aliuminis dar gali būti plačiai vartojamas švariems lydiniams gauti. Yra, pavyzdžiui, konstatuotas aukštas korozijai atsparumas lydinio iš 7—12% magnio ir rafinuoto aliuminio su 99,99% *Al*, ir dar geriau, jeigu magnis bus taip pat rafinuotas. Toks lydinys pasižymi aukštais mechaniniais savumais, o jo atsparumas korozijai yra lygus rafinuoto aliuminio atsparumui*)

Aliuminio lydiniai.

Nors aliuminis, jo fizinių savumų dėka, plačiai vartojamas įvairiose pramonės šakose, tačiau jo išsiplėtimas technikoje būtų apribotas, jeigu jis negalėtų lydytis su kitais metalais ir duoti aukštų mechaninių savumų lydinius.

Iš tikrųjų grynas aliuminis netiktų tokioms detalėms gaminti, kurias ištinka aukšti įtempimai arba trynimasis. Jo valkumas apsunkina jo mechaniškąjį apdirbimą, ir jo atsparumas nėra toks didelis, kad jis galėtų konkuruoti su ketumi arba plienu. Bet aliuminis, sulydytas su vienu arba keliais kitais elementais, įgauna tokius mechaninius savumus, kurie mažai tesiskiria nuo aukštos rūšies plieno savumų.

Aliuminis sudaro lydinius su geležimi, variu, auksu, sidabru, cinku, platina, kobaltu ir nikeliu įvairiausioje proporcijoje, bet su alavu, vismutu, manganu, stibiu ir siliciu aliuminis sudaro lydinius tik su tam tikru šių priemaišų kiekiu.

Kad geriau įsivaizduotume aliuminio metalurgijos progresą, būtent, liejininkystėje, turime grįžti atgal prieš kokį dvidešimt metų. Iš tikrųjų Didžiojo karo pradžioje buvo gaminami aliuminio su kitais metalais lydiniai tik tam, kad padarytų reklamines korteles gimstančios aviacijos motorams, — tai buvo lydiniai su variu ir su cinku. Iš pirmųjų lydinių 8% vario lydinys vartojamas ir dabar tokiems liejiniams gaminti, kur nereikalingas didelis atsparumas. Šis lydinys labai gerai tinka liejininkystei, o jo mechaninė charakte-

*) R- Gadau „Revue de l'Aliuminium" Nr. 70.

ristika patiekiama visiems naudingiems daiktams gaminti, juo labiau, kad trūkimo riba 13—14 kg/mm², ir jo ištįsimas 1—2%.

Lydiniai su cinku yra geresnių mechaninių savumų, tačiau jie blogai išlaiko šildymą ir beveik netinka liejininkystei. Tokie lydiniai praktikoje parodė daug netobulumų dėl tarpkristalinės korozijos, kuri reiškiasi ypač tuomet, jeigu į tokį metalą ilgai veikia įtempimas, kurių veikimas reikia staigiai pertraukti. Paskui, dėl palyginti žemesnės tokios lydinio kainos, buvo ieškoma būdų, kaip pagerinti tokio lydinio savumus, pridedant dar kitus metalus, ir pagaliau apsistota ties tokiu lydiniu: 12—14% *Zn* ir 2—3% *Cu*, kuris turi trūkimo ribą 16—18 kg/mm² ir 3—5% ištįsimą.

Be tokių lydinių, buvo dar mėginta surasti lydinius su kitais komponentais, būtent, siliciu, magniu, manganu ir kit., bet iš viso tokių kombinacijų nebuvo gauta lydinio su patenkinama charakteristika, kad galima būtų tokie lydiniai vartoti.

Tik po karo buvo pradėti rimti tyrimai, kurie visi buvo paremti pudlingavimo metodais, lydinių gamybos technikos tyrimu ir termiško apdirbimo pritaikymu, naujų charakteristikų, pasenėjimo ribų ir korozijai pasipriešinimo nagrinėjimu. Šie tyrimai palengvino surasti lydinius su aukšta mechanine charakteristika, kurie gerai atstoja koroziją ir kurie galėjo patenkinti vis augančius mechanikos ir statybos reikalavimus.

Dabartiniu metu aliuminio lydinių gamybos technika taip aukštai pakilusi, jog visados galima parengti toks aliuminio lydinys, kuris galėtų konstrukcijose pakeisti medį, ketų ir plieną.

Aliuminio lydiniai gali būti priskirti prie dviejų pamatinių grupių; 1) lydiniai liejininkystės reikalams, 2) lydiniai, skirti mechaniškam apdirbimui, kaip valcavimas, spaudimas ir t. t. Prie pirmos grupės priklauso daugiausia lydiniai su variu ir cinku. Tokių priemaišų tikslas — pagerinti liejinių savumus (kad metalas būtų pakankamai skystas, gerai pripildytų formas, nebūtų tuščių tarpų atlieto daikto paviršiuje ir pagaliau, kad palengvintų liejinių apdirbimą staklėse). Priemaišų kiekis pirmoje grupėje svyruoja nuo 2 iki 20%.

Prie antros grupės priklauso labai daug aliuminio lydinių, bet visi tie lydiniai sudaro modifikacijas vadinamojo duraliuminio, susidedančio iš 3½ — 8% vario, 0,5 — 0,1 mangano, 0,4 — 0,5% magnio ir aliuminio. Duraliuminis yra labai aukštų mechaninių savumų, jo atsparumo koeficientas 40 — 45 kg/mm² ir jo ištįsimas 19 iki 22%. Chromonikelinio plieno trūkimo riba 80 kg/mm², bet jeigu įsidėmėsime jų lyginamąjį svorį: duraliuminio 2,8 ir plieno 7,8, tai lyginamasis duraliuminio trūkimo atsparumas bus didesnis 60% už plieno trūkimo atsparumą. Kitaip sakant, kokia nors iš duraliuminio pagaminta dalis, kurios atsparumas bus toks pats, kaip pagamintos iš plieno tokios pat dalies, bus dukart lengvesnė.

Dabar yra be galo daug įvairių aliuminio lydinių, tačiau charakteringiausi iš jų yra tokie:

I grupės lydiniai:

Lejininkystės lydiniai.

Vadinamasis amerikoniškasis lydinys *Al* + 8% *Cu*
„ angliškasis „ *Al* + 12% *Cu*
„ vokiškasis „ *Al* + 3% *Cu* ir 12% *Zn*
Lydinys 5% *Si* ir 4% *Cu*
Vadinamasis Alpax *Al* su 13% *Si* su mažu kiekiui *Cu* arba be jo.
„ Thalassal arba K.S.S. *Al* su 0,8 *Si;* 1,4% *Mn;* 2% *Mg,* 0,2% *Sb.*
„ Depal *Al* su 2% *Cu,* 2% *Mn* ir 2% *Ni.*

Tokie lydiniai vartojami liejininkystėje ir liejami arba į smėlio formas, arba į pastovias metalines formas. Pastarosios formos skiriamos tokiems daiktams lieti, kuriuos veikia mechaniniai įtempimai. Parinkimas tokio ar kitokio lydinio liejimui pareina nuo liejamų daiktų ypatybių ir liejimo sunkumų.

Lydinys, vadinamas Alpax, pasižymi gerais liejininkystei savumais: iš jo galima gaminti labai komplikuoti daiktai be jokių trūkumų ir plyšių. Jo trūkimo riba 18 iki 19 kg/mm² ir ištįsimas 5%.

Lydinys su 5% *Si* ir 4% *Cu* vartojamas dažniausiai liejimui su spaudimu. Thalassal neturi aukštos mechaniškos charakteristikos, užtat jis labai gerai priešinasi korozijai, ypač druskų veikimui. Lydinys su 2% *Cu,* 2% *Mn* ir 2% *Ni* vartojamos dekoratyviniams daiktams lieti; jis visai nenustoja savo gražaus blizgesio.

Prie antrojo lydinių, pogrupio, skiriamo liejininkystei, priklauso tokie lydiniai, kurie patenka paskiau terminiam apdirbimui. Iš tokių lydinių reikia išskirti tie lydiniai, iš kurių liejami daiktai, turį išlaikyti žymesnius mechaninius įtempimus, ir tie, iš kurių beveik išimtinai daromi variklių stūmuokliai.

Pirmos grupės aliuminio lydiniai: *AP* su 33% iki 4,5 *Cu* ir 0,4% *Ti;* Alpax su *Mn* ir *Mg.*: 13% *Si;* 0,25 *Mg* ir 0,5% *Mn.* ir lydinys: 4% *Si;* 1% *Mg* ir 1% *Mn.*

Paskutinis iš šių lydinių rekomenduojamas dekoratyviniams daiktams lieti dėl jo gero atsparumo korozijai.

Lydinio *AP* su 32% *Cu* trūkimo riba *do 32* kg/mm², o ištįsimas 4%. Alpax su *Mg* yra kiek blogesnių mechaninių savumų, bet jis taip pat, kaip ir *AP,* labai tinka liejininkystei, kadangi sulydytas jis yra labai skystas, ir todėl galima lieti iš jo labai komplikuoti ir mažo skersinio piūvio daiktai.

Kai dėl lydinių vartojimo stūmuokliams lieti, tai jų sudėtis gana įvairi ir šiek tiek skiriasi kiekvienam fabrike. Aplamai nesigilinant į įvairių elementų turinio smulkmenas, tuos lydinius suskirstyti galima į dvi kategorijas: 1-ma, kurioje vyrauja silicis, ir 2-ra, kur vyrauja varis. Šie lydiniai apskritai tinka terminiam apdirbimui, išskyrus 1-mos kategorijos su silicio perteklium lydinius, būtent, kur silicio kiekis prašoka 13% ir net kartais siekia 25% su vario priedu arba be jo. Tokių lydinių kietumas palyginti aukštas, o jų skėtimosi koeficientas palyginti mažas.

II grupės lydiniai:

Lydiniai, kuriuos tenka apdirbti mechaniškai: valcuoti, kalti, štampuoti ir t. t.

Šie lydiniai, kaip ir skiriamieji liejininkystei lydiniai, kurie turi būti mechaniškai apdirbami, būtent: valcuojami, tempiami, kalami, štampuojami ir t. t., taip pat gali būti paskirstyti į dvi grupes, pagal tai, ar jie turi būti toliau termiškai apdirbti arba ne. Tokių lydinių sąstats yra labai įvairus, ir jie turi labai daug pavadinimų, tačiau šie lydiniai galima suglausti į šiuos tipiškus lydinius, nors jų sudėtis gali šiek tiek skirtis:

Termiškai neapdirbami lydiniai:

Lydinys *Al* su 3% vario

„ „ „ 6% „

„ „ „ 1½% mangano.

Lydinys (Studial) *Al* su 1,25% *Mn* ir 1% *Mg*.

„ Thalassal arba K.S.S. *Al* su 1,4% *Mn*, 2% *Mg*. ir 0,2 *Sb*.

Lydiniai su variu, kurių vartojimas nėra labai išsiplėtęs, vartojami ažūriniams daiktams gaminti, kur nereikalingas didesnis mechaninis atsparumas už gryno aliuminio atsparumą ir kur atsparumas korozijai nesudaro svarbių faktorių.

Atvirkščiai, kiti lydiniai turi didesnį atsparumą korozijai ir todėl gali būti vartojami vidinės ir išorinės dekoracijos daiktams gaminti, kur yra svarbus jų blizgesys. Daugiausia šie lydiniai vartojami jūros laivų statyboje. Be to, lydiniai su manganu lengvai gali būti šveicuojami autogeniniu būdu, taip pat lengvai, kaip ir grynas aliuminis.

Termiškai apdirbami lydiniai.

Duraliuminio tipo lydiniai susideda: iš 4% vario, 0,5% *Mg* ir 0,5 *Mn*. Almasilium tipo lydiniai turi 1,25% *Si* ir 1% *Mg*.

Duraliuminis vartojamas tokiems daiktams gaminti, kurios paliečia stiprus mechaninis veikimas; jis pasižymi tuo, kad jo trūkimo ir elastingumo riba didėja per 4—5 dienas po jo užgrūdymo, kuris vyksta 500° C temperatūroje. Tokiu būdu paruošto aliuminio atsparumo koeficientas yra lygus minkšto plieno atsparumo koeficientui.

Skiriami prekybai lapai iš duraliuminio dažnai aptraukiami plonu gryno aliuminio sluogsniu, kad pagerintų jo atsparumą korozijai. Toks aliuminiu aptrauktas duraliuminis vadinamas „Vedal“ arba „Alclad“.

Almasilium yra toks lydinys, kuris, terminio apdirbimo dėka, įgyja daug įvairumų savo mechaninėj charakteristikoj. Kai jis užgrūdomas 480° C temperatūroje, jo trūkimo koeficentas sudaro 18 kg/mm² ir pasižymi tokiu ištįsimu, jog gali būti lengvai tempiamas ir kalamas. Jeigu jis užgrūdytas 560° C temperatūroje, jo trūkimo riba prašoka 28 kg/mm². Sukietėjęs nuo šalto mechaniško apdirbimo ir paskui atleistas 175° C temperatūroje, po grūdymo turi trūkimo ribą 40 kg/mm² ir mažą ištįsimo procentą.

Reikia dar pažymėti visa eilė lydinių, kurie ateityje gali įgyti reikšmės technikoje; tai yra lydiniai su 5—15% *Mg*, bet be kitų metalų arba su nedideliu kiekiu mangano, chromo, molibdeno ir kitų. Nors tokių lydinių pagrindai yra žinomi gana senai (magnalium), dabar vėl daromi įvairiuose kraštuose nauji bandymai, kurių dėka galima gauti techninis metalas. Tam tikromis sąlygomis, kurios pareina nuo jų perdirbimo ir termiško apdirbimo, šie lydiniai gerai atstoja koroziją, ir jų mechaninė charakteristika yra labai įdomi. Pavyzdžiui, lydinio su 7% *Mg* trūkimo riba 33 kg/mm², o jo ištįsimas — 25%; lydinio su 12% *Mg* trūkimo riba 40 kg/mm² ir jo ištįsimas 25%. Tokie lydiniai gerai suvirinami autogeniniu būdu; geriausi lydiniai yra tie, kurie turi 8% magnio.

Lydiniai su magniu lengvai liejami į formas ir atsparūs korozijai, todėl gali būti vartojami ten, kur tas turi didelės reikšmės.

Specialūs lydiniai elektros laidams.

Lydiniai, iš kurių daromi elektros laidai, Francūzijoje vadinami „Almelec", Šveicarijoje ir Vokietijoje jie vadinami „Aldrex". Šie abu panašios sudėties lydiniai turi nedidelį magnio ir silicio kiekį. Jų aukšta mechaninė charakteristika susidaro dėl mechaninio ir terminio apdirbimo. 3 mm diametro vielos trūkimo riba siekia 33 iki 36 kg/mm² ir jos ištįsimas 6%. Elektros laidumas sudaro 55% vario laidumo.

XI lentelė

Svarbiausieji lydiniai kalti ir valcuoti

Pavadinimas	Sudėtis	Trūkimo riba kg/mm²	Tamprumo riba	Ištįsimas	Brinell'io kietumas	Lygin. svor.
Lydiniai termiškai neapdirbti						
Lydinys su manganu	Mn — 1,5%					2,7
Atleistas		10—12	4— 5	28—32	25	
Kaltas		18—23	14—18	4— 5	55—60	
Lydinys tipo „studial"	Mn—1,25; Mg—1					2,7
Atleistas		17—20	8—10	18—20	40	
Kaltas		25—30	20—25	3— 4	70	
Lydiniai termiškai apdirbti						
Lydinys tipo Almasilium:	Mn — 0,5—1% Si — 1, — 2%					2,7
Normalus šaltai apdirbtas		22—24	12—14	24—26	60	
Normalus konstrukcijoms		26—28	14—18	20—22	70	
Kietas		35—45	30—40	6—12	100	
Lydinys tipo duraliuminio	Cu—4%; Mg—0,5 Mn—0,5; 31.01	40 44	25—30	16—24	100—110	
Almelec mechaniškai ir termiškai apdirbamas	Mg—0,7%; Si—0,5% Fe 0,3%	35	24	6	90—110	2,7

Svarbiausieji liejininkystės lydiniai

Termiškai neapdirbti

XII lentelė

Pavadinimas	Sudėtis % %	Trūkimo riba kg/mm²		Tamprumo riba kg/mm²		Ištįsimas % %		Brinnell'io kietm.		Lyginam. svoris	Subėgimas % %
		Liejus									
		smėlyje	formose	smėlyje	formose	smėlyje	formose	smėlyje	formose		
Lydinys su 3–6% Cu	Cu — 3 — 6 %	11—13	13—18	5— 7	5— 8	1—2	2—4	35—40	40—50	2,75—2,80	1,5
„ vad. amerikon.	Cu — 8 %	13—15	18—20	7— 8	9—10	1—2	2—3	45—50	65	2,85	1,40
„ vad. angliškasis	Cu — 12%	16—18	19—21	9—10	10—12	0,5—1	0,3—1	50—60	70	2,95	1,3
„ vad. vokiškasis	Zn 12%; Cu 3 %	15—17	20—22	10—12	11—13	3—4	5—7	50—60	70	2,95	1,35
„ su Cu ir Si vart.	Cu — 4% Si — 5%		15—17		12—14		3—4			2,75	1,35
„ liejimui su spaud.											
Lyd. tipo Thalassal K. S. S.	Si—0,8%; Mn—1,4% Mg — 2% Sb — 0,2	12—14	16—18	7— 8	9—10	1—2	1—1,5	45—50	50—60	2,7	1,5
Lydinys smulkiems daiktams lieti	Cu — 2%; Ni — 2% Mn — 2 %	13—15	15—17	7— 8	9—10	1—2	1—1,5	45—50	60—70	2,85	1,4
Alpax	Si — 12 — 18 %	17—19	20—22	9—10	9—10	4—6	4	50—60	60—65	2,65	1,2
Alpax su variu	Si — 12 — 13 % Cu 0,8%	16—18	19—22	12—13	14—15	2—3	1,5—2	60—65	70—75	2,65	1,2
Lyd. su silicio pertekliu	Si — 20 — 25% Cu 1 — 2%							70 - 80	85—90	2,60	1,0
		Su termišku apdirbimu									
A. P. 33 grūdytas	Cu — 4,5%; Si — 0,4%	23—27	25—29	16—18	18—20	6—8	6—8	80—90	90—100	2,8	1,5
„ „ „ atleistas		29—33	32—36	20—22	23—25	3—5	4 - 6	90—105	100—120	2,8	1,5
Alpax su magnin	Si—12—13%; Mg— —0,25% Mn—0,50%	22—27	28—30	18—20	20—22	2—3	1—2	75 - 85	90—100	2,65	1,20
41 S. M.	Si—4% Mg 1% Mn—1%	22—24	25—27	12—13	15—17	1,5—2	1—1,5	75—80	85—90	2,7	1,4

Daugiausia žinomi lydiniai sutraukti XII lentelėje.

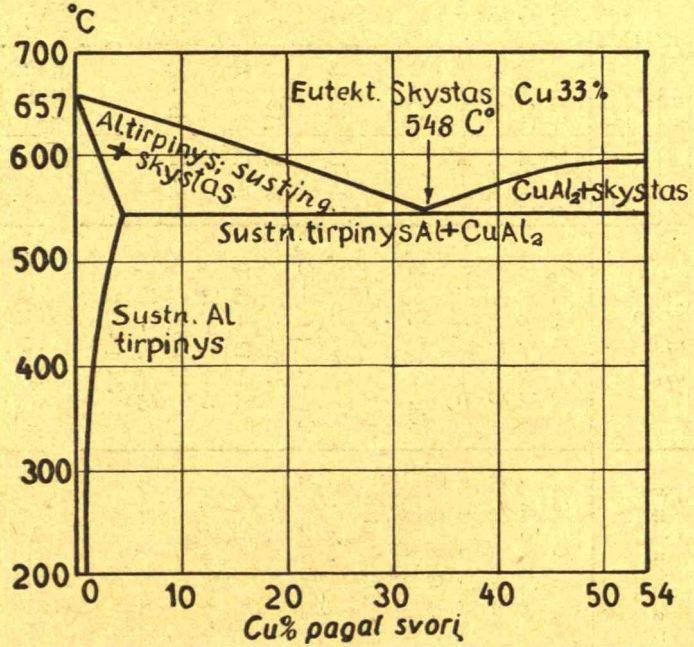
Liejininkystės lydiniai.

Dabar yra daug ištirtų aliuminio lydinių, ir Amerikos Aliuminio Kompanijos laboratarijos Stocdall sudarė aliuminis-varis, aliuminis-silicis lydinių diagramą.

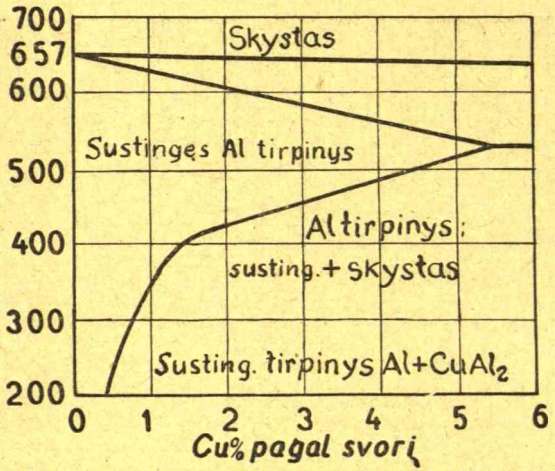
11 ir 12 brėž. parodyta aliuminio-vario lydinio diagrama. Junginys $CuAl_2$ kuris turi apie 54% *Cu*, sudaro su aliuminiu eutektikas, kur $CuAl_2$ su aliuminiu sudaro eutektinį lydinį su 33% *Cu* ir 67% *Al* 548° C temperatūroje. Inž. Merika suradęs, kad vario skiedimasis kietame aliuminyje mažėja, mažėjant temperatūrai, ir tuo aiškinamas duraliuminio tipo lydinių savumų pagerinimas karšto apdirbimo dėka. Yra daug nevienodumų duomenyse, gautuose keturiuose tyrimuose apie vario skiedimąsi kietame aliuminyje. Geriausias darbas priklauso E. H. Dix'ui ir H. H. Richardson'ui 1928 m. Jų duomenimis, vario skiedimasis aliuminyje parodytas XIII lentelėje.

XIII lentelė

Temperatūra C°	250	300	350	400	450	500	548
Cu turinys °/°/°	0,5	0,70	0,95	1,45	2,65	4,15	5,65



11 brėž. Al-Cu sistemos lyg. svorio diagrama. Stoccdall, D., Dix, E. H., Richardson, H. H.



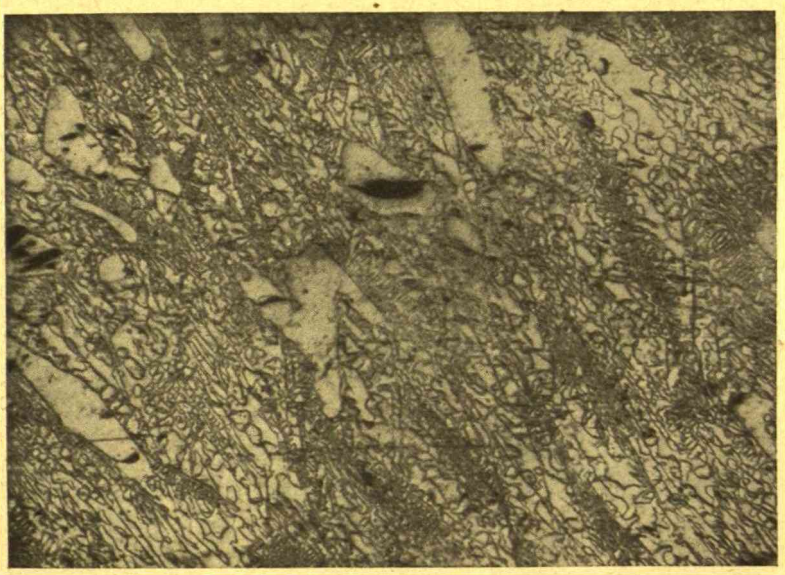
12 brėž. Al-Cu sistemos pusiausvyros diagrama. (Stoccdall, D., Dix, E. H., Richardson, H. H.)

13 brėžinyje parodyta *Al-Cu* eutektinio *AlCu* lydinio struktūra.

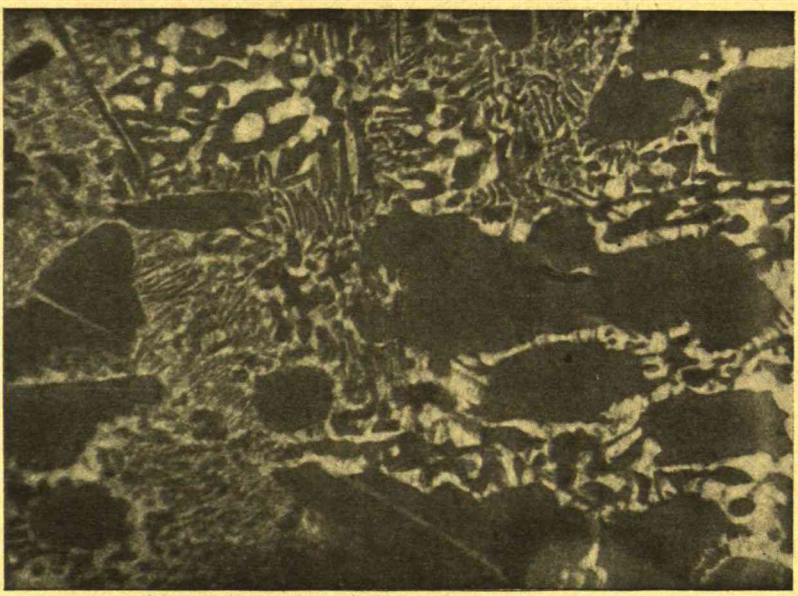
14 brėž. parodyta *Al-Cu* struktūra su 63% *Al* ir 37% *Cu*.

15 brėžiny atvaizduota struktūra to pačio lydinio, kaip ir 14-me brėž., būtent: glijuoto 200° temperatūroje 2 valandas, kuriame matoma rekristalizacijas.

Silicio ir aliuminio lydinio diagrama, sudarytą E. H. Dix'o ir A. C. Heath'o 1928 m., parodyta 12 brėžinyje.

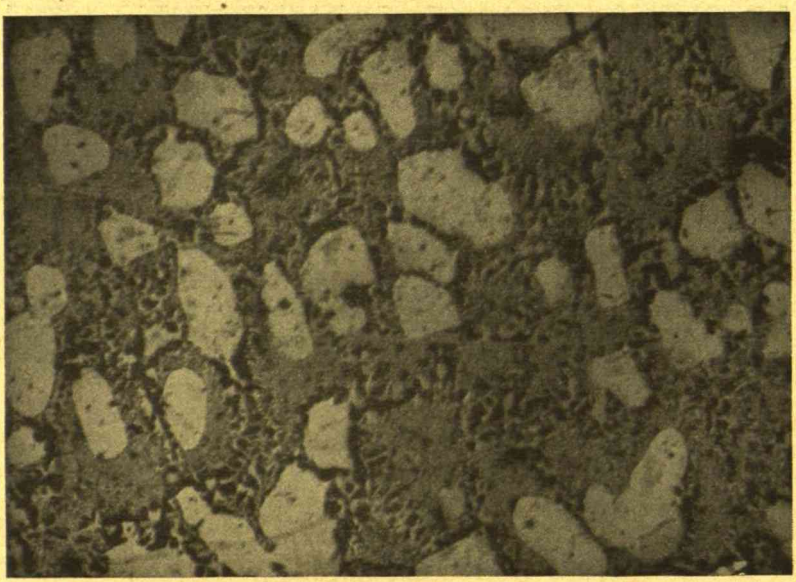


13 brėž. Eutektinis aliuminio ir vario lydinys: 67% Al ir 33% Cu. Veiktas 10% NaOH tirpiniu, pad. 120 kart; Brinnell'io kietumas 87; lietas geležinėje formoje; lyg. svoris4,5.



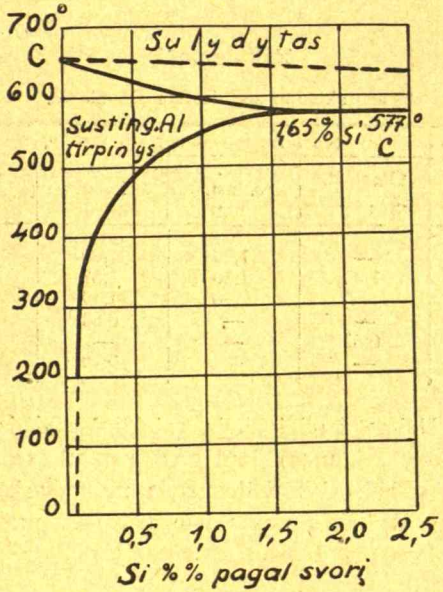
14 brėž. Aliuminio ir vario lydinys: 63% Al ir 37% Cu. Veiktas 10% NaOH tirpiniu padid. 120 kartu; lietas geležinėje formoje. Brinell'io kietumas 86. Lygin. svoris 4,79.

15 brėžiny atvaizduota struktūra to pačio lydinio, kaip ir 14 brėžiny, būtent: glijuoto 200° temperatūroje 2 valandos; jame aiškiai matoma rekristalizacija.



15 brėž. Aliuminio ir vario lydinys. 63% Al ir 37% Cu. Glijuotas dvi valandas 200° C temperatūroje (baltos vietos mikroskope matomos žalios spalvos).

Silicio ir aliuminio lydinių diagrama, sudaryta E. H. Dix'o ir A. C. Heath'o 1928 m., parodyta 16 brėžinyje.



16 brėž. Al-Si sistemos diagrama
Dix, E H., Heatch, A. S.

Skysti aliuminis ir silicis puikiausiai susimaišo ir be jokių kitų priemaišų sudaro eutektines serijas. Edwards J. D. nustatė silicio ir aliuminio eutektiką su 11,6% silicio ir su lydymosi temperatūra 677° C.

Silicio skiedimasis kietame aliuminyje turi labai didelės reikšmės, tačiau gauti šioje srityje duomenys žymiai skiriasi vienas nuo kito. Frenkel nustatė, kad kietas aliuminis gali ištirpdyti savyje iki 0,5% silicio. Rodhein, Archbutt ir Hanson suradę, kad aliuminis galįs sutirpdyti 1½% silicio, ir šis skiedimasis, matyt, nemažėja, mažėjant temperatūrai. B. Otani nustatė silicio skiedimąsi aliuminyje, matuojant elektros varžas 550°, 460° ir 360° temperatūroje. Gwyer ir Phillips vartodavo tam skiedimuisi nustatyti paprastus metalografinius metodus, pradedant nuo eutektinės 500° temperatūros. Įvairių tyrinėtojų duomenys parodyti XIV lentelėje.

Tikslus silicio skiedimosi aliuminyje nustatymas duotas Dix'o ir Heath'o, kurio rezultatai parodyti minėtoje diagramoje (16 brėž.). Lydiniuose, kuriuos vartodavo Dix ir Heath, geležies aliuminyje buvo ne daugiau kaip 0,05%. Jų darbas apima palyginti neaukštas temperatūras nuo 200°, ir jie glijavo metalą 3100 valandų temperatūroje 300°.

Aliuminio silicio lydinių tyrimas parodė, kad labai didelės reikšmės turi lydinio ataušinimas jam kietėjant. Nors normalus eutektinis lydinys turi 11,6% silicio, tačiau galima gauti lydinius su 14% silicio, kuriuose silicio dalelės neišsiskiria. Toks efektas galima pasiekti staigiai ataušinant lydinį, o taip pat kai kurių reagentų pagalba. Tokie reagentai vadinami modifikatoriais, iš jų didžiausios reikšmės turi natris. Ataušinimo kreivės rodo, kad

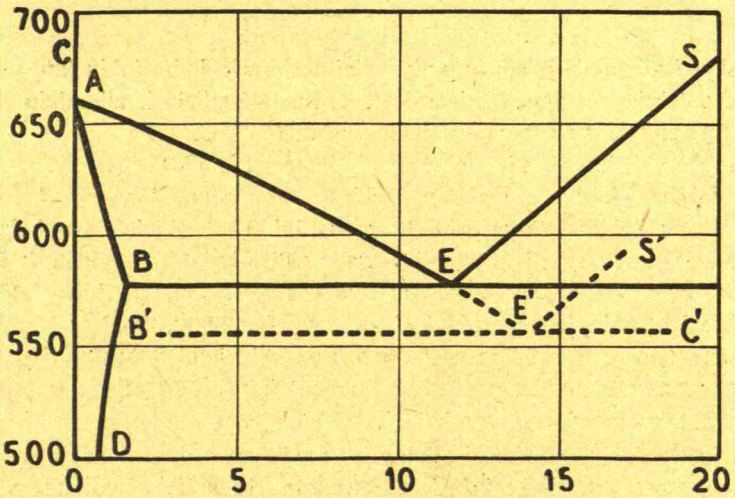
pirminio aliuminio kristalizacijos temperatūra truputį mažėja, eutektikos sukietėjimo temperatūra su 14½ silicio gali būti sumažinta nuo 577° iki 564° ir gal dar žemiau.

XIV lentelė

Silicio skiedimasis kietame aliuminyje.

Temperatūra C.	Silicio turinys % %			
	Otani B. Inst. of Metals	Gwyer a. Phillips. Inst. of met.	Koster u. Muller. Metallkunde	Dix a Heath Inst. of Metals
577	—	1,60	1,69	1,65
550	1,45	1,35	1,57	1,35
500	—	0,90	1,17	0,80
450	—	—	0,83	0,48
360	0,52	—	—	—
300	—	—	0,10	0,10

Dėl tokio ataušinimo žymiai kitėja eutektinė sudėtis, matoma 17 brėžiny (punktyru nurodytos linijos), kuri galima gauti esant tokiam modifikatoriui, kaip natris, o ištisosios linijos rodo normalų komponentų santykį. Lydinių sustingimas iš kairės pusės nuo taško *E* prasideda nuo pirminio aliuminio kristalizacijos, žemiau temperatūros nurodytoje kreive *AE*.



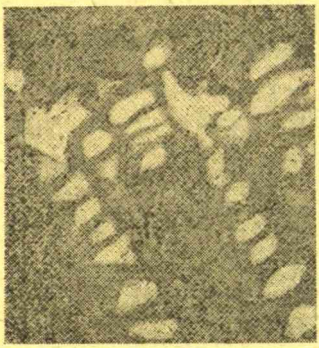
17 brėž. Aliuminio silicio lydinių diagrama.

Normaliomis sąlygomis eutektinės lydinio dalys sustingsta eutektinės horizontalės *BEC* temperatūroje 577°. Jeigu lydiniai yra modifikuoti, tai silicio sustingimas ir eutektikos pasidarymas vyksta lėčiau arba visai nutrūksta, ir pirminis aliuminis sustingsta pagal liniją AEE_1. Tačiau eutektikos peršildymo laipsnis yra aprėžtas, ir maksimalaus modifikatoriaus veikimo metu taškas E_1 atitinka maždaug 14% silicio.

Labai keistus struktūrinius rezultatus duoda lydiniai, esą tarp taškų E ir E_1. Normaliomis sąlygomis lėto ataušinimo pirminis komponentas yra silicis, turįs formą lygiaašio daugiasienio, apsupto sukietėjusiuose lydiniuose normalia eutektika, kur silicis surandamas plokštelių arba adatų formoje (tokia struktūra parodyta 18 brėžiny).



18 brėž.



19 brėž.

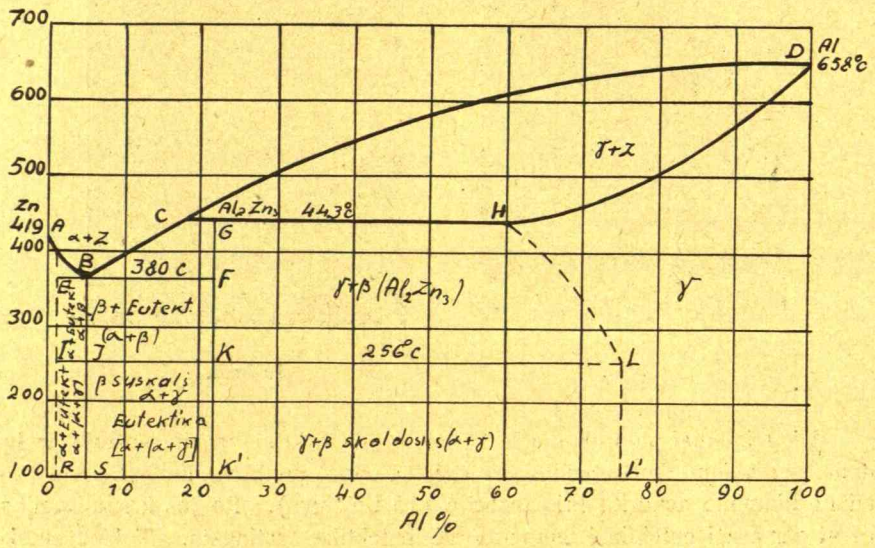
Jeigu lydiniai modifikuojami, pirminio silicio kristalizacija sustoja, ir lydiniai peršaldomi, kol prasidės sustingimas pagal punktyro liniją EE_1 su pirminiu aliuminio dendritų kristalizacija (19 brėžinys). Po tos kristalizacijos, esant žemesnei eutektinei temperatūrai, eutektika sustingsta. Tokios eutektikos struktūra yra, palyginus su normalios eutektikos struktūra, smulkesnė.

Anglų ir vokiečių mokslininkai Rosenhein ir Archbutt labai gerai ištyrė aliuminio ir cinko lydinius, remdamies termine analize ir strūktūros tyrimais. Jie sudarė šių lydinių diagramą (20 brėžinys), kuri Vogel'io ir Bauer'o buvo patvirtinta.

Viršum linijos *ABCD* likvidus yra tik skystas lydinys, žemiau linijos *AEBFGHD* solidus, tik sustingęs kietas skiedinys. Komponentas β yra surastas Rosenhein'o ir Archbutt'o junginys Al_2Zn_3. Maksimalus skiedimas cinko aliuminyje 40% (sustingęs skiedinys γ). Temperatūrai krintant, skiedimas mažėja pagal liniją *HL* ir 256° C temperatūroje sudaro 25%. Maksimalus skiedimas aliuminio cinke lygus 0,75% (sustingęs skiedinys α). Pagal liniją *DC* iš skysto lydinio išsiskiria sustingusio skiedinio β kristalai Al_2Zn_3. Sustingusio skiedinio sudėtis γ ataušdama kinta pagal kreives *DH*. Esant temepratūrai 443° C, sustingęs skiedinys, kurio sudėtis *H*, su skysto metalo *C* likučiais sudaro naują kristalų formą β su 21,65% *Al*. Pagal liniją *CB* išsiskiria kristalai β. Pagal liniją *AB* iškrinta sustingęs skiedinys α. Esant temperatūrai *EBF*, sustingsta eutektika α + β. Esant temperatūrai 250° C, pagal liniją *IJKG* skaldosi kristalai β (Al_2Zn_2) į α ir γ. Šis skaldymasis, vykstąs dėl kieto ir trapaus komponento ataušimo, turi technikoje daug

reikšmės, kadangi jis padeda pasidaryti visoje eilėje lydinių įvairios sudėties smulkių grūdų struktūros eutektoidui.

Trūkimo riba ir tamprumas pasiekia maksimumą esant 50% cinko; tokie lydiniai pakankamai kalūs ir tamprūs; jie tinka mechaniniam apdirbimui: valcavimui, presavimui ir t. t. ir taip pat, turi gerus mechaninius savumus liejiniai, išlieti smėlio arba pastoviose formose arba su spaudimu. Termiškas apdirbimas dar pagerina šio metalo savumus: termišku apdirbimu pasie-



20 brėž.

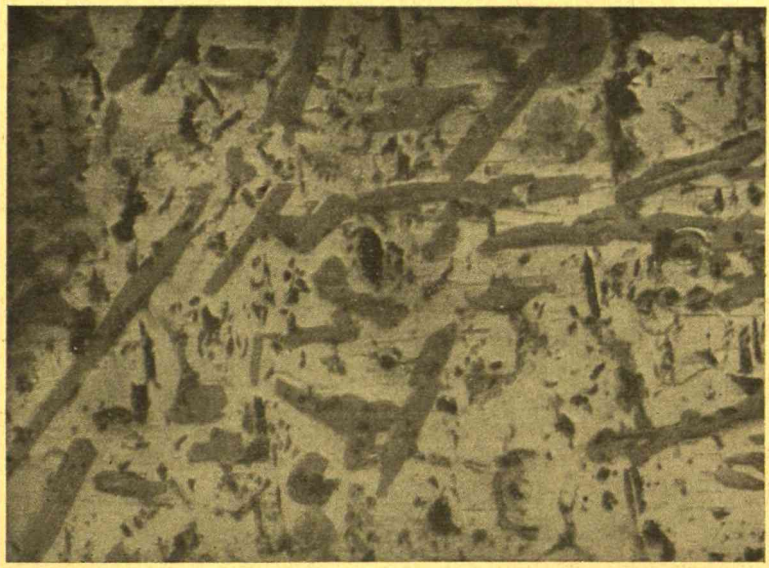
kiamas žemesnėje kaip 256° C temperatūroje nepastovaus junginio Al_2Zn_3 suskaldymas. Pagal Lebebuhr'ą, lydinys iš 90% cinko ir 10% aliuminio užgrūdomas 256° C temperatūroje, paskui vėl šildomas ir išlaikomas per tam tikrą laiką kiek žemesnėje temperatūroje. Tuo pasiekiamas β kristalų suskaldymas į $\alpha+\gamma$. Šis suskaldymas vyksta iš lėto, tuo būdu, keičiant ataušinimo laiką, galima keisti lydinio atsparumas, kietumas, trapumas ir tamprumas. Tipiškas toks lydinys yra paruoštas Hedernheimer Kupferwerke A. G. iš 70% cinko su 30% aliuminio. Lydinys pavidalo kotų, presuotų 200° C temperatūroje, paskui įkaitintų iki 240° C ir iš lėto ataušintų, turi trūkimo ribą 24 kg/mm² ir ištįsimą 20%. Tų pačių kotų, presuotų 120° C temperatūroje, paskui įkaitintų iki 300° C ir iš lėto ataušintų, trūkimo riba 25 kg/mm² ir ištįsimas 21%.

Svarbiausias aliuminio ir cinko pigių lydinių trūkumas yra jų mažas chemiškas atsparumas, kuris juo mažesnis, juo mažiau švarūs komponentai, kadangi jau pėdsakai švino ir alavo žymiai sumažina jo atsparumą. Buvo daromi bandymai pagerinti šių lydinių savumus, pridedant dar kitus komponentus.

Gerų rezultatų gavę Basse ir Selwe, kurie prie lydinių su 12% cinko pridėdavo 2% geležies. Toje srityje daroma labai daug bandymų ir yra labai daug visokių užpatentuotų receptų.

Pavyzdžiui, „Humbolt" mašinų fabrikas žymiai pagerino struktūrą, pridėję į aliuminio cinko lydinį dar kitą lydinį iš mangano, geležies, silicio, aliuminio ir magnio. Aliuminio cinko lydiniuose trečias komponentas dažniausiai yra varis.

Anglų fizinė laboratorija rekomenduoja pigų lydinį, vadinamąjį „lydinys A" iš 77% aliuminio, 3% vario ir 20% cinko. Šis lydinys duoda labai gerus liejinius ir ypatingai tinka vidaus degimo motorų stūmuokliams gaminti. Jo struktūra parodyta 21 brėž. Anglijoje vartojamas taip pat lydinys „E" iš 76½% aliuminio, 20% cinko, ir 2½% vario, 0,5% mangano ir 0,5% magnio. Šis lydinys mažiau tinka stūmuokliams gaminti, kadangi 250° C temperatūroje jo atsparumas mažėja. Pattison Manufacture of Aliuminium siūlo tokius lydinius: 86,70% *Al;* 0,8% *Cu* ir 12,5% *Zn*; 49,25% *Al*; 1,50% *Cu* ir 49,25% *Zn;* ir 3% *Cu;* 13% *Zn* ir 84% *Al,* ir 3% *Cu* vadinamas chromil. Pastarasis lydinys plačiai vartojamas automobilių pramonėje, ir pasirodė, kad jis yra stipresnis už dvigubus aliuminio su variu lydinius su 2,4% iki 6% *Cu.* John Rodhin dar nurodė lydinį „Nr. 5" iš 84% *Al* 12 iki 15% *Zn* ir 4%iki 1% *Cu* kurio trūkimo riba 20,3 kg/mm². Vokietijoje vartojamas vadinamasis vokiškas lydinys iš 88% *Al,* 10% *Zn* ir 2% vario.



21 brėž. Angliškas vad. „A" lydinys, vidaus degimo motorų stūmuokliams gaminti: 77% Al, 20% Zn ir 3% Cn. Slifas paveiktas tirpinių 1% HCl alkoholy. Padid. 120 kart. Lietas į pastovią formą. Brinnell'io kietumas 37. Lygin svoris 3,50.

Aliuminio ir vario lydiniai su vario turiniu iki 16% labai plačiai vartojami technikoje. Jie gerai tinka liejininkystėje, kadangi jų subėgimas yra toks pat, kaip aliuminio subėgimas. Valcavimui tinka tik tie lydiniai, kuriuose vario yra ne daugiau kaip 4%. Lydiniai su didesniu vario kiekiu, dėl jų trapumo ir kietumo, vartojami tik liejininkystėje.

Vario aliuminio lydinių parengimas apsunkinamas dėl didelio lydymosi temperatūrų skirtumo — aliuminio 658° C ir vario 1083° C. Todėl geriausia paruošti visų pirma eutektinis lydinys iš 33% *Cu* ir 67% *Al*, kurio lydymosi temperatūra žemesnė už aliuminio lydymosi temperatūrą (548° C). Tam reikalui sulydytas varis, kurio lyginamasis svoris yra daug didesnis už aliuminio lyginamąjį svorį, supilamas į išlydytą aliuminį ir gerai sumaišomas. Kadangi nuo to žymiai kyla temperatūra, tai jai sumažinti pridedama kieto aliuminio.

Alfred Ulmann savo patente įrodo, kiek pareina aliuminio vario lydinių savumai nuo jų lydymo būdų. Jis surado, kad, jeigu paimti pamatu aliuminio ir vario atominį svorį, sudarant mišinį proporcingai šiam svoriui, ir pridėti 3 atominius ekvivalentus aliuminio, ir mišinius įkaitinti iki 1050° C, tai gaunamas visai skirtingų savumų lydinys. Betarpiškai sulydant aliuminį su variu, gaunamas nestiprus baltas lydinys. Jeigu lydinys paruoštas pagal nurodytą receptą, tai gaunamas lydinys geltonos, auksinės, spalvos, kuris yra labai kietas ir stipras ir tinka greit besisukančiųjų mašinų pakaklėms gaminti. Termoleektriniai tokio lydinio savumai rodo į didelius įvykusius lydinio struktūroje pakitimus. Paprastas lydinys duoda elektros varomąją jėgą 300 mikrovoltų, o toks specialus lydinys 820 mikrovoltų.

22 brėž. parodyta šio lydinio struktūra.

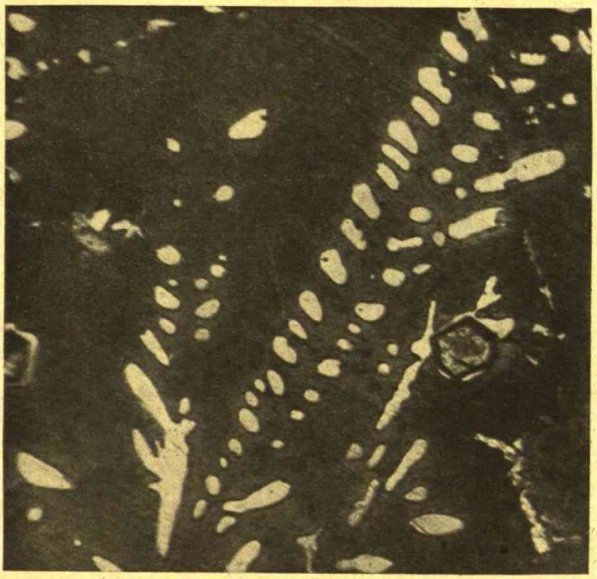
Aliuminio vario lydinių savumai, kaip aplamai ir visų kitų aliuminio lydinių savumai, gali būti pagerinti pridedant nedidelius kiekius sunkiai tesilydančių elementų, kaip cirkonis, ceris, vanadis, tantalas, chromas, molibdenas, volframas, manganas, titanas, silicis ir kiti. Tokių elementų nedidelis priedas padeda smulkiai struktūrai pasidaryti ir techniniams savumams pagerinti. Kai kurie iš šių elementų padidina lydinių kietumą, kiti jo standumą ir chemišką atsparumą. Čionai yra labai plati dirva, kur empiriniai metodai gali eiti greičiau už mokslo tyrimus.

Prie tokio tipo lydinių priklauso praktikoje išbandyti tokie lydiniai;

1) 96% — *Al*, 3,25% — *Cu*, 0,5% — *(Fe+Mn)*, 0,25% — *Mg*,
2) 92% — *Al*, 3,70% — *Cu*, 2,8% — *Ni*, 1,2% — *Mn*, 0,24% — *Ag*.

Antras šių lydinių nepasiduoda chloro junginių ir sieros rūgšties veikimui; jis tinka vulkanizacijai ir kaučuko pramonei. Pirmas lydinys labai gerai priešinasi atmosferiniams veikimams ir tinka transmisijų dalims gaminti; jo trūkimo riba 18 kg/mm², o ištįsimas 9%.

Francūzijoje užpatentuotas lydinys, vadinamas ferro nikel, turįs labai gerus mechaninius savumus, jo trūkimo riba 28 kg/mm² ir ištįsimas 16%. Šis lydinys turi labai gražią spalvą ir blizgesį ir gali pavaduoti varį ir žalvarį, o kartais net geležį ir plieną. Jo sudėtis tokia: nuo 94 iki 98% *Al*, nuo 1½ iki 4% *Cu*, nuo 0,25 iki 1,25% mangano, ir nuo 0,25 iki 1,25% *Ag*. Panašus yra Esnault-Pelterie lydinys, kurio sudėtis nuo 80 iki 90% *Al*, 5% *Ag* ir 5% metalų iš geležies grupės. Stambių kristalų struktūra, kuri paprastai gaunama esant geležies grupės metalų komponentams,



22 brėž. A. Ulmanno patentuotas gulykloms lydinys: aliuminis + varis, 27 svorio dalys Al, 63 svorio dalys Cu + 27 svorio dalys Al. Paveiktas tirpiniu HCl alkoholyje. Padid. 120 kart. Lietas pastovioje formoje. Brinell'io kietumas 97—110. Lyginamasis svoris. 3,20

nyksta dėl sidabro buvimo, kuris aplamai padeda smulkių kristalų struktūrai sudaryti, o tokia struktūra padidina metalo kietumą ir standumą.

Geležies priemaišos, kurios labai nepageidaujamos gryname aliuminyje, lydiniuose su variu neretai yra labai naudingos.

Aliuminio akcinė bendrovė Neuhausen rekomenduoja į aliuminio vario lydinį, be paprastai daromų mangano, titano ir nikelio įmaišų, dar pridėti nuo 1% iki 4% geležies. Tokio priedo dėka gerėja liejininkystės savumai, būtent, mažėja metalo subėgimas. Tokių lydinių valcavimas ir kalimas žymiai pagerina jų mechaniškus savumus. Jų trūkimo riba 38 kg/mm². Ypatingai įdomūs yra lydiniai iš 4 komponentų, į kuriuos, be vario ir magnio, įeina dar kuris nors iš sunkiųjų metalų (nikelis, manganas, chromas ir kiti). Prie šios grupės priklauso geriausi labai stiprūs aliuminio lydiniai, plačiai vartojami technikoje. Šių lydinių prototipas yra vadinamasis duraliuminis.

Duraliuminis buvo Alfredo Wilm'o išrastas 1909 metais, darant bandymus surasti metalą, kuris pavaduotų žalvarį. Pirmieji patentai buvo nupirkti Vickers'o fabriką, o 1911 metais licencija buvo perduota bendrovei „Electrochimie" Francūzijoje. Ši bendrovė ir bendrovė „Electrométallurgie" de Dives suprato visą svarbumą šio lydinio, kurio atsparumas buvo 4 kartus didesnis už gryno aliuminio atsparumą, ir pradėjo plėsti šio lydinio gamybą.

Duraliuminis yra lydinys 4 komponentų ir susideda iš 4% *Cu*, 0,5% mangano, 0,5% magnio ir 95% aliuminio. Duraliuminis išleidžiamas į prekybą trijų rūšių pavidalu: normalus, kietas ir glijuotas. Normalus duraliuminis visados būna šaltai apdirbtas ir užgrūdytas. Kietas duraliuminis — tokia duraliuminio rūšis, kur metalas po užgrūdymo buvo šaltai apdirbamas, kad padidėtų jo mechaninis atsparumas ir tamprumo riba jo ištįsimo sąskaiton.

Glijuotas duraliuminis suprantamas kaltas, bet neužgrūdytas lydinys ir glijuotas, kad jį lengviau būtų apdirbti. XV-je lentelėje duodama įvairių rūšių duraliuminio charakteristika.

XV lentelė

	Normalus	Kietas	Glijuotas
Trūkimo riba kg./mm² .	40—44	45—55	20—25
Tamprumo riba kg./mm²	25—30	35—50	10—15
Ištįsimas % %	24—16	10— 3	22—16
Tamprumo modulis . .	7500	7500	7500
Brinell'io kietumas . . .	100—110	120—150	55—60
Lydymosi temperatūra . .	650	650	650
Lyginamasis svoris . . .	2,8	2,8	2,8

Lietas, valcuotas arba trauktas duraliuminis gerai užgrūdomas. Užgrūdymas daromas įkaitinant jį iki 500° C ir paskui staigiai ataušinant vandenyje nuo 0° iki 100° C temperatūroje. Gana keista, kad tuojau po užgrūdymo metalas yra dar minkštas, ir jis galima lengvai štampuoti ir lenkti. Kietėjimas vyksta savaime. Po 4 dienų metalas įgyja normalią charakteristiką: jo trūkimo riba 44 kg/mm² ir ištįsimas 20%. Mechaninių savumų pagerinimas eina dar toliau, pavyzdžiui, po 5 metų surasta. kad jo trūkimo riba padidėjo vienu dviem kilogramais, o ištįsimas 1%. Toliau mechaninių savumų pageriniams vyksta labai iš lėto, ir po 10—20 metų jis jau sunkiai pastebimas. Šis reiškinys yra labai teigiamas, pavyzdžiui, medžiaga, iš kurios buvo pagamintas aeroplanas, po 8 metų darbo savo mechaninius savumus pagerino 10%.

Šis reiškinys gavo keistą pavadinimą — pasenėjimo, francūziškai „vieillissement", angliškai „ageing", bet šis žodis neturi tokios reikšmės, kurią bendrai mes su ja rišame; Francūzijoje net buvo pasiūlyta pakeisti šį žodį žodžiu „Maturisation" — subrendimas.

Aliuminio lydinių užgrūdymo teorija paremta dviejų komponentų skiedimusi: vienas Mg_2Si ir antras Al_2Cu, kurių skiedimasis aukštoje temperatūroje yra aukštesnis negu normalioje temperatūroje. Kada lydinys įkaista iki 500° C, abu komponentai bus skiedinyje. Staigus ataušinimas neleidžia Mg_2Si ir Al_2Cu pertekliui išsiskirti iš lydinio. Vyksta jų persotinimas, bet, praėjus tam tikram laikui, Mg_2Si ir Al_2Cu išsiskiria pavidalu labai plonų plokštelių, kurios ir yra didelio lydinio atsparumo priežastimi. Galima pagerinti šių plokštelių išsiskyrimą pašildžius metalą iki 100—150° C.

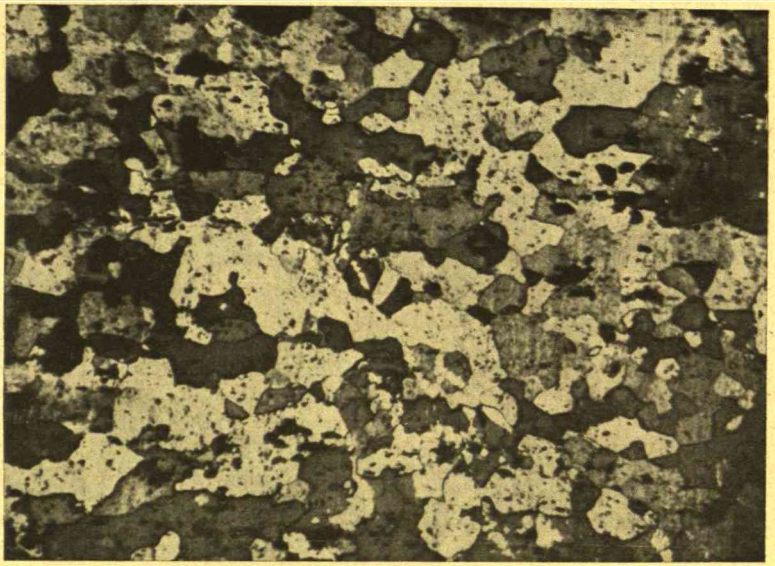
Duraliuminio struktūra matoma 23 ir 24 brėžiniuose.

Kitas keistas duraliuminio savumas tas, kad jo atsparumas didėja žemoj temperatūroj. Pavyzdžiui, skysto oro — 190° C temperatūroje jo atsparumas didėja 25%, o ištįsimas nesikeičia, kitaip sakant, duraliuminis žemoj temperatūroj nesidaro trapus (lomkij), kaip kiti metalai. Šis savumas ypatingai svarbus šalyse su šaltu klimatu, o taip pat gali suvaidinti didelę rolę ateities susisiekimui stratosferoje, kur viešpatauja —60° C temperatūra. Dabartiniu metu, pavyzdžiui, konstatuota, kad poliariniuose kraštuose, kur transportas atliekamas elnių traukiamomis rogėmis, pavalkai buvo daromi iš medžio, bet medis dažnai lūžta; buvo mėginta vartoti tam reikalui plienas, kuris pasidaro nuo šalčio trapus, ir dabar konstatuota, kad tokiems pavalkams geriausiai tinka duraliuminis.

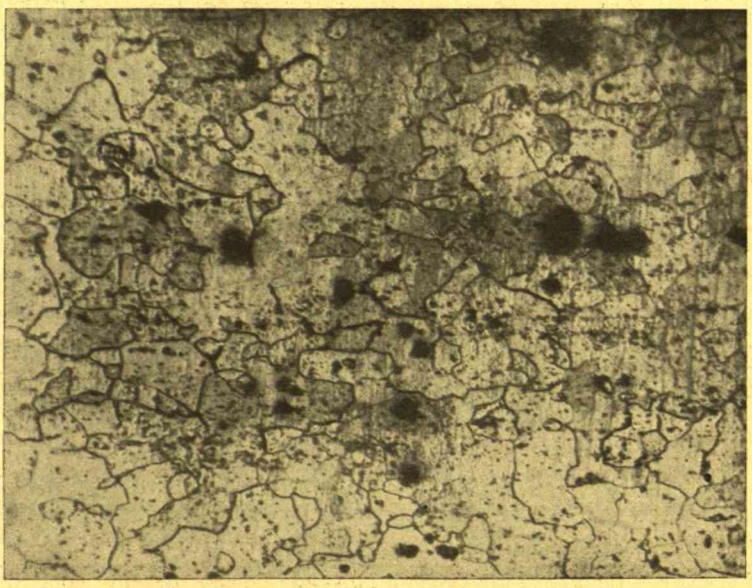
Visi duraliuminio lydiniai, kurie gali būti mechaniškai apdirbami, gaunami pavidalu lapų, kampučių, U — formos profilių, kotų, vamzdžių, vielų, kniedžių ir t. t. Visokių rūšių dydžių dirbinių ribos yra gana plačios: galima, pavyzdžiui, gaminti vamždžiai 1 mm diametro ir sienelių storio 0,2 mm, viela nuo 2/100 mm storio, popierio storis nuo 1/5000 mm. Iš didesnių dirbinių reikia pastebėti kampuočius 160×160 mm ir net 200×200 mm, vamzdžius 200 mm diametro, lapus, kurių svoris prašoka net 250 klg., ilgio 10 metrų, o dabar jau iki 20 metrų.

Iš to matyti, kokią svarbią vietą duraliuminis gali užimti transporto pramonėje, kur nenaudingas svoris gali būti žymiai sumažintas.

Duraliuminis, pašildytas iki 300° C, nustoja 50% savo stiprumo, todėl jo suvirinimas ar sulydymas yra nepageidaujamas, ir sujungimas daromas mechaniškais būdais: kniedėmis arba varžtais. Dėl neišvengiamo stipraus įkaitimo lydymo arba virinimo metu, gaunama lieto metalo struktūra, ir jis netenka savo gerų savumų, gautų tam tikru apdirbimu. Sujungimams kniedės turi būti pagamintos iš tos pačios medžiagos, kaip ir sukniedžiamos dalys, kadangi, jeigu medžiaga būtų nevienoda, tai nuo drėgmės arba, pavyzdžiui, nuo jūros vandens įtakos, pasidarytų galvaninis elementas, ir kniedžių galvelės greit suirtų. Chemiškai duraliuminis yra daugiau atsparus už prekybinį aliuminį, pavyzdžiui, gyvsidabris veikia gryną aliuminį, o duraliuminio neveikia. Paprastas vanduo visai neveikia duraliuminio, o jūros vanduo veikia labai silpnai.



23 brėž. Duraliuminis iš vamzdžių, vartojamų mūsų aviacijoje. Brinell'io kietumas 56.



24 brėž. Duraliuminis iš vamzdžių, vartojamų mūsų aviacijoje, glijuotas 220° C temperatūroje $1^1/_2$ valandos. Brinell'io kietumas 34

Duraliuminis tinka taip pat namų ruošos indams gaminti, kadangi varis, kuris įeina į šį lydinį, neduoda jokių nuodingų junginių. Duraliuminis labai atsparus atmosferiniam veikimui.

Visų šių ypatybių dėka duraliuminis yra geriausia medžiaga oro susisiekimo priemonėms gaminti, jis tinka taip pat slankioms vidaus degimo motorų ir kitoms automobilių variklių dalims, neišskiriant ir vežėčių. Duraliuminis vartojamas kompresorių, centrifūgų, elektrinių ir optinių aparatų, taip pat visokių pagražinimų gamyboje.

Duraliuminio likučiai, gaunami apdirbimo metu, gerai išnaudojami kartotiniam lydymui ir vartojami, pavyzdžiui, virtuvių indams gaminti.

Platus duraliuminio vartojimas ir jo ypatingai geri savumai privertė išradėjus ieškoti būdų jį dar pagerinti. Yra daug lydinių, kurie kad ir kitaip pavadinti, vis dėlto sudaro beveik tą patį duraliuminį, tik su mažais duraliuminio sąstate pakitimais.

Anglijoje pasirodė lydinys, vadinamas „Y", kuris susideda iš 92,5% aliuminio, 4% *Cu*, 2% *Ni* ir 1,5% *Mg*. Pareinant nuo apdirbimo būdų, šis lydinys parodė trūkimo ribą nuo 20 iki 40 kg/mm² su ištįsimu nuo 2 iki 24%. Tuo būdu gautas lydinys yra lengvas ir stiprus, mechaniniai jo savumai nekinta iki 200° C temperatūros, todėl jis rekomenduojamas kaip medžiaga vidaus degimo motorų stūmuokliams gaminti.

Staklių fabrikas Baush Machine Tool Co užpatentavo lydinį iš 94% *Al*, 0,5% *(Mg+Co)* ir 5,5% *(Cu+Mn)*, kuris užgrūdomas 500—505° C temperatūroje ir po 5 dienų senėjimo įgyja savo gerus mechaninius savumus, mažai tesiskiriančius nuo duraliuminio savumų.

Vokietijoje neseniai pradėjo vartoti rusų išradėjo Butalovo lydinį, kuris susideda iš aliuminio ir nikelio su nedideliu vario, mangano ir magnio kiekiu. Tokio lydinio trūkimo riba po termiško apdirbimo — 44,4 kg/mm².

Užgrūdymas ir apskritai kai kurių aliuminio lydinių savybių pagerinimas, pirmą kartą Wilm'o pastebėtas 4 komponentų tipo duraliuminio lydiniuose, paskui buvo konstatuotas kai kuriuose aliuminio su variu ir su cinku lydiniuose. Tas, matyt, turės didelės reikšmės tolimesniam aliuminio lydinių tyrimui.

Vadinamieji aludurai taip pat turi labai gerų savumų, kurie ne mažiau vertingi už duraliuminio savumus, ir kartais aludurai net gali būti vartojami su didesniu pasisekimu negu duraliuminis. Aludurai labai gerai pasiduoda mechaniškam apdirbimui, iš jų taip pat gaminami lapai, juostos, diskai, fasoniniai profiliai, vamzdžiai ir t. t. Aludurai, priešingai duraliuminiui, tinka liejininkystei: iš jų galima lieti liejinius smėlio ir pastoviose formose, ir jų liejininkystei būtini savumai nė kiek neblogesni už gryno aliuminio savumus.

Tuo metu, kada duraliuminio savumams pagerinti reikalingas liglaikinis mechaninis apdirbimas, aludurų savumui gali būti pagerinti pačiuose liejiniuose, pavyzdžiui, fasoninių liejinių pavidalu. Terminis savumų pagerinimas trunka 8—12 valandų 160° C temperatūroje.

Pareinant nuo apdirbimo būdų ir nuo sudėties, aludurų savumai svyruoja tokiose sribose: Brinell'io kietumas 40—110, trūkimo riba 16—50 kg/mm² ir net daugiau, ištįsimas nuo 4—30%, tamprumo modulis 6330—7000 kg/mm².

Aludurai lengva būna apdirbti staklėse piovimo įrankiais. Jie gerai tinka elektrotechnikos reikalams, kadangi, pagerinant jų mechaninius savumus, gerėja jų elektros laidumas.

Svarbiausias aludurų trūkumas yra tas, kad nuo ilgo šildymo temperatūroje iki 100° C, jų kietumas ir stiprumas mažėja, o įšildžius iki 200° C jie staigiai minkštėja. Aludurai labai gerai priešinasi atmosferiniam veikimui ir kai kurių tirpintojų veikimui.

Sujungimas dalių, pagamintų iš aluduro, daromas mechaniškai: kniedėmis, varžtais ir t. t., bet taip pat galima juos lydyti ir suvirinti. Aludurų sudėtys: 98% *Al*, 0,5% (*Si Fe*) ir 0,5 *Mg* arba 96% *Al;* 3,25% — *Cu;* 0,25% — *Mg* ir 0,25% *Mn.*

Visokių aliuminio lydinių dabar vartojama daugiau kaip 500. Šis skaičius neturi mus taip jau bauginti, jeigu atsiminsim, kad specialių plienų yra dar daugiau. Šioj srityje daroma be galo daug bandymų, ir kiekvieną dieną patentuojami vis nauji išradimai.

Yra įdomūs bandymai gauti aliuminio lydinius su beriliu arba gliciniu; laikraščiuose pasirodo įdomi labai nuostabių rezultatų pranešimai, tačiau iki šiol šie pranešimai nepasitvirtino.

Pavyzdžiui, yra nustatyta, kad glicinis labai sunkiai tirpsta aliuminyje, jeigu jis neįkaitintas iki glicinio lydymosi temperatūros 1278° C. Tokioj temperatūroj metalo nuostoliai dėl jo oksidacijos siekia 10—20%, ir tuo įvedamas į metalą didelis dujų kiekis. Todėl dabar stengiamasi pagaminti aliuminio ir glicinio lydinį elektrolizės būdu.

Iš Oesterheld'o sudarytos aliuminio glicinio lydinio diagramos galima padaryti šias išvadas: eutektika su 1,4% glicinio susidaro temperatūroje 644° C. Didėjant glicinio kiekiui, sustingimo temperatūra auga labai greit, kaip aliuminio ir geležies lydiniuose. Kai glicinio kiekis siekia 8%, sustingimo pradžios temperatūra — 1000° C; 639° C temperatūroje ištirpdyto glicinio kiekis siekia vos 0,075 procentų, o normalioje temperatūroje tik 0,013%. Atlietų formose ir valcuotų dar jiems neatšalus lydinių kietumas ir traukimui atsparumas staigiai auga nuo mažų glicinio priemaišų, o ištįsimas nemažėja iki 6 glicinio priemaišų. Glicinio 3% priemaiša padidina atsparumą 3-mis kilogramais, o Brinell'io kietumą — 8½ laipsniais.

XVI lentelėje matome, kad glicinio priemaišos duoda mažiau džiuginančius rezultatus, negu silicio arba magnio priemaišos.

Pagal Massing'ą ir Dahl'į (Wiss. Verof. aus dem Siemens Konzern), lydinys su 0,25% glicinio, 5% vario ir 94,75% aliuminio yra kietesnis ir senėja greičiau, negu toks pat lydinys be glicinio: jo pagal Brinell'į kietumas

100 vietoje 83, ir po 21 dienos senėjimo paprastoje temperatūroje Brinell'io kietumas 121, o dar po dviejų dienų senėjimo 170° C Brinell'io kietumas 115; trūkimo riba pasilieka ta pati 38,3 kg/mm², o ištįsimas sumažėja nuo 15% iki 13,3% dėl glicinio 0,25% priemaišų.

XVI lentelė

Komponentai	12% *Si* + *Al*	12% *Gl* + *Al*	6% *Mg* + *Al*
Trūkimo riba klg./mm² .	16	13,5	29,4
Brinell'io kietumas . . .	55	36	69
Ištįsimas % %	17	20	21

Messing ir Dahl tyrė taip pat trijų komponentų lydinius: aliuminius, magnius, glicinius, bet negavo gerų rezultatų.

Nedidelis magnio kiekis, įvesto į duraliuminį ir į aludurą, žymiai pagerina jų savumus, bet ir didelis magnio kiekis duoda su aliuminiu labai įdomius lydinius. Praėjusio amžiaus gale buvo mėginta gauti aliuminio lydinius su 10—30% magnio. Tokie lydiniai geriau pasiduoda mechaniškam apdirbimui, negu grynas aliuminis, ir lyginamasis jų svoris yra mažesnis negu lyginamasis aliuminio svoris. Ludwig Mech užpatentavo tokį lydinį su 12% magnio ir pavadino jį magnalis, bet šis lydinys neturėjo pasisekimo, kadangi jo chemiškasis atsparumas pasirodė labai menkas.

Metallbank und Metallurgische Gesellschaft Frankfurte pastangomis neseniai pradėtas vartoti Vokietijoje lydinys vad. „Silumin", kuris vis daugiau ir daugiau išsiplečia ir kituose kraštuose, vadinamas taip pat „Alpax". Silumimo sudėtis: 92% *A*, 14% — *Si* ir 11% — *Cu;* jo lyginamasis svoris 2,5 — 2,65; trūkimo riba 20 kg/mm², ištįsimas — 5—10%.

Silumino korozijai atsparumas yra lygus geriausios rūšies aliuminio atsparumui. Siluminas pasiduoda apdirbamas, gerai šlifuojamas ir gali būti suvirinamas. Iš silumino gaunami labai geros rūšies liejiniai ir todėl jis tinka garo, oro ir dujų cilinderiams gaminti. Savo gero šilimos laidumo dėka jis vartojamas destiliacijos aparatų šaldytuvams, cilinderiams ir stūmuokliams gaminti, kondensacijos indams ir pan.

Pagal Hedderheim Werke, kur neseniai pradėta gaminti siluminas, šio metalo gamyba auga labai sparčiai: 1921 m. pagaminta 65 tonos, 1922 m. — 97 t., 1932 m. — 800 t.

Toks silumino pasisekimas atkreipė visų pramoninkų dėmesį į aliuminio silicio lydinius, pavyzdžiui, firma Lautawerke užpatentavo naują aliuminio-silicio lydinį, kurį pavadino „Lautal", su 1,25—2% *Si*, 4—5,6 *Cu*, 0,5 *Mn* ir 0,3 *Ti;* jo trūkimo riba 39—48 kg/mm², ištįsimas 18—22%, Brinell'io kietumas 90—120, lyginamas svoris — 2,7—2,8; chemiškai jis labai atsparus.

Pagal Metallbank und Metallurgische Gesellschaft, litio priedas į aliuminio lydinius, ypač į sudėtingus lydinius, su *Zn, Mg, Cu, Ni* ir *Mn*, įgalina metalą pagerinti, apdirbant jį termiškai, kaip duraliuminį, bet litio priedas ir be termiško apdirbimo pagerina taip pat lydinių savumus. Ta pati firma pagamino lydinį su litiu, pavadintą „Scleron", kurio sudėtis: 0,5 — *Si*, 3% — *Cu*, 12% — *Zn*, 0,6% — *Mn*, 0,6% — *Fe* ir 0,1% — *Li;* jo trūkimo riba 42—50 kg/mm², ištįsimas 10—12%. Brinell'io kietumas — 120. Šio tipo lydiniai, pagal Metallbank'o duomenis, kaip metalas įvairiems daiktams gaminti gali būti prilygintas prie plieno ir žalvario.

Alavas ir nikelis duoda su aliuminiu auktų savumų lydinius, tačiau lydiniai su alavu mažai tevartojami dėl jų brangumo. Kaipo pavyzdį galima nurodyti lydinys A. G. Krupp fabrikų iš 87% *Al*, 8% *Cu* ir 5% *Sn*. Toks lydinys duoda labai gerus liejinius, gerai apdirbdamas piovimo įrankiu, užtektinai stiprus ir labai gražiai atrodo.

Aliuminio lydiniai su nikeliu: nuo 0,5% iki 10% nikelio įeina į standartinių lydinių pagal *DIN* normas skaičių.

XVII lentelė

Eutektiniai aliuminio lydinių sistemų santykiai.

Antras komponentas	Eutektinė temperatūra	Eutektinė svorio sudėtis % %
Ti.	659,5	0,05
Mn.	657	2,2
Be.	655	0,9
Fe	655	1,7
Ni.	640	6,5
Ca.	617	5,0
Mg_2Si	595	13,0
Si.	577	11,6
Ag.	558	35,77
Cu.	548	33,00
Mg.	451	35,2
Zn.	380	95,0

Aliuminis kituose lydiniuose

Aliuminis dažnai vartojamas kaipo priedas kitų metalų lydiniuose. Lydiniai, kur pagrindą sudaro sunkesnieji metalai, kad juos atskirtų nuo lydinių, kur viešpatauja aliuminis, vadinasi sunkieji aliuminio lydiniai.

Šiai lydinių grupei priklauso aliuminio-nikelio lydiniai, kurių mechaniniai savumai geresni už lengvųjų aliuminio nikelio lydinių savumus. Pavyzdžiui, užpatentuotas Vokietijoj lydinys iš 49,5% *Al*, 49,5% *Ni* ir 1% *P* laikomas labai atsparus rūgščių veikimui.

Kitas lydinys, užpatentuotas Max Brose fabriko iš 75% *Ni*, 17% *Cr*, 2% *Al*, 1,5% *Cu* ir 1% *Ag*, dėl savo chemiško atsparumo tinka chirurgijos ir dantų gydymo įrankiams gaminti.

Užpatentuotas Hugh Spencer Cooper, Cleveland, lydinys iš nikelio, kaip pagrindinio metalo su 10% *Al* ir su kintamu cirkono ir silicio kiekiu, kuriame nikelis gali būti pakeistas kobaltu su tos pačios grupės metalų priedu *(Wo, Mo, Cr, U)*. Tokio lydinio lydymosi temperatūra 1200° C. Jis yra tiek kietas, kad piauna kad ir kietą plieną. Iš tokios medžiagos pagaminti įrankiai nereikalinga grūdinti, šlifuoti ir atleisti, kadangi jie iš karto gali būti atlieti su smailiu galu.

Aliuminio bronza.

Pagrindinį komponentą sudaro varis. Aliuminio turinys tokiuose lydiniuose siekia iki 12%; piovimo iš kitų elementų dažniausiai įeina *Fe, Mn, Ni* ir *Žn*. Aliuminio bronza, vartojama Jungtinėse Amerikos Valstybėse, susideda iš vario, aliuminio ir geležies, Europoje, kaip priemaišos, vartojami nikelis ir manganas.



25 brėž. Aliuminio bronza: 90% Al + 10% Cu (5-ių centų monetos šlifas). Veiktas 1% tirpiniu HCl alkoholyje. Padid. 120 kartus, lyg. svoris 7,99.

Automobilių pramonėje Jungtinėse Amerikos Valstybėse priimtas toks lydinys: 85% iki 87% *Cu*, 7% iki 9% *Al*, 2½% iki 4,6% *Fe*, 0,5% *Sn* ir kitų priemaišų ne daugiau kaip 0,25%. Tokių lydinių trūkimo riba 46,7 kg/mm² ir ištįsimas iki 20%.

Aliuminio bronzos struktūra parodyta 25 brėž.

Aliuminio bronza vartojama laivų statyboje, siurblių, ventiliatorių, vožtuvų ir krumpliaračių gamyboje.

Manganinė bronza.

Manganinės bronzos turi taip pat didele trūkimo ribą: 32 iki 70 kg/mm², jos vartojamos dažniausiai apdirbtos ir yra pigesnes už aliuminio bronzą; jų sudėtis yra tokia:

Cu — 55—60%
Zn — 38—42%
Sn — 0,0—1,5%
Mn — 0,0—3,5%
Al — 0,0—1,5%
Fe — 0,0—2,00%
Pb — 0,0—0,2%

Priedai *Sn, Fe, Al, Mn,* kurie suteikia kietumą, gali vienas kitą pakeisti. Nors ji ir vadinama manganine bronza, mangano turinys šiame lydinyje sudaro kartais tik pėdsakus.

Lengvesnieji lydiniai.

Be šitų lydinių, vis daugiau įgyja reikšmės lengvesnieji už aliuminį lydiniai.

Iš tokių lydinių technikoje žinoma lydinių grupė su magnio pagrindu, vadinama elektronai. Šiuose lydiniuose magnio yra 90%; be aliuminio, dar įeina kiti metalai, kaip manganas, cinkas ir kiti.

Elektronų lydiniai gaminami Grisheim-Elektron fabrikuose ir jau 1909 m. jie figūravo aeronautikos parodoje Frankfurte/M. Lyginamasis elektronų svoris 1,73—1,84, tuo būdu elektronai yra lengviausias technikos metalas.

Elektronai turi gerus mechaniškus savumus. Presuotų elektronų trūkimo riba 36—38 kg/mm², šaltai valcuoto 29—32 kg/mm², o kai kurių elektronų trūkimo riba siekia 34—36 kg/mm². Nepaisant gerų mechaninių savumų, elektronų vartojimas negali būti labai platus, kadangi jų cheminis atsparumas yra labai savotiškas. Pavyzdžiui, šarmai veikia elektronus silpnai, gryna fliuoro rūgštis mažai veikia elektronus, o kitos rugštys, tiek mineralinės, tiek ir organinės, net praskiestos stipriai veikia. Taip pat stipriai veikia ir įvairių druskų tirpiniai, ypač chloro ir sieros sunkiųjų metalų druskos ir amonio druskos. Net labai mažas druskų kiekis, kuris gali pasitaikyti upių ir vandentiekio vandenyje, taip pat ardo elektroną. Atmosferinis veikimas, dregme ir krituliai nerodo ypatingos įtakos į elektronus, kadangi elektronas lygiai kaip ir aliuminis ir cinkas, apsidengia ore oksido plėvele.

Aliuminis geležies metalurgijoje

a) Aliuminis geležies lydiniuose.

Aliuminis dedamas į plienus, kurių paviršius kietumui padidinti nitruojamas (apdirbamas amoniako dujomis). Tokiuose plienuose paprastai būna priemaišų molibdeno, kartais chromo ir nikelio. Dažniausiai juose aliu-

minio turinys 1,25% ir molibdeno 0,5% iki 0,75%. Kai kurių plienų sudėtis tokia: *Al* — 1,25%, *Cr* — 1,5%, *Ni* — 0,5%, *Mo* — 0,2%; anglies kiekis tokiuose plienuose nuo 0,15% iki 0,4%.

Nitracijos būdu apdirbtas tokio plieno paviršius yra kietesnis už visus specialius plienus. Nitruotas plienas gali būti kaitinamas gana aukštoje temperatūroje, nepakeičiant jo kietumo.

Aliuminio plienai taip pat gali būti termiškai apdirbami. Plienai su didesniu aliuminio kiekiu labai atsparūs korozijai.

Pastaraisiais laikais geležies metalurgijoje aliuminis įgyja vis daugiau reikšmės. Aliuminio priemaišų naudingumas įvairiuose geležies lydiniuose yra gerai išaiškintas įvairiose srityse ir galima laukti, kad plienas su aliuminio priedu gali padaryti didelio progreso geležies metalurgijoje. Iki šiol aliuminis buvo vartojamas kaipo dezoksiduojąs priedas, kuris ramino Martin'o, Thomas'o ir net tigelinio plieno sustingimo procesą.

M. Marcel Ployé, Amatų ir Meno Muziejaus Paryžiuje (Ingenieur du Conservatoire Nationale des Arts et Métiers) inžinierius, savo referate, skaitytame Liejininkystės Technikų Sąjungoje (l'Association Technique de Fonderie) 1935 m. kovo 20 d. aprašo aliuminio priedų geležies metalurgijoje įsigalėjimą.

b) Maži aliuminio kiekio priedai.

Iš pradžių buvo mėginta pridėti į geležies lydinius tik nedidelius aliuminio kiekius. Aliuminio priedas nuo 0,02 iki 0,5% pagerina lydinių savumus. Lydiniai su tokiais aliuminio priedais kai kuriais atvejais darosi panašūs į oksiduotus lydinius, gaunamus dėl anomalijų užgrūdymo. Tuo atveju aliuminis veikia kaipo reduktorius, kas yra jau gerai įvertinta metalurgijoje.

M. Ployé tvirtina, kad aliuminio priedas geriausiai tinka lydiniams, gautiems nenormaliomis sąlygomis, kaip, pav., netinkama krosnies eiga ar šiaip kokie nors atsitikimai lydymo metu: per ilgas lydinio šildymas, rūgštus prikrovimas, per ilgas sulydyto metalo paviršiaus, nepridengto atitinkamu šlakų sluogsniu, kontaktas su atmosfera ir t. t.

Aliuminis dedamas į supylimo indo dugną plonų plokštelių pavidalu, pavyzdžiui, metalo perdirbimo nuopiovų, kad padidėtų kontaktas su sulydytu metalu. Reikia stengtis prilaikyti aliuminis indo dugne ir neduoti jam iškilti į paviršių, priešingu atveju jo veikimas būtų žymiai silpnesnis. Kaip tik aliuminis susiliečia su sulydytu metalu, įvyksta energingas susimaišymas, ir reikia metalo paviršius pridengti storu šlako sluogsniu, kad neišmestų sulydyto metalo dalelių, kurios, susiliesdamos su oru, duoda oksidus, kurie yra sulydyto metalo absorbuojami. Aliuminio priedas daromas aukštoj temperatūroj, kadangi liejimas gali būti daromas tik aliuminio susimaišymo reakcijai pasibaigus; tai reakcijai pasibaigus, lydinys turi būti gerai sumaišytas ir labai greit išlietas į formas, kad pasidaręs aliuminio oksidas iškiltų į paviršių su šlakais.

Sekant išlietų pavyzdžių užgrūdymo procesą, nustatomas reikalingas aliuminio priedo kiekis.

c) Tyrimai ypatingų savumų geležies lydiniams gauti su žymiu aliuminio priedu (iki 20% Al).

Šioje srityje buvo padaryta daug bandymų, ir gautieji pavyzdžiai preciziškai ištirti.

M. Ployé, ištyręs tokių pavyzdžių grūdymo procesą, padaręs jų cheminę analizę, mikrografinius šlifus, išbandė jų mechaninius savumus ir skėtimąsi.

Remdamasis bandymų rezultatais ir mokslo duomenimis, jis ieško galimumų pritaikyti aliuminio priedus geležies lydiniuose pramonės mastu, vadovaudamasis tokiais sumetimais:

1. Lydinių atsparumas aukštoms temperatūroms.
2. Bandymai, kiek tokie lydiniai tinka nitrizacijos procesui.
3. Lydinių atsparumo korozijai bandymai.

Lydinių parengimas. Operacijos buvo daromos paeiliui, pridedant į kiekvieną supylimo indą su dešimt (10) kg sulydyto metalo tam tikrą aliuminio kiekį, kad išeitų paeiliui pavyzdžiai su didėjančiu aliuminio kiekiu. Tiems lydiniams parengti buvo paimti 3 pamatiniai indai su sulydytu metalu, kuriame *C, Si* ir *Mn* kiekis buvo beveik pastovus, o *P* ir *S* kiekis buvo minimalus. M. Ployé gavęs 3 lydinių serijas, kur teorinis aliuminio kiekis buvo:

0,5—1—2,5—5—7,5—10—15—20%%.

Praktikoje šis aliuminio kiekis šiek tiek svyravo. Liejimas buvo atliktas 1400° C temperatūroje, ir aliuminis buvo pridedamas esant tai pačiai temperatūrai. Pridėjus aliuminio, lydinys buvo vėl šildomas. Pastebėta, kad esant dideliam aliuminio kiekiui, šlakų kiekis buvo lygus likusio formoje skysto metalo kiekiui. Darant iš tokio metalo liejinius, buvo pastebėta, kad formose smėlys, esant 1% aliuminio, susirenka aplinkui supylimo kanalą, ir tuo būdu gaunami labai švarūs liejiniai.

Grūdymo tyrimai parodė, kad:

1. Lydinys su 0—2% aliuminio duoda sumažinto storio užgrūdytą sluogsnį.
2. Lydiniuose su 2—7% užgrūdyto sluogsnio storis stabilizuojasi su tendencija augti, pradedant nuo 5%.
3. Lydiniuose su 7—10% užgrūdyto sluogsnio storis staigiai didėja. Lydinys visai baltas, ir jo lūžis turi aiškią kristalinę struktūrą.
4. Lydiniuose su 10—15% aliuminio jokių užgrūdyto sluogsnio storio pakitimų nepastebėta, lūžis visai baltas.
5. Lydiniuose su daugiau kaip 15% aliuminio užsigrūdymo palikimas mažėja, ypač lydiniuose su mažu anglies kiekiu.

Mikrošlifai parodė žymius struktūroje pakitimus, įvykusius dėl aliuminio priedo.

Mechaniniai savumai: nuo 0—8% aliuminio kietumo didėjimas, nuo 8—14% aliuminio staigus kietumo didėjimas, kuris paskui mažėja esant 18% aliuminio dėl laisvos anglies atsiradimo.

Iki 1% *Al* didėja palaipsniui atsparumas lūžimui, kuris siekia maksimumo esant 8% aliuminio; nuo 8—12% *Al* staigus šio atsparumo kritimas, ir nuo 12—18% vėl lėtas atsparumo didėjimas.

Nuo 0—8% trūkimo ribos didėjimas.

Skėtimosi tyrimai parodė, kad aliuminio priedas iki 4% didina lydinių skėtėimąsi su dideliu anglies kiekiu. Lydiniuose su mažu anglies kiekiu tūrio didėjimas yra žymiai mažesnis, ir 3% aliuminio sukelia grafitizacijos maksimumą. Daugiau kaip 4% aliuminio priedo skėtimasis mažėja, ir nuo 8% jis lygus nuliui.

Aukštų temperatūrų veikimo tyrimai. Daiktai, pagaminti iš paprastų geležies lydinių, aukštos temperatūros veikiami, dažnai genda ir išmetami dėl įvykusių jų pakitimų, kaip išsipūtimas, akytumas, dalelių susiskaldymas.

Tirdamas tokių lydinių kreives, M. Ployé suradęs, kad lydiniuose su dideliu anglies kiekiu, aliuminio priedas sukeliąs grafitizaciją, o lydiniuose su mažu anglies kiekiu grafitizacija prasidedanti nuo 6% aliuminio priedo.

Geras atsparumas aukštoms temperatūroms lydinių su aliuminio priedu aiškinamas perlito nebuvimu ir aliuminio veikimu (kuris veikia kaip sudėtingų anglies junginių stabilizatorius). Anglies junginių stabilizacija pašalina išsipūtimo priežastį.

Laisvos anglies buvimas padeda oksidacijos procesui, sudarydamas koriuotumo sąlygas, ir tuo būdu palengvina įsiskverbti oksiduojančioms dujoms, kurios suskaldo lydinio daleles.

Tikslus nuvalytų nuo oksidų pavyzdžių svėrimas parodė: aliuminio priedas nuo 0—8% staigiai sumažina oksidacijos procesą; priedas nuo 8 iki 15% stabilizuoja oksidaciją; esant aliuminio kiekiui nuo 15 iki 20% gaunamas lėtas oksidacijos didėjimas, kuris atitinka anglies perėjimą į grafitą.

Atsparumas korozijai. Aliuminio turinys pavyzdžiuose, kurie mažai pasiduoda korozijai, svyravo nuo 8 iki 18%.

Norėdamas ištirti sūraus rūko veikimą, M. Ployé laikė bandomus pavyzdžius laboratorijoje 51 dieną 20° C temperatūroje išdulkyto jūros vandens atmosferoje, paskui pavyzdžiai buvo gerai nuvalyti ir pasverti.

Bandymų rezultatai parodė, kad mažiausiai pasiduoda korozijai lydiniai su 8—15% aliuminio.

Pridėjus daugiau kaip 15% aliuminio, korozijos veikimas kiek didėja. Mažas geležies lydinių su aliuminio priedu svorio nuostolis leidžia priskirti tokius lydinius prie labai atsparių korozijai. Didžiausias svorio nuostolis, kurį surado M. Ployé, siekia 0,025 gr/dm² per 24 valandas.

M. Ployé ištyręs taip pat jūros vandens veikimą į geležies lydinius su aliuminio priedu. Pavyzdžiai buvo panerti jūros vandenyje 71 dieną, paskui nuvalyti, išdžiovinti ir pasverti. Rezultatai parodė korozijos veikimo mažėjimą iki 8% aliuminio priedo ir korozijos veikimo stabilizaciją nuo 8—18% aliuminio.

M. Ployé bandymai buvo atlikti su špyžiumi (drauge su nurodytais aliuminio priedais).

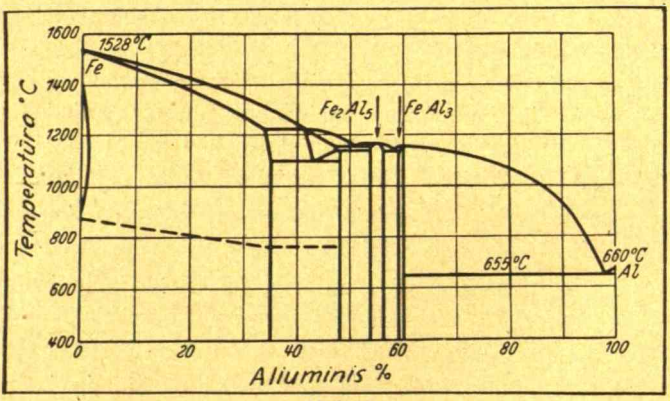
Tokie buvo pirmieji nedrąsūs žingsniai vartoti aliuminis kaipo priedas geležies lydiniuose. Nedaug laiko praslinko, ir dabar aliuminis užima atitinkamą svarbią vietą geležies metalurgijoje.

Visų pirma dabar yra preciziškai įvertintas aliuminio veikimas kaipo dezoksiduojančios ir lydymo procesą raminančios medžiagos plieno liejininkystėje. Tam reikalui vartojamas ne tik grynas aliuminis, bet ir vadinamasis „silikoaliuminis", kuriame silicio turinys siekia 45% ir kuris gali būti betarpiškai pagamintas iš boksitų. Kitas dezoksidatorius, vadinamasis „Calloy", yra aliuminis su kalciu (apie 10—15% kalcio).

Nauji aliuminio priedai, atvirkščiai, teikia geležies lydiniams ypatingų savumų ir duoda kartais visiškai netikėtas kombinacijas: aliuminis - geležis su kai kurių kitų sudėtinių dalių priemaišomis. Vartojamų aliuminio priedų kiekis siekia paprastai 5—20 kg kai kada kg. tonai ir kai kuriais atvejais 100—150 g. specialiuose plienuose.

d) Cheminiai ir fiziniai geležis-aliuminis lydinių savumai.

Suprantama, čia kalbama apie lydinius, kur geležis sudaro pamatinį komponentą.



26 brėž.

26 brėžiny parodyta geležies-aliuminio lydinių diagrama pagal Sonderstrahlkunde (Revue de l'Aluminium, Octobre 1936, Nr. 83).

Dėl geležies kiekio 0—40% diagrama, pagal Leon Guillet (Les metaux legers et leurs alliages, Tome I, page 202, Dunod Editeurs 1936), rodo, kad geležis sudaro junginį Al_3Fe, kuris išsiskiria eutektikos pavidalu Al-Al_3-Fe. Esant geležies kiekiui 1,89% ir toliau pirmas išsiskiria junginys Al_3Fe. Eutektikos lydymosi temperatūra 653° C.

Atvirkščiai, jei įsidėmėsime lydinius, kurie sudaro šio aprašymo temą, t. y. geležis-aliuminis, turinčius nuo 0 iki 34% aliuminio, galima konstatuoti,

kad jie sudaro homogeninius kietus tirpinius. Iš jų įdomesni tie, kur aliuminio kiekis nuo 0 iki 16%.

Šių lydinių fiziniai ypatumai aprašyti įvairiuose darbuose, paskelbtuose žurnale „Physical Properties of Iron Aluminium Alloys, C. Sykes and J. W. Bamplyide, Foundry Trade Journal, 20-IX-34".

Lyginamasis svoris. Be abejo, aliuminio priedas sumažina lyginamąjį svorį lydinio, į kurį jis yra pridėtas, tačiau šis svorio sumažėjimas mažesnis negu reikėtų laukti, remiantis sumaišymo dėsniais.

Skėtimosi koeficientas. Skėtimosi kreivės linkmė keičiasi esant temperatūrai, aukštesnei kaip 500° C, ir šis linkmės pakitimas ypatingai staigus esant 12% aliuminio kiekiui.

Lyginamasis šilimos talpumas iš lėto kyla, didėjant proporcingai pridėto aliuminio kiekiui, būtent: 0,11, kai 0,83% aliuminio, ir 0,13, kai 15,5% aliuminio.

Elektros varža. Žemoj temperatūroj elektros varža didėja proporcingai pridėto aliuminio kiekiui. Aukštoj temperatūroj, daugiau kaip 600° C, temperatūrinis koeficientas mažėja (ypač lydiniams su 11% aliuminio) tokiu būdu, kad varžos kitimas, kaip temperatūros funkcija, yra labai mažas, todėl tokie lydiniai ypatingai įdomūs, kaipo elektros varžos medžiaga elektros šildymui. Tokių lydinių terminis apdirbimas turi dar įtakos varžos didumui, ypač lydiniams su aliuminio kiekiu didesniu kaip 12% ir pareina nuo ataušinimo greičio.

Magnetiniai savumai. Plienas su nikeliu ir aliuminiu, bet su mažu anglies kiekiu, yra pastovių magnetinių savumų. Tokiuose plienuose aliuminio kiekis būna 8—20% ir nikelio 25%. Tokie plienai nėra kalūs ir sunkiai apdirbami piovimo įrankiais, todėl jie tinka tik liejininkystei. Jų indukcija labai didelė, ir didelis magnetinis laukas. Magnetai, pagaminti iš tokio plieno, yra žymiai lengvesni ir ilgai išlaiko magnetinius savumus.

Atsparumas sulydytų metalų veikimui. Sulydytas paviršutiniuose sluogsniuose plieno aliuminis, įeinąs į kontaktą su sulydytais metalais, ypač cinku, ne labai aukštoje temperatūroje turi didelę įtaką: plono aliuminio oksido sluogsnio užtenka, kad išvengtų sulydyto metalo sušlapinimo ir prisikabinimo.

Atsparumas karozijai ir oksidacijai. Jau seniai plienas, kuris buvo veikiamas aukštos temperatūros, buvo padengiamas aliuminio sluogsniu. Aliuminio priemaišos taip pat apsaugoja plieną nuo korozijos veikimo, ypač aukštoje temperatūroje. Aliuminio kiekis tokiuose plienuose būna gana įvairus, pareinant nuo temperatūrų, kurioms šis plienas skiriamas; anglies ir kitų elementų kiekis pareina nuo liejimo ir apdirbimo būdų.

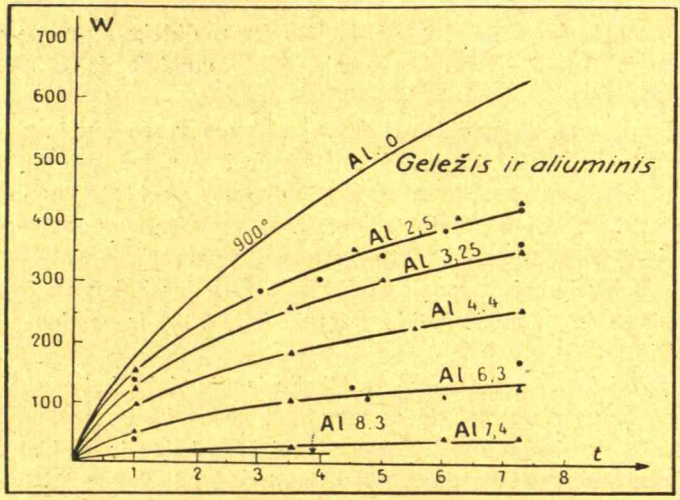
27 diagramoje parodytas absorbuojamo deguonies kiekis 900° C temperatūroje plienų su įvairiais aliuminio priedais nuo 0 iki 7,4%.

Specialūs plienai, su aliuminio priedais, kurie dabar plačiai vartojami ten, kur reikalingas aukštoms temperatūroms atsparumas, gali būti suskirstyti į tris kategorijas:

I. Specialūs plienai, tik atsparūs aukštoms temperatūroms:
   a. Dviejų komponentų lydiniai Fe-Al, vad. „Feralloy“.
   b. Plienai su chromu-aliuminiu: „Duraloy“ ir „RNC 44“; trijų komponentų Feralloy.
   c. Plienas su chromu-aliuminiu-kobaltu, vad. „Kantahl“.
   d. Plienas su chromu-aliuminiu-siliciu, vad. „Sicromal“ ir „ZA“.

II. Specialūs plienai, kurie, be atsparumo aukštoms temperatūroms, turi dar ir pagerinto mechaninio ir cheminio atsparumo temperatūroje iki 600°.

Prie šios grupes priklauso: plienas chromas-molibdenas-aliuminis vad. „Chromesco II“ ir plienas *„PM“*.



27 brėž. Lydinių geležis - aliuminis oksidacijos 900° temperatūroje kreivės kaipo laiko t valandomis funkcijos, esant įvairiam aliuminio kiekiui (nuo 0 iki 7,40%. Ordinatos W rodo duių pavidalo absorbuotos deguonies tūrį, pritaikytą normalioms sąlygoms. Abscisėje t laikas valandomis (pagal A. Portevin et Jolivet Revue de Métallurgie).

III. Specialūs plienai, kurie, be atsparumo aukštoms temperatūroms, turi dar ir pagerinto mechaniško ir chemiško atsparumo aukštesnėse kaip 600° temperatūrose:

Austenitiniai lydiniai: plienas nikelis-chromas-aliuminis. Specialus plienas d'Imphy.

Feraloy — dviejų komponentų lydinys su 14% aliuminio, gaminamas Anglijoje „British and Dominions Feraloy“. Šis plienas labai atsparus aukštoms temperatūroms, ypač sieros dujų veikimui, tinka krosnims, kur apdirbami piritai. Tą patį pavadinimą turi kiti lydiniai, į kuriuos, be aliuminio, beveik tokiu pat kiekiu įeina dar chromo iki 3,5%.

Prie chromo — aliuminio plienų, kuriuos išradęs Dr. Rohn Vokietijoje, Smith Corporation J. A. V. ir Chévenard su B-vė „Société de Commentry-Fourchambault et Decazeville“, Francūzijoje, priskaitoma visa serija lydinių,

kuriuose chromo kiekis sudaro 25—40% ir aliuminio kiekis — 10%. Tokio lydinio pavyzdys „RNC 44“, pagamintas Société de Commentry, kuris, kaip buvo minėta, vartojamas elektriško šildymo elektros varžai sudaryti. Šis plienas nesioksiduoja temperatūroje iki 1300° C ir gaminamas fabrike d'Imphy; jo sudėtis: chromo 30%, aliuminio 5%, geležies ir kitų metalų 65%.

Bendrovė „La Société d'Eléctro-Chimie et Eléctro-Métallurgie et des Acieries Eléctriques d'Ugine“ pavadino tokius lydinius „Duraloy“, kurių fiziniai savumai tokie: lyginamasis svoris — 7,6; specifinė šilima (nuo 20—600° C) — 0,16; termiškas laidumas — 0,06; skėtimosi koeficentas (tarp 0 ir 1000° C) — 13×10^{-6}.

Mechaniniai savumai lydinių, glijuotų 850° C temperatūroje: trūkimo riba 50—65 kg/mm²; tamprumo riba 35—50 kg/mm²; Brinell'io kietumas 170—200.

Aliuminio priedas pagerina chemišką atsparumą oksiduojančioje ir sieros dujų atmosferoje iki 1200° C temperatūroje. Plienas-chromas-kobaltas-aliuminis gaminamas Švedijoje ir vadinamas „Kanthal“; jo sudėtis: *Cr* 30%, *Co* 2,5% ir *Al* 3,5%.

Iš šio plieno gaminama padidintos elektros varžos viela. Geresniosios šio plieno rūšys gali dirbti temperatūroje iki 1300° C.

Pažymėtinas plienas pagal francūzų patentą Nr. 763—746, gaminamas Deutsche Edelstahlwerke A. G. ir vartojamas vožtuvams gaminti. Jo sudėtis: 0,3—0,5% *C*, 1,5—2,5% *Cr*, 0,5—3% *Co*, apie 4% *Si* ir 4% *Al*.

Ypatingai pažymėtinas plienas su chromu-siliciu-aliuminiu, gaminamas Vokietijoje, firmos „Vereinigte Stahlwerke A. G.“, ir vadinamas „Sicromal“. Šio plieno sudėtis svyruoja: *Al* 0,5—4% atitinkamai *Cr* — 6—22%. Tokie plienai gaminami taip pat Francūzijoje, Société Armco, vad. „Sicromal“, šešių rūšių, skiriamų temperatūroms 600—700—800—900—1000 ir 1200° C. Šios rūšies plienai apdirbami valcavimu, kalimu, lenkimu ir traukimu 700—1250° C temperatūroje be ypatingų atsargumų. Šio plieno struktūra — feritiškai perlitinė. Kad gautų smulkių kristalų struktūrą, plienas glijuojamas 800—950° C temperatūroje. Prie šio tipo plienų priklauso taip pat plienas markės „ZA“, gaminamas Acierie Eléctrique d'Ugine, ir plienas, vad. „Pyra“, gaminamas Acierie d'Imphy.

Fabrikuose Acierie Eléctrique d'Ugine šie plienai žymiami ženklu PM ir turi tokius savumus:

	glijuoti	užgrūdyti
Trūkimo riba	60 kg/mm²	80 kg/mm²
Tamprumo riba	30 „ „	65 „ „
Ištįsimas	20%	12%

Plienas, vad. „Chromesco“, su chromu, molibdenu ir manganu, gaminamas Société Française Escaut et Meuse, ir plienas Chromesco II — su aliuminio priedu.

Babcock and Wilcox gamina chromonikelinį plieną su aliuminio priedu, kad pagerintų sieros dujoms atsparumą. Yra dar plienai, kurių sąstatas labai sudėtingas: su *Ni, Cr, Vd, Ti* ir *Al,* ir kurių savumai dar sudaro tyrimų objektą.

Austenitinių geležies nikelio su aliuminio priedu lydinių struktūrinis sukietėjimas*), gaunamas termiškai apdirbant.

1929 metais M. Pierre Chevenard padarė Francūzų Mokslo Akademijai (Academie des Sciences) pranešimą apie savo atliktus bandymus ištirti kompleksinius geležies nikelio lydinius.

Reversyviniai (atgaunamieji) geležies nikeliai su 27% nikelio aukštose temperatūrose, fazėms nebesikeičiant, pasiduoda termomagnetinei transformacijai: ši transformacija neturi įtakos jų struktūrai ir labai mažai paliečia jų mechaninius savumus. Tuo būdu, jeigu vartoti lydinius, artimus martensitui, kuriuose dėl ataušinimo žemoje temperatūroje reiškiasi alotropinė transformacija, atgaunamieji geležies nikeliai negali kietėti nuo terminio apdirbimo, tik šaltas kalimas gali jų tamprumą padidinti. Tuos pačius savumus rodo ir geležies nikeliai iš trijų arba daugiau komponentų, kurie sudaro homogeninį sustingusį tirpinį.

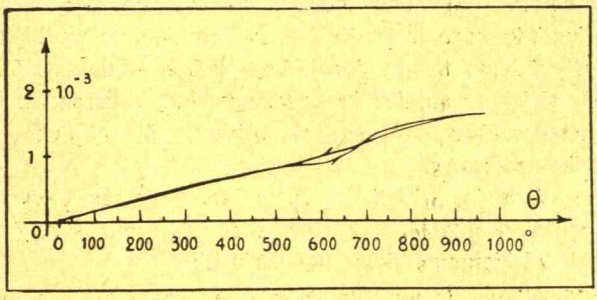
Kai atsirado duraliuminis, kuris parodė visiškai naujus terminio lengvųjų metalų apdirbimo procesus, šie kietėjimo procesai pasirodė galį būti taikomi kitiems lydiniams, ypač geležies nikeliams, gryniems arba su chromo priedu. Užtenka, pagal M. Chévenard'ą, tam tikru priedu sudaryti agregatą iš dviejų komponentų, kurių tarpusavis skiedimasis, temperatūrai kylant, didėja, ir kurių vienas yra kietas; toks lydinys, panašus į duraliuminį, turi rodyti, kaip ir duraliuminis, struktūrinį sukietėjimą dėl pergrūdymo ir atleidimo.

D'Imphy fabrikų technikos laboratorija pradėjo ta linkme sistemingus bandymus. Tarp pridedamųjų elementų, kurių rolė sukietėjimo procese buvo ištirta, aliuminis parodė ypatingus struktūrinio užgrūdimo savumus dėl geležies nikelių grynų arba su chromo priedu, kur jis taip pat buvo pridėtas. Dėl aliuminio priedo į geležies nikelio lydinius, grynus arba su chromu, pasigamina kažkoks naujas kietas komponentas, iki šiol mažai ištirtas, kuris šildomas tirpsta likusiame lydinyje.

Šis M. Chévenard'o pastebėtas struktūrinio užgrūdymo savumas vaizdžiai atvaizduotas 28 dilatometrinėje diagramoje. Kreivės kilimas, ypač tarp 600 ir 700° temperatūros, rodo palaipsniui kieto komponento tirpimą. Labai iš lėto ataušant reiškimasis yra quasi reversyvinis, tačiau pergrūdymo savumas reiškiasi tik labai iš lėto, keliais laipsniais per minutę ataušant, bet įkaitintas iki 1000° ir daugiau temperatūros, įmurdytas į vandenį, duoda beveik pilną pergrūdymą.

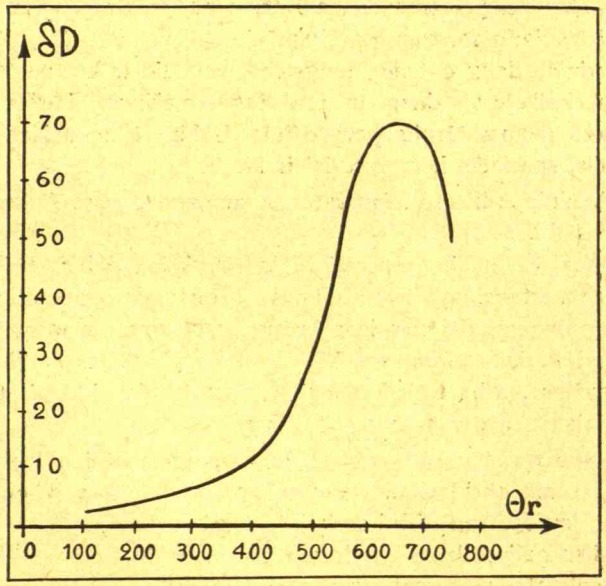
*) Sukietėjimas gaunamas del įvykusio terminio apdirbimo struktūros kitimo dėka.

Tuo būdu lydinys iš 60% nikelio, 10% chromo ir 5% aliuminio temperatūroje tarp 450 ir 500° turi tam tikrą, ne visiškai pastebimą tarpusavio tirpymo, arba dviejų fazių išskyrimo ypatybę, kurių viena kieta ir turtinga aliuminio.



28 brėž. Kreivė, kuri vaizdžiai parodo ferro-nikelio lydinių su chromo ir aliuminio priedais palinkimą prie struktūrinio užsigrūdymo*).

29 brėžiny atvaizduotas to paties lydinio kietumo didėjimas, pareinąs nuo glijavimo temperatūros. Pavyzdys: kotas buvo visų pirma pergrūdytas 1000° temperatūroje ir ataušintas vandenyje, paskui buvo įstatytas į diliatometrą, kuris buvo šildomas tokiu būdu, kad per valandą temperatūra kiltų 200° iki parinktos glijavimo temperatūros; toje temperatūroje pavyzdys iš-



Brėž. 29. Brinell'io kietumo didėjimas, kaip glijavimo temperatūros funkcija, lydiniui su 60% Ni, 10% Cr ir 5% Al.

*) Revue de l'Aluminium Nr. 85 Novembre 1936.

laikytas 7 valandas ir paskui iš lėto ataušintas. Gautas labai charakteringas aliuminiui sukiejimas.

Kitas lydinys iš 0,3 *C*, 35,20 *Ni*, 9,90 *Cr* ir 3,65 *Al* buvo glijuotas paeiliui temperatūrose 651° ir 726° per 7 valandas ir davė tokius rezultatus: pavyzdy, glijuotame 651° temperatūroje beveik išimtinai išsiskyrė komponentas su aliuminio baze ir pasireiškė žymus kietumo padidėjimas, net tokioj mažoj užgrūdymo temperatūroj, kaip 900°; glijuotame 726° temperatūroj pavyzdy išsiskyrė anglies komponentas, bet išskyrus tik labai aukštas užgrūdymo temperatūras, sukietėjimas, atitinkąs šią glijavimo temperatūrą, neturi praktiškos reikšmes.

Jeigu, be aliuminio, pridėti dar vienas komponentas, pavyzdžiui, titanas, galima dar padidinti sukietėjimas. Pavyzdžiui, lydinio iš 35% *Ni*, 10% *Cr*, 3,5% *Al* ir 0,8 *Ti* kietumas siekia 320 Brinell'io.

Toks sukietėjimas, ir ypač jo išsilaikymas aukštose temperatūrose, turi didelės reikšmės sintetinių dirbinių gamybai vartojant spaudimą ir geresniam šiliminių mašinų našumui.

D'Imphy fabriko laboratorija veda savo tyrimus dviem šiomis kryptimis:

1. Lydinių sudėtis ir terminis apdirbimas suderinti tokiu būdu, kad padidėtų jų atsparumas aukštų temperatūrų atžvilgiu.

2. Ištirti įkaitinto metalo mechaninius savumus ir išreikšti juos skaičiais, kad galima būtų juos vartoti mašinų projektams.

Iki 525—550° temperatūros galima buvo pasitenkinti lėtesnio glijavimo plienu, pagal Taylor'o formulę, greitapiūvio plieno išradėjo, išnaudojant martensito, turinčio daug chromo, tungsteno, vanadio ir kt., pastovumą. Bet dabartinėje technikoje vis daugiau reikalingos mašinos, kurios turi dirbti 600° ir daugiau temperatūroje, pavyzdžiui, visokių rūšių mašinos susisiekimo priemonėms, specialūs kompresoriai ir kt.

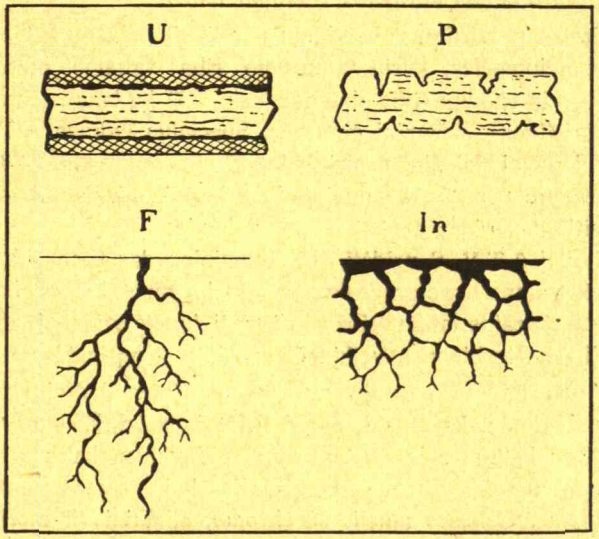
Dėl mechaninio aukštose temperatūrose atsparumo p. p. Baley ir Renaud daro tokias pastabas:

„Mechaniniai savumai, temperatūrai kylant, krinta labai greit; nežymus mechaninės charakteristikos sumažėjimas, gaunamas temperatūrai kylant, be kitų lydinio kitimų, dėl per ilgo buvimo tam tikrų temperatūrų ribose, gali sukelti kai kuriuos struktūros kitimus, pavyzdžiui, tūrio kitimas, arba išputimas (špyžius), arba transformacijos taško peržengimas ir t. t., kurių įtaka mechaniniams savumams yra labai žymi."

Savaime suprantama, kad mechaniškas atsparumas eina lygiagrečiai su chemišku atsparumu oksidacijai, vandens garams, dujų veikimui aukštose temperatūrose, kuriose turi dirbti metalinės mašinų dalys.

Tarp įvairių galimų korozijos formų, parodytų 30 brėž. matomos plyšių korozija ir tarpkristalinė korozija yra pavojingiausios. Tarpkristalinė korozija stipriau reiškiasi kristalų periferijoje negu viduje, irstant išoriniams sluogsniams, trupa ir metalo grūdai, kurie iškrinta metalo paviršių bevalant.

Plyšių korozija yra atskiras tarpkristalinės korozijos pavidalas, lokalizuotas dėl vidaus arba išorinių mechaninių veiksmų, kurie padeda korozijai veikti aplink tam tikrus kristalitus. Pasidaręs dėl mechaninių veiksmų plyšys, vis daugiau ir daugiau plečiasi, ir plyšio dugne, kur metalas yra jau pavargęs, susidaro palankios sąlygos korozijai veikti. Bandymai taip pat parodė, kad grynas geležis-nikelis su nedideliu chromo kiekiu, kaip, pavyzdžiui, lydinys NC 4 su 22% nikelio ir 2% chromo, labai įdomus kai kuriose pramonės šakose, ypač kaipo elektros šildymo varža, bet visai netinka garų turbinų lopetėlėms: po kelių darbo savaičių, net po kelių dienų, lopetėlės, vamzdeliai ir kt., kurie atrodo oksidavęsi tik paviršiuje, turi gilius plyšius ir pagaliau lūžta.



30 brėž. Įvairūs schematiški metalų lydinių korozijos vaizdai. U — paviršutinė korozija. P — dygsniais įsikertanti korozija. F — plyšių korozija. In — tarpkristalinė korozija. („Meteaux" octobre 1934. Theorie de la corrosion. G. Chaudron. Plyšių korozija terro-nikelių garų atmosferoje, turbinų lopetėlėse. M. Chevenard) *).

D'Imphy fabrikai darė ištisą eilę bandymų, kol surado lydinį, pavadintą A.T.V., kurio sąstatas apytikriai toks: *C* — 0,3%; *Ni* — 35% ir *Cr* — 11%. Šis lydinys per 20 metų buvo sėkmingai vartojamas garų turbinų lopetėlėms gaminti, garų vožtuvams ir kt., ir pasirodė labai pastovus korozijos atžvilgiu.

Nepaisant to, buvo dar dėta pastangų šis lydinys pagerinti, visų pirma austenitų (geležis-nikelis-chromas) tamprumo ribai ir tamprumui pakelti tam tikrais priedais, kurių dėka lydinyje reikštųsi struktūrinis sukietėjimas, ypač aliuminio, molibdeno ir titano priedais. Molibdenas ir titanas skiriami tam, kad modifikuotų aliuminio tirpimą ir kad sudarytų komponentą, kuris išsiskiria tuo metu, kada lydinys sukietėja jį glijuojant po pergrūdymo. Šio

*) Revue de l'Aluminium No, 84, octobre 1936.

komponento išsiskyrimas susijęs su Curie taško pagrindinio sustingusio tirpinio nuslūgimu, ir tirpinys turi tiek nikelio, kad yra atsparus transformacijai, dėl kurios γ linkmėje α darosi minkštesnė. Be to, aliuminio ir chromo priedo dėka lydinys yra chemiškai labai pastovus, taip pat ir išsiskyręs komponentas.

Rezultatai visai patvirtino šiuos spėjimus. Aliuminio priedas ne tik padeda sukietėjimui, bet didina taip pat atsparumą korozijai karštyje. Taigi lydinys ATV, kuris buvo vartojamas per 20 su viršum metų garinių turbinų lopetėlėms gaminti, visai nenustoja savo atsparumo korozijai tiek karšto oro, garų, sieros dujų atmosferoje, tiek ir chloro rūgšties hiposulfito tirpinyje, kuris aplamai vartojamas korozijos veikimui ištirti.

Šis rezultatas patvirtintas bandymu per 7000 valandų. Galima pagaminti turbinoms lopetėles, kurių tamprumo riba šaltame būvyje daugiau kaip 50 kg/mm² ir trūkimo riba daugiau kaip 100 kg/mm². Karštyje šių lydinių charakteristikos — žymiai geresnės. Specialus lydinys A.T.V. su aliuminio priedu lengvai leidžia pasiekti leidžiamą apkrovimą 28 kg/mm² ir 600° temperatūroje per 25—35 nuolatinio prikrovimo valandas duoda ištįsimą, kurio greitis neperžengia 1×10^{-5} per valandą.

Jeigu į lydinį A.T.V.-S pridėti, be aliuminio, dar titaną, galima gauti leidžiamas apkrovimas temperatūroje 550° 40 kg/mm², kas iš tikrųjų sudaro rekordą. Tokia charakteristika leidžia gaminti lopetėles labai greit besisukančioms dujinėms turbinoms, veikiančioms 550° temperatūroje.

Kadangi užgrūdymo ir glijavimo temperatūros lydinių su aliuminio priedu nėra palyginti aukštos, tai, pagal P. Chévenard, šio apdirbimo efektą galima lyginti su kalimo efektu. Paprastas glijavimas kaltų arba valcuotų daiktų duoda žymų sukietėjimą, kadangi žalias lydinys po kalimo jau yra iš dalies pergrūdytas. Geležies nikelis su chromo, aliuminio ir molibdeno priedais valcuotas, paskui glijuotas 12 valandų 615 laipsnių temperatūroje turi tamprumą 110 kg/mm² ir ištįsimą 12%. Toks paprastas apdirbimo būdas sėkmingai vartojamas štampuotiems daiktams apdirbti, pav., turbinų lopetėlėms ir kt. Tas pats lydinys užgrūdytas ir ištrauktas vielos pavidalu, paskui glijuotas 12 valandų 615° temperatūroje, davė tamprumą 135 kg/mm², o karštyje rodo nepaprastus savumus: padarytos iš tokios vielos spyruoklės, išlaikytos suspaustame būvyje 12 valandų 500° temperatūroje, neparodė pastebimo sulinkimo. Toks rezultatas pažymėtinas kaipo naudingas terminių mašinų gamyboje.

Čionai buvo paliestas geležies nikelių su aliuminiu austenitinių lydinių struktūrinis sukietėjimas, gaunamas tam tikru apdirbimu, kuris parodė visiškai naują ir svarbią aliuminio rolę geležies metalurgijoje, nagrinėjant būdus mechaninėms savybėms pagerinti, ypač kietumui, kuris taip domina dabartinius metalurgus. Tačiau reikia priminti, kad struktūrinis sukietėjimas, gaunamas nuo šildymo per tam tikrą laiką, tam tikroje t° po užgrūdymo, yra bendro pobūdžio klausimas.

L. Guillet savo straipsnyje „Struktūrinio sukietėjimo reiškiniai ir geležies nikelio lydiniai"*), nurodydamas bendrą struktūrinio sukietėjimo procesą ir reiškinius, surištus su jo etapais, daro tokias išvadas:

Mechaniniai savumai, ypač kietumas ir atsparumas, žymiai didėja.

Užgrūdytas lydinys palyginti yra minkštas ir šaltas dažnai gali būti deformuojamas arba apdirbamas piovimo įrankiais; gavęs galutinę formą, jis gali įgyti reikalingą kietumą, bešildant jį tam tikrą laiką tam tikroje temperatūroje.

Lydiniai, sukietėję šildomi tam tikroje temperatūroje, aplamai yra labai pastovūs aukštesnėse temperatūrose; mechaninis atsparumas aukštoj temperatūroj taip pat yra labai geras.

Duraliuminio ir kai kurių švino lydinių šildymo temperatūra gali būti paprasta temperatūra. Vario-glicinio lydinių sukietėjimo temperatūra, duodanti aukščiausią sukietėjimo laipsnį, yra 325° 3-jų val. metu. Kai kurių geležies nikelio lydinių sukietėjimo temperatūra prašoka 850°.

Silicio, aliuminio, glicinio priedas įvairiuose nikelio lydiniuose padeda gauti visą lydinių seriją, kurie kietėja, glijuojant juos po užgrūdymo. Pavyzdžiui, metalo Monel su 4% aliuminio priedu, vadinamo „Monel K", trūkimo riba 115—127 kg/mm², o Brinell'io kietumas 316—350.

Remdamiesi nikelinių plienų struktūrinio sukietėjimo savumais, French ir Homerberg pasiūlė veikti tokius plienus nitravimu. Prof. M. Guillet duoda įdomius duomenis, kuriuos jis gavo, veikdamas tokius plienus nitravimu. Užgrūdoma 900° temperatūros aliejuje ir glijuojama 660° temperatūroje.

Plienų sudėtis:

	Pav. A	Pav. B
Anglis	0,20%	0,21%
Silicis	0,14%	0,31%
Manganas	0,63%	0,59%
Nikelis	3,11%	2,77%
Chromas	1,13%	1,13%
Aliuminis	1,23%	0,95%
Molibdenas	0,24%	0,44%

Plienas	Mechaniniai savumai	Prieš nitravimą	Po nitravimo
Pav. A	Trūkimo riba kg/m²	89,3	128,6
Pav. B	„ „ „	88,6	118,6
Pav. A	Tamprumo riba	78,6	123,3
Pav. B	„ „	74	112
Pav. A	Ištįsimas °/°/°	17	12
Pav. B	„ „	19	15
Pav. A	Brinell'io 3000 kg. rut. 10 mm	269	375
Pav. B	kietumas „ „ „ „ „	262	355

*) „Les phenomenes de dureissemant structural et les alliages de nickel". Revue du Nickel, mai 1936.

Šių dienų aliuminio

Ženklai: L. — liejininkystė. V. — valcavimai. P. L. — pagerinti

Pagerinti

PAVADINIMAI	Kilimo kraštas	PRIEDAI %			
		Si.	Cu.	Zn.	Mg.
Aeral P. L.	Francūzija	0—0	4,0	—	0,9
Aldal. P. K.	„	0,6	4,0		0,5
Aldrey. P. E.	Šveicarija	0,6		—	0,4
Alferium P. K.	Francūzija	0,5	5,68	—	0,65
Aljep. P. K.	„	—	3,60—4,0	—	1,2—1,5
Almag. P. K.	„	0,6	2,5 —3,0	—	0,7
Almasilium. P. E.	„	2,0	—	—	1,0
Almélec. P. E.	„	0,6	—	—	0,7
Alneon. P. L.	Vokietija	—	2—3	—	0,4—1,1
Alucable. P. E.	Francūzija	0,6	—	—	0,4
Aludur P, K. ir P. E.	Vokietija	0,7—1	2,5—5,5	—	0,2—0,7
Alufont. L.	Šveicarija	0,25	2,0	12,0	—
Alugir, L.	Francūzija	—	—	—	—
Alusil. L	Vokietija	18—22	1,0	—	—
Alzin. L.	Francūzija	—	—	20,0	—
Anticorrodal.	Šveicarija	1,0	—	—	0,6
AP 33 P. L.	Francūzija	—	4,0—6,0	—	—
AP 33M P. L.	„	—	4—6	—	0,5
Argilit L.	Vokietija	2,6	6,0	—	—
Avional. P/E.	Šveicarija	1,4	4,75	—	0,5
„ term. apd.	„				
Bondur žiur. Duralium					
BSS. ž. Hydronalium					
Cetal. L.	Vokietija	6,5	3,0	10,0	—
Cindal. V.	Anglija	—	—	0,1—1,5	0,1—3
Constructal 2	Vokietija	0,55	1—2	—	1,0
„ 8	„	0,2	—	5,0—9,0	1,4
Cupraliumin. L.	USA 12	—	7,0—8,0	—	—
„ 12. L.	„ „	—	11,5—12,5	—	—
Deutsche Leg. L.	„ „	—	3,0	12,0	—
Duraliumin. P. K.	Vokietija				
„ 181 A.	„	0,2	3,5	—	0,5
„ 691 B 1/3	„	0,3	4,2	—	0,5
„ 681 B	„	0,3	4,2	—	0,5
„ 681 Z	„	0,3	4,3	—	0,5
„ 681 H	„	0,3	3,3	—	0,5
„ 681 K.	„	0,3	—	—	0,5
„ Z	„	0,6	4,3—5,0	—	0,9
„ Super	„	0,6	5,5	—	1,0

lydinių lentelė.

liejininkystės lydiniai. P. K. — pagerintos konstrukcijos lydiniai. P. E. — laidininkai.

PRIEDAI %			MECHANINIAI SAVUMAI		
Mn.	Fe.	Kiti	Trūkimo riba kg/mm	Ištįsimas % %	Brinell'io kietumas
—	—	Cd 1,6			
0,3	—	—	40	18—22	110—120
—	0,3	—	33—36	6,5	
0,69	0,52	—	36—42	14—22	
—	—	Ni 1,2—1,8			
—	—	V 0,3—0,8			
—	—	—	38	22	110—120
—	—	—	32—35	18	90—100
—	0,3	—	35	6	90—100
—	—	—	20—24	3	100—150
—	0,3	—	33—36	6,5	
—	0,3—0,5	—	25—45	10—22	
—	0,4	—	27—34	0—1,5	100—125
—	—	—	19—22	4	
—	0,5—1	—	14	1—2	180—190
—	—	—	13—20	2—3	62—65
0,6	—	—	25—36	22—12	
—	—	Ti 0,4	28—30		
0,5	—	Ti 0,4	33		
—	—	Bi 2			
0,5	1,0	—	38—45	16—20	95—105
—	—	—	47—53	12—18	
—	—	—	18—22	0,5—3	65—90
—	—	Cr 0,1—0,6	19—21	5—20	
—	—	Ti 0,5	38 - 42	18—25	95—115
1	—	—	47—52	15—18	120—145
—	—	—	13—20	1,ū—3	
—	—	—	15—21	0,5—2	
—	—	—	12—22	2—7	60—80
0,5	0,2	—	42—45	12—15	124
0,3	0,3	—	40—44	14—20	122
0,6	0,3	—	43—46	12—15	125
0,6	0,3	—	44—47	10—14	128
—	0,3	—	35—36	25—26	98
0,2—1	0,3	—	apie 22	20	
0,6	0,3	—	48—50	12—14	130—132
0,6	0,3	—	50—55	10—20	130—140

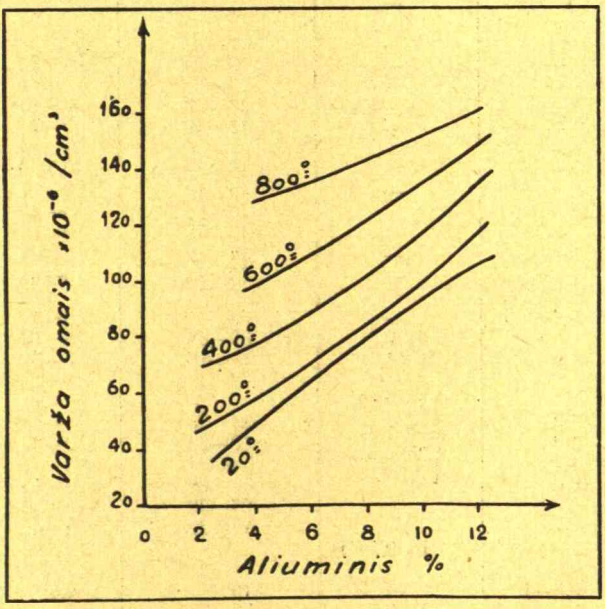
PAVADINIMAI	Kilimo kraštas	PRIEDAI %						MECHANINIAI SAVUMAI		
		Si.	Cu.	Zn.	Mg.	Mn.	Fe.	Kiti	Trūkimo riba kg/mm²	Ištįsimas % %	Brinell'io kietumas
G 97 L.	Šveicarija	—	12,0—13	—		1,2—1,6	0,7—1	—			
Hiduminium. L. V.	Anglija	0,2—5,0	0,5—5		0,2—0,3	—	0,6—1,5	Ni 0,5 Ti 0,5			
Hydronalium. P. K.	Vokietija	0,2	—		1—5	0,6	—	—	32—35	25—3	75—135
Inalium V.	Francūzija	0,5	—	—	5—10	—	—	Cd 1,5—2	18—30	22—6	
Innosein	„	—	5,6	—	1—1,5	—	—	Sn, Ni			
I. K. P. K.	„	—	4,5	—	—	—	—	—	45	5	110—120
K. S. Kolben L.	Vokietija	12,00	4,5	—	0,7	1	6,5	(Sb) 1,5 Ni	12—16	3—5	
K. S. Seewasser L.	„	1,0	—	—	2,5	2	—	0,5 Sb	15—20	3—8	60
„ „ „ V.	„	1,9	—	—	1,5	1,6	—	0,2 Sb	15—39	25—15	
L. IV. P/L.	Vokietija	2,0	4,0	—	—	—	—	(Ti—0,3)	24—30	10	
Lautal K. P.	„	1,25—2,0	4—5,6	—	—	0,5	—	(0,3 Ti)	39—48	18—20	90—120
L. M. P. K.	Francūzija	0,75	4,75	—	—	0,75	—	—	22—40	3—18	100—140
L 12. L.	Šveicarija	0,7	7—8	—	—	—	0,8	—			
L. 5. L.	Anglija USA	2,5—3,0	12,5—14,5	—	—	—	—	—	15—18	3—6	65
L. 8. L.	„	11—13	—	—	—	—	—	—	13—16	1—1:5	75—88
Leg. 119 M. P. K.	Šveicarija	0,4	3,8—42	—	—	—	1,7—2,1	—			
Lynite 145. L.	Francūzija	—	1,75	7—8		—	1	—			
Magnalium. V.	„	—	1,75	—	1,75	—	—	1 Ni			
Magnalium V.	Šveicarija	0,4	—	—	2,8—3,2	—	0,4	—			
Mangal. V.	Vokietija	—	—	—	—	1,5	—	—	9—25	30—2	20—60
Montanium V.	„	—	2,5—3,5	—	0,5	—	—	—	—	—	—
Montegal. P. E.	„	0,8	—	—	0,95	—	—	0,2 Ca	32—38	8—10	—
N. C. A.	Anglija	—	—	—	—	—	—	—	17—31	5—7	94
Nelson (Bohnalit)	„	0,3—0,4	9,5—10,5	—	—	—	0,4	—			
Neonalium P. L.	Vokietija	—	6—14	—	0,4—1	—	—	—	16—24	0,5—1	
Nr. 17 S. K. P.	USA	1,25	4	—	0,5	0,6	—	—	45—49	8—14	95—125
Nr. 17 St. K. P.	„	—	3,5—4,5	—	0,3—0,75	0,4—1	—	—	30—45	18—25	90—105
Nr. 25 K. P.	„	0,8	4,5	—	—	0,8	—	—	40—45	10—15	90—120
Nr. 25 St. K. P.	„	0,8	4,5	—	—	0,8	—	—	39—44	16—25	90—105
Nr. 51 S. E. L.	„	0,6—1,2	—	—	0,5—0,8	—	—	—	32—35	10—18	90—100
Oscillumin L.	Vokietija	12,6—13,2	0,8	—	—	—	0,4—0,6	—	20	3—4	65
Pantal V.	„	0,5—1	—	—	0,8—2	0,4—1,4	—	Ti 0,3	30—35	15—12	70—95
RR 50 L. ir K.	Anglija	2,2	1,3	—	0,1	—	1,0	Ni 1,3	11—16	3—8	72—80
„ „	„	1,2	2,25	—	1,6	—	—	Ti 0,08			
„ „	„	0,7	2,0	—	0,8	—	1,4	Ni 1,3	23—25	—	130—150
„ „	„	0,5	2,25	—	1,6	—	1,4	Ti 0,6	28—33	10—20	120—160
Scleron	Vokietija	0,5	3	12	—	—	1,4	0,1 Li	apie 24	8	125
Silmal P. E.	Francūzija	1,75	—	—	1	0,6	0,6		42—50	19—15	120
Silumin L. ir V.	„	12—13,5	—	—	—	—	—	—	27—30	25—30	
Solbisky's deg.	Vok. patent	—	—	1.4	—	—	—	—	17—22	4—6	
Supra L.		20	5,0	—	—	—	—	Ni 0,1—1			
Telektal P. L.	Vokietija	1,5	—	—	—	0,2	0,5—1	—	15	0,5	100—130
Vital. V.	„	0,5	0,9	1,15	—	—	—	Li 0,1	30—35	6	
Y lyd. L. ir V.	Anglija	—	4	—	1,5	0,5	—	—	37—42	4—5	
„ „ „	„	—	4	—	—	—	—	Ni 2	16—31	0—6	95—100
Zinkaliumin L.	Vokietija	—	2,5—3	12—13	—	—	—	Ni 2	27—42	20—23	85—100
Zimalium	Vok. patent	—	10	20	—	—	—	—	15—22	1—4	

Lydiniai su didele elektros varža.

Dėl elektriško šildymo išsiplėtimo, vartojant įvairius namų ruošos aparatus ir pramonės krosnis, ypač krosnis termiškai metalams apdirbti ir metalams lydyti, ypatingos reikšmės įgyja lydiniai su didele elektros varža, ir technika iš tokių lydinių vielos arba rėžių gamybos.

Reikalaujami tokių lydinių ypatumai, be transformacijos problemų ir problemų gauti patogias vartoti formas, iškelia dar tokius pageidavimus: 1. kiek galima didesnė varža, nekintanti temperatūrai kylant, 2. kiek galima didesnis pasipriešinimas korozijai, gaunamai dėl oksidacijos aukštoms temperatūroms veikiant.

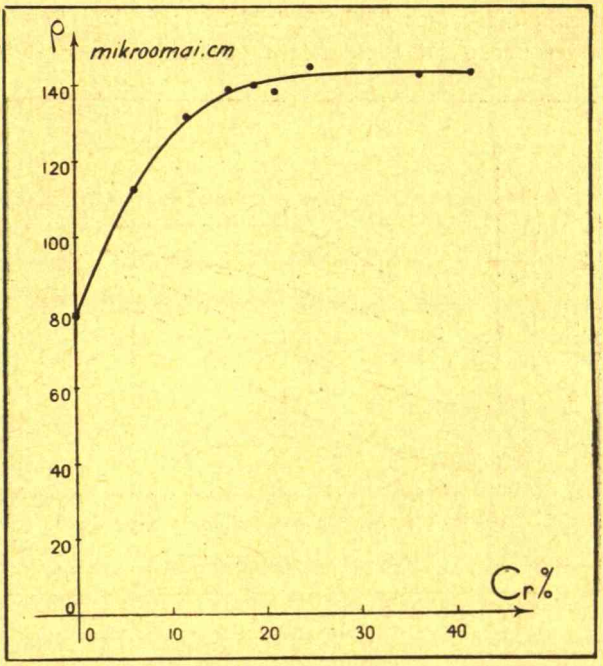
Paskutinis šių pageidavimų galėtų būti atsiektas, kaip jau buvo minėta, pridedant į geležies lydinius chromą ir aliuminį. Tačiau šių elementų priedas geležies lydiniuose ne tik padidina metalo korozijai atsparumą, bet padidina ir jo elektrišką varža. Kreivės diagramos 31 brėž. rodo varžos didė-



Brėž. 31.

jimą, esant aliuminio kiekiui nuo 3 iki 12% 20°—800° laipsnių temperatūros ribose. Esant aliuminio daugiau kaip 12%, bet ne daugiau kaip 16%, varža dar didėja, pareinamai nuo lydinio ataušinimo sąlygų, gaunamų dėl tam tikro terminio apdirbimo. Tuo tarpu lydiniuose su aliuminio priedu iki 12% varžos didėjimas nėra susijęs su lydinio terminiu apdirbimu.

Chromo priedo tokiuose lydiniuose įtaka parodyta 32 brėž. diagramos kreivė, kuri rodo lydinių geležis-chromas-aliuminis su pastoviu aliuminio kiekiu 5,6% varžos kitimą. Galima pastebėti staigus varžos didėjimas iki 10—15% chromo priedo, paskui pastebimas labai lėtas varžos didėjimas, ir, esant chromo daugiau kaip 20—25%, varža yra beveik pastovi.



Brėž. 32.

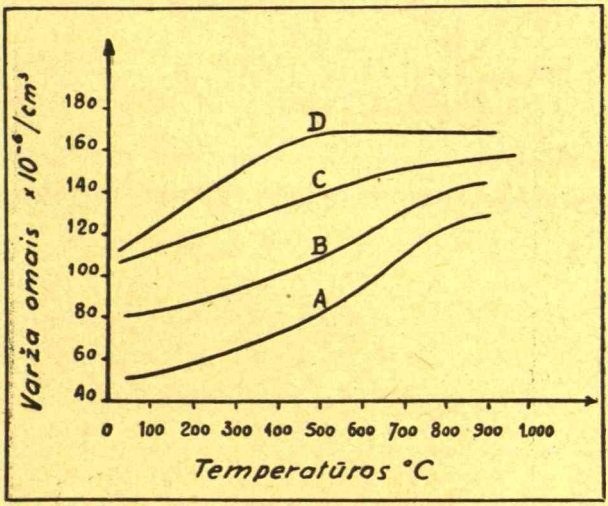
Šie duomenys yra pakankami, kad suprastume susidomėjimą sąstatu lydinių su didele elektros varža, kaip, pavyzdžiui, lydinys „RCA — 44" fabrikų „Des Aciéries d'Imbhy", pirmiau vadinamas „RNC — 44. To lydinio sąstatas toks:

chromo — 30%
aliuminio — 5%
geležies ir kitų — 65%

Šio lydinio temperatūrinis varžos koeficientas yra labai mažas, kitaip sakant, jo varža iki 1000° temperatūros mažai kinta ir, kita vertus, šis lydinys yra labai atsparus oksidacijai iki 1300° temperatūros. Šie du pliusai visiškai pateisina šių lydinių platų vartojimą dirbiniams, iš kurių reikalaujama didelė elektros varža.

Kiek galima mažesnis temperatūrinio varžos koeficiento dydis, kitaip tariant, didelis lyginamasios varžos pastovumas aukštose temperatūrose, kurios dabar dažnai praktikuojamos, yra labai įdomus ne tik dėl to, kad tai leidžia tiksliai apibrėžti varžos įrengimus, bet taip pat ir dėl to, kad tai užtikrina reguliarų šildymo veikimą.

Tokiam dideliam varžos pastovumui gauti didelę įtaką turi aliuminio priedai. Iš tikrųjų diagramos 33 brėž. kreivės rodo, kad *Fe+Al* lydiniuose aliuminio priedas nuo 3 iki 16% sudaro pastovią varžą nuo 500 iki 900°



Brėž. 33.

temperatūrų ribose. Dvigubi *Fe+Al* lydiniai su 16% aliuminio gali būti vartojami aukštesnėse kaip 600° temperatūrose, kadangi šios medžiagos varža net ir aukštesnėse temperatūrose yra beveik pastovi.

(Tęsinys kitame „Technikos“ Nr.).

Inž. J. Jankauskas.

Termodinaminiai procesai PSTV logaritminėje diagramoje

Politropinių procesų išaiškinimas yra vienas iš sudėtingesniųjų klausimų termodinamikoje. Politropiniams procesams išaiškinti paprastai išbrėžia procesų kreives dviejose diagramose: spaudimo-tūrio *(PV)* ir temperatūros-entropijos *(TS)* koordinatų sistemose (žiūr. 1 ir 2 brėž).

1 ir 2 brėžinys atvaizduotos lygties

$$pv^n = \text{Const} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

įvairūs nuotykiai, t. y.,

kai	$n = \pm\infty$	v = Const — izochora
„	$n = 0$	p = Const — izobara
„	$n = 1$	pv = Const — izoterma
„	$n = \frac{c_p}{c_v} = k$	pv^k = Const — adiabata.

(Smulkiau žiūr. „V. Gorodeckis Techninė Termodinamika“ psl. 52).

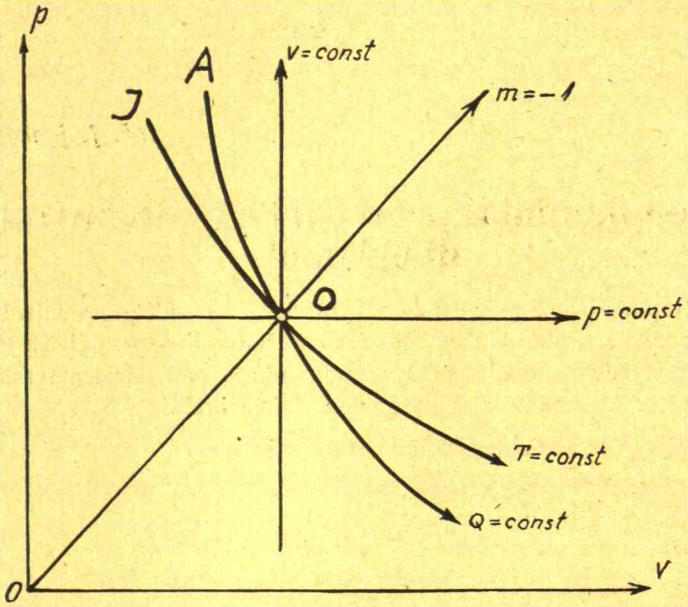
Visų kitų galimų procesų išaiškinimas nėra jau toks paprastas, nes kiti procesai nėra tipiški. Įvairių procesų vaizdavimas tose dviejose koordinatų sistemose nėra aiškus, nes:

1) reikia iš karto derinti dvi diagramas,
2) taip pat neaišku iš tų diagramų, kokia yra tų procesų lyginamoji šilima C, kurios bendras išreiškimas yra

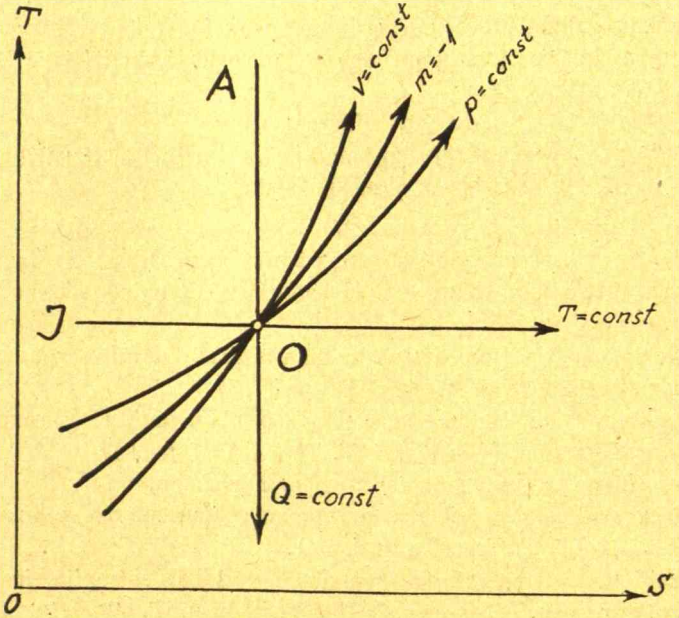
$$C = C_v + AL \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

(Lyg. šilimos dydis c gali būti surastas išbrėžus procesą TS diagramoje ir išvedus jam liečiamąją. Žiūr. „V. Gorodeckis, Techninė Termodinamika“ pusl. 73).

3) kokia tos lyg. šilimos C dalis eina vidinei energijai (gaunama planimetravimo keliu. T. Term-ka pusl. 77),
4) kokia tos lyg. šilimos dalis eina išoriniam darbui (surandama irgi planimetravimo keliu iš *TS*. T. Term-ka 77 pusl.),
5) ar šilima proceso metu teikiama ar nuvedama,
6) kiek tos šilimos teikiama ar atimama (surandama planimetravimo keliu iš *TS*, T. Term-ka pusl. 72),
7) kaip kinta temperatūros, spaudimai, tūriai ir entropija, ir
8) koks proceso eksponentas (T. Term-ka pusl. 48, 198 gaunamas planimetravimo keliu).


p
A
J
v = const
m = −1
O
p = const
T = const
Q = const
0
V

1 brèž.


T
A
v = const
m = −1
p = const
J
T = const
O
Q = const
0
S

2 brèž.

Į tuos čia pastatytus klausimus *PV* ir *TS* diagramų lygiagretus nagrinėjimas duoda atsakymus tik po tam tikro skaičiavimo ar planimetravimo. Tad mes siūlome žemiau aprašytą logaritminę *PSTV* diagramą ir manome, kad tie visi sunkumai pašalinti, nes mūsų diagrama duoda iš karto bet kuriam šilimos procesui (atkarpos pavidalu), atsakymus, kaip kitėja:

1. temperatūra,
2. spaudimas,
3. tūris,
4. entropija,
5. kam lygi bendra lyg. šilima *C*,
6. kam lygus išorinio darbo dydis,
7. Kam lygus proceso eksponentas *n*
8. kam lygus tiekiamos arba nuvedamos šilimos *Q* dydis, ir
9. kam lygus techninis darbas.

Pagrindai logaritminei diagramai brėžti

Perrašysime (1) lygtį tokia forma

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{v}{v_0}\right)^{-n} \text{ ir išlogaritmuosime}$$

$$\lg \frac{p}{p_0} = -n \lg \frac{v}{v_0};$$

čia kintami dydžiai yra

spaudimas p ir tūris v.

Pavadinę $\lg \frac{p}{p_0} = y$ ir $\lg \frac{v}{v_0} = x$,

gauname tiesės lygtį, einančią per koordinatų pradžią

$$y = -nx.$$

Vadinasi, jei mes ordinatų ašyje atidėsime spaudimo santykio logaritmus $\lg \frac{p}{p_0} = y$ į viršų, ir abscisų ašyje tūrio santykio logaritmus $x = \lg \frac{v}{v_0}$ ir dešinę, tai mes bendrai gausime tiesę, einančią per koordinatų pradžią. Tos tiesės polinkio *tg* vaizduos duoto proceso eksponento *n* dydį.

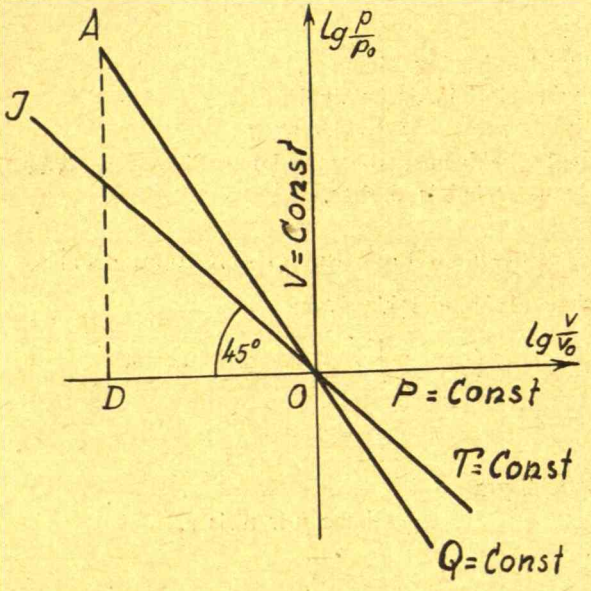
Izotermai $n=1$, tai izotermos lygtis bus $y=-x$. Tuo būdu izoterma bus vaizduojama tiese, palinkusia kampu 45° prie neigiamos tūrių ašies (žiūr. 3 brėž.).

Adiabatai toji lygtis bus $\lg \frac{p}{p_0} = -k \lg \frac{v}{v_0}$,

kur $k = \frac{AD}{DO} = \frac{c_p}{c_v} = 1{,}4$. (žiūr. 3 brėž.)

Kaip matyti čia, kaip ir paprastoj *PV* diagramoje, adiabata eina stačiau už izotermą.

Izobariniam procesui eksponentas $n=o$, tai duoda $y=o$. Tai yra abscisų ašies lygtis. Vadinasi, izobarinis procesas logaritminėj diagramoj yra tūrių arba abscisų ašis. Izochorai $n=\infty$, tai duoda $x=o$. Vadinasi, izochorinis procesas bus vaizduojamas ordinatų arba spaudimų ašimi. Matome, kad šioj logaritminėje diagramoje visi procesai turi tokį pat pobūdį, kaip ir paprastoj PV diagramoj (lyginti 1 ir 3 brėž). Pažymėsime dar tos logaritminės dia-



3 brėž.

gramos ypatumą. Tos diagramos izoterminis procesas J atstoja PV ir TS diagramoj visus izoterminius procesus visokiose temperatūrose. Kitaip, izoterminis procesas J atstoja visą izoterminių procesų PV ir TS diagramose pluoštą (žiūr. 4 ir 5 brėž.).

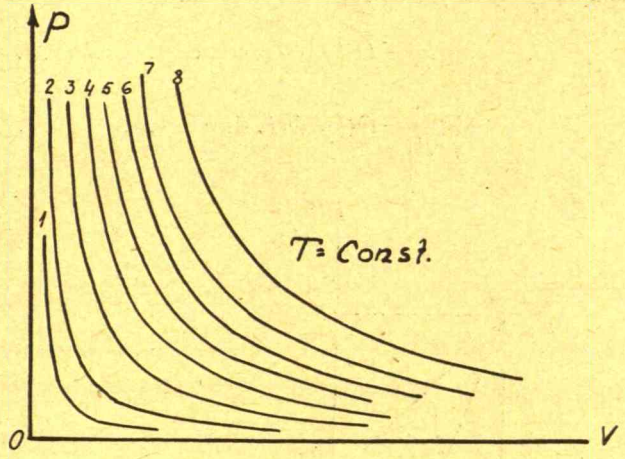
Lygiai tą patį dalyką galima pasakyti apie adiabatinį, izobarinį, izochorinį ir apie bet kokį kitą procesą.

Spaudimo, temperatūros ir tūrio atmainų suvokimas iš logaritminės diagramos

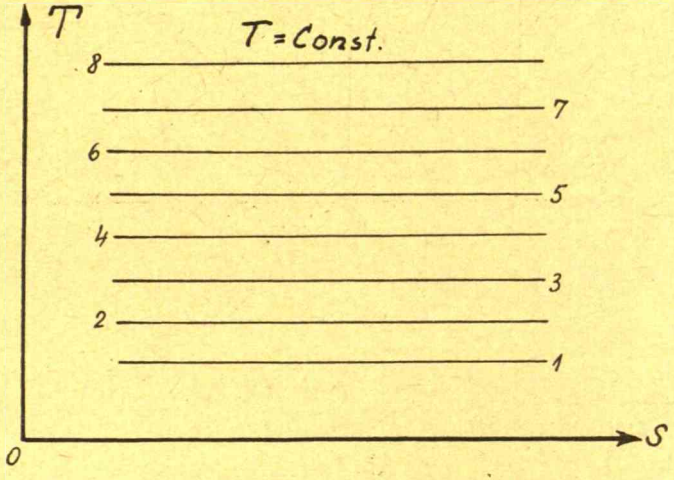
Išvesime dabar statmenai izoterminiam procesui JJ trečią temperatūrinę ašį, kurioje į viršų dėsime $\lg\frac{T}{T_0}$ dydžius, t. y. temperatūros santykio logaritmus, kai $T > T_0$ į apačią $\lg\frac{T_0}{T}$ temperatūros santykio logaritmus kai $T_0 > T$ (žiūr. 6 brėž.).

Mes tvirtiname, kad:

bet kurio proceso OH spaudimų, temperatūrų ir tūrių log. santykių kritimai bus proporcingi projekcijoms į atitinkamas P, V ir T ašis (žiūr. 6 brėž.).



4 brėž.



5 brėž.

Įrodysime tai. Kad $pv^n = \text{Const}$ lygtis patenkina spaudimu ir tūriu ašis, jau yra aišku. Tai lieka tik įrodyti, kad atkarpos OT ir OV patenkina antrąją Poisson'o lygtį, t. y.

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{v_0}{v}\right)^{n-1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

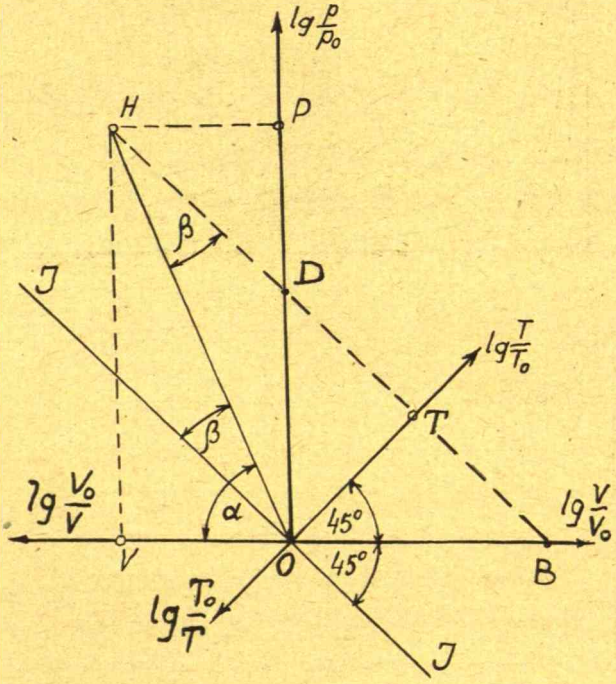
ir kad atkarpos OT ir OP patenkina trečiąją Poisson'o lygtį,

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{n}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Iš trikampių ΔOVH , ΔOPH, ΔOTH išeina

$$\lg \frac{v_0}{v} = OV = OH \cdot \cos\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

$$\lg \frac{p}{p_0} = OP = OH \cdot \sin\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$



6 brėž.

$$OT = OH \cdot \sin\beta = OH \sin(\alpha - 45^0) = OH(\sin\alpha \cdot \cos 45^0 - \cos\alpha \cdot \sin 45^0)$$

$$OT = OH \cdot \sin 45^0 (\sin\alpha - \cos\alpha) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

Padaliję (7) lygtį iš (5), gaunam

$$\frac{OT}{\lg \frac{v_0}{v}} = \sin 45^0 \frac{\sin\alpha - \cos\alpha}{\cos\alpha} = \sin 45^0 (\operatorname{tg}\alpha - 1)$$

Kadangi $\operatorname{tg}\alpha = n$, tai

$$\frac{OT}{\sin 45^0} = (n-1) \lg \frac{v_0}{v} = OD = OB \quad \ldots\ldots\ldots (8)$$

Išlogaritmavę (3) lygtį gaunam

$$\lg \frac{T}{T_0} = (n-1) \lg \frac{v_0}{v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

Tad iš (8) ir (9) lygčių išeina:

$$OT = \sin 45^0 \lg \frac{T}{T_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

Padaliję (7) lygtį iš (6), gauname:

$$\frac{OT}{\lg \frac{p}{p_0}} = \sin 45^0 \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \sin 45^0 \frac{\operatorname{tg} \alpha - 1}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$\frac{OT}{\lg \frac{p}{p_0}} = \sin 45^0 \cdot \frac{n-1}{n}$$

Įstatydami (10) lygties reikšmę, gauname trečią Poisson'o lygtį:

$$\sin 45^0 . \lg \frac{T}{T_0} = \sin 45^0 \cdot \frac{n-1}{n} \lg \frac{p}{p_0}$$

$$\lg \frac{T}{T_0} = \frac{n-1}{n} \lg \frac{p}{p_0}; \quad \frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

Tuo būdu pagal (10) lygtį išeina, kad t°-nės ašies mastelis sudarys tik Sin 45°=0,707 mastelio spaudimų ir tūrių ašių.

Entropijos atmainos suvokimas iš logaritminės diagramos

Entropijos atmaina išreiškiama lygtimi:

$$\Delta S = 2{,}303 \left(c_p \lg \frac{v}{v_0} + c_v \lg \frac{p}{p_0} \right)$$

Išnešę už skliaustų c_v dydį, gauname

$$\Delta S = 2{,}3 \; c_v \left(\lg \frac{p}{p_0} + k \lg \frac{v}{v_0} \right).$$

Skliausteliuose dydį $\lg \frac{p}{p_0}$ mes betarpiškai gaunam iš logaritminės diagramos, kaip proceso projekciją į ordinatų ašį atkarpos pavidalu. Dydį $k \lg \frac{v}{v_0}$ atkarpos pavidalu gausime šiuo būdu: išvesime naują entropijos ašį *SS* taip, kad tos ašies polinkio kampas γ (žiūr. 7 br.) patenkintų sąlygą

$$\cos \gamma = \frac{1}{k}$$

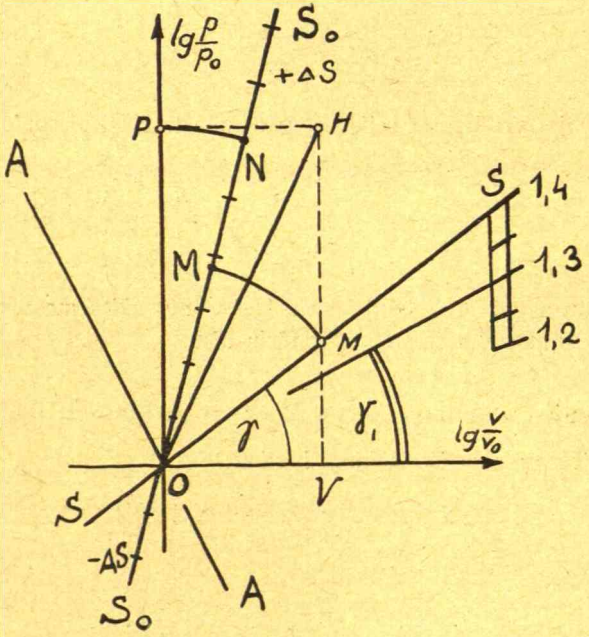
Dviatominėms dujoms $k=1{,}4$, tai duoda $\gamma = 44°30'$. Bet kurio proceso *OH* projekcijos į pagrindines koordinatų ašis yra

$$OP = \lg \frac{p}{p_0} \text{ ir } OV = \lg \frac{v}{v_0}$$

Iš ΔOVM išeina, kad $OV = OM \cos \gamma = \frac{OM}{k}$. Iš čia atkarpa OM bus: $OM = k \cdot OV = k \lg \frac{v}{v_0}$. Atkarpos OP ir OM pernešam apskritimo lanku, kurio centras yra O, į S_0S_0 ašį. Tuo būdu atkarpų suma

$$NO + OM = \lg \frac{p}{p_0} + k \lg \frac{v}{v_0}$$

būdama padauginta iš 2,3 c_v, duos entropijos atmainą viso proceso OH metu. Sumažinus entropijos mastelį 2,3 kartų, mums teks atkarpų sumą



7 brėž.

dauginti tik iš lyginamosios šilimos c_v, nes 2,3 bus įtraukti į mastelį. Tuo būdu galutinai entropijos atmaina bet kurio proceso metu bus surasta iš paprastos sandaugos

$$\Delta S = (ON + OM)\, c_v \ ^1)$$

Norint suvokti, ar entropijos atmaina yra teigiama ar neigiama, pažymėsime tik, kad visi procesai, gulį iš dešinės adiabatos AA, praeina entropijos didėjimo sąlygomis $\Delta S > O$ (nes toji sritis atitinka TS diagramos sritį, kuri taip pat guli iš dešinės adiabatos; žiūr. 2 ir 7 brėž.). Visi procesai, guli

---

[1]) Jei imti c_v kitimą nuo temperatūros, tai tiksliau bus imti šioje sandaugoje vidutiniu $(c_v)_m$ dydžius c_v vieton.

iš kairės adiabatos AA, praeina entropijos mažėjimo sąlygomis $\Delta S < O$, nes pastaroji atitinka irgi kairiąją nuo adiabatos sritį TS diagramoje. Tuo būdu teigiami entropijos prieaugliai bus atidedami į viršų entropijos ašyje S_0S_0, o neigiami į apačią.

Karštoms CO_2+N_2 dujoms (Feuergas) entropijos ašis turės kitą polinkį, nes vidutinis adiabatos eksponento dydis toms dujoms bus $k_1=1{,}3$ (kaip ir perkaitintiems garams). Todėl atitinkamas $\cos\gamma_1=\frac{1}{1{,}3}$ ir $\gamma_1=39^0\,40'$.

Entropijos padidėjimas surandamas tokiu pat būdu.

Kadangi eksponento k dydis įvairioms dujoms svyruoja tarp $1{,}2 \div 1{,}4$, tai mes įvedėme dar įvairioms entropijoms ašims mastelį (žiūr. 7 brėž. ir diagrama).

Bendros lyginamosios šilimos c išorinio darbo AL dydžių suvokimas iš logaritminės diagramos

Iš termodinamikos mes žinome, kad bet kokio proceso lyginamoji šilima išreiškiama lygtimi

$$c=\frac{k-n}{1-n}c_v$$

(V. Gorodeckis. Techninė Termodinamika, pusl. 50),

kur $k=\frac{c_p}{c_v}$ — adiabatos eksponentas,

n — duoto proceso eksponentas,

c_v — lyginamoji šilima esant pastoviam tūriui.

Atidėję atitinkamuose procesuose c dydžius, apskaičiuotus pagal šią formulę (kaip poliarinėje kordinatų sistemoje, tik ne nuo centro O, o patogumo dėliai nuo bet kurio apskritimo R, kurio spindulys $= r_0$) mes gausime lyginamosios šilimos kreivę F, atvaizduotą 8 brėž. 9 brėžiny mes išbrėžėme dvi kreives $F_{1,4}$ ir F priėmę krevėms $k = 1{,}4$ (dviatominėms N_2, O_2, H_2 ir CO dujoms) ir $k = 1{,}3$ (karštiems CO_2+N_2 dujoms ir perkaitintiems garams).

Išvedę apskritimą spinduliu $r=r_0+c_v$, mes gausime išorinio darbo AL dydį, kuris bus atvaizduotas atkarpa EF, nes:

proceso lyginamoji šilima pasireikš atkarpa $RF=c=\frac{k-n}{1-n}c_v$. Vidinės energijos šilima bus išreikšta atkarpa $c_v=RE$, tad šilimos dalis, kuri pereina ir išorinį darbą, — atkarpa $EF=AL$, t. y. $RF=c_v+AL=RE+EF$.

Užštrichuota lyginamoji šilima, telpanti tarp adiabatos $n=k=1{,}4$ ir izotermos $n=1$ yra neigiama**), o tai parodo, jog, nepaisant to, kad šilima suteikiama, temperatūra krinta. Todėl vidinė šilima čia reikia atimti, ir tuo

**) Pav. jei $n=1{,}2$; $c=\frac{k-n}{n-1}c_v=\frac{1{,}4-1{,}2}{-0{,}2}c_v=-c_v$

$n=1{,}1$; $c=-3c_v$

būdu III srity lyginamosios šilimos apskritimą išvedame spinduliu $r_1 = r_0 - c_v$. III srityje procesui OF_3 (kurio eksponentas yra 1,2), norint pažeminti temperatūrą 1° C, reikia suteikti E_3F_3 kalorijų šilimos. Iš karto tie procesai gali atrodyti paradoksaliais. Tuo tarpu dalykas čia visiškai aiškus: išorinis darbas yra tiek didelis, jog suteikiamos šilimos nepakanka jam padengti, ir todėl vidinė energija irgi eikvojasi išoriniam darbui, ir t° krinta. Visi tie procesai telpa, kaip jau buvo pasakyta, tarp izotermos ir adiabatos. Izotermai *JJ* lyginamoji šilima $c = \infty$, todėl atkarpa *RF* izotermai taps taip pat ∞, o tai parodo, kad pakelti t° 1° C izoterminio proceso metu reikia suteikti be galo didelį kiekį šilimos. Tai rodo, kad yra neįmanoma t° pakelti. Vaizduojanti išorinį darbą atkarpa *EF* taip pat taps ∞, o tai rodo, kad visa šilima eis išoriniam darbui.

Šilimos Q suradimas

Suteiktoji arba nuvestoji šilima Q gali būti surasta iš lygties

$$Q = c\,(T - T_0) = c \,.\, T_0 \left(\frac{T}{T_0} - 1\right)$$

dydžius c ir $\frac{T}{T_0}$ mes gauname betarpiškai iš diagramos, kaipo atkarpas $c = RF$; $\lg \frac{T}{T_0} = OT$. Atkarpą RF išreiškę per c_v, gausime

$$RF = \rho \,.\, c_v$$

Tuo būdu $Q = \rho \left(\frac{T}{T_0} - 1\right) . T_0 . c_v$ [1])

Čia ρ ir $\frac{T}{T_0}$ bus išreikšti abstraktiniais skaičiais. Atkarpos dydis $RF = \rho c_v$ gaunamas betarpiškai iš mastelio (žiūr. 9 brėž. apatiniame kair. kvadrante). T_0 — pradinė dujų temperatūra.

Išorinio darbo L suradimas

Išorinio darbo šilima dujų temperatūrai 1° C nukritus ar pakilus, yra atkarpa *EF*. O visa šilima yra atkarpa *RF*. Todėl

$$L = \frac{EF}{RF}\frac{Q}{A} = \frac{EF}{\rho c_v} \cdot \frac{\rho}{A}\left(\frac{T}{T_0} - 1\right) \cdot T_0 \cdot c_v = \frac{EF}{A}\left(\frac{T}{T_0} - 1\right) T_0$$

Atkarpos dydis *EF* irgi gaunamas betarpiškai iš pabrėžto logaritminėje diagramoje mastelio (žiūr. 8 ir 9 brėž).

---

[1]) Čia irgi galima, tikslumo dėliai, c_v vietoje imti vidutinį $(c_v)_m$ dydį.

Techninio darbo L_t ir išorinio darbo L suvokimas iš logaritminės diagramos.

(nenaudojant lyginamosios šilimos kreivės F)

Techninis darbas išreiškiamas lygtimi

$$\Delta J = L_t = \frac{n}{n-1}(p_0 v_0 - pv) = \frac{n}{n-1}\left(1 - \frac{p}{p_0}\frac{v}{v_0}\right) p_0 v_0$$

ir išorinis darbas išreiškiamas lygtimi

$$L = \frac{n}{n-1}(p_0 v_0 - pv) = \frac{1}{n-1}\left(1 - \frac{p}{p_0}\frac{v}{v_0}\right) p_0 v_0$$

Iš 6 brėžinio išeina, kad

$$OP = OH \sin \alpha$$
$$OV = OH \cos \alpha$$
$$OD = OB = \frac{OT}{\sin 45^0}$$

Įstatydami (7) formulės reikšmę, gaunam

$$OD = OB = OH (\sin \alpha - \cos \alpha)$$

Padaliję

$$\frac{OP}{OD} = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{tg\alpha}{tg\alpha - 1} = \frac{n}{n-1}$$
$$\frac{OV}{OB} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{1}{tg\alpha - 1} = \frac{n}{n-1}$$

Tuo būdu techninis ir išorinis darbai bus gauti iš lygčių

$$L_t = \frac{OP}{OD}(1 - p_d v_d)\ p_0 v_0,$$
$$L = \frac{OV}{OD}(1 - p_d v_d)\ p_0 v_0.$$

Čia atkarpos OP, OV ir OD imamos betarpiškai iš logaritminės diagramos milimetrais. Dydžiai $p_d = \frac{p}{p_0}$ ir $v_d = \frac{v}{v_0}$ yra proceso atskaitos diagramoje.

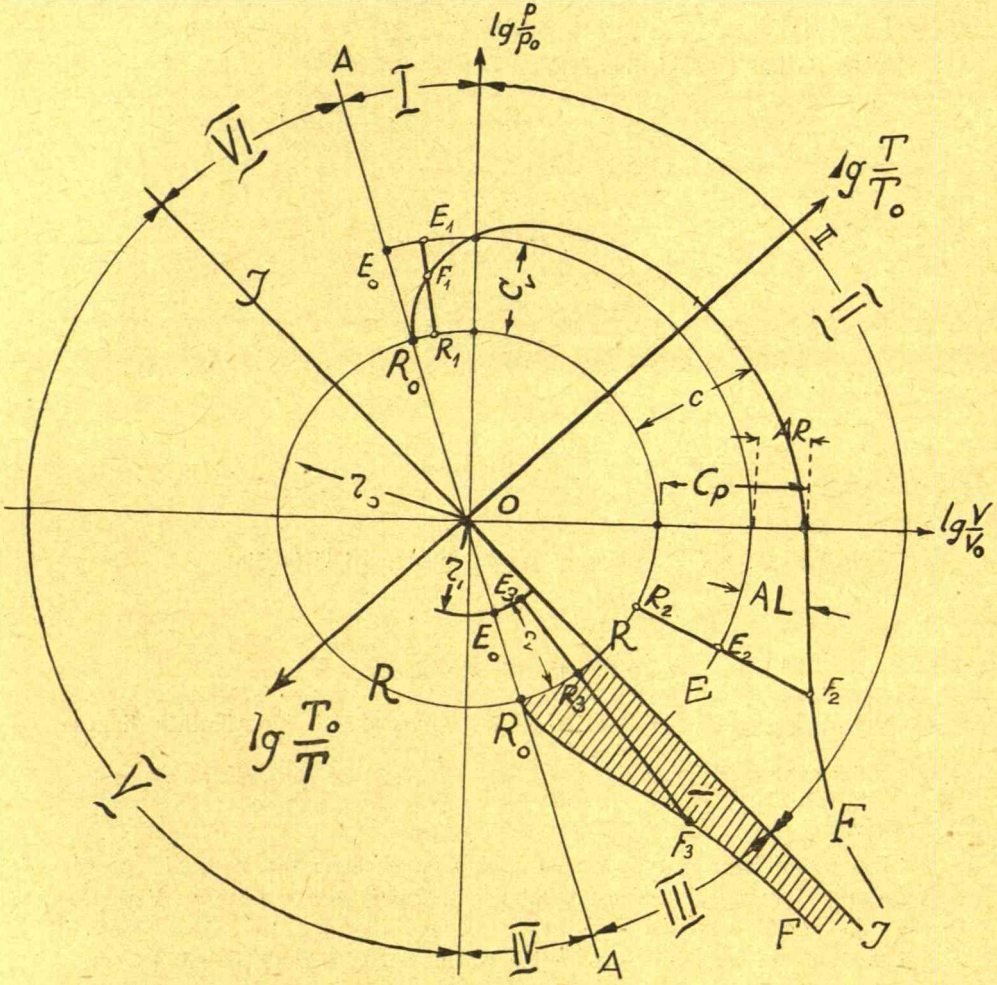
Dėl techninio ir išorinio darbų ženklo pasakysime tik, kad: visi procesai, gulį viršum abscisų ašies reikalauja techninio darbo $L_t < O$. Visi procesai, gulį apačioj abscisų ašies, teikia techninį darbą $L_t > O$ Visi procesai, gulį dešinėj nuo ordinatų ašies, teikia išorinį darbą $L > O$, o kairėj — reikalauja išorinio darbo $L < O$.

Logaritminės diagramos privalumai.

Iš tos logaritminės diagramos yra labai lengva suvokti, kokiose sąlygose praeina procesai, nes (žiūr. 8 brėž.):

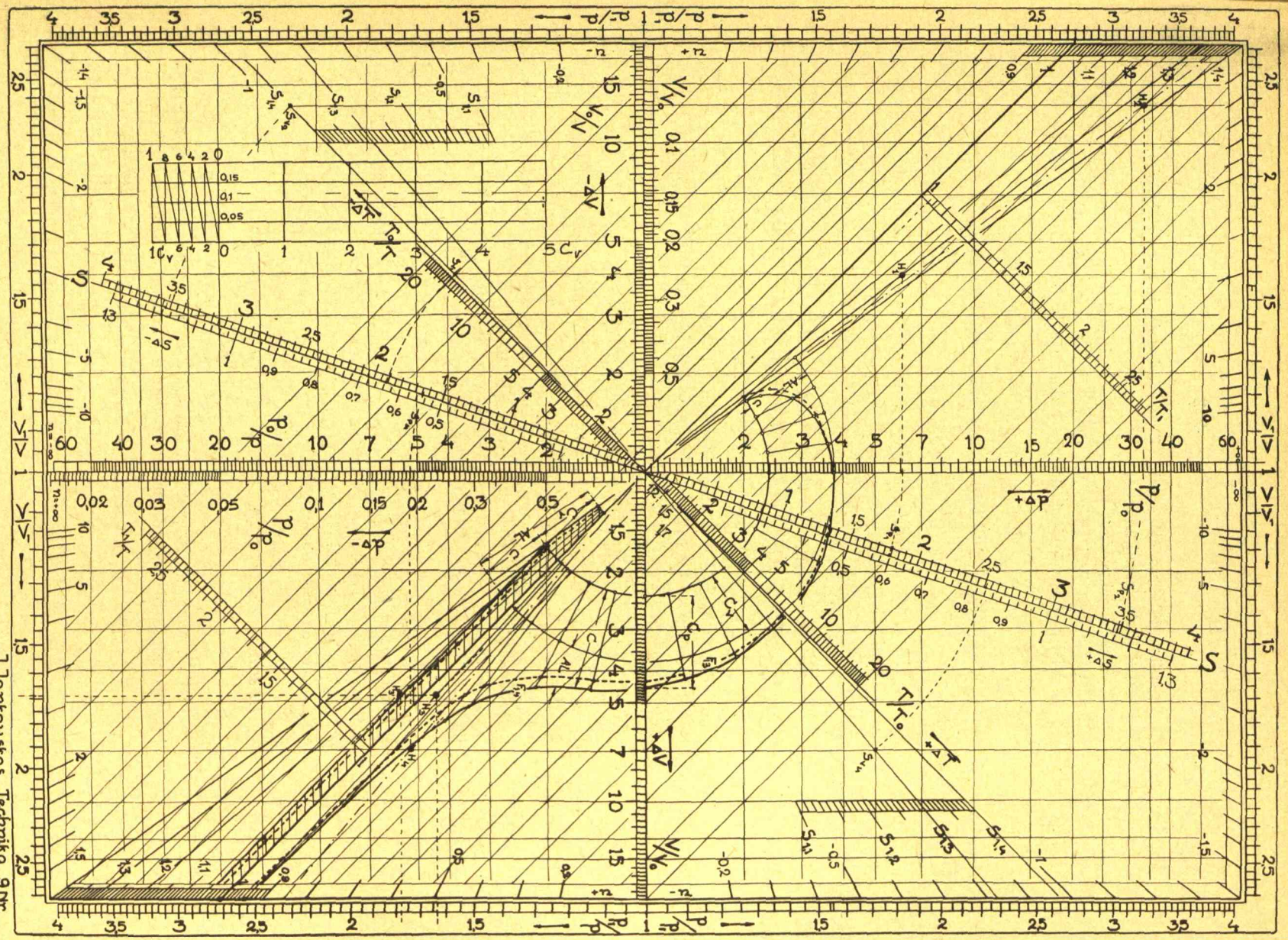
1. Procesų pabūdis toks pat, kaip ir paprastoj pv diagramoje.
2. Proceso pradžia yra visuomet koordinatų pradžia O.

3. Visi procesai vaizduojami tiesėmis, einančiomis per koordinatų pradžią.
4. Duotasis šioj logaritminėj diagramoje procesas atstoja normaliose *PV* ir *TS* diagramose visų to paties eksponento procesų pluoštą.



8 brėž.

5. Eksponentas, bendra lyginamoji šilima, išorinis darbo dydis, temperatūros, tūrio, spaudimo ir entrop. pakitimai betarpiai suvokiami iš šios diagramos.
6. Jei vedant procesą, jo krypties tiesė kerta lyginamąją šilimos kreivę *F*, tai proceso metu šilima teikiama. Tai parodo, kad visi gulintieji viršum adiabatinės tiesės *AA* procesai praeina šilimos tiekimo ir entro-



9 brěž.

J. Janikauskas. Technika. 9 nr.

pijos didėjimo sąlygomis (Praktiškai dujų ir garų išsiplėtimo procesai ir degimo procesai).

7. Atbulai, jei, vedant procesą, proceso krypties tiesė lyg. šilimos kreivės nekerta, tai šilima yra nuvedama, ir entropija mažėja.
8. Visi procesai, gulį iš dešinės ordinatų ašies, teikia išorinį darbą

$$\Delta L > 0, \text{ nes } \Delta v > 0 \; (v > v_0, lg \cdot \frac{v}{v_0} > 0).$$

9. Visi procesai, gulį iš kairės ordinatų ašies, reikalauja darbo

$$\Delta L < 0, \text{ nes } \Delta v < 0 \; (v < v_0, lg \frac{v_0}{v} > 0).$$

10. Visi procesai, gulį iš dešinės izotermos, praeina temperatūros didėjimo sąlygomis.
11. Visi procesai, gulį iš kairės izotermos *JJ* praeina temperatūros mažėjimo sąlygomis.
12. Visi procesai, gulį iš viršaus abscisų ašies reikalauja techninio darbo $L_t < O$, ir atbulai iš apačios abscisų ašies — teikia techninį darbą $L_t > O$.

Iš viso tai, kas pasakyta, mes matome, kad iš tikrųjų ši logaritminė diagrama duoda kiekvieno proceso pilną charakteristiką.

9 brėž. duota logaritminė diagrama, kuri yra tiksliai išbraižyta ir fotografijos keliu 16 kartų sumažinta.

Tiesioginiai procesai ($\Delta Q > O$).

I sritis: $(c) < (c_v)$, $\Delta Q > O$, $\Delta T > O$, $\Delta L < O$, $\Delta S > O$, $n = k \div +\infty$

Šilima teikiama, temperatūra kyla. Bet $c < c_v$, t. y. teikiamosios šilimos c neužtenka dujoms šildyti (nes dujos reikalauja c_v), ir todėl eikvojamas dar dujomis šildyti išorinis darbas (žiūr. 8 brėž.).

Tad $\Delta L < O$. (Praktiškai — ankstyvas degimas vidaus degimo varikliuose). Dujų temperatūrai 1° C pakelti to darbo reikia:

$$AL = (c - c_v) = F_1R_1 - E_1R_1 = -F_1E_1$$

II sritis: $(c) > (c_v)$, $\Delta Q > O$, $\Delta T > O$, $\Delta L > O$, $\Delta S > O$, $n = -\infty \div O \div +1$

Šilima teikiama, temperatūra kyla. Teikiamosios šilimos kiekis c yra didesnis už c_v. Tuo būdu, teikiamosios šilimos dalis $c - c_v$ pereina į išorinį AL darbą. (Praktiškai — visi degimos procesai). Dujų temperatūrai 1° C pakilus, to darbo gaunama

$$AL = c - c_v = R_2F_2 - R_2E_2 = +E_2F_2$$

III sritis: $c < O$**), $\Delta Q > O$, $\Delta T < O$, $\Delta L > O$, $\Delta S > O$

$$n = 1 \div k = \frac{c_p}{c_v}$$

Šilima teikiama, temperatūra krinta. Išorinis darbas yra toks didelis, jog teikiamosios šilimos c neužtenka darbui padengti. Temperatūrai krin-

*) Čia $C < O$ tik todėl, kad ΔQ ir ΔT turi skirtingus ženklus. Iš tikrųjų $(c) = \frac{\Delta Q}{\Delta T} = \frac{+\Delta Q}{-\Delta T} = -c$

tant, atsipalaiduoja dar vidinė šilima c_v. Todėl į išorinį darbą pereina visa teikiamoji šilima c ir dar vidinė šilima c_v. Dujų temperatūrai 1° C nukritus, išorinio darbo dydis yra

$$AL = (-c - c_v)\ (-1°C) = c + c_v = R_3F_3 + R_3E_3 = E_3F_3$$

(Praktiškai — išsiplėtimo procesai)

Atvirkštiniai procesai *(dQ < O).*

IV sritis: (guli prieš I) (Praktiškai — kompresoriaus išsiplėtimo procesai)

$$(c) < (c_v),\ \Delta Q < O,\ \Delta T < O,\ \Delta L > O,\ \Delta S < O$$

$$n = k \div \frac{c_p}{c_v} \div +\infty$$

Šilima nuvedama, temperatūra krinta. Tad atsipalaiduoja, dujų temperatūrai 1° C nukritus, c_v vidinės šilimos. Į šaldytuvą pereina kiekis $c < c_v$. Tad į išorinį darbą, dujų temperatūrai 1° C nukritus, pereis šilimos kiekis

$$AL = c_v - c = R_1E_1 - R_1F_1 = E_1F_1$$

V sritis (priešinga II):

$$(c) > (c_v),\ \Delta Q < O,\ \Delta T < o,\ \Delta L < O,\ \Delta S < O$$

$$n = -\infty \div +1$$

Šilima nuvedama, temperatūra krinta ir atsipalaiduoja c_v vidinės šilimos. Kadangi $c > c_v$, tai dar į šaldytuvą pereina šilimos kiekis $c - c_v$, kuris padengiamas iš išorinio darbo. Ir vidinė energija, ir išorinis darbas pereina į šaldytuvą viso c. Dujų temperatūrai 1° C nukritus, dujos pareikalaus išorinio darbo:

$$AL = c_v - c = R_2E_2 - R_2F_2 = -E_2F_2$$

VI sritis: $c < O,\ \Delta Q < O,\ \Delta T > O,\ \Delta L < O,\ \Delta S < O$

$$n = +1 \div k = \frac{c_p}{c_v}$$ (Praktiškai — suspaudimo procesai)

Šilima nuvedama, temperatūra kyla. Jei temperatūra kyla, tai c_v — neigiamas, nes temperatūrai kylant dujos „asmeniškai sau pasiima“ šilimos kiekį c_v (kitaip temperatūra nekils!), kuri dujose ir pasilieka.

Vadinasi, čia dujos įšyla, ir šaldytuvas gauna šilimą. Tas dalykas gali būti įvykdytas tik išorinio darbo AL sąskaiton. Tad darbas neigiamas $\Delta L < O$. Dujų temperatūrai 1° C pakelti to darbo reikės išeikvoti

$$AL = -c_v - c = -R_3E_3 - R_3F_3 = -E_3F_3$$

Toji diagrama duoda mums šias tėzes: bet kuriame procese

1. Temperatūrai kylant vidinė dujų šilima c yra visuomet neigiama, nes dujos „sau asmeniškai pasiima“ šilimos kiekį c_v.
2. Temperatūrai krintant, vidinė dujų šilima c_v atsipalaiduoja, ir todėl ji bus teigiama (Mes tą šilimą turime savo dispozicijoje).
3. Bet kuriame procese, jei šilima teikiama, tai ir dujų entropija didėja.
4. Jei šilima nuvedama, tai dujų entropija mažėja.

5. Gamtoje negali būti procesų, kurię praeitų entropijos didėjimo $\Delta S > O$ ir šilimos mažėjimo $\Delta Q < O$ sąlygomis, ir priešingai. Tuo būdu normalaus atšaldymo proceso metu kūno entropija mažėja, ir arti absoliutinio nulio esanti kūno entropija bus taip pat netoli nuo nulio, o tai leidžia mums manyti, kad prie absoliutinio nulio kūno entropija bus lygi nuliui.

Aiškumo dėliai pailiustruosime tą diagramą keliais uždaviniais.

Uždaviniai.

1 uždavinys. Greito degimo variklyje, kurio suspaudimo laipsnis $\varepsilon = 4$, politropiškai suspaudžiamas ($n = 1{,}3$) oras. Surasti galinės oro būklės spaudimą ir temperatūrą, o taip pat to proceso metu įvykusias atmainas: entropijos ΔS, vidujės energijos ΔU, šilimos ΔQ, išorinio darbo L ir techninio darbo L_t

Daviniai: pradinė oro būklė $p_0 = 0{,}9$ atm. ir $T_0 = 300°$ abs. Adiabatos eksponentas orui $k = 1{,}4$ ir lyginamoji šilima $c_v = 0{,}172$. Cilinderio tūris 1000 cm³.

Proceso pabaigos tašką H_1, surandam kaip vertikalės, išvestos per $\frac{v_0}{v} = 4$ su politrope $n = 1{,}3$, sankryžą (žiūr. 9 brėž.).

Iš taško H_1 projekcijų randame

$$\frac{p}{p_0} = 6{,}1; \quad p = 6{,}1 \cdot P_0 = 5{,}5 \text{ atm}$$

$$T_d = \frac{T}{T_0} = 1{,}51; \quad T = 1{,}51 \cdot 300^0 = 453_0 \text{ abs}$$

$$L = \frac{OV}{OB}\left(1 - \frac{6{,}1}{4}\right) p_0 v_0 = -3{,}34 \cdot 0{,}525 \cdot 0{,}9 \text{ kg/cm}^2 \cdot 1000 \text{ cm}^3 =$$

$$= -15{,}7 \text{ kg} \cdot \text{mtr/cil}$$

$$L_t = \frac{OP}{OB}\left(1 - \frac{6{,}1}{4}\right) p_0 v_0 = -4{,}34 \cdot 0{,}525 \cdot 0{,}9 \cdot 1000 = -20{,}5 \text{ kg} \cdot \text{mtr/cil}$$

$\Delta S = c_v\,(S_{p1} - S_{v1}) = 0{,}172\ (1{,}79 - 1{,}91) = -0{,}0207$ entr. vienetų

$\Delta U = c_v \cdot T_0\,(T_d - 1) = 0{,}172 \cdot 300 \cdot (1{,}51 - 1) = +26{,}3$ cal/kg

Kreivės $F_{1,4}$ pagalba randame:

$\Delta Q = c\,T_0\,(T_d - 1) = -0{,}33\ c_v \cdot 300\ (1{,}51 - 1) = -8{,}7$ cal/kg

$AL = (c + c_v)\,T_0\,(T_d - 1) = -1{,}33\ c_v \cdot 300\ (1{,}51 - 1) = -35$ cal/kg

2 uždavinys. Dizelyje, kurio spaudimo laipsnis $\varepsilon = 13$, politropiškai suspaudžiamas oras. Bandymo metu nustatyta: proceso pradžios spaudimas 1 atm. proceso pabaigos spaudimas 33 atm. (von Hand gezogenes Diagramm). Surasti: ΔT, ΔS litrinį išorinį darbą L, litrinį techninį darbą L_t, ΔQ, ΔU ir eksponentą n.

Proceso pabaigos tašką H_2 surandam kaip tiesiųjų, išvestų iš $\frac{v_0}{v} = 13$ ir $\frac{P}{P_0} = 33$, sankryžą.

Sujungę H_2 su diagramos centru surandam eksponentą n; $n = 1{,}36$.

Taško H_2 projekciją į T ašį duoda

$$\frac{T}{T_0} = 2{,}5; \quad \Delta T = (2{,}5 - 1)\, T_0 = 1{,}5 T_0$$

Eutropijos atmaina

$$\Delta S = c_v\ (S_{p2} - S_{v2}) = c_v\ (3{,}475 - 3{,}503) = -0{,}028\ c_v$$

$$\Delta U = c_v \cdot \Delta T = +1{,}5\ T_0 \,.\, c_v \text{ cal/kg}$$

$$\Delta Q = -0{,}14\ c_v \Delta T = -0{,}21\ T_0 \,.\, c_v \text{ cal/kg}$$

$$L_t = 3{,}78 \left(1 - \frac{33}{13}\right) \cdot p_0 \cdot v_0 = -58{,}2 \frac{\text{kg mtr}}{\text{ltr}}$$

$$L = 2{,}78 \left(1 - \frac{33}{13}\right) \cdot p_0 \cdot v_0 = -42{,}8 \frac{\text{kg mtr}}{\text{ltr}}$$

3 uždavinys.

Išanalizuoti lokomobilio Badenijos garo išsiplėtimo procesą $1—2^1$ (žiūr. kito mano straipsnio „Apskritimų būdas" 3 brėž. pusl.).

Iš indikatorinės diagramos gaunam:

$$\frac{P_1}{P} = \frac{24{,}5 \text{ mm}}{15 \text{ mm}} = 1{,}635$$

$$\frac{V}{V_1} = \frac{54 \text{ mm}}{32 \text{ mm}} = 1{,}688$$

Turėdami spaudimų ir tūrių santykį, nustatom išsiplėtimo proceso pabaigos tašką H_3. (Dydžius 1,635 ir 1,688 atidedame kubiniame mastelyje — diagramos rėmuose). Sujungę H_3 su diagramos centru, gaunam politropos eksponentą $n = +0{,}94$. Taško H_3 projekcija į kubinę T ašį duoda

temperatūros santykį $\frac{T}{T_1} = 1{,}03$.

Temperatūra turėtų kilti 3%. To negali būti. Bet tai rodo, kad išsiplėtimo proceso metu eina garų papildymas. Surasime praleidimo dydį.

Dregnų garų adiabatos eksponentas yra $k = 1{,}1$.

Išvedę politropė $n = 1{,}1$, surandam tos politropės susikirtimo tašką H^1_3 su vertikale išvestos iš $\frac{V}{V_1} = 1{,}688$. Taško H^1_3 propekcija į kubinę T ašį duoda $\frac{T_1}{T} = 1{,}06$. Tokiu būdu temperatūra turėtų kristi 6%. Tad išsipletimo proceso metu priteka dar 9% jau įleisto garų kiekio. Išvada: sklandžiai praleidžia. Jei sklandžiai nepraleistų, tai išsiplėtimo pabaigoje spaudimas būtų

$$\frac{P_1}{P} = 1{,}78; \quad P = \frac{24{,}5 \text{ mm}}{1{,}78} = 13{,}8 \text{ mm}$$

tai yra 15 — 13,8 = 1,2 mm žemiau.

4 uždavinys.

Pradinė dujų būklė, variklyje su kalorizatorine galvute, yra $p_0 = 22$ atm, $T_0 = 1200°$. Dėl vėlyvo degimo dujos plinta pagal politropę $pv^{0,85} = \text{const}$. Variklio suspaudimo laipsnius $\varepsilon = 7$. Surasti: ΔU, ΔS, ΔQ, t_2, p_2 ir litrinius L ir L_t. Karštoms dujoms $k = 1{,}3$.

Suradę pabaigos tašką H_4 (kaip susikirtimas $\frac{V}{V_0} = 7$ su $n = +0{,}85$), nustatome

$$\frac{P}{P_0} = 0{,}19; \quad p_2 = 0{,}19 \,.\, 22 \text{ atm} = 4{,}18 \text{ atm}$$

$$\frac{T}{T_0} = 1{,}34; \quad t_2 = 1{,}34 \,.\, 1200° - 273 = 1326° \text{ C.}$$

$$\Delta T = (1{,}34 - 1)\ T_0 = 0{,}34 \,.\, 1200° = +408°$$

$$\Delta S = c_v\ (S_{v4} - S_{p4}) = c_v\,(2{,}51 - 1{,}64) = 0{,}85\, c_v$$

$$\Delta J = L_t = \frac{OP}{OB}\left(1 - \frac{V}{V_0} \cdot \frac{P}{P_0}\right) v_0 p_0 = -5{,}76\ (1 - 7 \,.\, 0{,}19)\ 22 \,.\, \text{kg/cm}^2 \,.\, 1000 \text{ cm}^3 =$$

$$= 418 \text{ kg mtr/ltr}$$

$$L = -6{,}66\ (1 - 7 \,.\, 0{,}19)\ 22 \,.\, 1000 \text{ cm}^3 = 484 \text{ kg mtr/ltr}$$

Punktyrinės kreivės $F_{1,3}$ pagalba surandame:

$$\Delta Q = c\Delta T = +2{,}85\ c_v \,.\, 408 = +1163\ c_v \text{ cal/kg}$$

$$\Delta U = c_v \Delta T = +408\ c_v \text{ cal/kg}$$

Ing. J. Jankauskas.

Diagramme logarithmique des procès thermodynamiques PVTS.

Résumé.

L'auteur montre comment la représentation de tous les procès thermodynamiques se simplifie, s'éclaircie et s'accommode à la pratique au moyen du diagramme logarithmique *PSTV*.

Si l'on écrit l'équation fondamentale des gaz: $pv^n = p_0 v_0^n$ sous la forme logarithmique $\log \frac{p}{p_0} = -n \log \frac{v}{v_0}$ on voit que dans le système des coordonnées orthogonales logarithmiques $\lg \frac{v}{v_0}$ et $\lg \frac{p}{p_0}$ représentées par les droites *VV* et *PP* sur la fig. 6, chaque procès thermodynamique est figuré par une ligne droite passant par le centre *O* des coordonnées et formant avec l'axe des abscisses $\lg \frac{v}{v_0}$ un angle α, dont la tangente est égalé à $+n$. En traçant les deux bissectrices *JJ* et *TT* des angles droits entre les axes des coordonnées, et en projetant un procès quelconque *OH* suivant la direction *JJ* sur la droite *TT*, on trouve graphiquement la variation de la température pendant le procès donné:

$$OT = \sin 45^0 \lg \frac{T}{T_0}$$

et: $OB = OD = \lg \frac{T}{T_0}$.

En effet: $OT = OH \sin \beta = OH \sin (\alpha - 45^0) = OH \cdot \sin 45^0 (\sin \alpha - \cos \alpha)$.

Mais on a: $OH \sin \alpha = OP = \lg \frac{P}{P_0}$; $\quad OH = \frac{\lg \frac{P}{P_0}}{\sin \alpha}$.

En substituant, on obtient:

$$OT = \sin 45^0 \lg \frac{P}{P_0} \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \sin 45^0 \lg \frac{P}{P_0} \frac{\operatorname{tg} \alpha - 1}{\operatorname{tg} \alpha} = \sin 45^0 \lg \frac{P}{P_0} \cdot \frac{n-1}{n}.$$

Selon la seconde équation de Poisson on a:

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{P}{P_0}\right) \frac{n-1}{n} \quad \text{ou} \quad \lg \frac{T}{T_0} = \frac{n-1}{n} \lg \frac{P}{P_0},$$

donc: $OT = \sin 45^0 \lg \frac{T}{T_0} \quad \lg \frac{T}{T_0} = \frac{OT}{\sin 45^0} = OB = OD$.

La ligne TT pourrait être nommée l'axe des températures à l'échelle Sin $45°=0{,}707$. La ligne JJ, pour laquelle $OT=0$, représente, évidemment, un procès isothermique.

On tire aussi de la figure 6: $OH=\frac{OV}{\cos\alpha}=\frac{OT}{\sin\beta}$.

Mais puisque:

$$OV=\lg\frac{V}{V_0},\quad OT=\sin 45^0\lg\frac{T}{T_0},\quad \sin\beta=45^0(\sin\alpha-\cos\alpha)$$

— on trouve, en substituant:

$$\lg\frac{V}{V_0}=\lg\frac{T}{T_0}\cdot\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}=\lg\frac{T}{T_0}\cdot\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha-1}=\frac{1}{n-1}\lg\frac{T}{T_0}$$

ou: $\frac{T}{T_0}=\left(\frac{V}{V_0}\right)^{n-1}$ — la troisième formule de Poisson.

En traçant par le centre O du diagramme (fig. 8) la droite SS, dite l'axe de l'entropie, sous l'angle γ envers l'axe des abscisses, pour lequel $\cos\gamma=\frac{1}{k}$, on obtient facilement la variation ΔS de l'entropie S pour le procès considéré OH.

Celle-ci s'exprime par la formule connue:

$$\Delta S=2{,}3\cdot c_v\left(\lg\frac{P}{P_0}+k\lg\frac{V}{V_0}\right)$$

En accomplissant la construction, indiquée sur la fig. 8, on voit que:

$$ON=OP=\lg\frac{P}{P_0}$$

$$OM=\frac{ON}{\cos\gamma}=k\lg\frac{V}{V_0}$$

$$ON+OM=\lg\frac{P}{P_0}+k\lg\frac{V}{V_0}$$

Donc: $\Delta S=2{,}3\cdot c_v\cdot(ON+OM)$.

En diminuant 2,3 fois l'échelle de l'axe d'entropie SS par rapport à l'échelle des axes des coordonnées, on obtient directement:

$$\Delta S=(ON+OM)\,c_v,$$

où c_v est la chaleur spécifique moyenne du gaz dans le procès. Le coéfficient k, dont dépend l'angle γ d'inclinaison de l'axe de l'entropie, n'est pas constant pour tous les gaz. Pour les produits de combustion et la vapeur d'eau surchauffée, sa grandeur moyenne adiabatique est: $k_1=\frac{c_p}{c_v}=1{,}3$.

L'axe S_1S_1 est tracé sur la fig. 8 conformément à cette valeur de k_1 et de γ_1. Un pareil axe doit être construit chaque fois qu'on opère avec un autre gaz possédant son propre k.

Les échelles de tous les axes pareils d'entropie sont les mêmes, de sorte qu'il suffit, pour mesurer la longueur *(ON+OM)* d'avoir gradué un seul axe quelconque S_0S_0. Une échelle des valeurs tg γ est donnée pour les valeurs diverses de k. Pour caractériser graphiquement divers procès thermodynamiques, l'auteur donne encore sur le même diagramme (fig. 9) deux courbes $F_{1,4}$ et $F_{1,3}$ de la chaleur spécifique: $c=c_v\frac{k-n}{1-n}$, pour $k=1{,}4$ et $k_1=1{,}3$ (pour les gaz et pour la vapeur d'eau surchauffée), qu'il obtient en portant la valeur c sur la direction de chaque procès, en partant d'une circonférence R de rayon arbitraire r_0, tracée du centre O du diagramme. Une autre circonférence E concentrique de rayon $r=r_0+c_v$ définit les segments EF, représentant, en unités caloriques, le travail extérieur AL, exécuté pendant le procès, car: $c=c_v+AL$.

Notons quelques propriétés de ce diagramme logarithmique (voir fig. 9):

1. Le caractère des procès est analogue à celui du simple diagramme PV, l'axe des abscisses représentant le procès $p=$Const, l'axe des ordonnées — le procès $V=$Const, l'adiabate AA montant plus rapidement que l'isotherme JJ, etc.

2. Le commencement du procès coïncide toujours avec le centre O du diagramme, car $\lg\frac{P_0}{P_0}=\lg\frac{V_0}{V_0}=0$.

3. Tous les procès sont représentés par des lignes droites, à condition de prendre pour l'exponent n la valeur moyenne n_0 de l'exponent n, variable pour quelques uns des procès.

4. Le diagramme logarithmique pour un gaz donné remplace toute une série des simples diagrammes en PV et TS (voir les fig. 3 et 4).

5. Les variations du volume, de la pression, de la température, de l'entropie, du travail extérieur, ainsi que de l'exponent n sont données immédiatement par le diagramme.

6. Si la direction du procès rencontre la courbe F de la chaleur spécifique C, la chaleur est communiquée au corps évoluant, sinon, la chaleur est enlevée au corps.

7. Tous les procès situés à droite de l'axe des ordonnées PP accomplissent un travail utile extérieur: $dL>0$; tous ceux situés à gauche, demandent la dépense du travail extérieur: $dL<0$.

8. Tous les procès situés du côté $+T$ de l'isotherme JJ sont accompagnés de l'accroissement de la température; $dT>0$ tous les procès situés du côté $-T$ ont pour suite l'abaissement de la température: $dT<0$.

9. La chaleur communiquée ou enlevée au corps, ainsi que le travail utile accompli ou absorbé par le corps pendant la variation de la température à 1° C sont donnés par les segments correspondants RF et EF.

Selon le caractère des procès, le diagramme logarithmique peut être divisé en six secteurs (voir fig. 9):

Secteur I. $c<c_v$, $\Delta Q>0$, $\Delta T>0$, $dL<0$, $\Delta S>0$, $n=k\div+\infty$

La chaleur est communiquée et la température monte, mais puisque $c<c_v$, il manque de chaleur pour rechauffer le gaz à 1° C et le travail extérieur $AL_1=c-c_v=R_1F_1-R_1E_1=-E_1F_1$ sert pour couvrir ce défaut de chaleur.

Secteur IV: diamétralement opposé au précédent, donc ayant: $c<c_v$, $\Delta Q<0$, $\Delta T<0$, $\Delta L>0$, $\Delta S<0$; la chaleur est enlevée, la température baisse, le travail extérieur est accompli aux dépens de l'excès de la chaleur intérieure libérée c_v (Liquéfaction des gaz par la détente).

Secteur II: $c>c_v$, $\Delta Q>0$, $\Delta T>0$, $\Delta L>0$, $\Delta S>0$; $n=-\infty\div 0\div 1$ (Combustion des gaz).

Secteur V: opposé au précédent, donc ayant: $c>c_v$, $\Delta Q<0$, $\Delta T<0$, $\Delta L<0$, $\Delta S<0$.

Secteur III: $c<0$, $\Delta Q>0$, $\Delta T<0$, $\Delta L>0$, $\Delta S>0$; $n=1\div k=\frac{c_p}{c_v}$.

La chaleur est communiquée, la température baisse. Le travail extérieur accompli est si considérable, que la chaleur communiquée ne suffit pas pour le couvrir, et le déficit est couvert par la chaleur intérieure c_v. Finalement la température baisse. Le travail fourni par le gaz pendant la chute de la température à 1° C égale: $AL_3=(-c-c_v)(-1°\ C)=c+c_v=R_3F_3+R_3E_3=$ $=E_3F_3$.

Secteur VI: opposé au précédent, donc ayant: $c<0$, $\Delta Q<0$, $\Delta T>0$, $\Delta L<0$, $\Delta S<0$.

La chaleur est enlevée, la température monte. Aux dépens du travail extérieur communiqué au corps, ce dernier s'échauffe et le condenseur absorbe la chaleur.

Inž. d-ras J. Indriūnas.

Vilnų plaukelių tamprumo modulis

Pradedant vilnų atskirų plaukelių pavargimo reiškinių tyrimus, buvo būtinas reikalas kiek galint tiksliau žinoti jų tamprumo modulis. Vilnų atskirų plaukelių tamprumo modulis jau tyrinėta įvairių tyrinėtojų, bet, deja, gauta labai skirtingos jo reikšmės, būtent: pagal Gildenpfennig'ą, vilnų tamprumo modulis svyruoja tarp 44,56 kg/mm² — Samoli avių vilnoms ir iki 1080,5 kg/mm² — Rohno vilnoms, pagal Tänzer'į, jis svyruoja tarp 112,2 kg/mm² ir 935,9 kg/mm², o pagal Karger'į ir Schmid'ą, vilnų plaukelių tamprumo modulis yra 470 kg/mm² [1]). Žinant, kad kiti vilnų plaukelio mechaniniai savumai (stiprumas, lyginamasis ištįsimas ir kt.) įvairioms vilnų rūšims svyruoja tik keletu procentų, negali būti, kad tamprumo modulis vienos vilnų rūšies būtų net dvidešimt keturis kartus didesnis už kitos. Toks tamprumo modulio gautų rezultatų nevienodumas rodo, kad vilnų plaukelių tamprumo modulis dar nepakankamai ištirtas ir todėl jo tyrimus reikia pradėti iš naujo.

Tamprumo modulio tyrimai mano buvo pradėti Aukštojoj Technikos Mokykloj Dresdene 1931 m. Pirmieji iš jų atlikti L. Schopper'io f-os atsparumo bandytuvu šiuo būdu. Mikroskope okuliaro mikrometru išmatuojamas pasirinkto plaukelio diametras bent keliose vietose bandomojo ilgio ribose, apskaičiuojama jo vidutinė reikšmė ir plaukelis spraudžiamas į atsparumo bandytuvą. Po to bandytuvas leidžiamas labai lėtai, kad laiks nuo laiko galima būtų iš karto padaryti jėgos ir ištįsimo ataskaitos ir jos užsirašyti. Tokie užrašai daryti apsloginimą kartojant keletą kartų. Šituo būdu atlikto vieno plaukelio bandymo rezultatai parodyti I-oj lentelėj. Plaukelis paimtas iš šukuotų vilnų knatelio (Vorgarn). Jo diametras matuota septyniose vietose ir gauta

$$d = \frac{10{,}8 + 10{,}5 + 10{,}5 + 10{,}5 + 11{,}5 + 12 + 11}{7} 3{,}505 = 38{,}5\,\mu$$

ir skerspiūvio plotas $F = 1164\,\mu^2$.

---

[1]) Frölich—Spöttel—Tänzer: Wollkunde. 1929. 267 pusl.

I lentelė.

I kartas		II kartas		III kartas		IV kartas		V kartas	
P g	λ mm	P g	λ mm	P g	λ mm	P g	λ mm	P g	λ mm
0,30	0,20	0,35	1,00	0,42	1,10	0,28	0,80	0,38	1,20
0,57	1,00	0,65	1,40	0,50	1,20	0,35	1,00	0,48	1,40
0,68	1,22	0,90	1,60	0,70	1,40	0,40	1,20	0,60	1,60
0,88	1,40	1,25	1,80	0,94	1,60	0,50	1,40	0,90	1,80
1,00	1,50	1,70	2,00	1,39	1,80	0,70	1,60	1,00	2,00
1,20	1,60	2,20	2,20	1,89	2,00	1,00	1,80	1,90	2,20
1,33	1,70	3,00	2,40	2,45	2,20	1,45	2,00	2,70	2,40
1,55	1,80	3,90	2,60	4,06	2,60	2,00	2,20	5,90	3,20
2 00	2,00	4,60	2,80	4,76	2,80	2,83	2,40	6,70	3,40
2,74	2,20	5,35	3,00	5,35	3,00	3,50	2,60	7,80	3,80
3,45	2,40	6,10	3,20	6,10	3,20	4,50	2,80	8,10	4,00
4,15	2,60					5,38	3,00	8,80	4,80
5,05	2,80								

Iš šios lentelės matome, kad to plaukelio bandymas buvo pakartotas penkis kartus tokiu būdu: Pirmą kartą plaukelis temptas taip greit, jog per 15 minučių jo apsloginimas pasiekė 5,05 g. Po to greitai atleistas (atleidimas truko mažiau kaip vieną minutę) ir tempta antrą kartą. Po antro bandymo, apsloginimą atleidus iki nulio, į bandytuvą įspraustas plaukelis išbuvęs per naktį, po 14 valandų pertraukos, vėl temptas trečią, ketvirtą ir penktą kartą. Pagal šią lentelę sudarytos įtempimų ištisimų diagramos parodytos 1 fig. Čia ordinatos reiškia įtempimus kg/mm², o abscisos — lyginamuosius ištįsimus. Romėnų skaitmenimis pažymėti bandymų eilės numeriai. Iš šių diagramų matome, kad jau po pirmo bandymo pasiliko gana žymi liekamoji deformacija, nors didžiausi įtempimai tebuvo tik 4,4 kg/mm² ir dar buvo toli nuo proporcingumo ribų, nes, kaip matyt iš V-os diagramos (1 fig.), šio pavyzdžio proporcingumo riba turėtų būti daugiau kaip 6 kg/mm². Čia taip pat matome, kad ta liekamoji deformacija laikui bėgant mažėja, ir dėl to trečio bandymo, kuris buvo atliktas po keturiolikos valandų poilsio, diagrama atsidūrė tarp I ir II diagramų. Be to, iš šių diagramų matome, kad bandymo pradžioje deformacijos auga labai greitai ir neproporcingai įtempimams. Toliau, įtempimui pasiekus 1—2 kg/mm², įeinama į proporcingumo ribas, ir nuo čia diagrama jau eina pagal tiesiąją liniją.

Šiai diagramos daliai jau galima taikyti Hooke'o dėsnį ir apskaičiuoti bandomo plaukelio tamprumo modulį E, kaipo tangentą kampo φ, kurį sudaro tiesioji diagramos dalis su abscisų ašimi:

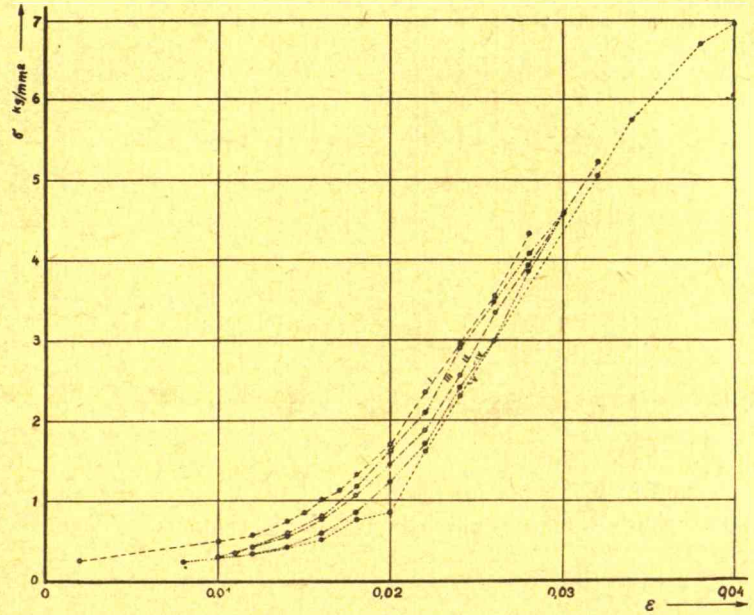
$$E = \operatorname{tg}\varphi = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} \quad \ldots \quad (1)$$

Čia $\Delta\sigma$ ir $\Delta\varepsilon$ yra įtempimo ir jam atitinkančio ištįsimo dalys, atitinkančios tiesiąją diagramos dalį. Išvedę proporcingumo ribose esantiems diagramos taškams tiesią liniją ir pagal ją atskaitę $\Delta\sigma$ ir $\Delta\varepsilon$, iš kiekvienos diagramos

gauname po vieną tamprumo modulį. Iš jų vidutinis šio pavyzdžio tamprumo modulis bus

$$E = \frac{328 + 339 + 309 + 352 + 357}{5} = 337 \text{ kg/mm}^2.$$

Šituo būdu mano buvo išbandyti šeši vilnų plaukeliai, kurių trys buvo paimti iš šukuotų vilnų knatelio ir kiti trys — iš neskalbtų merino vilnų. Bandymo rezultatai parodyti II lentelėje. Bandymo metu kambario temperatūra buvo 24° C ir relat. oro drėgnumas — 67%.



1 fig.

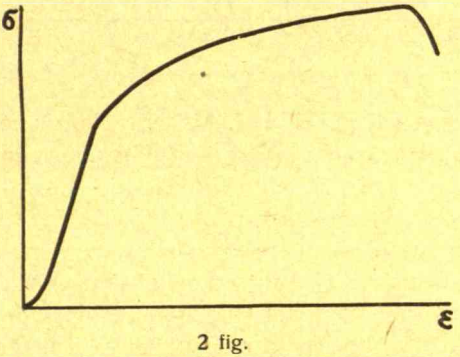
Įtempimų ištįsimų diagramos pradžioje pergreitai ir neproporcingai įtempimams augą ištįsimai, manau, galima išaiškinti plaukelio nors ir nedideliu rangytumu. Tik po to, kai plaukelis visai išsitiesia, jo ištįsimai pradeda atitikti Hooke'o tiesiosios linijos dėsnį.

Norint tuo geriau įsitikinti, buvo paimtas geležinis vienodo storumo strypas ir sulankstytas panašiai, kaip rangytų vilnų plaukelis. Tempimo mašinoj jį pertraukiant gauta diagrama parodyta 2 fig. Šios diagramos pradžioj matome tokį pat vaizdą, kaip ir vilnų plaukelių diagramose. Iš II lentelės paskutinių trijų skilčių matome, kad didžiausis skirtumas tarp vidutinės tamprumo modulio reikšmės ir tokių pat reikšmių, gautų iš paskirų bandymų, yra beveik tokio pat didumo, kaip ir skirtumai tarp panašių dydžių kitų mechaninių savumų (stiprumo, lyginamojo ištįsimo). Taip pat iš šių lentelių matome, kad iš tokio mažo bandymų skaičiaus tikslių rezultatų gauti negalima, nes vilnų plaukeliai dažniausiai esti gana nevienodo storumo, ir jų

II lentelė.

Bandytuvas	Iš kur plaukelis paimtas	Skersmuo d μ	Skerspiūvio plotas F μ²	Stiprumas K kg/mm²	Lyginamasis trūkimo ištįsimas δ %	Trūkimo ilgis R km	Bandomasis ilgis l mm	Bandymų skaičius n	Tamprumo modulis E kg/mm²	Dydžių K, δ ir E skirtumas tarp eilinės ir vidutinės reikšmės K %	δ %	E %
Louis Schopper'io	Iš šukuotų vilnų knatelio	38,5	1164	14,4	37,5	10,9	100	5	337	12,5	22,1	21,8
	„	53,2	2220	10,8	24,0	8,2	100	10	405	15,6	21,8	6,0
	„	22,4	395	13,3	—	10,1	100	5	552	3,9	—	28,1
	Vidutiniškai	38,0		12,8	30,7	9,7	100		431	—	—	—
	Iš neskalbtų merino vilnų	15,6	191	13,5	21,9	10,2	101	4	311	8,9	7,9	8,7
	„	17,1	230	10,1	15,1	7,6	101	3	276	18,5	25,6	3,5
	„	15,7	194	13,6	23,8	10,1	103	8	271	9,7	17,2	5,2
	Vidutiniškai	16,1		12,4	20,3	9,3			286	—	—	—
„Deforden"	Iš šukuotų vilnų knatelio	25	490	19,2	37,5	14,5	10	1	192	3,5	1,3	24,1
	„	24	451	19,6	32,5	14,8	10	1	273	1,5	12,2	7,9
	„	27	571	20,1	39,0	15,2	10	1	293	1,0	5,4	15,8
	Vidutiniškai	25,3		19,9	37,0	14,8	10		253	—	—	—

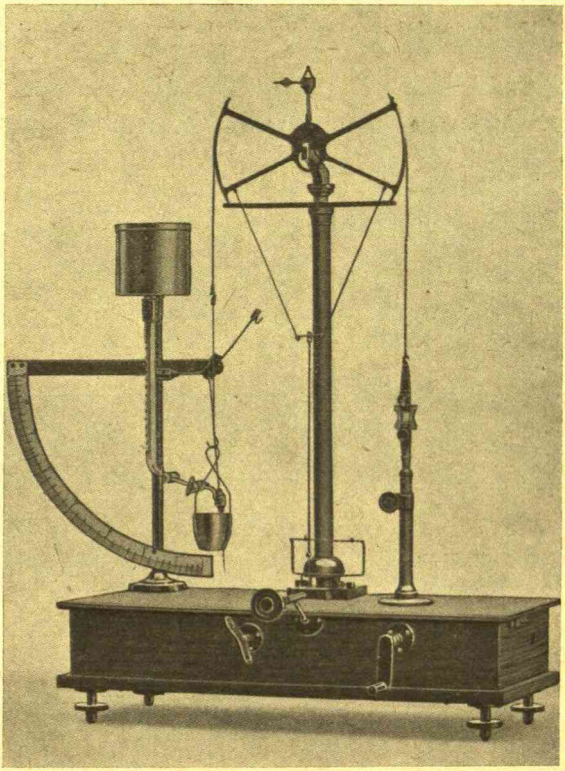
skerspiūvio plotai dažniausia esti ne visai apskriti. Todėl skaičiuojant plaukelio skerspiūvio plotą, laikant jį skrituliu, jau gaunami kartais gana žymūs netikslumai, kurie sumažėja tiktai darant didesnį bandymų skaičių. Kad su-



2 fig.

spėtum reikiamu momentu atskaityti bandytuvo parodymus, tenka bandymus daryti labai iš lėto. Todėl didesniam bandymų skaičiui atlikti reikia labai daug laiko, nes vienam plaukeliui išbandyti išeina valanda ir daugiau laiko. Be to, tokio lėto bandymo rezultatai irgi gali būti kitoki, negu darant tuos pačius bandymus didesniu greičiu, tokiu, kaip paprastai esti tokie bandymai

atliekami (apie 1—2 bandymu per minutę). Tokių bandymų rezultatų sutvarkymas (išbraižymas diagramų ir kt.) taip pat atima labai daug laiko. Todėl reikėjo surasti tokį bandymo metodą, pagal kurį bandymą galima būtų atlikti normaliu greičiu, kad bandymams ir iš jų gaunamiems rezultatams sutvarkyti reikėtų mažiausia laiko ir kad pagal tą metodą atliekami bandymai duotų pakankamai tikslius rezultatus.



3 fig.

Tokius pakankamai tikslius rezultatus galima gauti darant bandymus P. Krais'o stiprumo bandytuvu „Deforden" atvaizduotu 3 fig. Šiame bandytuve laikrodžio mechanizmo varomi rėmeliai su aprūkytu diagramos popieriu vienodu greičiu eina žemyn ir aukštyn. Taip pat vienodu greičiu auga ir pavyzdžio apsloginimas. Vadinasi, diagramos rėmelių vienas svyravimo periodas atitinka lygius apsloginimo (taigi ir įtempimo) prieauglius. Todėl žinant trūkimo jėgą ir naudojantis bandytuvo išbrėžta diagrama, galima surasti plaukelio tamprumo modulį.

Šiuo aparatu mano išbandyta tik keletas plaukelių, paimtų iš šukuotų vilnų knatelio (Vorgarn). Skaičiavimui tinkami bandymo rezultatai buvo gauti tiktai iš trijų pavyzdžių: (5, 6 ir 7), paimtų iš vieno plaukelio. Šių

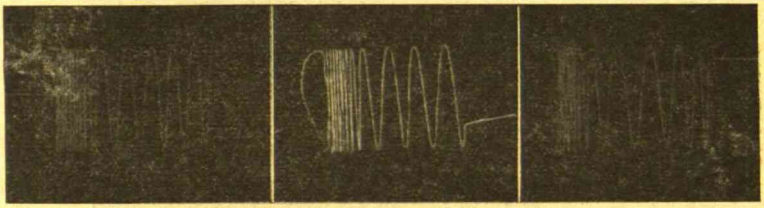
pavyzdžių diagramos atvaizduotos 4 fig. Pavyzdį 5 pertraukus ir pasvėrus į bandytuvo kibirėlį patekusį vandenį, rasta trūkimo jėga $P=9{,}4$ g. Iš diagramos 5 (4 fig.) matome, kad iki plaukelis nutrūko, diagramos aparatas padarė 16 svyravimų. Tai vienam svyravimui atitiks

$$\frac{9{,}4}{16}=0{,}587 \text{ g.}$$

Proporcingumo ribose tuos svyravimus atitinkančių diagramos zigzago viršūnių horizontalūs nuotoliai yra tarpusavy lygūs. Diagramoje randame, kad proporcingumo ribą gerai atitinka tik penki svyravimai. Todėl $\Delta P=\frac{5\cdot 0{,}587}{1000}=$ $=0{,}002935$ kg. Matavimo mikroskopu išmatuojame tuos penkis svyravimus atitinkantį ištįsimą ir gauname $\Delta\lambda=0{,}3125$ mm. Jei $F=490\,\mu^2=\frac{490}{10^6}$ mm² ir $l=10$ mm, tamprumo modulis bus

$$E=\frac{\Delta P\,l}{\Delta\lambda F}=\frac{0{,}002935\cdot 10\cdot 10^6}{0{,}3125\cdot 490}=192 \text{ kg/mm}^2.$$

Tokiu pat būdu gauti ir pavyzdžių 6 ir 7 tamprumo moduliai. Gauti rezultatai surašyti II lentelėje.



5 6 7

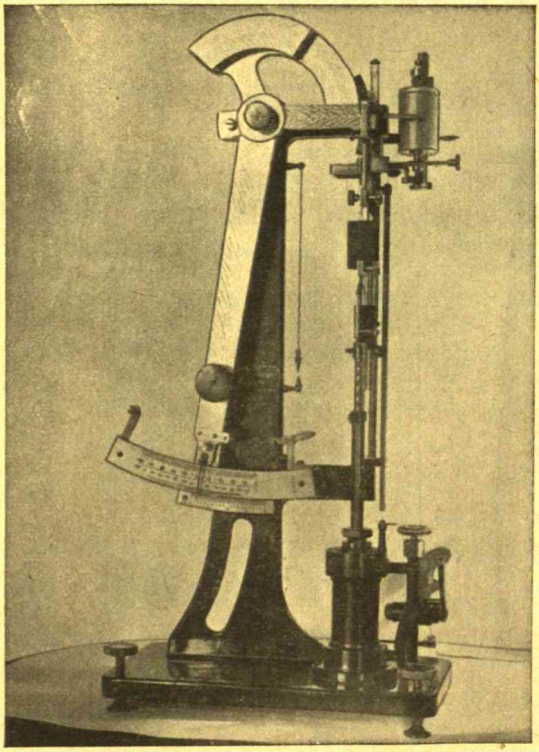
4 fig.

Šis metodas tamprumo moduliui surasti yra pakankamai tikslus, nes „Deforden" bandytuvas yra labai jautrus. Jo diagramos aparatas labai paprastas. Diagramą brėžianti adatėlė ištįsimų rodiklio pasislinkimams mažai tekliudo, nes diagrama brėžiama aprūkytame popieryje, prie kurio adatėlės viršūnė yra tik lengvai prisiglaudusi, bet neprisispaudusi. Šiuo bandytuvu bandant galima imti normalų pavyzdžio ilgį 10 mm, nes ir tuomet adatėlės išbrėžtoj labai plonomis linijomis diagramoj galima pakankamai tiksliai išmatuoti plaukelio deformacijas proporcingumo ribose. Taigi „Deforden" bandytuvu tamprumo modulio ieškant bandymas gali būti atliktas visai normaliomis sąlygomis. Tik gaila, kad būdamas Dresdene, Aukštojoj Techn. Mokykloj, į tą bandytuvą mažai tekreipiau dėmesio ir su juo tepadariau anksčiau paminėtus bandymus.

Bandytuvo „Deforden" svarbiausia yda yra ta, kad pasirengimas bandymams (diagramai popierio aprūkymas, priklijavimas kiekvieno bandomo plaukelio prie atskirų rėmelių) užima gana daug laiko.

Šituo metodu („Deforden“ bandytuvu) gauti trys tamprumo modulio rezultatai, žinoma, teduoda tiktai to plaukelio vidutinį tamprumo modulį. Jo negalima laikyti vidutiniu tos vilnų rūšies tamprumo moduliu. Jis tik parodo patį bandymo metodą ir jo tinkamumą šios rūšies bandymams atlikti.

Tiems vilnų pavyzdžiams, kurie buvo naudojami vilnų plaukelių pavargimo reiškiniams tyrinėti, tamprumo modulis mano buvo atsidėjus tirtas, naudojantis L. Schopper'io firmos stiprumo bandytuvu (5 fig.). Šiame ban-



5 fig.

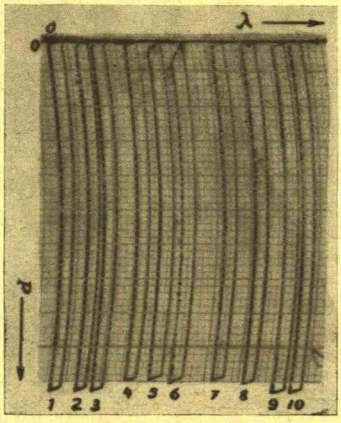
dytuve taip pat yra prietaisas įtempimų ištįsimų diagramoms brėžti. Diagramoje, kuri brėžiama specialiai paruoštame milimetriniame popieryje, ordinatų ašyje atidedami apsloginimai taip, kad 1 mm diagramoje atitinka dviem apsloginimų skalės padalinimams, o abscisų ašyje atidedmi ištįsimai penkis kartus padidinti taip, kad 1 mm diagramoje atitinka 0,2 mm ištįsimo. Šiek tiek pasipraktikavus, su padidinamu stikleliu diagramos milimetriniame popieryje galima atskaityti ištįsimus tikslumu iki 0,01 mm. Nors ištįsimai šioje diagramoje gaunami penkis kartus padidinti, bet kadangi čia diagrama brėžiama rašalu gan storomis linijomis, todėl, kad tiksliau galima būtų ištįsimus matuoti, bandomasis plaukelio ilgis imta ne 10 mm, kaip paprastai imama, bet

didesnis: 30—40 mm. Patys bandymai buvo atliekami maždaug normaliu greičiu — tempimas iki nutrūkstant truko apie 30 sek. Bandymų pradžioj reikėjo patikrinti, ar diagramos aparatas tiek tiksliai veikia, kad galima būtų juo naudotis ištįsimų matavimams.

Diagramos aparato veikimui patikrinti į bandytuvo spraustuvus buvo įspraustas geležinės skardos gabalėlis, kurio skerspiūvio plotas $F=0{,}3 \cdot 7{,}5= =2{,}25$ mm², ir ilgis tarp spraustuvų — 10 mm. Jei geležies tamprumo modulis $E=20000$ kg/mm² ir didžiausia tempimo jėga $P=50$ g, tai didžiausis ištįsimas bus

$$\lambda=\frac{Pl}{EF}=\frac{0{,}05 \cdot 10}{20000 \cdot 2{,}25}=0{,}0000111 \text{ mm},$$

tai toks mažas ištįsimas, kurio diagramoje būtų negalima pastebėti, jei diagramos aparatas veiktų teisingai. Darant šį patikrinimą gautos diagramos parodytos 6 fig., o patikrinimo rezultatai įdėti III lentelėje. Lentelėje pažymėta: P_{max} — didžiausia jėga, t. y. jėga, atitinkanti pilną bandytuvo apslo-



6 fig.

ginimų skalę, t — laikotarpis, per kurį bandomojo pavyzdžio apsloginimas pasiekė didžiausios jėgos, t_1 — laikotarpis, per kurį apsloginimas sumažintas nuo P_{max} iki 0, λ — iš diagramos atskaityti ištįsimai, atitinką $0{,}8P_{max}$.

III lentelė.

Diagramų eilės Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_{max}	50	50	50	50	50	50	50	20	20	100
t sek	60	20	40	180	8	5	90	90	30	30
t_1 sek	60	20	40	10	8	5	10	20	30	30
λ mm	0,08	0,03	0,08	0,07	0,07	0,04	0,05	0,05	0,04	0,06

Tokiu būdu iš dešimties diagramų gautas vidutinis bandomos skardelės „ištįsimas“, atitinkąs apsloginimą P_{max} bus

$$\frac{\Sigma\lambda}{10\cdot 0{,}8}=\frac{0{,}57}{10\cdot 0{,}8}=0{,}0712 \text{ mm}.$$

Taigi iš diagramos gaunami ištįsimai yra $0{,}0712-0{,}00001\cong 0{,}07$ mm didesni už tikruosius. Iš čia ištįsimų paklaida, atitinkanti vieną apsloginimų skalės padalinimą, bus

$$\lambda_1=\frac{0{,}07}{100}=0{,}0007 \text{ mm}.$$

Todėl norint tamprumo modulį skaičiuoti imant ištįsimus iš Schopper'io bandytuvo gautų diagramų, reikės į skaičiavimą įvesti pataisą.

Pažymėję raidėmis λ_t — tikrą bandomojo pavyzdžio ištįsimą, E — tikrą jo tamprumo modulį, λ — to paties pavyzdžio ištįsimą, gautą iš diagramos, E' — to pavyzdžio tamprumo modulį, apskaičiuotą pagal iš diagramos gautą ištisimą (λ) ir n — apsloginimo skalės padalinimų skaičių, atitinkantį apsloginimą P (kuris buvo pasirinktas modulį skaičiuojant), gausim

$$\lambda_t=\lambda-n\lambda_1=\frac{\lambda(\lambda-n\lambda_1)}{\lambda}.$$

Iš čia tikrasis tamprumo modulis bus

$$E=\frac{Pl}{\lambda_t F}=\frac{Pl}{F\lambda}\cdot\frac{\lambda}{\lambda-n\lambda_1}=E'\eta \quad \ldots\ldots\ldots (2)$$

kur η — tamprumo modulio pataisos koeficientas, apskaičiuojamas iš šių lygčių:

$$\eta=\frac{\lambda}{\lambda-n\lambda_1}=\frac{\lambda}{\lambda-n\cdot 0{,}0007} \quad \ldots\ldots (3)$$

Pasirinktų vilnų pavyzdžių tamprumo modulio tyrimai atlikti tokiu būdu. Paimti plaukeliai, apsloginant jų galus mažais sloginėliais, ištiesinami ir lygiagrečiai viens kitam grupėmis po penkis sutvarkyti, užklijuojami ant stiklinės plokštelės, su kuria dedami į mikroskopą plaukelio diametrui matuoti. Po to plaukeliai viens po kito spraudžiami į bandytuvą ir tempiami, išbrėžiant kartu ir ištįsimų įtempimų diagramą. Vienam diagramos popieryje buvo talpinama iki 50 ir daugiau diagramų.

Viena tokią diagramų grupę, paimtą iš 4-os bandymų grupės, matome 7 fig. Patogumo dėliai, daugumą diagramų brėžiant, diagramos aparatas buvo išjungiamas tuojau po to, kai buvo išeita iš proporcingumo ribų. Tik plaukelių 69-to ir 89-to čia yra išbrėžtos pilnos diagramos iki nutrūkstant. Tos pačios grupės bandymų rezultatai parodyti IV lentelėje.

Lentelėje vartoti šie ženklai:

d — vidutinis plaukelio skersmuo, gautas iš dviejų matavimų, atliktų dviejose bandomojo ilgio l vietose, $\frac{1}{4}l$ atstume nuo spraustuvų,

$F = \frac{\pi d^2}{4}$ — vidutinis plaukelio skerspiūvio plotas,

P — trūkimo jėga gramais,

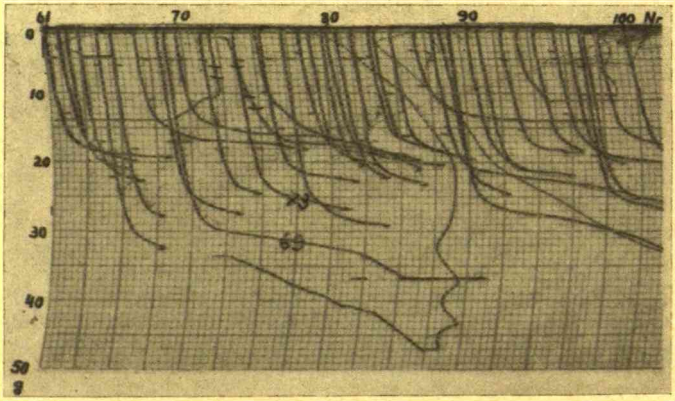
δ — lygínamasis trūkimo ištįsimas %,

K — stiprumas pertraukiant kg/mm^2,

ΔP — proporcingumo ribose esanti jėgos dalis gramais, kurį buvo imta tamprumo moduliui skaičiuoti,

$\Delta\lambda$ — plaukelio ištįsimo dalis, esanti proporcingumo ribose ir atitinkanti jėgos prieauglį ΔP mm,

E — plaukelio tamprumo modulis (be pataisos) kg/mm^2.



7 tig.

Tamprumo moduliui skaičiuoti imta diagramos dalis, esanti proporcingumo ribose. Kad išeitų vienodesni rezultatai, visose bandymų grupėse buvo imama proporcingumo ribose esanti jėgos dalis ΔP maždaug lygi trečdaliui trūkimo jėgos P. Tą jėgos prieauglį atitinkąs ištįsimo prieauglis atskaitytas diagramos milimetriniame popieryje padidinamojo stiklelio pagalba. Kadangi, kaip jau minėta, diagramos pradžia nietiesi, todėl ištįsimo ataskaitų pradžia imta apie 2—5 mm aukščiau abscisų ašies.

Iš tos pačios (4-os) bandymų grupės imame vieną plaukelį (69 Nr) kaipo pavyzdį tamprumo moduliui skaičiuoti. IV-je lentelėje randame, kad jo trūkimo jėga yra 36,5 g. Tos jėgos trečioji dalis būtų $36{,}5 : 3 = 12{,}2$ g. Kad būtų lengviau ištįsimus atskaityti, imame $\Delta P = 12$ g (kas diagramoj atitinka 12 mm). Diagramoj tą jėgos prieauglį imame tarp 5 ir 17 g. Šiose ribose randame ištįsimo prieauglį 0,18 mm. Šioje bandymų grupėje plauke-

IV lentelė.

Nr.	d μ	F μ²	P g	δ %	K kg/mm²	ΔP g	$\Delta\lambda$ mm	E kg/mm²
1	42,0	1385	36,0	51,0	26,0	12	0,25	695
2	37,8	1120	26,5	40,0	23,6	8	0,27	528
3	42,5	1410	23,7	27,0	16,8	8	0,19	598
4	34,6	940	26,2	39,0	27,8	8	0,23	740
5	39,2	1210	7,5	15,0	6,2	—	—	—
6	39,8	1240	27,5	51,0	22,2	10	0,35	461
7	41,8	1360	30,5	35,0	22,5	10	0,12	1225
8	43,2	1460	40,0	45,0	27,4	14	0,31	619
9	41,8	1360	35,0	37,0	25,7	12	0,31	568
10	39,5	1220	31,6	42,0	25,9	10	0,19	864
11	41,0	1320	29,0	—	22,0	10	0,25	606
12	43,0	1450	41,5	49,0	28,6	14	0,36	537
13	27,0	573	—	—	—	—	—	—
14	43,7	1490	36,3	40,0	24,4	12	0,21	766
15	43,9	1510	40,2	43,0	26,7	13	0,21	820
16	39,5	1220	33,5	38,0	27,5	12	0,20	984
17	43,4	1480	35,2	44,0	23,8	12	0,21	772
18	43,2	1460	37,0	47.0	25 4	12	0,24	685
19	37,5	1100	22.0	37,0	20,0	7	0,26	489
20	33,6	880	19,0	39,0	21,6	6	0,14	975
21	48,6	1850	19,2	12,0	10,4	6	0,12	540
22	46,6	1700	36,0	45,0	21,2	12	0,20	706
23	29,9	700	16,9	40,0	24,2	6	0,32	535
24	45.4	1610	34,5	41,0	21,4	11	0,22	621
25	42,5	1410	31,5	38,5	22,4	10	0,18	787
26	47,3	1760	46,6	47,0	26,4	15	0,34	501
27	47,3	1760	31,8	36,5	18,1	10	0,26	437
28	44,9	1580	34.2	—	21,7	11	0,22	633
29	42,9	1440	23,2	25,5	16,1	8	0,16	695
30	45,4	1610	38,5	41,4	23,9	13	0,27	599
31	48,3	1830	49,0	48,5	26,8	—	—	—
32	42,2	1390	27,3	40,0	19,6	9	0,25	518
33	42,4	1410	25,0	40,0	17,7	8	0,33	344
34	44,1	1530	39,6	44,0	25,9	13	0,29	586
35	46,9	1720	46,6	43,0	27,1	15	0,26	672
36	36,3	1030	23,0	39,0	22,3	8	0,28	554
37	46,4	1700	34,5	36,5	20,3	12	0,28	504
38	41,5	1340	30,5	40,0	22,8	10	0,21	710
39	35,6	990	25,5	—	25,8	8	0,24	675
40	42,7	1430	35.0	48,0	24,5	11	0,29	530
41	40,5	1280	28,0	39,0	21,9	9	0,24	486
42	44,2	1520	47,3	43,0	31,1	16	0,29	726
43	42,2	1390	38.2	42,0	27,5	12	0,30	576
44	45,4	1610	33,7	41,0	20,9	12	0,35	426
45	39,2	1210	33,5	42,0	27,7	10	0,35	472
46	41,7	1360	39,0	45,0	28,8	12	0,42	420
47	41,7	1360	33,0	40,0	24.3	10	0.25	589
48	40,0	1250	22,4		17,9	8	0,27	474
49	37,5	1100	25,5	39,0	23,2	8	0,24	606
50	37,0	1070	31,5	40,0	29,4	10	0,27	691

Nr.	d μ	F μ^2	P g	δ %	K kg/mm²	ΔP g	$\Delta\lambda$ mm	E kg/mm²
51	50,5	2000	42,4	40,0	21,2	14	0,33	424
52	41,7	1360	42,6	41,0	31,4	14	0,30	687
53	42,2	1390	34,7	42,0	25,0	12	0,33	523
54	41,0	1320	16,8	27,0	12,7	6	0,25	364
55	43,9	1510	37,3	39,0	24,7	12	0,24	662
56	36,8	1060	21,0	—	19,8	6	0,23	472
57	44,7	1560	36,5	41,0	23,4	12	0,25	616
58	41,7	1360	30,5	44,0	22,4	10	0,37	397
59	37,8	1120	17,0	—	14,1	6	0,20	536
60	46,9	1720	36,0	41,0	20,9	12	0,32	436
61	39,0	1190	27,2	44,0	22,9	8	0,19	708
62	42,7	1430	24,0	35,5	16,8	8	0,23	486
63	39,8	1240	31,5	42,0	25,4	10	0,16	1010
64	43,2	1460	33,7	41,0	23,1	12	0,27	610
65	50,6	2000	46,7	47.0	23,3	16	0,24	666
66	48,8	1870	39,0	40,0	20,9	12	0,20	641
67	43,9	1510	23,7	40,0	15,7	6	0,17	468
68	38,0	1130	36,0	40,0	31,9	12	0,21	1010
69	44,7	1560	36,5	33,0	23,4	12	0,18	854
70	33,1	860	22,2	39,0	25,8	6	0,15	930
71	44,7	1560	39,6	—	25,4	13	0,27	618
72	40,8	1305	22,5	—	17,2	—	—	—
73	44,7	1560	38,7	41,0	24,8	13	0,26	640
74	48,8	1790	19,0	26,0	10,6	6	0,16	418
75	42,4	1410	34,0	41,0	24,1	11	0,20	779
76	48,3	1830	40,5	44,0	22,2	13	0,18	791
77	37,5	1100	26,0	40,0	33,6	9	0,25	654
78	39 0	1190	27,5	40,0	23,1	9	0,15	1010
79	43,4	1480	27,3	35,0	18,4	9	0,19	640
80	39,3	1210	23,8	35,0	19,7	8	0,23	575
81	40,0	1250	33,5	47,0	26,8	12	0,30	640
82	41,5	1350	39,3	40,0	29,1	12	0,18	988
83	38,0	1130	22,5	35,0	19,9	7	0,16	775
84	38,0	1130	16,0	5,0	14,2	5	0,13	681
85	44,2	1530	27,4	—	17,9	8	0,19	550
86	30,7	740	16,0	30,0	21,6	5	0,23	588
87	43,0	1440	34,8	43,5	24,2	11	0,23	664
88	45,4	1620	36,6	40,0	22,6	12	0,29	511
89	45,6	1630	36,0	36,0	22,1	12	0,17	864
90	39,0	1190	25,4	33,0	21,3	8	0,18	746
91	41,0	1310	32,2	45,0	24,6	10	0,25	612
92	40,0	1250	27,5	41,0	22,0	10	0,32	500
93	39,2	1210	10,8	—	8,9	4	0,20	331
94	40,5	1280	27,8	37,0	21,7	9	0,21	669
95	36,8	1060	26,5	35,0	25,0	9	0,22	772
96	41,7	1360	27,0	38,0	19,8	9	0,24	551
97	46,6	1700	39,2	40,0	23,0	13	0,21	729
98	44,9	1580	36,0	43,0	22,8	12	0,21	723
99	38,0	1130	25,0	40,0	22.1	8	0,23	617
100	34,1	910	26,0	39,5	28,6	9	0,24	824

lio bandomasis ilgis buvo imta $l=20$ mm. Minėto plaukelio tamprumo modulį skaičiuojame pagal šią formulę:

$$E=\frac{\Delta P l}{F\Delta\lambda}.$$

Įstatę į raidžių vietas gautus bandymo rezultatus gausim

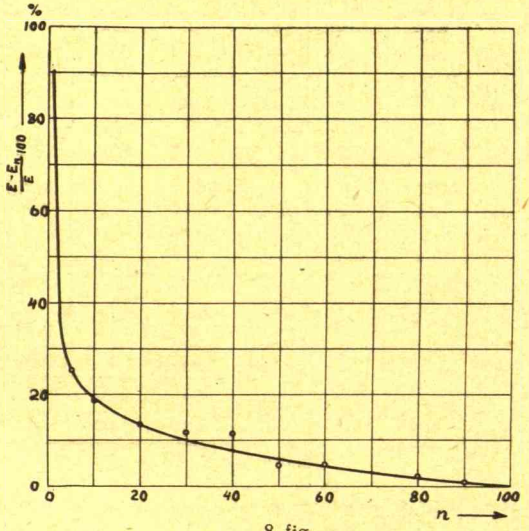
$$E=\frac{12\cdot 20\cdot 10^6}{10^3\cdot 1560\cdot 0{,}18}=854\ \text{kg/mm}^2.$$

Šitaip apskaičiuoti minėtos bandymų grupės plaukelių tamprumo moduliai surinkti IV-je lentelėje. Sudėjus visus šios bandymų grupės tamprumo modulio rezultatus ir padalinus iš jų skaičiaus gautas vidutinis visos bandymų grupės tamprumo modulis.

$$E=1{,}04\,\frac{61708}{96}=671\ \text{kg/mm}^2.$$

(Čia 1,04 — pataisos koeficientas, gautas iš 3-čios formulės).

Norint įsitikinti, kiek reikia padaryti bandymų pakankamai tiksliems tamprumo modulio rezultatams gauti, buvo sudaryta diagrama, kurios abscisų



8 fig.

ašyje atidėtas bandymų skaičius, o ordinatų ašyje — iš to bandymų skaičiaus gauto vidutinio tamprumo modulio procentais išreikštas skirtumas su bendru visai bandymų grupei vidutiniu tamprumo moduliu. Tokia diagrama gauta iš 4-tos bandymų grupės, parodyta 8-oje fig. Pirmam šios diagramos taškui rasti parinktas visų didžiausias tamprumo modulis $E_{max}=1225\,.\,1{,}04=1274$ ir visų mažiausias $E_{min}=331\,.\,1{,}04=344$ kg/mm², surasti jų skirtumai su tos grupės bendru vidutiniu tamprumo moduliu $E=671$ kg/mm² ir rasta, kad didžiausias paskirų bandymų tamprumo modulio skirtumas su visos grupės

bendru vidutiniu tamprumo moduliu yra 90%. Tai ir bus ieškomos kreivės ordinata, atitinkanti abscisą $n=1$. Paskiau visi šioje bandymų grupėje gauti tamprumo moduliai susumuoti po penkis iš eilės ir iš kiekvieno penketuko rastos vidutinės jų reikšmės. Iš jų taip pat atrinkta didžiausias ir mažiausias ir rasti jų skirtumai su bendru vidutiniu E. Didesnis iš jų išreikštas procentais ir atidėtas kaipo ordinata, atitinkanti abscisą $n=5$. Paskiau taip pat susumuota po 10, 20, 30 ir t. t., ir taip buvo gautos visos kitos šios diagramos ordinatos.

Iš diagramos matome, kad jau iš 10 bandymų gautos tamprumo modulio kraštutinės reikšmės tik 20% besiskiria nuo bendro vidutinio, o tokie skirtumai tamprumo modelių, gautų iš 70 bandymų, besudaro tiktai apie 2,5%.

Pagal šį bandymo metodą buvo atliktos aštuonios bandymų grupės (iš viso 612 bandymų). Bandymams vilnos buvo imtos iš trijų pavyzdžių. Iš jų 1-as ir 2-as buvo užsienių vilnų ir 3-ias — vietinių pilkųjų avių vilnų. Kiekvienos bandymų grupės bandymo rezultatų vidutinės reikšmės parodytos V-oj

V lentelė.

Vilnų pavyzdžio Nr.	Bandymų grupės Nr.	Relatyvus oro drėgnumas %	Vidutinis skersmuo d μ	Bandomasis ilgis l mm	Stiprumas K kg/mm²	Lyginamasis ištįsimas %	Vidutinis tamprumo modulis E kg/mm²	Bandymų skaičius n	nE kg/mm²	$\frac{550-E}{550}100$ %
1	1	65	45,0	40	24,6	39,4	536	53	28408	— 2,5
	2	66	46,2	40	25,1	38,8	403	77	31031	— 26,8
	3	68	43,7	40	20,0	39,5	407	79	32153	— 26,0
	4	—	40,6	20	23,7	39,6	671	96	64416	+ 22,0
							Viso .	305	156008	
2	5	66	35,2	40	16,7	33,7	670	76	50920	+ 21,8
	6	72	36,4	40	16,3	30,8	560	76	42560	+ 1,8
	7	70	39,6	40	19,9	37,1	557	80	44560	+ 1,3
							Viso .	232	138040	
3	8	55	56,8	30	19,8	38,0	562	75	42150	+ 2,2
							Bendra suma . .	612	336198	

lentelėj. Be to, čia parodyta ir kiti minėtų vilnų mechaniniai savumai, ir relatyvus oro drėgnumas. Iš jos randame, kad pirmojo pavyzdžio vidutinis tamprumo modulis

$$E=\frac{156008}{305}=512 \text{ kg/mm}^2,$$

antrojo pavyzdžio

$$E=\frac{138040}{232}=595 \text{ kg/mm}^2,$$

ir trečiojo pavyzdžio

$$E=562 \text{ kg/mm}^2.$$

Vidutinis tamprumo modulis bendras visoms trims vilnų rūšims bus

$$E=\frac{336198}{612}=550 \text{ kg/mm}^2.$$

Iš šios lentelės taip pat matome, kad kai kurių bandymo grupių vidutiniai tamprumo moduliai, nors jie sudaryti iš 50—100 bandymų, vis dėlto žymiai skiriasi nuo vidutinio visoms grupėms bendro tamprumo modulio (pav., 2 ir 3 bandymo grupių vidutiniai tamprumo moduliai mažesni už bendrą vidutinį net 26%). Tokie skirtumai galėjo įvykti dėl šių priežasčių:

1) Kad ir to paties pavyzdžio, bet įvairiose sruogelėse esančios vilnos galėjo būti nuo įvairių kūno vietų ir todėl galėjo turėti skirtingas mechanines savybes ir skirtingą tamprumo modulį. Mat, vienai bandymų grupei vilnų plaukeliai buvo imami tik iš vienos sruogelės, bet įvairioms bandymų grupėms galėjo būti paimti iš įvairių to paties pavyzdžio sruogelių. Todėl norint gauti pasirinkto vilnų pavyzdžio vidutinius mechaninius savumus, reikėjo visas to pavyzdžio vilnas gerai sumaišyti. Bet tą padaryti nelengva, nes, pavyzdžiui, karšiant vilnos gerai susimaišo, bet jų plaukeliai gali būti perdaug įtempti, nuo ko jų tamprumo modulis taip pat galėtų pasikeisti.

2) Bandymo rezultatus galėjo paveikti ir skirtingos bandymo sąlygos, nes bandymai buvo atliekami per trejus metus įvairiais metų laikais, esant įvairioms oro temperatūroms ir įvairiam oro drėgnumui.

3) Nors pats Schopper'io stiprumo bandytuvas, su kuriuo atlikti šie visi bandymai, yra labai preciziškas ir tikslus, bet jo aparate diagramoms brėžti yra gana žymių trūkumų. Jo būgnelį sukąs siūlas eina per keletą ratelių ir keletą kartų keičia savo kryptį. Todėl trintis būgnelio ir ratelių gulyklose, būgnelį sukančio siūlo standumas bei jo deformacijos, diagramą brėžiančios plunksnos trintis ir šių ydų kitimas, oro sąlygoms kintant, mažina aparato jautrumą ir tikslumą ir todėl bandymo rezultatus gali šiek tiek iškreipti. Todėl tokiems tiksliems darbams, kaip pluoštinių medžiagų atskirų plaukelių tamprumo modulio nustatymas, Kraiso „Deforden" stiprumo bandytuvas yra žymiai tinkamesnis, nes jis dėl savo paprastumo yra labai jautrus.

4) Į plaukelio tamprumo modulio didumą galėjo turėti įtakos ir plaukelio storumo nevienodumas įvairiose bandomojo ilgio vietose.

Norėdami tuo įsitikinti, imame bet kokį tiesų strypą, kurio skerspiūvio didumai įvairiose strypo vietose yra nevienodi. Padaliname visą strypo bandomąjį ilgį l į n lygių dalių tokio ilgumo, kad jo vidutinės dalies skerspiūvio ploto didumą galima būtų laikyti pastviu visame tos dalies ilgyje. Tuomet atskirų jo dalių ištįsimai nuo tempiančios jėgos P bus

$$\lambda_1=\frac{Pl}{nEF_1};\ \lambda_2=\frac{Pl}{nEF_2};\ \ldots\ \lambda_n=\frac{Pl}{nEF_n}.$$

Pilnas viso strypo ištįsimas bus

$$\lambda=\frac{Pl}{E}\cdot\frac{\frac{1}{F_1}+\frac{1}{F_2}+\ldots+\frac{1}{F_n}}{n}=\frac{Pl}{E}\cdot\frac{\sum\frac{1}{F}}{n}.$$

Šitokį pilną viso strypo ištįsimą ir matuodami gautume. Iš čia strypo tikras tamprumo modulis bus

$$E=\frac{Pl}{\lambda}\cdot\frac{\sum\frac{1}{F}}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Jei strypas apskritas, tai jo skerspiūvio plotas $F=\frac{1}{4}\pi d^2$. Tuomet tamprumo modulis bus išreikštas:

$$E=\frac{Pl}{\lambda}\cdot\frac{\sum\frac{1}{^1/_4\pi d^2}}{n}=1{,}273\frac{Pl}{\lambda}\cdot\frac{1}{n}\sum\frac{1}{d^2} \quad \ldots\ldots (5)$$

Naudojantis gi vidutiniu diametru

$$d_v=\frac{d_1+d_2+\ldots+d_n}{n}=\frac{1}{n}\Sigma d,$$

tamprumo mdulis gaunamas šitaip

$$E'=\frac{Pl}{\lambda\frac{\pi d_v^2}{4}}=1{,}273\frac{Pl}{\lambda d_v^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

Iš (5) ir (6) lygčių gauname

$$E=E'\cdot d_v^2\cdot\frac{\sum\frac{1}{d^2}}{n}=E'\eta_1.$$

Daugiklis η_1 bus lygus vienetui tik tuomet, kai $d=const.$ Šiaip jis visuomet didesnis už vienetą ir tuomet E' yra mažesnis už tikrą tamprumo modulį E, gautą iš (4) arba (5) formulių.

Kad sužinotum didumą tamprumo modulio paklaidos, įvykstančios dėl plaukelio storumo nevienodumo, buvo padaryta dar viena (9-ta) bandymų grupė. Šiai grupei plaukeliai paimti iš vienos sruogelės, iš to paties pirmojo vilnų pavyzdžio, kaip ir 1—4 bandymų grupėje. Čia iš viso išbandyti 48 pavyzdžiai. Pirmųjų dvidešimties pavyzdžių bandomasis ilgis buvo imta 20 mm, likusių — 50 mm. Skersmens matavimai daryti: trumpų pavyzdžių — penkiose vietose, 4 mm atstume viena nuo kitos, o ilgų pavyzdžių — dešimtyje vietų, penkių mm atstume viena nuo kitos. Šie matavimai žymėti okuliaro mikrometro padalinimais a. Vienas mikrometro padalinimas lygsta 4,91 μ. Todėl plaukelio skersmuo $d=4{,}91a$ *ir* $d^2=24{,}1a^2$ μ^2.

Bandymas atliktas tokiu pat būdu, kaip ir pirmieji čia aprašyti bandymai, t. y., iš lėto didinant apsloginimą ir laiks nuo laiko atskaitant jėgas ir ištįsimus. Iš jų sudarytos ištįsimų įtempimų diagramos, panašios kaip pirmoj fig. Iš šių diagramų gauti jėgų ir ištįsimų prieauglių santykiai $\Delta P:\Delta\lambda$ kartu su kitais bandymo rezultatais įdėti VI-je lentelėje.

VI. Lentelė.

Nr.	a_v	$\sum' \frac{1}{a^2}$	$\frac{\Delta P}{\Delta \lambda}$ g/mm²	E kg/mm²	E' kg/mm²	$\frac{E-E'}{E} 100$ %	$\frac{d_v-d_u}{d_v} 100$ %
1	8,44	0,0708	44,6	668	661	1,04	6,4
2	8,26	0,0753	18,8	300	291	3,00	6,8
3	8,18	0,0768	28,4	462	449	2,81	10,8
4	7,30	0,0951	27,3	550	541	1,64	3,4
5	7,70	0,0852	33,0	595	590	0,84	4,3
6	8,18	0,0844	28,0	500	443	11,40	9,5
7	9,12	0,0608	33,6	432	426	1,39	3,5
8	9,42	0,0571	43,0	517	513	0,77	4,1
9	6,22	0,1321	12,7	355	347	2,25	6,3
10	7,42	0,0917	34,0	660	654	0,91	2,6
11	9,08	0,0609	53,4	688	686	0,29	3,6
12	8,94	0,0635	54,6	733	721	1,64	4,6
13	7,94	0,0798	22,5	380	378	0,53	4,9
14	7,60	0,0876	31,8	589	582	1,19	5,9
15	7,86	0,0830	38,8	682	664	2,64	10,3
16	8,40	0,0716	39,6	600	594	1,00	6,6
17	8,22	0,0746	43,5	686	682	0,58	5,7
18	9,30	0,0592	78,0	977	955	2,25	6,1
19	9,58	0,0555	43,0	505	496	1,78	6,1
20	7,46	0,0905	33,0	631	627	0,63	2,5
21	6,82	0,2163	8,6	492	489	0,6	3,2
22	9,12	0,1217	15,4	496	491	1,0	3,4
23	7,00	0,2047	12,6	682	680	0,3	2,6
24	9,57	0,1161	20,0	615	578	6,0	11,4
25	6,26	0,2564	6,9	469	466	0,6	3,2
26	9,59	0,1102	17,3	504	497	1,4	6,6
27	8,58	0,1372	22,0	798	790	1,0	7,1
28	6,88	0,2134	11,1	626	620	1,0	5,5
29	10,75	0,0874	24,0	554	550	0,7	7,0
30	6,41	0,2458	6,7	436	432	0,9	2,9
31	8,09	0,1540	14,6	594	590	0,7	2,6
32	7,66	0,1727	14,0	640	630	1,6	7,3
33	9,67	0,1086	23,5	675	664	1,6	6,8
34	9,77	0,1121	20,5	608	568	6,6	12,2
35	8,78	0,1340	21,0	744	721	3,1	8,2
36	9,44	0,1145	20,4	618	606	1,9	10,3
37	7,97	0,1584	12,3	516	512	0,8	3,0
38	8,58	0,1368	17,1	620	615	0,8	4,2
39	7,32	0,1916	11,0	558	542	2,9	7,6
40	9,11	0,1256	21,2	704	675	4,1	9,1
41	8,28	0,1464	16,4	635	633	0,3	2,4
42	7,27	0,1908	9,8	495	490	1,0	5,1
43	7,07	0,2056	11,7	637	618	3,0	6,6
44	5,12	0,3980	5,8	611	583	4,6	7,2
45	7,18	0,1983	12,6	660	647	2,0	5,7
46	8,25	0,1503	14,8	588	575	2,2	10,0
47	7,84	0,1651	15,0	655	647	1,2	5,9
48	8,13	0,1521	17,3	697	692	0,7	3,2
			Iš viso . . .	28437	27901		

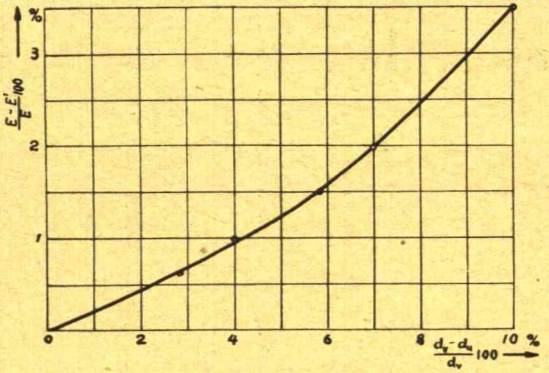
Tamprumo moduliai E apskaičiuoti pagal mūsų išsivestą (5) formulę, į kurią įstačius bandomąjį ilgį l ir kitus dydžius gauta: trumpiems pavyzdžiams (l=20 mm)

$$E = 1{,}273 \frac{P}{10^3} \cdot \frac{20}{\lambda} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{10^6}{24{,}1} \cdot \sum \frac{l}{a^2} = 211{,}6 \frac{\Delta P}{\Delta \lambda} \sum \frac{l}{a^2},$$

ir ilgiems pavyzdžiams (l=50 mm)

$$E = 1{,}273 \frac{P}{10^3} \cdot \frac{50}{\lambda} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{10^6}{24{,}1} \cdot \sum \frac{l}{a^2} = 265 \frac{\Delta P}{\Delta \lambda} \sum \frac{l}{a^2}.$$

Pagal šias formules apskaičiuoti tamprumo moduliai parodyti minėtoj VI lentelėj. Joje taip pat sudėti ir apytikriai tų pačių plaukelių tamprumo moduliai



9 fig.

E', gauti pagal vidutinį plaukelio skersmenį d_v (6-ta formulė). Iš šios lentelės surasta ir vidutiniai tamprumo moduliai

$$E = \frac{28437}{48} = 593 \text{ kg/mm}^2$$

ir

$$E' = \frac{27901}{48} = 572 \text{ kg/mm}^2.$$

VI lentelėje matome, kad tikrieji tamprumo moduliai E yra didesni už apytikrius E'. Procentais išreikšti skirtumai, tarp jų $\Delta E = \frac{E - E'}{E} 100$, parodyti VI lentelės atskiroje skiltyje. Paskutinėje šios lentelės skiltyje apskaičiuoti kiekvieno plaukelio skersmens nevienodumai pagal formulę $\frac{d_v - d_u}{d_v} 100$, kur d_v — bendras vidutinis plaukelio skersmuo, d_u — žemasis vidutinis, t. y. vidutinis iš visų tų to plaukelio skersmenų, kurie mažesni už bendrą vidutinį.

Iš tik ką paminėtų lentelės skilčių sudarytas grafikas (9 fig.) rodo, kad didėjant plaukelio diametro nevienodumui, pagal išbrėžtą kreivę auga ir skirtumas tarp tikro tamprumo modulio E ir apytikrio E'.

Iš viso, kas anksčiau pasakyta, vedame kad:

1) Vilnų atskirų plaukelių tamprumo modulį galima apskaičiuoti pagal bet kurį anksčiau aprašytą metodą, jei tik bus bandymai atlikti vienodose, normaliose sąlygose ir jei tie bandymai bus pakankamai daug kartų pakartoti.

2) Labai patogu tam reikalui naudotis automatiškai išbraižytomis diagramomis, gaunamomis „Deforden“ arba kokio kito nekomplikuoto ir jautraus bandytuvo pagalba.

3) Tikslesnės tamprumo modulio reikšmės gaunamos pagal mūsų išvestas (4 ir 5) formules, naudojantis skerspiūvio matavimais, atliktais įvairiose bandomojo ilgio vietose.

4) Kadangi skaičiuojant tamprumo modulį pagal vidutinį diametrą gaunamos tamprumo modulio reikšmės E' visuomet yra mažesnės už tikrą tamprumo modulį E, todėl norint iš E' gauti tikrą E, reikia sužinoti vidutinį plaukelių nevienodumą, po to iš grafiko 9 fig. surasti atitinkamą tamprumo modulio skirtumą ir pagal jį ištaisyti gautus rezultatus.

5) Minėtos formulės (4 ir 5) tinka ne tik vilnų plaukelių, bet ir bet kurių kitų medžiagų tamprumo moduliai skaičiuoti visais tais atvejais, kai bandomojo strypo storis yra nepakankamai vienodas.

Ing. Docteur J. Indriūnas.

Le module d'élasticité de fibres de laines

Dans cet article l'auteur décrit ses travaux sur la détermination du module d'élasticité de laine, lequel jusqu'à présent était insuffisament étudié.

Ayant fait des essais provisoires, l'auteur s'était persuadé, que la déformation des fibres de laine, dans les limites de proportionalité, peut être déchiffré directement sur l'appareil d'essais, ou être trouvé sur les diagrammes de traction graphés automatiquement à partir de ses extantions.

Le premier mode est très lent et difficile. Le second, selon l'auteur, est tout a fait satisfaisant, a condition que l'appareil qui produit les diagrammes soit assez sensible et exact.

Quoique l'auteur trouve, que pour ces essais convient le mieux le dynamomètre de Krais „Deforden", mais comme il ne l'avait pas à sa disposition, la majorité de ses essais, il a executé avec le dynamomètre de Schopper.

Ayant fait environ 700 essais, l'auteur a trouvé, que le module d'élasticité de trois différentes sortes de laines choisies, se diffère peu, et sa valeur moyenne est de 550 kg/mm^2.

A la fin, l'auteur examine les causes qui ont une influance sur ces variances de résultats, et trouve, qu'une de celles-ci, est l'inégalité de la grosseur de fibre dans les différentes places de sa longueur essayée.

En représentant graphiquement les erreurs du module d'élasticité, commise a cause de cela, dans sa détermination, — l'auteur dédie les nouvelles formules (4 et 5) pour pouvoir calculer le module d'élasticité exact, d'une bande, dont la grosseur varie dans les différantes places de sa longueur essayée.

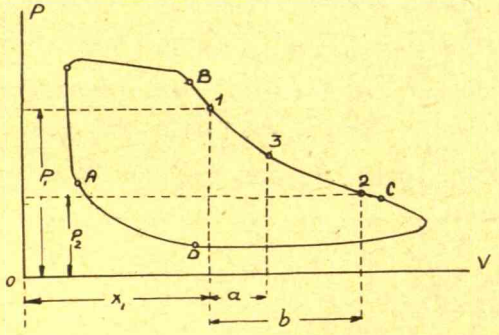
Inž. J. Jankauskas.

Apskritimų būdas

Koordinatų pradžios nustatymas indikatorinėse diagramose

Mūsų jau buvo parodyta, kaip nustatyti vidaus degimo variklių suspaudimo talpą indikatorinių diagramų pagalba*). Šiame straipsnyje parodysime, kaip surasti garo mašinos bei kompresoriaus žalingus tarpus betarpiškai iš indikatorinės diagramos. Žinoma, jei mašina yra nedidelė, tai galima būtų ją išardyti ir tiesiog išmatuoti — ar gipso pagalba, ar pilant alyvą — žalingojo tarpo dydžius, bet, deja, ne visada tai lengva, o kartais ir neįmanoma padaryti.

Turiu pabrėžti, kad skaičiuojant žalingus tarpus iš indikatorinės diagramos, tik tada bus gauti tikslūs rezultatai, kada mašinos būvis geras, t. y., kai vožtuvai ir stūmuoklis garų bei dujų nepraleidžia; jei vožtuvai ir stūmuoklis praleidžia garus ar dujas, tai indikatorinėj diagramoj mes negausime tikslios politropinės išsiplėtimo ir suspaudimo kreivės. Tuo būdu, nežinodami kreivės funkcijos, mes negalėsime nustatyti koordinatų pradžios, o kartu ir žalingojo tarpo.



1 brėž.

Tegul 1 br. vaizduoja garo mašinos indikatorinę diagramą (žiūr. 1 br.). Toj diagramoj

AB — garo įleidimo procesas,

*) Technika 7 Nr. „Suspaudimo talpos nustatymas indikatorinių diagramų pagalba"

BC — politropinis išsiplėtimo procesas,
CD — išmetimo procesas,
DA — politropinis suspaudimo procesas;

Paimsime didesniame diagramos politropiniame išsiplėtimo procese *BC* du bet kokius taškus: 1 ir 2, o tarp jų 3 tašką taip, kad to trečio taško ordinatė būtų 1 ir 2 ordinačių vidutinis geometrinis dydis, tai yra

$$p_3 = \sqrt{p_1 p_2}.$$

Tuo būdu tų trijų taškų koordinatės yra:

1 taško spaudimas p_1 ir nežinomas tūris x_1
2 „ „ p_2 „ tūris $x_1 + b$
3 „ „ $\sqrt{p_1 p_2}$ „ „ $x_1 + a$

Išsiplėtimo kreivė, be didesnės klaidos patenkina trečią Poisson'o lygtį

$$pv^m = \text{const.}$$

Griežtai imant to nėra, nes eksponentas m kinta su temperatūra nors ir labai nežymiai. Bet garo mašinose ir kompresoriuose temperatūros kitėjimas nėra didelis, ir tuo būdu be didelės klaidos mes priimsime, kad eksponentas m išsiplėtimo proceso metu yra pastovus [1]).

Parašysime tiems trims taškams dvi išsiplėtimo politropių lygtis:

$$p_1 x_1^m = \sqrt{p_1 p_2}\,(x_1 + a)^m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$\sqrt{p_1 p_2}\,(x_1 + a)^m = p_2 (x_1 + b)^m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Čia nežinomi dydžiai yra: koordinatų pradžios nuotolis x_1 ir politropos eksponentas m.

Išlogaritmavę (2) ir (3) lygtį, gauname:

$$ln\, p_1 + m\, ln\, x_1 = ln \sqrt{p_1 p_2} + m\, ln (x_1 + a) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

$$ln \sqrt{p_1 p_2} + m\, ln (x_1 + a) = ln\, p_2 + m\, ln (x_1 + b) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

Nukėlę nežinomus dydžius į vieną pusę, gauname:

$$ln\, p_1 - ln \sqrt{p_1 p_2} = m\,[ln (x_1 + a) - ln\, x_1]$$

$$ln \sqrt{p_1 p_2} - ln\, p_2 = m\,[ln (x_1 + b) - ln (x_1 + a)] \text{ arba}$$

$$ln \frac{p_1}{\sqrt{p_1 p_2}} = m\, ln \frac{x_1 + a}{x_1} = ln \sqrt{\frac{p_1}{p_2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

$$ln \frac{\sqrt{p_1 p_2}}{p_2} = m\, ln \frac{x_1 + b}{x_1 + a} = ln \sqrt{\frac{p_1}{p_2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

iš čia $m\, ln \dfrac{x_1 + a}{x_1} = m\, ln \dfrac{x_1 + b}{x_1 + a}$;

---

[1]) Paklaida nuo šio daleidimo bus žymiai mažesnė, negu iš diagramos gaunamas tikslumas, ir tuo būdu praktiškai šis tarimas rezultatams neturės jokios įtakos.

sutraukę iš m ir atsipalaidavę nuo logaritmų, turėsime:

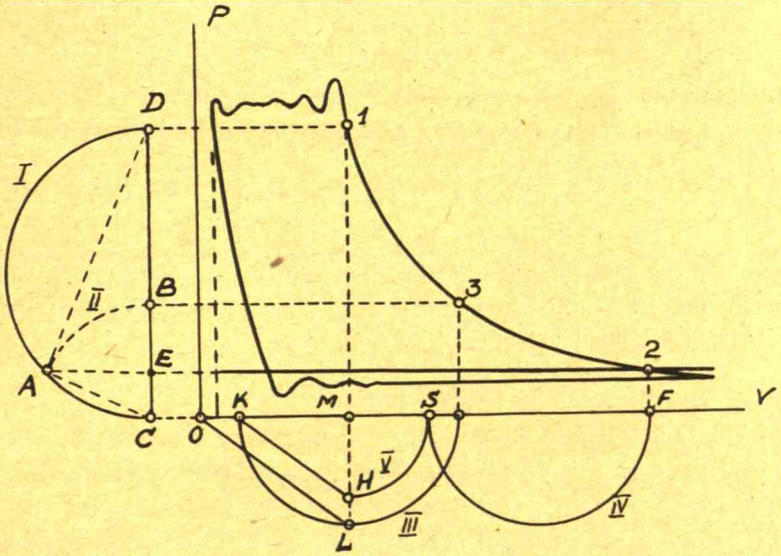
$$\frac{x_1+a}{x_1}=\frac{x_1+b}{x_1+a} \text{ arba } (x_1+a)^2=x_1^2+x_1b;$$

iš čia $x_1^2+2ax_1+a^2=x_1^2+x_1b$

$bx_1-2ax_1=a^2$ arba

$$x_1=\frac{a^2}{b-2a} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

Dabar parodysime, kaip, naudojant (1) ir (8) formules, gauti koordinatų pradžią vartojant tik skriestuvą ir liniuotę.



2 brėž.

Vidutinį geometrinį spaudimą gausime šiuo būdu: šalia diagramos ant ordinatės p_1 dydžio, kaip ant diametro, brėžiam pusapskritimį I (žiūr. br. 2). Diagramos tašką 2 nukėlę į pusapskritimį I gaunam tašką A. Išbrėžę apskritimo lanką II iš centro C, gaunam tašką B. Nukelę tašką B į diagramą, gaunam tašką 3. Taško 3 ordinatė yra $\sqrt{p_1 p_2}$. Įrodymas: trikampiai CAD ir AEC yra panašūs, todėl $\frac{DC}{AC}=\frac{AC}{EC}$; iš čia $AC^2=DC.EC$; $AC=\sqrt{DC.EC}$, bet $DC=p_1$; $EC=p_2$, tad

$$BC=AC=\sqrt{p_1 p_2}$$

Kordinatų pradžią gausime šiuo būdu:

iš taško M, kaip iš centro, brėžiam pusapskritimį III; apskritimo spindulys $= a$. (Žiūr. 1 ir 2 brėž). Toliau, neperstatydami skriestuvo, per tašką F brėžiam pusapskritimį IV. Toliau, išvedę lanką V iš centro M per tašką S,

gaunam tašką H. Sujungę taškus K ir H ir išvedę lygiagretę iš taško L tiesei KH, gaunam kordinatų pradžią, per kurią išvedam ordinatų ašį OP.

Įrodymas: trikampiai OML ir KMH yra panašūs su stačiu kampu prie M, todėl

$$\frac{OM}{ML}=\frac{KM}{MH},\ \text{bet}\ MH=MS=MF—SF=b—2a;$$

be to $KM=ML=a$. . Tuo būdu

$$OM=\frac{KM\cdot ML}{MH}=\frac{a^2}{b—2a};$$

matom, kad atkarpa OM patenkina (8) formulę.

Pavyzdžiai:

Kompresorius

2 brėž. duota indikatorinė diagrama, kuri buvo nuimta 1931 kovo mėn. nuo NH_3 kompresoriaus firmos „Atlas“ (sumontuotas „Maiste“)

stūmuoklio eiga = 250 mm

„ ø = 245 mm

Pavartoję mūsų aprašytą būdą, surandame kordinatų pradžią O. Nustatę kordinatų pradžią, surandam kompresoriaus žalingąjį tarpą. Žalingasis tarpas išreikštas stūmuoklio eigos %%.

$$\varepsilon_ž=\frac{2{,}5}{76}\,100\%=3{,}3\%$$

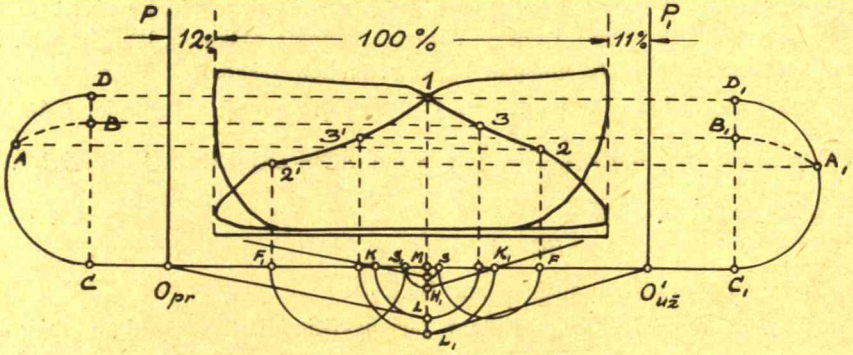
Tou būdu žalingas tūris bus:

$$v_ž=\frac{3{,}3}{100}\cdot 25\,\frac{\pi\,24{,}5^2}{4}=390\ \text{cm}^3$$

$$v_ž\cong 0{,}4\ \text{ltr.}$$

Garo mašina

3 brėž. duota indikatorinė diagrama, kuri buvo nuimta 1936. VI. 4 pratybos metu nuo lokomobilio „Badenia“[1]).



3 brėž.

[1]) Diagrama gauta iš kol. A. Binkevičiaus.

Iš išsiplėtimo kreivių tokių pat būdų surandame koordinatų pradžias priešakinei ir užpakalinei cilinderio pusėms.

Nustatę koordinatų pradžias, surandame cilinderio žalinguosius tarpus. Žalingieji tarpai išreikšti stūmuoklio eigos %.

Priešakinis mašinos žalingasis tarpas

$$\check{Z}_{pr}=\frac{9}{76}100\%=11{,}8\%\cong 12\%$$

Užpakalinis mašinos žalingasis tarpas

$$\check{z}_{už}=\frac{8{,}2}{76}100\%=10{,}8\%\cong 11\%$$

Vidaus degimo variklio kompresorius

4 brėž. duota indikatorinė diagrama, kuri buvo nuimta nuo dviejų taktų vidaus degimo variklio „Laval" 12PS (sumontuotas Didž. Rūmuose).

Procesai diagramoje:

1—5 išstūmimas,
5—6 išsiplėtimas,
6—2 įsiurbimas,
2—1 suspaudimas,
stūmuoklio eiga = 180 mm,
išstūmimo eiga = 25 mm,
stūmuoklio ø = 180 mm.

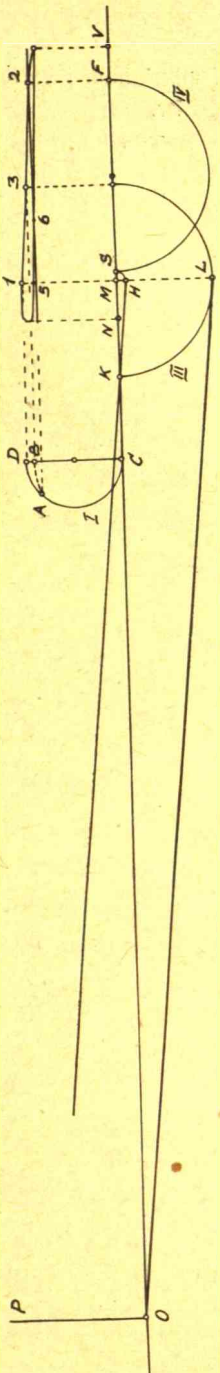
Suspaudimo kreivės 2—1 pagalba surandame koordinatų pradžią *O*. Turėdami koordinatų pradžią, surandame karterio suspaudimo laipsnį stačiai iš brėžinio imdami išmatavimus.

$$\varepsilon_k=\frac{OM+MV}{OM}=\frac{292+66}{292}=1{,}22$$

ir karterio suspaudimo tūrį surasime iš formulės

$$v_k=\frac{\pi D^2(18-2{,}5)}{4(\varepsilon_k-1)}=\frac{3{,}14\cdot 18^2\cdot 15{,}5}{4(1{,}22-1)}=18000\ \text{cm}^3$$

$$v_k=18\ \text{ltr.}$$



4 brėž.

Patikrinimui į karterį ligi prapūtimo langų buvo įpiltas gazolis. Gazolio tilpo 20 ltr.

Tuo būdu paklaida tūrio atžvilgiu gauta tik

$$\Delta v = \frac{20 - 18}{20} 100\% = 10\% = 2 \text{ ltr.}$$

Ir tikras suspaudimo laipsnis yra 1,20, o suspaudimo laipsnio paklaida yra

$$100\% \frac{1{,}22 - 1{,}2}{1{,}2} = \frac{0{,}02}{1{,}2} 100\% = 1{,}7\%$$

Ing. J. Jankauskas.

Définition de la position du centre des coordonnées d'un diagramme indiqué.

Résumé.

Dans son article l'auteur propose un simple procédé servant à trouver la position du centre des coordonnées d'un diagramme indiqué relevé d'un moteur ou d'un compresseur en action, ce qui permet d'obtenir directement, sans démontage de la machine, le volume de l'espace nuisible — dans une machine à vapeur ou dans un compresseur, et le volume de la chambre de compression, dans un diesel. On procède de la manière suivante. Sur la courbe de la détente (pour un diesel il faut prendre la courbe de la compression) on choisit trois points 1, 2, 3 (fig. 1) tels que le point intermédiaire 3 satisfasse à la condition

$$p_3 = \sqrt{p_1 \cdot p_2}$$

Alors la coordonnée x_1 du point 1, par rapport au centre O des coordonnées, s'exprime par la formule suivante, déduite théoriquement

$$x_1 = \frac{a^2}{b - 2a} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

où $a = x_3 - x_1 ; b = x_2 - x_1$.

Le procédé graphique pour trouver le centre O des coordonnées est montré sur la fig. 2, dans laquelle on tire des deux triangles semblables AEC et DAC la proportion

$$\frac{EC}{AC} = \frac{AC}{DC}, \text{ ce qui donne}$$

$$AC = \sqrt{EC \cdot DC} \text{ ou } p_3 = \sqrt{p_1 \cdot p_2}$$

Mais il résulte de la construction de la fig. 2:

$ML = MK = a, MF = b$
$SF = 2a$
$MS = MH = b - 2a;$

le point O étant le centre des coordonnées, les deux triangles semblables OML et KMH donnent:

$$\frac{OM}{ML} = \frac{KM}{MH}, \text{ d'où il suit:}$$

$$OM = x_1 = \frac{ML \cdot MK}{MH} = \frac{a^2}{b - 2a}$$

ce qu'il fallait démontrer.

Pour obtenir un résultat exacte, il faut utiliser la plus grande partie 1—2 de la courbe polytrope de détente ou de compression.

Le procédé n'est applicable qu'aux machines dont les soupapes et les pistons se trouvent dans un état irréprochable, car, dans le cas contraire, les fuites occasionneraient une déformation de la polytrope de détente ou de compression.

Inž. *M. Baublys.*

Oro kūjo darbo stūmuoklio greičiai ir oro spaudimai, kaip laiko bei eigos funkcija

Oro kūju (Luftfederhammer) čia vadinama kūjis, kuriame kompresoriaus stūmuoklis, atskiro motoro per transmisiją veikiamas, suspaudžiamu bei plečiamu oru judina darbo stūmuoklį, sujungtą su kūjo meška.

Tokiame kūjyje oras kompresoriaus stūmuoklio spaudžiamas drauge kompresoriaus ir darbo cilindery, todėl jo spaudimas pareina drauge nuo kompresoriaus ir darbo stūmuoklių eigų. Kompresoriaus stūmuoklio eiga, greičiai ir greitėjimai mums žinomi, kaip laiko, arba alkūninio veleno pasisukimo kampo funkcija, būtent:

eiga $y_0 = r(1 - \cos\omega t \pm \frac{1}{2}\lambda \sin^2 \omega t)$

greitis $v_0 = r\omega(\sin\omega t \pm \frac{1}{2}\lambda \sin 2\omega t)$

greitėjimas $p_0 = r\omega^2(\cos\omega t \pm \lambda \cos 2\omega t)$

(Čia $\lambda = \frac{r}{L}$ — santykis alkūnės spindulio r ir švaistiklio ilgio L, ω — alkūninio veleno kampinis greitis ir t — laikas). Darbo stūmuoklio eiga, greitis ir greitėjimas yra mums nežinomi, ieškomi dydžiai, savo keliu pareiną nuo ieškomo kintamo oro spaudimo.

Imame visai primityvų kūjį, kuriame kompresoriaus ir darbo stūmuokliai yra viename cilindery; oras, esąs tarp tų stūmuoklių, vaidina vien spyruoklės vindmenį (1 brėž.).

Tebūnie F — stūmuoklių plotas cm²,

q — oro spaudimas cilinderyje kg/cm²,

y_0 ir y — kompresoriaus ir darbo stūmuoklių eigos m,

$v_0 = \frac{dy_0}{dt}$ ir $v = \frac{dy}{dt}$ — kompresoriaus ir darbo stūmuoklių greičiai m/sk,

$p_0 = \frac{d^2y_0}{dt^2}$ ir $v = \frac{d^2y}{dt^2}$ — kompresoriaus ir darbo stūmuoklių greitėjimai m/sk²,

m — darbo stūmuoklio su kotu ir meška masė kgsek²/m,

$g = 9{,}81$ — žemės traukos greitėjimas m/sek²,

$q_a = 1$ — atmosferos spaudimas kg/cm²,
ω — alkūninio veleno kampinis greitis 1/sek,
l — tarpas tarp stūmuoklių, esant $q = 1$ kg/cm², m,
t — laikas nuo alkūnės viršutinio mirties taško sek.,
V — oro tūris tarp stūmuoklių m³,

$\lambda = \frac{r}{L}$ alkūnės spindulio ir švaistiklio ilgio santykis.

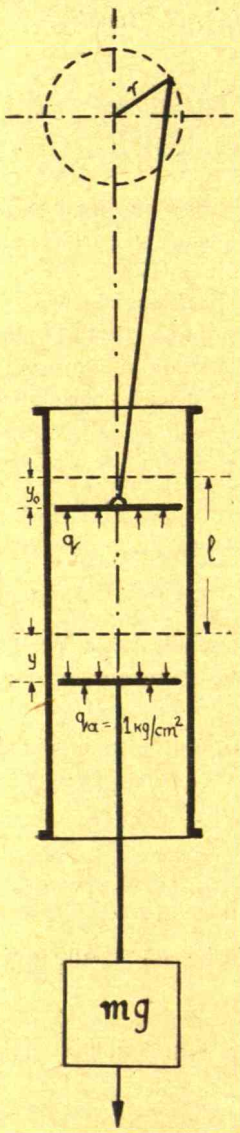
Darbo stūmuoklio dinaminės pusiausvyros lygtis bus:

$$mg + q\,F - q_a\,F + m\frac{d^2y}{dt^2} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

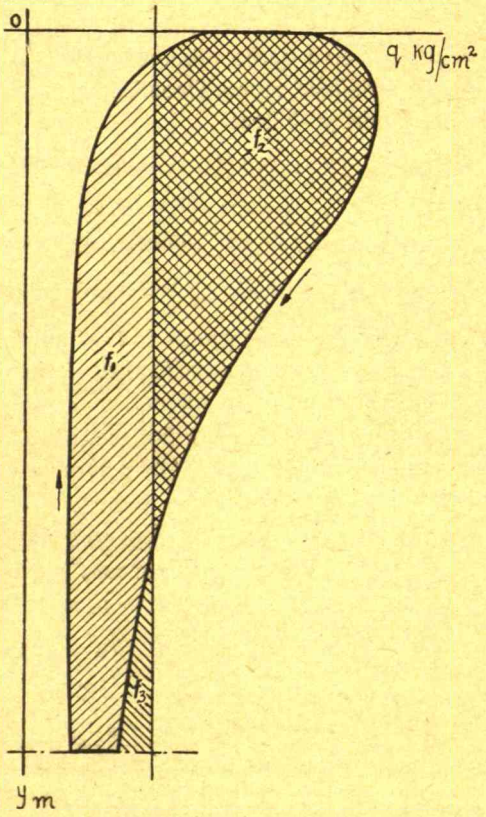
$$mg + (q-1)\,F + m\frac{d^2y}{dt^2} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Paprastumo dėliai priimame, kad oro būvio kitimas cilinderyje vyksta izotermiškai, pagal lygtį

$$q_1\,V_1 = q_2\,V_2 = \text{const} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$



1 brėž.



2 brėž.

ir kad, esant kompresoriaus stūmuokliui viršutiniame vad. mirties taške, (prie $t=0$) oro spaudimas cilindery $q_1=1$ kg/cm²; tada oro tūris bus:

$$V_1=\frac{l\cdot F}{10000}\ \text{m}^3.$$

Momente t kompresoriaus stūmuoklis nuo mirties taško bus nuėjęs nuotoliu

$$y_0=r(1-\cos\omega t\pm\tfrac{1}{2}\lambda\sin^2\omega t)$$

arba visai apytikriai, priėmę, kad $\lambda=0$ (oro kūjuose būna $\lambda=\frac{1}{10}\div\frac{1}{15}$), gauname

$$y_0=r(1-\cos\omega t)\quad\ldots\quad\ldots\quad(4)$$

Kompresoriaus stūmuoklis tuo momentu bus nuėjęs atstumą y. Oro tūris tarp stūmuoklių bus:

$$V_2=(l-y_0+y)\frac{F}{10000}\ \text{m}^3,$$

ir oro spaudimas tarp stūmuoklių tuo metu bus q.

Lygtis (3) gauna formą:

$$1\cdot\frac{lF}{10000}=q(l-y_0+y)\frac{F}{10000}\ \text{iš čia:}$$

$$q=\frac{l}{l-y_0+y}\ \text{arba}\ q=\frac{l}{l-r(1-\cos\omega t)+y}\quad\ldots\quad(5)$$

Įstatę gautą q reikšmę (5) į lygtį (2), gauname:

$$mg+\left[\frac{l}{l-r(1-\cos\omega t)+y}-1\right]F+m\frac{d^2y}{dt^2}=0\quad\ldots\quad(6)$$

T. y. diferencialinė lygtis su dviem kintamais y ir t; ją išsprendę turėsime:

$$y=f(t),\ v=f'(t)\ \text{ir}\ p=f''(t)$$

Įstatę y — o reikšmę į lygtį (5), rasime f-ją

$$q=\varphi(t)$$

Kadangi bus žinomos f-jos: $y_0=f_1(t)$ ir $y=f(t)$, tai tuo pačiu rasime f-jas

$$q=\psi(y_0)\ \text{ir}\ q=\xi(y).$$

Iš paskutinių lygčių, atidėję q abscisių ašyje ir y ordinatų ašyje, galime gauti teorinę indikatorinę diagramą (2 brėž.). Pažymėję diagramos plotą $f_0=f_1+f_2$ cm², neigiamą plotelį eigos gale f_3 cm² ir diagramos mastelį k kgm/cm² gausime:

kūjo suvartojamas indikatorinis darbas

$$D=(f_1+f_2)\cdot k\ \text{kgm},$$

kūjo smūgio efektas

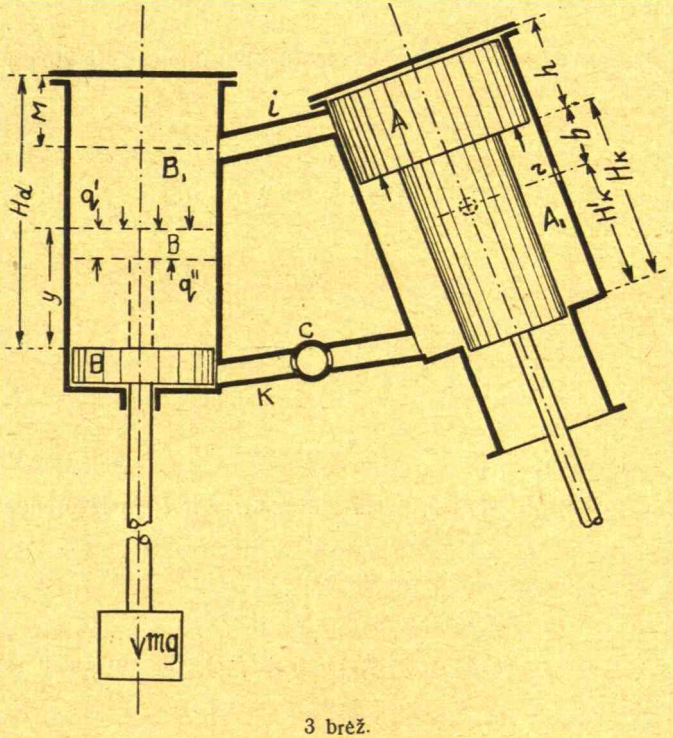
$$E=(f_2-f_3)\,k+mgy\ \text{kgm}$$

ir teorinis indikatorinis naudingo veikimo koeficientas

$$\eta_i=\frac{(f_2-f_3)\,k+mgy}{(f_1-f_2)\,k}$$

Pritaikinsime aukščiau bendrais bruožais aprašytą metodę oro kūjo tipo „Massey“, ar kito panašaus, meškos greičiams nustatyti ir indikatorinei diagramai sudaryti.

Tegul paimto kūjo kompresoriaus ir darbo stūmuokliai A ir B juda atskiruose cilinderiuose A_1 ir B_1, sujungtuose kanalais *i* ir *k* (3 brėž.). Skirstiklio *c*, esančio kanale *k*, pagalba keičiamas kūjo darbo rėžimas: meška laikoma pakelta, prispausta prie kalamo daikto arba verčiama kalti — judėti aukštyn ir žemyn. Kompresoriaus cilinderis A_1 aprūpintas skylėmis *r* oro pertekliui pašalinti.



3 brėž.

Imame atvejį, kai skirstiklis *c* yra nustatytas kalimui, t. y. jungia cilinderius A_1 ir B_1.

Stūmuokliui cilindery A_1 einant žemyn, viršum jo gaunamas vakuumas, stūmuoklio apatinei briaunai uždarius skyles *r*, po juo gaunamas spaudimas. Per kanalus *i* ir *k* šie vakuumas ir spaudimas veikia darbo cilinderio B_1 stūmuoklį; pasiekus jiems pakankamo didumo, kad būtų nugalėtas stūmuoklio, jo koto ir meškos svoriai ir inercijos jėgos, stūmuoklis cilindery B_1 ima kilti. Jam artėjant prie viršutinės cilinderio B_1 dalies, stūmuoklis cilindery A_1 pradeda eiti aukštyn; stūmuoklio viršuje pakyla oro spaudimas ir, kai jis nuveikia stūmuoklio cilindery B_1 inercijos jėgą, šis pradeda kristi žemyn ir suduoda kalamą daiktą.

Tebūnie:

F'_d ir F''_d — darbo stūmuoklio plotas viršuje ir apačioje m²,
F'_k ir F''_k — kompresoriaus stūmuoklio plotas viršuje ir apačioje m²,
q' ir q'' — spaudimai stūmuoklio viršuje ir apačioje kg/m²,
H_d ir H_k — darbo ir kompresoriaus cilinderių laisvas ilgis (be stūmuoklio pločio) m,
M — kanalo i nuotolis nuo darbo cilinderio viršaus m,
h — kompresoriaus stūmuoklio plotis m,
b — skylių r nuotolis nuo kompresoriaus stūmuoklio apačios, esant jam viršutiniam mirties taške m,
H_k' — skylių r nuotolis nuo kompresoriaus cilinderio apačios m,
I — kanalo i tūris m³,
K — kanalo k tūris m³
ir kiti pažymėjimai tokie, kaip aukščiau žiūrėtame atvejy.

Meškos pusiausvyros lygtis bus:

$$mg = q' \cdot F'_d - q'' \cdot F''_d + m\frac{d^2y}{dt^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

Stūmuokliui A einant žemyn, kol jis uždarys savo apatine briauna skyles r, oro spaudimas stūmuoklių apačioje bus:

$$q'' = 10000\ kg/m^2; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

oro spaudimas stūmuoklio viršuje, laikant, kad oro kompresija ir ekspansija vyksta izotermiškai, rasis iš Marioto lygties

$$10000\ (H_d \cdot F'_d + I) = q'\ (H_d \cdot F'_d + I - yF'_d + y_0 F'_k) \text{ iš čia}$$

$$q' = \frac{10000\ (H_d \cdot F'_d + I)}{H_d \cdot F'_d + I - yF'_d + y_0 F'_k}\ kg/m^2$$

Kadangi apytikriai $y_0 = r(1 - \cos \omega t)$, tai

$$q' = \frac{10000\ (H_d \cdot F'_d + I)}{H_d + F'_d + I - yF'_d - r\ (1 - \cos \omega t)\ F'_k} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

Įstatysime q'' ir q' į lygtį (7),

$$mg + \frac{10000\ (H_d \cdot F'_d + I)}{H_d + I - yF'_d + r(1 - \cos \omega t)\ F'_k} F'_d - 10000\ F''_d + m\frac{d^2y}{dt^2} = 0 \ldots (10)$$

Stūmuokliui A skyles r uždarius (3a brėž.), spaudimas q' keisis tuo pačiu dėsniu, tačiau q'' bet kuriam momentui rasis iš lygčių

$$10000\ (H'_k \cdot F''_k + K) = q''\ (H_k F''_k + K + yF''_d - y_0 F''_k) \text{ ir}$$

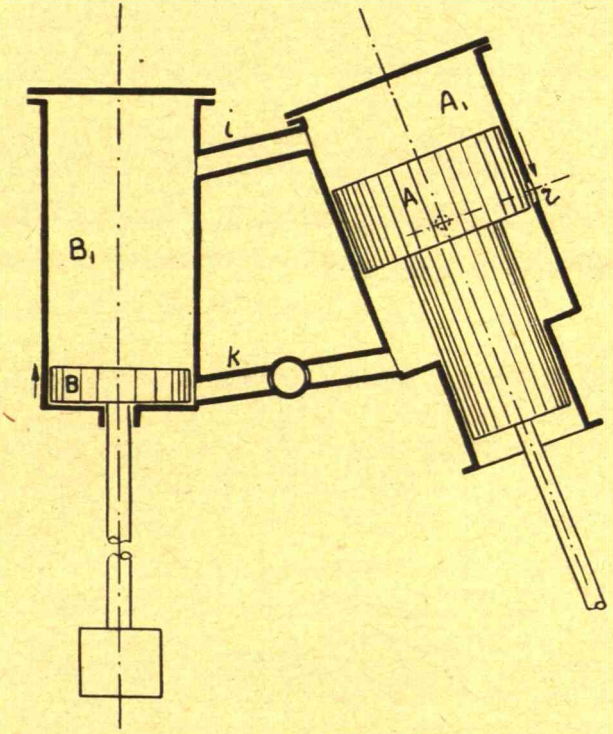
$$q'' = \frac{10000\ (H'_k \cdot F''_k + K)}{H_k \cdot F''_k + K + yF''_d - y_0 F''_k} \text{ arba įstačius } y_0 \text{ — o reikšmę}$$

$$q'' = \frac{10000\ (H'_k \cdot F''_k + K)}{H_k F''_k + K + yF''_d - r\ (1 \cos \omega t) F''_k} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

Įstatę šiuos q' ir q'' reikšmes į lygtį (7) gausime

$$mg + \frac{10000\,(H_d \cdot F'_d + I)}{H_d \cdot F'_d + I - y F'_d + r(1 - \cos \omega t)\, F'_k} \cdot F'_d -$$

$$- \frac{10000\,(H'_k \cdot F''_k + K)}{H_k F''_k + K - y F''_d - r(1 - \cos \omega t)\, F''_k} \cdot F''_d + m \frac{d^2 y}{dt^2} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$



3a brėž.

Toliau stūmuokliui A beeinant žemyn, jo viršutinė briauna vėl atidaro skyles r (3b br.); stūmuoklis B tuo metu tebeina aukštyn. Čia bet kuriame momente q'' rasis iš tų pačių lygčių (11); $q' = 10000$ ir pusiausvyros lygtis bus

$$mg + 10000\, F'_d - \frac{10000\,(H'_k \cdot F''_k + K)}{H_k F''_k + K + y F''_d - r(1 - \cos \omega t)\, F'_k} \cdot F''_d +$$

$$+ m \frac{d^2 y}{dt^2} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Stūmuoklis B eidamas aukštyn, pradžioj dėl spaudimų skirtumų, toliau inercijos įtakoj, uždarys kanalą i. Šioje padėtyje bet kuriam momentui spaudimai q'' bus tokie pat, kaip aukščiau surasti (žiūrint į tai — uždaryti ar atidaryti langai r), o spaudimai q' rasis iš lygties

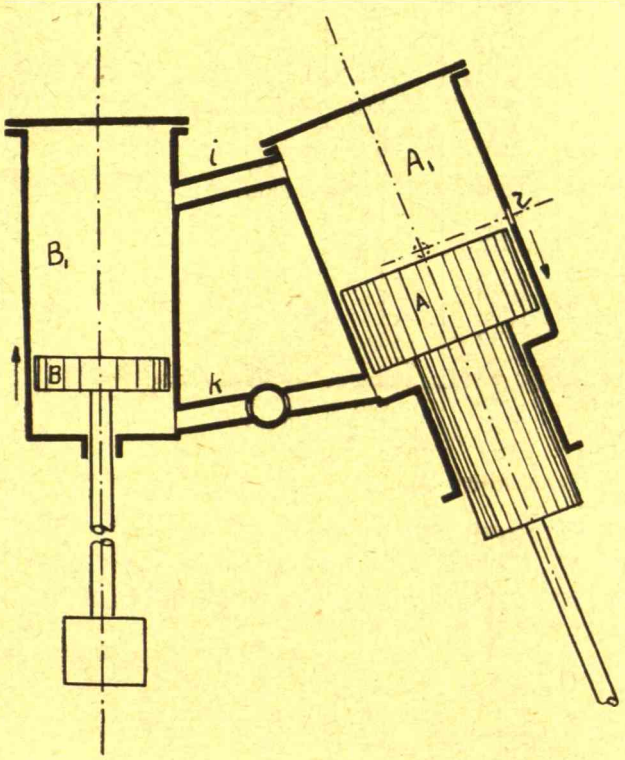
$$q'_1 M F'_d = q' (H_d \cdot F'_d - y F'_d),$$

kur q'_1 spaudimas viršuje stūmuoklio B, lango i uždarymo momente; iš čia:

$$q' = \frac{q'_1 M F'_d}{H_d \cdot F'_d - y F'_d} = \frac{q'_1 \cdot M}{H_d - y} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

Pusiausvyros lygtis prie uždarytų langų r bus:

$$mg + \frac{q'_1 M}{H_d - y} F'_d - \frac{10000\,(H'_k \cdot F''_k + K)}{H_k F''_k + K + y F''_d - r(1 - \cos \omega t) F''_k} F''_d + \\ + m \frac{d^2 y}{dt^2} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$



3b brėž.

ir prie atidarytų apačioje langų r

$$mg + \frac{q'_1 M}{H_d - y} F'_d - 10000\, F''_d + m \frac{d^2 y}{dt^2} = 0 \quad \ldots\ldots \quad (16)$$

Pagal šias lygtis inž. T. Sadausko buvo apskaičiuotas esantis Centr. Geležinkel. D-vėse tokių dydžių kūjis:

$G = mg = 250$ kg; $F'_d = 0{,}0616$ m²; $F''_d = 0{,}0537$ m²; $F'_k = 0{,}1029$ m²; $F''_k = 0{,}0760$ m²; $H_d = 0{,}56$ m; $H_k = 0{,}30$ m; $M = 0{,}085$ m; $b = 0{,}07$ m;

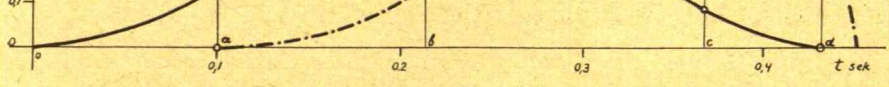
$h = 0{,}175$ m; $I = 0{,}0016$ m^3; $K = 0{,}0028$ m^3; $n = 140$ aps/min; $\omega = 14{,}66$ $^1/_{sek}$
$r = 0{,}15$ m; $L = 1{,}875$ m; $H'_k = 0{,}23$ m.

Skaičiavimo rezultatai suvesti į šią lentelę.

	t	y_0	v_0	y	v	q'	q''
1	0,02	0,006	0,64			0,98	1,00
2	0,04	0,025	1,22			0,93	1,00
3	0,06	0,055	1,70			0,86	1,00
4	0,08	0,092	2,03			0,79	1,12
5	0,10	0,135	2,19	0,000	0,00	0,73	1,31
6	0,12	0,179	2,16	0,001	0,13	0,67	1,76
7	0,14	0,220	1,94	0,006	0,54	0,62	2,49
8	0,16	0,255	1,57	0,022	1,33	1,00	3,49
9	0,18	0,282	1,05	0,056	2,33	1,00	4,16
10	0,20	0,297	0,45	0,110	3,17	1,00	3,22
11	0,22	0,299	—0,19	0,176	3,51	1,00	2,08
12	0,24	0,289	—0,82	0,247	3,50	1,00	1,36
13	0,26	0,265	—1,37	0,315	3,28	1,00	0,97
14	0,28	0,235	—1,81	0,378	2,94	1,00	0,74
15	0,30	0,195	—2,09	0,434	2,45	1,26	0,59
16	0,32	0,152	—2,20	0,478	1,75	1,68	0,49
17	0,34	0,108	—2,11	0,506	0,78	2,19	0,43
18	0,36	0,070	—1,86	0,512	—0,59	2,98	0,39
19	0,38	0,036	—1,42	0,492	—1,62	4,41	1,00
20	0,40	0,012	—0,88	0,452	—2,95	4,52	1,00
21	0,42	0,001	—0,25	0,380	—4,63	3,42	1,00
22	0,43	0,000	0,00	0,338	—5,15	2,74	1,00
23	0,02	0,006	0,64	0,234	—5,98	1,84	1,00
24	0,04	0,026	1,22	0,110	—6,45	1,24	1,00

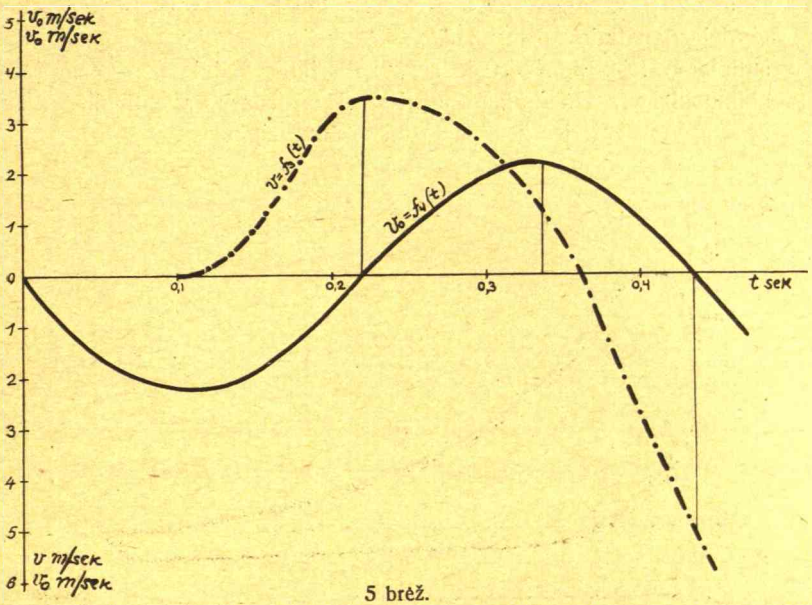
Iš gautų duomenų buvo nubrėžtos šios kreivės:

I. Darbo ir kompresoriaus stūmuoklių eigos kaipo laiko funkcija: $y = f_1(t)$ ir $y_0 = f_2(t)$, (4 brėž.), laikant teigiamais y nuo apačios ir y_0 nuo viršaus. Iš kreivųjų matome charakteringus momentus: a — 0,1 sek, kai

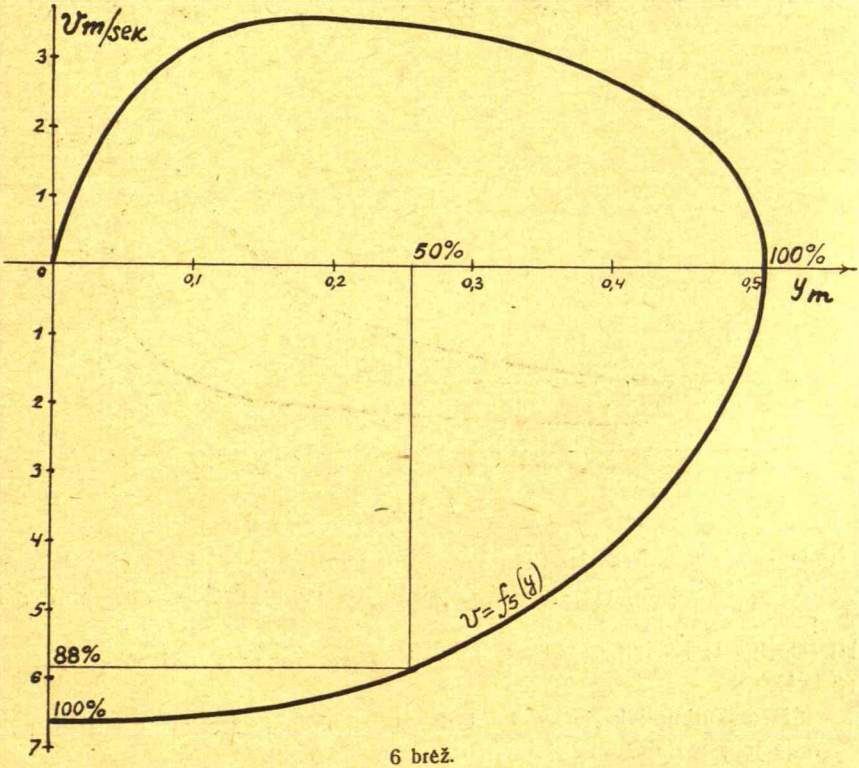


4 brėž.

kompresoriaus stūmuoklis yra išėjęs kelio 43%, o darbo stūmuoklis tik pradeda kilti; b — 0,21 sek, kai kompresoriaus stūmuoklis yra pasiekęs žemiausį (mirties) tašką, t. y. yra išėjęs 100% kelio, o darbo stūmuoklis

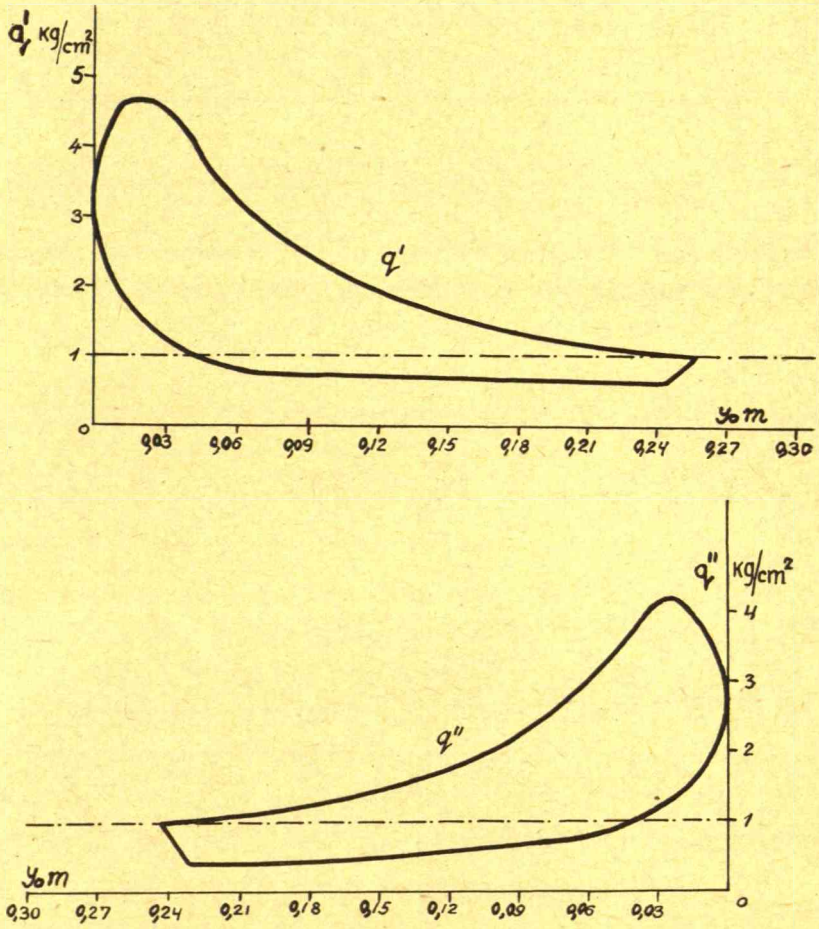

v_0 m/sek
v_0 m/sek
$v=f_3(t)$
$v_0=f_4(t)$
0,1
0,2
0,3
0,4
t sek
v m/sek
v_0 m/sek

5 brèž.


v m/sek
50%
100%
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
y_m
$v=f_5(y)$
88%
100%

6 brèž.

pakilęs 29% savo kelio; c — 0,36 sek, kai kompresoriaus stūmuoklis yra nepriėjęs apatinio mirties taško 24% kelio, o darbo stūmuoklis yra viršutiniame taške ir d — 0,43 sek, kai ciklas baigiasi, — kompresoriaus stūmuoklis yra viršutiniame mirties taške, o darbo stūmuoklis, grįždamas žemyn, yra nepriėjęs žemiausio taško 65% eigos.



7 brėž.

II. Darbo ir kompresoriaus stūmuoklių greičiai, kaip laiko funkcija, tai yra: $v=f_3(t)$ ir $v_0=f_4(t)$ (5 brėž.), laikant teigiamus greičius aukštyn ir neigiamus žemyn.

III. Darbo stūmuoklio greičiai, kaip jo eigos funkcija, tai yra: $v=f_5(y)$ (6 brėž.).

Ši Paskutinioji kreivė rodo darbo stūmuoklio ir meškos greitį kiekvienoje jų padėtyje.

Iš jos nustatome meškos smūgio momentinius greičius, įvairaus aukščio daiktus kalant, o tuo pačiu, žinant reikalingą smūgio efektą, patogiausią kalamo daikto padėtį. Matome, kad meškos greitis, jai išėjus tik 50% savo eigos, sudaro maksimalaus greičio 88%.

IV. Viršutinės ir apatinės kompresoriaus stūmuoklio pusės indikatorinės diagramos:

$$q' = f_6\ (y_0) \text{ ir } q'' = f_7\ (y_0) \quad (7 \text{ brėž.}),$$

iš kurių galima nustatyti reikalingą teorinį indikatorinį galingumą ir naudingo veikimo koeficientą.

Ing. M. Baublys.

Les vitesses du piston de travail et les pressions de l'air dans un marteau-pilon a l'air comprimé—en fonction du temps et de la course

Résumé.

Les vitesses et les accélérations de la course du piston et du pilon d'un marteau-pilon a l'air comprimé, — dans lequel l'air est périodiquement comprimé puis détendu, par le piston du compresseur — de même comme les pressions de l'air à chaque instant et dans chaque position d'un de pistons dans le deux cilindres du compresseur et du travail, — peuvent être trouvés à partir de l'équation d'équilibre du piston de travail, en ajoutant aux valeurs réelles de la pression de l'air et de la force de pesanteur du piston de travail avec la bielle et le pilon, — les forces réspectives d'inerties.

D'après ces équations on trouve les relations suivantes: la course du piston de travail et du pilon — en fonction du temps, les vitesses du piston de travail et du pilon — en fonction du temps, et les pressions de l'air dans les deux cilindres, en fonction de la course de chaque piston réspectif.

En éxprimant graphiquement la dernière relation, on obtient des diagrammes indicatifs, à partir lesquels, on peut déduire la puissance théorique indicative et le coefficient utile de fonctionnement.

Prof. S. Kolupaila.

Patobulinta nomograma

Hidrotechnikos praktikoje labai plačiai taikoma Ganguillet ir Kutterio formulė

$$c=\frac{23+\frac{0{,}00155}{i}+\frac{1}{n}}{1+\left(23+\frac{0{,}00155}{i}\right)\frac{n}{\sqrt{R}}},$$

kuri pataiso pagrindinės Chézy formulės $v=c\sqrt{Ri}$ netobulumą. Formulė labai komplikuota; skaičiavimui palengvinti patys formulės autoriai pagamino nomogramą[1]); ji dažnai duodama Nomografijos vadovėliuose, kaip labai sudėtingos konstrukcijos pavyzdys[2]). Tos nomogramos patogumas, rodos, paaiškina Ganguillet ir Kutterio formulės populiarumą: ji laikosi praktikoje jau 60 metų, nežiūrint visų ydų ir sudėtinumo.

Mes taikome tos formulės nomogramą kiek pagerintą. 1) Apatinėje jos skalėje duoti tiesiog skaičiai R vietoje $\sqrt{R}$ pas autorius. 2) Kiek papildytos šiurkštumo koeficientų linijos. 3) Nomogramoje išbrėžtos atskiros skalės kitoms populiarioms formulėms, Z nomogramos principu; tos formulės — Bazino:

$$c=\frac{87}{1+\frac{\gamma}{\sqrt{R}}},$$

ir Kutterio:

$$c=\frac{100}{1+\frac{m}{\sqrt{R}}}.$$

Atitinkamos skalės išbrėžtos ties $c=87$ ir $c=100$, kaip tą pirmą kartą buvo padaręs Schoklitsch[3]).

---

[1]) Ganguillet und Kutter. Versuch zur Aufstellung einer neuen allgemeinen Formel für die gleichförmige Bewegung des Wassers in Kanälen und Flüssen. Bern 1877.

[2]) M. d'Ocagne. Traité de Nomographie. Paris 1899.
O. Lacmann. Die Herstellung gezeichneter Rechentafeln. Berlin 1923.

[3]) A. Schoklitsch. Graphische Hydraulik. Leipzig 1923.

Bet ir tokia pataisyta nomograma turi nepatogumų: ji yra perdidelė, o kartu joje nepakanka linijų labai dideliems šiurkštumo koeficientams *n* ir labai mažiems nuolydžiams. Nomogramos ir formulės autoriai nurodė didžiausią *n* reikšmę 0,040. Horton[4]) praplėtė tabelę ligi 0,150, Sribnyj[5]) — per 0,200.

Buvo padaryti keli mėginimai pertvarkyti Ganguillet ir Kutterio nomogramą, kad ji būtų daugiau kompaktiška ir jos ribos galėtų būti praplėstos, nenustojant grafiško tikslumo. Tam reikalui buvo pakeisti pagrindinių ašių kampai (30° vietoje 90°) ir visa nomograma kitaip orientuota.

Vien kampo pakeitimu mums pavyko žymiai išplėsti nuolydžių ribas. Didesniems šiurkštumo koeficientams pasiekti teko pakeisti *c* - skalę, apribojant ją 60, apleidžiant praktikoje nevartojamą jos dalį.

Kiek galima įsitikinti iš pridedamųjų pavyzdžių, nauja nomograma daug patogesnė naudotis; ji žymiai mažesnė, bet tikslumas neblogesnis, kaip originalioje nomogramoje; čia duodama viena nomograma, didesnių šiurkštumų zonai, ypač svarbi gamtos vagų sąlygoms; be jos padarytos ir kitos, kiek skirtingoms sąlygoms. Palyginimui duota ir senoji nomograma.

Rekonstruoti nomogramą man padėjo mano bendradarbis jaun. lab. R. Baublys.

Plačioje hidraulikos literatūroje turime daugiau mėginimų pakeisti klasišką Ganguillet ir Kutterio nomogramą. Neliesdami pačios nomogramos, įvairūs autoriai stengėsi ją papildyti kitomis skalėmis.

Hering[6]) pridėjo skalę greičiui pagal Chézy formulę rasti; kiti[7]) laisvą vietą paskyrė kitoms formulėms, pav., sutrumpintai Ganguillet ir Kutterio formulei, dideliems nuolydžiams.

Visai kitokios struktūros nomogramą duoda nauji hidraulikos vadovėliai ir tabelių rinkiniai, pav., Amerikos inžinierių „Hydro-electric Handbook" rusų vertimas[8]): ten stačiai atskaitomas vandens greitis, bet nomograma naudotis nepatogu.

---

[4]) R. E. Horton. Some better Kutter's formula coefficients. N. York 1916.

[5]) M. F. Sribnyj. Normy soprotivlenij dviženiju jestestvennych vodotokov. Moskva 1932.

[6]) Transactions of the American Society of Civil Engineers, January 1879.

J. C. Hoyt and N. C. Grover. River Discharge. New Jork 1924, IV leidimas, VII lentele.

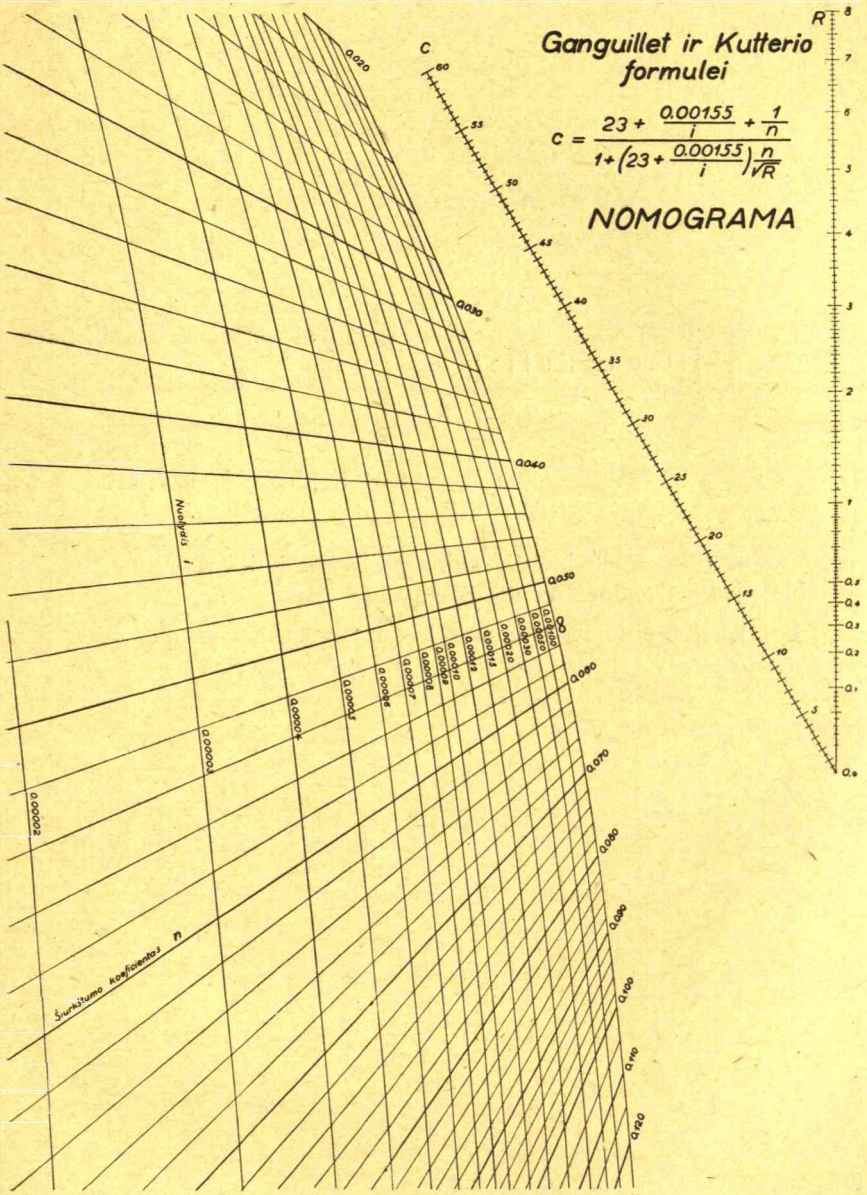
G. K. Davydov. Grafičeskije metody opredelenija koefficientov šerochovatosti i koefficienta Šezi. Taškent 1917, Biulleten Gidrometričeskoj Časti, Nr. 1.

[7]) B. A. Bachmetev. O ravnomernom dviženiji židkosti v kanalach i trubach Leningrad 1929.

M. D. Čertousov. Inženernaja gidravlika. Leningrad 1934.

R. Weyrauch und A. Strobel. Hydraulisches Rechnen. Stuttgart 1930, VI leidimas.

[8]) W. P. Creager and J. D. Justin. Hydro-electric Handbock. New York 1927. Gidroelektričeskij Spravočnik, I. Moskva—Leningrad 1934, pusl. 151.



Patobulinta nomograma (didelių šiurkštumų zonai).

Un nomogramme amélioré

par M. le prof. Steponas Kolupaila

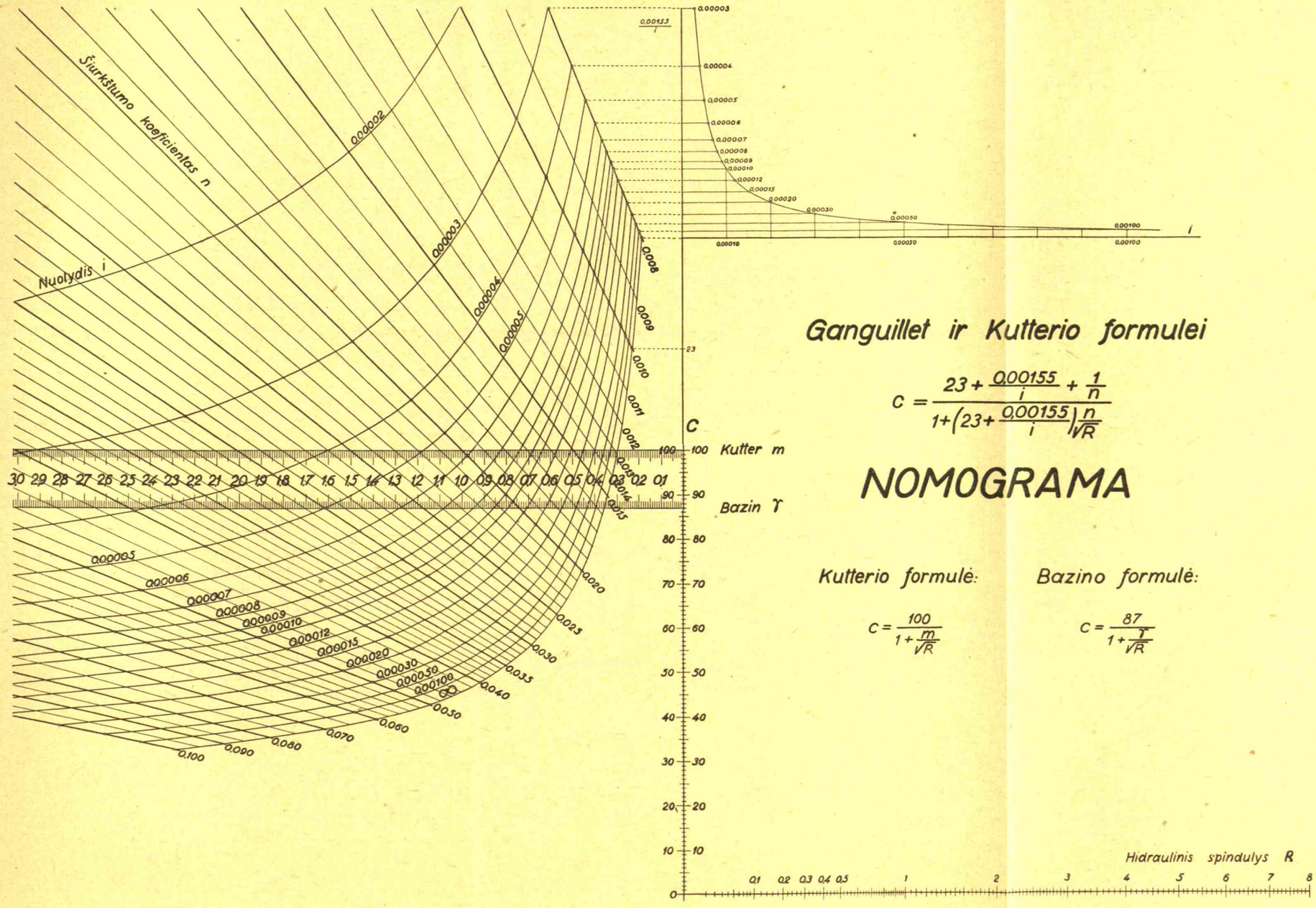
Résumé

Le nomogramme connu concernant la formule populaire de l'hydraulique de Ganguillet et Kutter

$$c = \frac{23 + \frac{0{,}00155}{i} + \frac{1}{n}}{1 + \left(23 + \frac{0{,}00155}{i}\right)\frac{n}{\sqrt{R}}}$$

a été reconstruit pour le but d'étendre ses limites à des rugosités plus considérables des lits naturels et de diminuer ses dimensions.

Les dessins ci-joints montrent le nomogramme classique quelque perfectionné, de même qu'une des nouvelles variétés spécialement adaptée à de très grandes rugosités. La particularité des nouveaux nomogrammes est l'angle déformé entre les axes.



Ganguillet ir Kutterio formulei

$$C = \frac{23 + \frac{0{,}00155}{i} + \frac{1}{n}}{1 + \left(23 + \frac{0{,}00155}{i}\right)\frac{n}{\sqrt{R}}}$$

NOMOGRAMA

Kutterio formulė:

$$C = \frac{100}{1 + \frac{m}{\sqrt{R}}}$$

Bazino formulė:

$$C = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}}$$

Technikos Fakulteto chronika

8-asis Technikos Nr. išėjo 1935 metų gruodžio mėn. gale. Įdėta jame „Technikos Fakulteto chronika" apėmė periodą nuo 1933/34 akademinių metų rudens semestro pradžios iki 1935 metų galo. Žemiau dedame trumpą Technikos Fakulteto gyvavimo ir veiklos apžvalgą nuo 1936 metų pradžios iki tų metų pabaigos.

Pakeitimai mokomojo personalo srity

1935 metų pradžioje staiga mirė pakeltas ordinariniu profesorium elektrotechnikos katedros vedėjas inž. elektrikas Jeronimas Šliogeris (žiūr. nekrologą šio Nr. pradžioje). Dėstytus jo kursus „Elektrotechnikos pagrindai" ir „Elektrotechnika" Technikos Fakulteto Taryba pavedė dėstyti vyresniems Elektrotechnikos katedros asistentams inžinieriams Leonui Kaulakiui ir Vladui Jakovickui.

Atleistas pagal jo paties prašymą nuo 1936-XI-1 d. jaunesnysis Mechaninės Technologijos katedros asistentas technologijos inžinierius Česlovas Staniulis. Į jo vietą jaunesniojo tos katedros laboranto pareigoms eiti priimtas nuo 1936-XI-1 d. Leopoldas Kumpikevičius.

Vyresnysis Pritaikomosios Mechanikos katedros asistentas aviacijos inžinierius pulk. Antanas Gustaitis, dėstęs kursą „Aviacijos pagrindai", jo prašymu atleistas nuo vyresn. asistento pareigų ir pervestas į lektorius dėstytojus toliau kursui „Aviacijos pagrindai" dėstyti.

Taryba nutarė priimti jaun. laborantų pareigoms eiti Jurgį Kauną ir Jurgį Zdanavičių — abu nuo 1936-XI-1 d. Pirmasis priskirtas prie Elektrotechnikos katedros, antrasis prie Statybinės Statikos katedros. Tos pastarosios katedros vyr. asistentas inž. Juozas Indriūnas, apgynęs 1936-I-29 disertaciją „Vilnų plaukeliai lankstomi pavargsta" ir gavęs inžinierijos d-ro titulą, o 1936-V-6 d. — viešai apgynęs savo habilitacijos darbą „Vilnų plaukelių tamprumo modulis" ir gavęs privat-docento titulą, buvo nuo 1936-XI-1 d. pakeltas docentu.

Dirbęs Šiliminių variklių laboratorijoje kaipo technikas studentas elektrikas Aleksas Binkevičius, išėjęs aukštąjį technikos mokslą su inžinieriaus

laipsniu, buvo nuo 1936-XII-1 d. pakeltas Pritaikomosios Mechanikos katedros jaunesniuoju asistentu ir paliktas toliau tos laboratorijos vedėjo žinioje. Antras Pritaikomosios Mechanikos katedros jaunesnysis asistentas inžinierius Jurgis Jankauskas pakeltas nuo 1936-IX-1 d. vyr. asistentu. Taip pat pakeltas iš jaunesn. asistentų į vyresnius asistentus inžinierius Vladas Merkys (Hidrotechnikos katedros) — nuo 1936-XII-1 d.

Pakelti į jaun. asistentus: Cheminės Technologijos katedros jaun. laboranto pareigas ėjęs inžinierius Kazys Barkauskas (nuo 1936-IX-1 d.) ir Elektrotechnikos katedros vyresn. laborantas inžinierius Jonas Stanaitis (nuo 1936-X-15 d.).

Pakeitimai dėstymo ir mokslo planų srity

Be minėtų jau aukščiau personalių pakeitimų mokymo personalo srity, Technikos Fakulteto Taryba priėjo išvadą, kad, ryšium su pagerėjusia Fakulteto būstų būkle (žiūr. „Laboratorijoms būstų statyba"), jau galima rengtis prie didesnės Fakulteto išleidžiamųjų inžinierių specializacijos, ir išrinko specialią komisiją esamiems mokslo planams peržiūrėti. Be to, turėdama galvoje sparčiai augančią mūsų krašte tekstilės pramonę, Taryba, nelaukdama tos komisijos darbų baigimo, nutarė praplatinti dėstyto ligšiol iš Tekstilės srities kurso programą ir įvesti vieton kurso „Verpimas ir audimas" naują platesnį, pavadintą „Pluošto medžiagos technologija", o taip pat įsteigti Pluošto Technologijos laboratoriją; jos vedėju ir naujo kurso dėstytoju paskirtas doc. inž. d-ras J. Indriūnas. Panašiais sumetimais Taryba nutarė įsteigti ir antrą mokslo įstaigą iš Mechaninės Technologijos, būtent, Medžio Technologijos laboratoriją; jos vedėju paskirtas docentas Antanas Graurogkas.

Ryšium su laukiamu specializacijos pagilinimu ir esamojo mokymo personalo mokymo darbų perkrovimu, buvo Fakulteto iškeltas ir apsvarstytas reikalas papildyti dabar veikiančius Fakulteto etatus. Šis klausimas dar laukia savo galutinio sprendimo.

Be šių stambesnių veikimo tobulinimo darbų, Fakultetas atliko ir smulkesnių iš tos srities darbų: nustatė tvarką, kuria eile studentai turi laikyti egzaminus iš paskirų dėstytų kursų, išdirbo naują geriau pritaikintą Technikos Fakulteto reikalams studijų knygelės formą ir tas naujas knygeles įvedė, pakeisdamas senas nepatogias; padidino atleistų jam kreditų ribose savo mokslo įstaigų įrengimą mokslo ir mokymo priemonėmis. Smulkesnį laboratorijų ir kabinetų įrengimų padidinimo aprašymą atidėsime iki „Technikos" 10 Nr. Jis numatoma išleisti 1937 metais, kai sukaks 15 metų Technikos Fakulteto, o drauge ir viso V. D. Universiteto veikimui; todėl tame Nr. pasistengsime duoti platesnę Technikos Fakulteto įstaigų gyvavimo ir veikimo per paskutinį periodą apžvalgą.

Mokymo personalo komandiravimai

Reikiamą komandiravimams lėšų stoka žymiai trukdė personalo komandiravimą į užsienius savo žinioms papildyti ir pagilinti. Vis dėlto 1936 metais buvo komandiruoti šie asmenys, sutikę važiuoti savo lėšomis, negaudami nei dienpinigių, nei kelionės išlaidų atlyginimo.

a) Vyr. Mechanikos katedros asistentas inž. M. Spiridavičius buvo komandiruotas į Francūziją pagilinti savo žinių iš Mechanikos srities ir apžiūrėti kai kurias vietines dirbtuves.
b) Prof. S. Kolupaila buvo komandiruotas į Helsinkį (Suomiją) V-oje Pabaltijo hidrologų konferencijoje dalyvauti ir į Vašingtoną A. J. Valstybių III-oje pasaulio energijos konferencijoje dalyvauti;
c) Doc. J. Čiurlys — į Vašingtoną taip pat III pasaulio energijos konferencijoje dalyvauti;
d) Vyr. Architektūros katedros asistentas inž. K. Kriščiukaitis — į Čechoslovakiją, Austriją ir Vengriją pagilinti savo žinių iš urbanizmo;
e) Tos pačios katedros antras vyr. asistentas V. Verbickis buvo komandiruotas į Latviją, Vokietiją, Čechoslovakiją ir Austriją savo specialybės reikalais;
f) Ord. prof. S. Šimkus į Vokietiją, Čechoslovakiją, Austriją, Šveicariją ir Francūziją savo specialybės reikalais;
g) Ord. prof. S. Grinkevičius — į Čechoslovakiją mokslo reikalais;
h) Jaun. Cheminės Technologijos katedros laborantas S. Ivanauskas — į Latviją susipažinti su salyklų ir jų ekstraktų gamyba bei fermentacijos procesais;
i) Vyr. Elektrotechnikos katedros asistentas V. Jakovickas — į Šveicariją ir Vokietiją jo specialybės reikalais.

Be to, Tiltų katedros vyr. asistentas A. Bistrickas buvo komandiruotas į Vieną vieneriems metams nuo 1936-IX-15 d. dirbti Vienos Aukštosios Mokyklos laboratorijoje ir bibliotekoje iš savo specialybės srities ir rengtis disertacijai.

Fakulteto leidiniai

Kaip jau minėta, 1935 metų gale išėjo „Technikos“ 6 Nr. su 320 puslapiais teksto ir 113 piešiniais ir brėžiniais. Be to, baigta spausdinti doc. V. Gorodeckio veikalas „Techninė termodinamika“ (221 pusl. su 231 brėžiniu tekste). Tebespausdinama dar priv. docento Kairio „Miestų kanalizacija“ ir doc. J. Šimoliūno „Statyba“.

Technikos Fakulteto studentų grafinių darbų paroda

Norėdamas supažindinti mūsų visuomenę su studentų technikų mokslo metu atliekamais grafiniais darbais, Technikos Fakultetas suorganizavo 1936 metais Velykinių atostogų metu studentų technikų grafinių darbų parodą.

Kaipo eksponatai buvo paimti tipiški visų kursų ir specialybių studentų piešiniai ir projektai, pradedant nuo I kurso ir baigiant diplominiais projektais. Parodai vietą maloniai sutiko užleisti Teisių Fakultetas: Technikos Fakultetas, deja, neturi dar patenkinamos salės. Užleistame būste (visas I-ųjų Rūmų II aukštas, kampe Mickevičiaus ir Duonelaičio g-vių) pasisekė iškabinti tipiškesnius (toli gražu ne visus norėtus) darbus.

Parodą pagerbė savo aplankymu, ją atidarė ir nuodugniai jos eksponatus apžiūrėjo ponas Švietimo Ministeris ir ponas Šviet. Ministerijos Generalinis Sekretorius, o taip pat ir nemažas skaičius profesorių, inžinierių ir kitų mūsų šviesuomenės narių. Iš viso per 9 parodos dienas ją aplankė ne mažiau kaip 1200 lankytojų: kai kurie buvo atvykę po kelis kartus. Įejimas buvo nemokamas.

Technikos Fakulteto būstai

Jau 7-ame ir 8-ame „Technikos" Nr. Nr. buvo paminėta, kad Fakulteto įstaigos neturi tinkamų būstų. Smulkiau šis klausimas buvo nušviestas „V. D. Universiteto Žiniose" (1 ir 2 Nr.). 1936 metais pagaliau Fakultetas susilaukė šio savo opiausio klausimo nors dalinio sprendimo pradžios: pono Švietimo Ministerio buvo išrūpintas 200 000 litų kreditas Mechaninės Technologijos laboratorijoms ir Šiliminių Variklių laboratorijai statyti. Fakultetas jau anksčiau savo būstų reikalingumą besvarstydamas pripažino, kad tų laboratorijų būklė patalpų atžvilgiu yra tiesiog katastrofinga, ir todėl asignuotas kreditas buvo, su pono Švietimo Ministerio pritarimu, skirtas kaip tik toms laboratorijoms statyti. Statybos vieta parinkta Aleksote, Universiteto aikštėje, greta Fizikos-Chemijos Instituto. Paaiškėjo, kad pasiseks už skirtus pinigus pastatyti paviljonas, iš viso apie 7600 m^3 talpumo, į kurį, rūpestingai ir atsidėjus apsvarsčius, nutarta įkelti tris Mechaninės Technologijos laboratorijas: Metalų, Medžio ir Pluošto bei Šiliminių Variklių Laboratoriją su garo katilų skyriumi.

Statybos darbai prasidėjo rugpiūčio 27 d. ir šiuo laiku pastatas jau baigiamas; tikimasi, kad 1937 m. kovo gale bus galima minėtas laboratorijas įkelti.

Pasisekė Fakultetui šiek tiek ir kitos jo mokslo įstaigos, būtent, Organinės Technologijos laboratorijos, ankštumą sumažinti. Universiteto vadovybės nutarta didelės, dvigubo aukščio, Cheminės laboratorijos salės, esančios Gamtos Matematikos Fakulteto žinioje, dalį perdirbti tuo būdu, kad, nesumažinus tos salės grindų ploto, jos viršutinėje dalyje įtaisyti galeriją, kuri pavedama Organinės Technologijos laboratorijai.

Minėti atskirų laboratorijų pagerinimai, deja, neišsprendžia viso Technikos Fakulteto būstų stokos klausimo. Fakultetas neturi tinkamų braižyklų, permaža turi auditorijų ir būstų kabinetams ir likusioms laboratorijoms. Fakulteto Taryba daro atitinkamus žygius, kad būtų galima bent dalimis reikalingus būstus statyti.

Nauji daktarai

Kaip jau minėta ankščiau gavo inžinierijos daktaro titulą inžinierius Juozas Indriūnas, išlaikęs nustatytus doktoranto kvotimus ir viešai apgynęs disertaciją tema „Vilnų plaukeliai lankstomi pavargsta“. Be jo Technikos Fakulteto Taryba suteike daktaro laipsnio inžinieriui J. Kuodžiui, pripažindama, kad inžinieriaus Kuodžio gautas Vienos Aukštoje Mokykloje techniškųjų mokslo daktaro (Doktor der technischen Wissenschaften) titulas sulig disertacijos tema ir jos gynimo būdu yra ekvivalentiškas Technikos Fakulteto suteikiamajam inžinierijos daktaro laipsniui.

Baigusieji Technikos Fakultetą

Be paminėtų „Technikos“ 8-ame Nr. 147 inžinierių, išėjusių savo aukštąjį techninį mokslą Technikos Fakultete, 1936 metais atliko visus darbus, išlaikė egzaminus ir viešai apgynė savo diplominius projektus šie inžinieriai:

III-1 d.

1 mechaninės specialybės technologijos inžinierius,
1 elektrotechnikos „ „ „
4 statybos inžinieriai.

VI-13 d.

2 mechaninės specialybės technologijos inžinieriai,
3 elektrotechnikos „ „ „
4 cheminės „ „ „
9 statybos inžinieriai.

XI-4 d.

2 mechaninės specialybės technologijos inžinieriai,
1 elektrotechnikos „ „ „
4 statybos inžinieriai.

Tuo būdu iš viso 1936 metais baigė 31 inžinierius, o drauge su anksčiau baigusiais 147 inžinieriais (žiūr. Technikos 8 Nr.) — iki 1937 metų I-1 d. Technikos Fakultete išėjo savo mokslus 178 inžinieriai, tame tarpe

105 statybininkai — (59,0%)
32 elektrotechnikai — (18,0%)
28 mechanikai — (15,7%)
13 chemikų — (7,3%)

Recenzijos

Inž. V. Gorodeckis, V. D. Universiteto docentas. TECHNINĖ TERMODINAMIKA. Technikos Fakulteto leidinys. 221 pusl. 231 brėž. tekste.

Pradėjusi per paskutinį 10-metį augti Lietuvos pramonės reikalauja, be kitų darbuotojų, ir energetikų — šiliminių variklių žinovų: ligšiol šiliminis variklis dėl savo universalumo ir tinkamumo darbui bet kurioje vietoje ir bet kuriomis aplinkybemis yra dažniausiai vartojamas pradinis variklis, kurio negali iš tos vietos išstumti nei vandens, nei vėjo varikliai. Turint tą galvoje reikia sveikinti doc. Gorodeckio „Techninės Termodinamikos" pasirodymą: ji yra pirmoji kregždė mūsų techninėje literatūroje iš termodinamikos srities.

Kursas, kaip tą pabrėžė autorius savo „Autoriaus žodyje", yra santrauka autoriaus skaitytų Technikos Fakulteto studentams termodinamikos paskaitų. Autorius stengėsi suderinti net savo veikalo dydį su savo paskaitų turiu, kuriomis, kaip jis pats pripažįsta, skirtas laikas yra permažas. Todėl knyga išleista labai suglausta, be uždavinių, kurie taip būtų čia vietoje išeinamiems termodinamikos nuostatams pailiustruoti, be lentelių, kurios yra mano manymu, būtinos „Technines" termodinamikos kursui, nes atpalaiduotų studentą nuo reikalo greta šio kurso turėti dar kitą „vademecum'ą" su lentelėmis, kai tenka jam skaičiuoti sprendžiant techniškus iš energetikos srities uždavinius.

Kalbamas kursas apima šiuos šešis nevienodo dydžio skyrius: I — Dujos, II — Garai, III — Dujų ir garų tekėjimas pro angas, IV — Šiliminių variklių darbo procesai, V — Kompresoriai ir VI — Šaldomieji įrengimai. Tuose skyriuose paliesti ir išnagrinėti visi pagrindiniai ir šių laikų inžinieriui žinotini termodinamikos nuostatai ir procesai bei tų nuostatų pritaikymas šiliminių variklių, kompresorių ir šaldomųjų įrengimų srity. Medžiaga sugrupuota sistemingai, jos nagrinėjimas moksliškas, o dėstymo metodas aiškus ir lengvai suprantamas. Gadina šiek tiek knygos gerą vaizdą nemažas korektūros klaidų kiekis ir persmulkūs vietomis brėžiniai. Nepaisant tų trūkumų, reikia pasakyti, kad autorius užsibrėžtą sau uždavinį — parašyti studentams moksliškai išdestytą termodinamikos kursą — atliko visai gerai: jo kursas gali suteikti nemaža naudos mūsų techniką bestudijuojančiam jaunimui.

Norėčiau čia kurso doc. Gorodeckio svarstymo proga paliesti vieną problemą, su kuria mes, techniškųjų knygų, autoriai, nuolatai susiduriame, būtent, rašomos knygos dydžio problemą.

Mes lietuviai, tik neseniai pradėjom kurti mokslinę literatūrą iš technikos srities. Kraštas šios literatūros laukia pirmiausia iš Technikos Fakulteto kaipo techniškojo mokslo visam kraštui centro. Deja, mokslinė knyga neturi pas mus pakankamai skaitytojų-pirkėjų, ir dėl to jos leidimas negali apsimokėti. Todėl mokslinių knygų leidžiama tik tiek, kiek tokiam leidimui autoriai gauna lėšų iš valstybės, o išleistos knygos išperkamos ne anksčiau kaip per 10 metų, nors jos ir būna parduodamos žemiau savikainos. Mes, mokslinių knygų autoriai, jaučiame savo didelį atsakingumą už knygos turinį ir turi: norėtųsi daug ką pasakyti, duoti skaitytojui savo veikale pilną nagrinėjamos mokslo šakos vaizdą, juo labiau, kad autorius mato, jog nieko dar nagrinėjamu klausimu mūsų literatūroje nėra; be to, mus prie to skatina ir tas sumetimas, kad platesnio turinio knyga gali būti įdomi ne tik studentams, bet ir mūsų inžinieriams, kitaip sakant, gali susilaukti didesnės paklausos. Iš kitos pusės bijoma, kad tokia padidinta knyga išeis per „stora", taigi per brangi, ergo mažai prieinama didesniam skaitytojų skaičiui. Daugumas mūsų vis dėlto linkę manyti, kad techniškoji knyga, mūsų sąlygomis leidžiama, neturi būti vien tik paskaitų konspektu, o turi orientuotis ir į mūsų jaunųjų inžinierių reikalavimus.

Šios kiekvieno autoriaus „Scilos ir Charibdos" neišvengė ir gerbiamasis nagrinėjamos knygos autorius. Pasisakęs, kad knyga yra „paskaitų santrauka" ir kad „jos tikslas palengvinti studentams susipažinti su termodimikos pagrindais", ir atsisakęs knygos spausdinimo išlaidų sumažinimo dėliai nuo uždavinių ir lentelių, gerbiamas autorius vis dėlto tos linijos neišlaikė ir įdėjo į savo knygą du skyrius iš nedėstomų dalykų, būtent: V skyrių — „Kompresoriai" ir VI skyrių — „Šaldomieji įrengimai". Ir vienas ir kitas yra, mano manymu labai vietoje ir bus, be abejo, skaitytojui labai naudingi, turint galvoje stotomus mūsų krašte šauldytuvus. Mano manymų, būtų labai gerai, jei autorius būtų į savo knygą įdėjęs ir daugiau panašių papildymų, kurie dar ryškiau nušviestų termodinamikos praktinei technikai pritaikinimą. Tokie papildymai, kad ir nebūtini studentui, be abejo, būtų naudingi ir įdomūs tam inžinieriui, kuris panorėtų papildyti savo žinias iš termodinamikos. Gal tuomet mes negirdėtume tokių „moksliškų" argumentų, kad vartojamos garo katiluose „durpės neduoda tokio aukšto (suprask 20—30 atm.) garų slėgimo", arba kad vidaus degimo variklių cilindery „susidaro aukšta ligi 2000° C temperatūra".

Prof. V. Mošinskis.

Inž. B. Garšva. „PRAKTINĖS ELEKTROTECHNIKOS PRADMENS". Nuolatinė srovė. III dalis. Dinamomašinos ir motorai. Kaunas, 1936 m.

Trečioji Elektrotechnikos Pradmenų dalis papildo pirmąsias dvi dalis ir supažindina skaitytoją su elektros mašinomis.

Kaip autorius sako įžanginiame savo žodyje, veikalas skiriamas kiek galima platesniam skaitytojų rateliui, ypatingai praktikams-elektrotechnikams.

Veikalas nėra pilnas elektros mašinų kursas ta prasme, kad, juo naudojantis, galima būtų padaryti mašinų skaičiavimas ir atlikti gamyba, bet jis, atitikdamas savo paskirtį, greta žinių apie mašinų struktūrą ir šiaip mašinų savumus, duoda labai daug naudingų nurodymų, kaip reikia mašinas transportuoti, statyti ant pamato, prijungti prie elektros tikslo, prižiūrėti, mašinų gedimus surasti ir mašinas remontuoti. Rašinyje kuo plačiausiai atsižvelgta į mūsų krašto sąlygas, jame sukoncentruoti duomenys iš labai įvairių elektros mašinų žinybos sričių; naudojantis svetimąja literatūra, tektų panašių duomenų ieškoti keliuose įvairiuose šaltiniuose. Šiuo atžvilgiu knyga yra ypatingai vertinga mašinų instaliatoriams ir vartotojams.

Veikalas yra gausiai iliustruotas, bet daugumas iliustracijų, matyt, dėl technikinių spausdinimo priežasčių, sudėta atskiroje knygutėje, kas skaitytojui sudaro tam tikrą nepatogumą.

Nors didelė rašinio turinio dalis, ypač kur kalbama yra apie transportą, montavimą, priežiūrą, suderinimą su įvairiomis pavaromis, tinka ir kintamosios srovės mašinoms, bet reikia palinkėti autoriui, kad jis, jau ir iki šiol parodęs labai didelį darbštumą ir sugebėjimą, išleistų panašų veikalą apie kintamosios srovės mašinas, kurios Lietuvoje, kaip ir visur kitur, pradeda dominuoti.

Inž. *A. Putrimas.*

T. Šulcas, inž. V. D. Universiteto docentas. LAIVŲ STATYBA. Laivų plėtotės, teorijos, statybos ir architektūros trumpi pagrindai. Technikos fakulteto leidinys. 1935 m. Kaunas. 384 pusl.

Šis inž. Šulco veikalas, suprantamai ir gyvai parašytas, nagrinėja ne tik laivų statybą, bet paliečia ir gretimas jai sritis. Čia randame aprašymą, kaip laivai yra atsiradę, kaip jie plėtojosi, tobulėjo ir skirstėsi į atskiras rūšis pagal savo paskirtį, varomąją jėga ir kt. Neaplenktas čia net Nojaus laivas: duoti šio pastarojo net didumai.

Veikalo svarbiausia ir praktikui naudingiausia dalis yra teorinė, kurioje autorius, žymus laivų statybos praktikas, sistemingai ir suprantamai išdėsto daug žinių, sukauptų dar iš ankstyvesnių laikų, kada jis dirbo Estijoje žinomoje laivų statybos įmonėje. Šioje dalyje ne tik apibūdintos laivo ir jo dalių įvairios ypatybės, bet sumaniai ir prieinama forma jos čia išna-

grinėtos ir matematiškai. Šios dalies kai kurios vietos, pavyzdžiui, Simpsono būdas, galės būti naudingas net kitų, su laivininkyste nesurištų, specialybių technikams bei inžinieriams.

Docento Šulco veikalas nepretenduoja tiekiamas temas išdėstyti išsamiai; pagal autorių, jame šių temų išnaugrinėti tik pagrindai. Tačiau skaitytojas, susipažinęs su veikalu, įgyja pilną supratimą apie laivą, kaip apie inžinierijos pastatą, ir, šiomis žiniomis naudodamasis, jis pajėgs šį pastatą tinkamai įvertinti.

Kaip ir kiekviename veikale, atspausdintame pirmąja laida, galima pastebėti šiokių tokių trūkūmų bei neaiškumų. Pavyzdžiui, iš šalies žiūrint, atrodo, autorius būtų galėjęs ryškiau susisteminti teikiamą medžiagą, parinkti vienodžiau vartojamus matus. Be to, yra neaiškumų dėl mastelių vartojimo: autoriaus jie yra bevardžiai skaičiai; būtų suprantamiau, jei tatai būtų matiniai dydžiai, reiškiantieji, kiek vaizduojamo dydžio vienetų telpa brėžinio ilgio vienete.

Ir čia paminėti, ir kiti veikalo trūkumai bei neaiškumai, palyginus su veikalo teigiamumais, yra nežymūs ir veikalo rimtumui nekenkia. Ir dėl to visiškai prisidedu prie nuomonės, kurią yra pareiškus tam tikra Fakulteto Komisija apie šį veikalą, būtent — randu doc. Šulco „Laivų statybą" rimtu ir naudingu veikalu, skiriamu specialiam laivų statybos kursui, dėstomam mūsų Technikos fakultete. Be to, galiu pridėti, kad šis veikalas gali būti rekomenduotas ir visiems tiems, kurie turi reikalo su laivais kaip susisiekimo priemonėmis.

Prof. K. Vasiliauskas.

Inž. J. Barisas: ELEKTROAMATININKO TALKININKAS. I dalis: pagelbinės lentelės, elektrotechnikos pagrindai, instaliacijos technika. 280 + VI p. p., 158 pav. Formatas 18 × 13. Panevėžys, 1936 m., N. Feigenzono spaustuvė. Išleista autoriaus. Kaina nenurodyta.

Mūsų techninėje literatūroje ypač jaučiama stoka populiarių prieinama forma parašytų vadovėliu — „vademecum" tipo, kuriuose suglausta forma skaitytojas galėtų rasti patogiai ir greit reikalingų praktiniams klausimams spręsti žinių. P. inž. Bariso parašyta ir išleista aukščiau minima knygelė yra kaip tik mūsų sąlygomis labai reikalinga, ir ji galėtų būti labai naudinga, jei autorius būtų rūpestingiau tvarkęs jos turinį: populiarizuoti nereiškia dar nesirūpinti tikslumu ir moksliškumu.

Knygelė susideda iš dviejų dalių. Pirmoje dalyje, be kai kurių padedamųjų apskaičiavimams lentelių, paduodamos 12 p. „žinotinos algebros taisyklės", kurių, anot autoriaus, reikalinga laikytis sprendžiant lygtis. Šioje vietoje tarp kitko rašoma: „jei lygybėje vietoje raidžių įstatysime tam tikrus skaičius ir abi jos dalys bus lygios, gausime lygybę vad. lygtimi" (!). Toliau eina keletas puslapių su „pagrindinėmis lygtimis ir jų sprendimų pavyzdžiais", iš kurių galima padaryti toli einančias, bet autoriui labai nepa-

lankias išvadas. Švelniai kalbant, teks pasakyti, kad autorius nepasirūpino tinkamai išreikšti minties. Iš daugelio pavyzdžių nurodau vieną. Autorius reiškiniui $360+a=b+260$ suteikia formą $a=b+260—360$ ir laiko, kaip tat iš teksto išeina, kad lygtis yra išspręsta!

Antrosios dalies 1 § pavadintas: „Apskritai apie elektros rūšis“ (!). Iš teksto aiškėja, kad kalbama apie elektros gavimo būdus. Klaidingai nušviestas skirtumas tarp elektrostatikos ir elektrodinamikos. Elektrostatika, pasak autoriaus, nagrinėja vien tik trinties keliu gautą elektrą. Cheminiu keliu „gaunama sriuvenanti arba dynaminė elektra... Apie tai mokslas vadinasi elektrodynamika arba paprastai — galvanizmas“ (!). Toliau rašoma: „terminė arba šiluminė elektra gaunama kaitinant du įvairius metalus“ (!). Tokių „moksliškų“ apibūdinimų iš šio paragrafo galima būtų cituoti ištisai. Paragrafe apie Omo dėsnį autorius neatskiria priežasties nuo darinio ir kursyvu rašo: „Esant pastoviam pasipriešinimui, įtampa auga didėjant srovės stiprumui“ ir toliau: „Esant pastoviam srovės stiprumui pasipriešinimas didėja didėjant įtampai“!

Nemaža yra ir korektūros klaidų. Jųjų tarpe pasitaiko visiškai neleistinų. Pav., vario laidumas lentelėje 26 p. paduotas lygiu 18,0 ir lyginamoji varža 0,053. Nekaip yra ir su vienetų pavadinimais. Rašoma, pav., „coulombas“, „henry“, „watas“ (18 p.), „tonas“ (10 p.), „pėdas“ (11 p.). Klaidinga yra rašyti „dynamika“, „anthygronas“. Labai keistai skamba sakiniai: „... kiekvienam laido skerspiūviui turi būti tam tikros ribos, kurias nustato srovės apkrovimas“, arba tame pat 79 p.: „Laide esamą šilimą... aplinkumos medžiagos... nužemina (!) iki atatinkamo laipsnio...“.

Veikalėlio dalis, kurioje kalbama apie elektros instaliacijas, rodo taip pat svarbių trūkumų, nors čia autoriaus uždavinys vietomis buvo tikrai nesunkus. Kalbant, pav., apie laidus, reikėjo išversti iš vokiečių kalbos eilė paragrafų iš VDE nuostatų, kurie paimti veikalėlio pagrindu. Galima sutikti su teksto sutrumpinimais, tačiau neleistini savi teksto papildymai ir skaitytoją galintieji suklaidinti komentarai. Pav., rašant apie NGA ir NSGA laidus, pavadintus „paprastos (!) izoliacijos laidais“ ir „įpatingais (!) paprastos izoliacijos laidais“, sakoma, kad „impregnuotas pridengimas“ (turima galvoje impregnuotas išorinis medvilnės, kanapių arba panašių savumų medžiagų apipynimas)... pridengia laidą nuo dregmės“.

„Vamzdinė viela NRA“, pasak autoriaus, gaminama iki 6 mm². VDE/0250 numato ir 10 mm². Jinai „... iš viršaus pridengta metaliniu apsiaustu: švinu (NRAP) arba aliuminiu (NRAA)“. Tikrumoj apsiaustas daromas iš švinu arba aliuminiu padengtos *geležies* skardos.

Tvirtinimas 99 p., kad NBU laidai (autorius vadina juos „kabeliniais laidais“) „... savo konstrukcija panašūs į vamzdinius laidus“, t. yra į NRA laidus, yra klaidinantis ir visiškai neleistinas. NRU laidininkų geriau būtų visiškai neminėti, nes ir Lietuvoj ir užsieniuose jie platesnio pritaikinimo nesurado.

Šioje vietoje nurodoma tiktai trūkumų dalis. Veikalėlyje jų yra daug daugiau.

Kyngelėje yra nemaža ir naudingos elektromonteriui medžiagos, schemos, lentelės ir t. t. Gaila, kad, kaip matyti, paskubomis atlikta galutinė korektūra nepastebėjo ir nepašalino jos trūkumu, kurie be reikalo gadina šį naudingą veikaliuką. Reikia palinkėti autoriui, išpardavus pirmą laidą, išleisti kitą patobulintą, kurioje pirmos laidos trūkumai būtų pašalinti.

Išorinis knygelės vaizdas gan patraukiantis, iliustracijos gan ryškios, gerame popieriuje.

Inž. Vl. Jakovickas.

Technologijos *inž. Vytautas Mošinskis,* Vytauto Didžiojo Universiteto profesorius.

METALAI IR KITOS TECHNIKOJE VARTOJAMOS MEDŽIAGOS.

(Bendrosios technologijos pradmens).

Pamokos, dėstytos kvalifikuotų darbininkų kursuose, Švietimo Ministerijos leidinys. Kaunas, X + 155 pusl. 1935 m.

Knyga turi du skyriu: I — technikiniai metalai ir II — padedamoji medžiaga. Pirmame skyriuje autorius nusako, kaip iš rūdų gaunami metalai, kaip jie paruošiami pramonės ir prekybos reikalams, aprašo jų fizines ir technines savybes; plačiau apsistoja prie špyžiaus, plieno ir geležies. Aprašo jų apdirbimo būdus, nurodo jų svarbą žmonijos gyvenime. Daug pradinių žinių duoda ir apie kitus technikoje vartojamus metalus ir apie jų lydinius. Duoda eilę brėžinėlių, kurie tinkamai pailiustruoja gamybos aprašymus.

Antrame skyriuje eina kalba apie medį ir iš jo gaunamus produktus ir kitas technikoje vartojamas padedamąsias medžiagas; čia randame ir įvairias kuro rūšis, ir statybinę medžiagą: plytas, kalkes, cementą, įvairią įzoliacinę medžiagą, šlifavimo medžiagą ir kit.

Visos žinios pateiktos gerai sistematizuotos, pailiustruotos skaičiais, populiaria forma, prieinama amatininkui, kuriam ta knyga ir skirta.

Knygoje yra alfabetinis paliestų dalykų sąrašas, kas labai naudinga, ypač kai trumpai paliečiama daugybė dalykų ir naujų sąvokų.

Vieną galima būtų prikišti, kad beveik nieko nepasakyta apie medžiagas, vartojamas sandarumui pasiekti, jungiant mašinų dalis, — įvairius įdėklus.

Knygos pasirodymą reikia sveikinti. Knyga bus naudinga skaityti ne tik amatininkams, bet ir pradedantiems studentams.

Doc. inž. *I. Čiurlys.*

Errata

Pusl.	Eilutė	Išspausdinta	Turi būti
42	1 iš virš.	Sipiridavičius	Spiridavičius
73	6 „ „	Arkų konstruavimo pagrindai	Betoninių arkų konstruavimo pagrindai
87	2 „ „	$\frac{K_g \cdot \eta}{W}$	$\frac{H_g \cdot \eta}{W}$
90	2 „ apač.	jos	važiuojamosios dalies
91	1 „ virš.	plutos	važiuojamosios dalies
97	12 „ „	1,68 t/m^2	1,68 t/m
„	13 „ „	1,89 t/m^2	1,89 t/m
100	14 „ „	75, : 30	7,5 : 30
101	7 „ „	0,3	0,03
109	10 „ „	su determinantais	determinantų pagalba
111	10 „ „	juos	jas
112	4, 9, 12 iš apač.	867,0	8670
115	7 iš virš.	Galutinė formulė:	Galutinė formulė pusarkei:
127	1 „ „	formulė yra:	formulė pusarkei yra:
132	18 ir 20 iš virš.	ketvirtojo laipsnio	ketvirtos eilės
138	17 iš virš.	Normalinis spaudimas	Vertikalinis spaudimas
145	11 „ „	kaštuoja	kaštuoja (1935 m. kainos)
147	8 „ „	$\sigma_b = 40$ kg/cm^2	$\sigma_b = 27$ kg/cm^2
159	20 „ „	konstrukcijos apsloginimas	konstrukcija, apsloginimas
160	6 „ „	gaunama tokia	gaunama, kai $l > 60$ m, tokia
„	10 „ „	0,1%	ne mažiau 0,1%
161	2 ir 13 iš virš.	$f = 0,1$; $f = 0,125$ ir t. t.	$f = 0,1 \cdot l$; $f = 0,125 \cdot l$ ir t. t.
162	2 iš virš.	arkų	pusarkių
177	6 iš apač.	tai gali	tai jis gali
180	8 „ „	taip yra	taip pat yra
„	15 „ virš.	1330 klg	1330 kg
181	8 „ apač.	sudabro	sidabro
182	18 „ virš.	aiškinamo	aiškinama
184	8 „ „	Trukumo	Trukimo
185	4 „ „	Pasleptos	Slaptosios
„	16 „ apač.	sušildymo	sulydimo
„	1 „ „	liuminio	aliuminio
186	13 „ „	sluoksnio	sluogsnio
187	17 „ virš.	karbanatų	karbonatų
„	16 „ apač.	Kadangi elektros...	Kadangi aliuminio elekros...
188	20 „ „	2,46	2,37
„	9 „ „	Lydimo	lydimo
„	7 „ „	Trukimo atsparumas —	Trukimo riba
189	4 „ virš.	vairių	įvairių
„	9 „ apač.	0,06.	0,02
„	6 „ „	0,114	0.144
„	4 „ „	0,119	0,019.
193	6 „ „	sluoksnis	sluogsnis
„	5 „ „	sluoksnį	sluogsnį
194	2 „ virš.	sluoksniu	sluogsniu
„	9 „ „	apdengti	apdengtų
„	14 „ apač.	ketumi	špyžiumi

Pusl.	Eilutė	Išspausdinta	Turi būti
195	20 iš apač.	ketų	špyžių
196	7 „ virš.	kiekiui	kiekiu
„	21 „ apač.	lydinių, pogrupio	lydinių pogrupio
„	12 „ „	do 32 kg/mm^2	iki 32 kg/mm^2
197	20 „ „	šveicuojami	suvirinami
„	5 „ „	koeficijentas	riba
198	7 „ virš.	atstoja koroziją	priešinasi korozijai
201	Užraše prie 12 br.	sistemos pusiausvyros diagrama	sistemos diagrama
„	7 iš virš.	rekristalizacijas	rekristalizacija
203	5 „ „	677^{0}C.	577^{0}C.
204	7 „ „	temperatūros nurodytoje	temperatūros nurodytos
205	15 „ apač.	buvo patvirtinta	buvo patikrinta
„	2 „ „	(Al_2Zn_2)	(Al_2Zn_3)
207	15 „ virš.	86,70% *Al*;	86,70% *Al*,
„	„ „ „	49,25% *Al*;	49,25% *Al*,
„	16 „ „	3% *Cu*; 13% *Zn* ir	3% *Cu*, 13% *Zn* ir
„	„ „ „	84% *Al* ir 3% *Cu* vadinamas	84% *Al*; pastarasis lydinys vadinamas „Chromil“.
„	19 „ „	84% *Al*; 12 iki 15% *Zn*	84% *Al*, 12 iki 15% *Zn*
208	3 „ „	kaip aliuminio	kaip ir gryno aliuminio
„	19 „ „	lydinys paruoštas	lydinys bus paruoštas
„	20 „ „	stipras	stiprus
„	„ „ „	pakaklėms	pakakliams
216	10 „ „	auktų	aukštų
217	„ „ „	piovimo iš kitų elementų	iš kitų elementų
220	13 „ apač.	su 2-7% užgrudyto..	su 2-7% aliuminio užgrudyto..
„	11 „ „	su 7-10%..	su 7-10% aliuminio
221	1 „ virš.	1% *Al*	1% *Al* priedo
„	4 „ „	0—8%	0—8% *Al* priedo
222	15 „ „	kai kada kg.	kai kada 50 kg
225	10 „ apač.	Acierie	Aciérie
„	9 „ „	Acierie	Aciérie
„	8 „ „	Acierie	Aciérie
228	2 „ virš.	sukiejimas	sukietėjimas.
289	10 „ „	vindmenį	vaidmenį
291	1 „ apač.	$(f_1 - f_2)\,k$	$(f_1 + f_2)\,k$.
293	16 „ virš.	$mg = q'F'_d - q''F''_d + m\frac{d^2y}{dt^2}$	$mg + q'F'_d - q''F''_d + m\frac{d^2y}{dt^2} = 0$
„	8 „ apač.	$Hd + ..$	$HdFa + ..$
„	11 „ „	$Hd + ..$	$HdFa + ..$
298	2 „ „	Paskutinioji	pastaroji

Be to, Redakcija prašo „Technikos“ 8 N-ry atitaisyti šias paklaidas:

4	2 iš apač.	Cronique	Chronique
267	7 „ „	šarmas	tirpinys
269	4 „ virš.	N_2CO_3	Na_2CO_3
„	11 „ „	pridedama truputį	pridedama natrio sulfito (Na_2SO_3), duodančio vėliau truputį
„	1 „ apač.	į salmjako dujas (NH_4OH)	į amonio hidroksidą (NH_4OH)