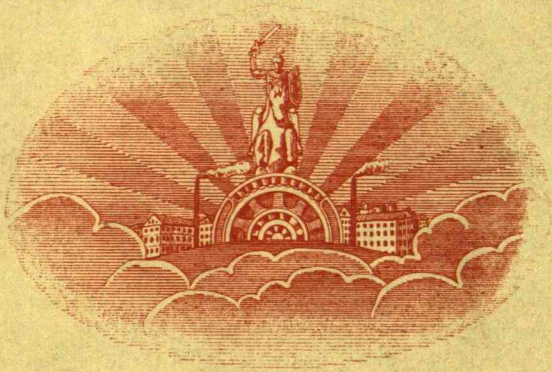
LIETUVOS UNIVERSITETO
TECHNIKOS FAKULTETO PERIODINIS LEIDINYS



TECHNIKA

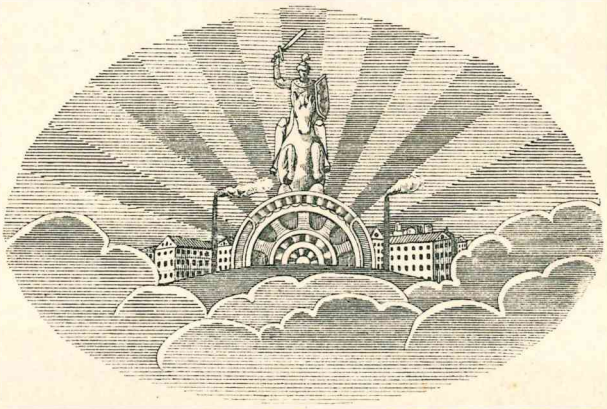
ÉDITION PÉRIODIQUE DE LA FACULTÉ
TECHNIQUE Á L'UNIVERSITÉ LITHUANIENNE

Nr. 5.

KAUNAS 1929

D130

LIETUVOS UNIVERSITETO
TECHNIKOS FAKULTETO PERIODINIS LEIDINYS



TECHNIKA

ÉDITION PÉRIODIQUE DE LA FACULTÉ
TECHNIQUE Á L'UNIVERSITÉ LITHUANIENNE

Karo Technikos
Štabo
Biblioteka

Nr. 5.

KAUNAS · 1929

298

Redagavo
e. o. prof. Steponas Kolupaila.

Akc. „Spindulio“ B-vės spaustuvė Kaune
Spausdinta 500 egzempliorių.
Sukrauta „Spaudos Fonde“ Kaune.

Karo Technikos Štabo
BIBLIOTEKA
Inv. skyr.
4086 Nr.

TECHNIKA

LIETUVOS UNIVERSITETO TECHNIKOS FAKULTETO ORGANAS

Nr. 5 ••••••

TABLE DE MATIÈRES.

1) K. Vasiliauskas. Les châssis encastrée d'une seule portée 1
avec un résumé en français 66
2) J. Šimoliūnas. Les chaussées du Danemark et leur comparaison avec celles de la Lituanie 67
avec un résumé en français 78
3) J. Šliogeris. La résistance électrique des isolants. Câbles et isolateurs (fin) 79
4) J. Šimkus. L'application de l'eau pour la fabrication des peaux (La quantité et la constitution des eaux usées) 97
avec un résumé en français 116
5) J. Graurogkas. Parallélogramme des forces et position de la résultante des forces parallèles 117
avec un résumé en français 122
6) P. Jodelė. Sur les normes et conditions d'épreuve des matériaux de construction 123
avec un résumé en français 128
7) S. Kolupaila. Nouvelles perspectives pour solure le problème d'hydrométrie 129
avec un résumé en français 176
8) K. Vasiliauskas. Le calcul analytique d'une ferme en treuillis statiquement indéterminée 177
avec un résumé en français 202
9) K. Vasiliauskas. La méthode de la circonférence dans la statique des constructions (fin.) 203
avec un résumé en français 238
10) G. Jankauskas. Sur le rendement maximum des machines électriques 239
avec un résumé en français 240
11) O. Volk. A Note on K. Šliūpas' Dynamical Method of determining Young's Modulus 241
12) K. Šliūpas. Repply to Prof. Dr. Volk's Note 243
13) Congrès scientifiques 245
14) Cronique de la Faculté Technique 253
15) Nouveautés de la littérature technique 265
16) Editions de la Faculté Technique 270

Inž. K. Vasiliauskas, e. o. profesorius.

Vienos angos įtvirtintų galų rėmai.

Pratarmė.

Mano veikale „Dviejų šarnyrų vienaluomiai rėmai", įdėtame „Technikos" 4-me numery ir atspausdintame atskirai, plačiai prieinama forma statikos atžvilgiu buvo išnagrinėti vienos angos dviejų šarnyrų rėmai. Šiuo trumpu mokslo etiudu tokį pat tyrinėjimą taikau irgi vienos angos rėmams, jau neturintiems šarnyrų. Pastarieji triskart statiškai neišsprendžiami, ir jų skaičiuotė tiek kituose, tiek traktuojamame būde darosi sudėtingesnė ir atrodo kiek paini. Nežiūrint to, ji yra gan įdomi, lengvai suprantama, apima visus šios rūšies rėmus ir jau dėl to yra verta ja susidomėti.

Šis veikalas skiriamas naudotis savarankiškai ir todėl jame pakartota, kiek pertvarkius, daugelis infliuentinių lentelių, tilpusių autoriaus minėtame veikale: „Dviejų šarnyrų vienaluomiai rėmai".

Tų lentelių dažniausiai vartojamos turi tokius smulkius argumentų prieauglius, kad leidžia savo rezultatais naudotis be interpoliacijų arba pasigaunant jų tik linijine. Kitoms retesnių argumentų lentelėms ir čia taikintina kvadratinė interpoliacija sulig bendra formule*):

$$y = y_0 + \frac{\Delta^{(1)} y_0}{\Delta x} \cdot (x - x_0) - \frac{\Delta^{(2)} y_0}{2(\Delta x)^2} \cdot (x - x_0)(x_1 - x).$$

Ypatingais veikale vartojamais atvejais iš jos gauname praktiškam naudojimui šias:

Argumentų prieaugliams $\Delta x = 0{,}1$:

$$y = y_0 + 10(x - x_0)\Delta^{(1)} y_0 - \frac{1}{2} \cdot 10(x - x_0) \cdot 10(x_1 - x)\Delta^{(2)} y_0 .$$

Argumentų prieaugliams $\Delta x = 0{,}05$:

$$y = y_0 + 2 \cdot 10(x - x_0)\Delta^{(1)} y_0 - 2 \cdot 10(x - x_0) \cdot 10(x_1 - x)\Delta^{(2)} y_0 .$$

Literatūra, kuria turėjau progos naudotis, liko beveik ta pati, būtent:

1. Bleich Fr., Dr.-Ing. Die Berechnung statisch unbestimmter Tragwerke nach der Methode des Viermomentsatzes. 1918.

2. Saliger R. Dr.-Ing. Praktische Statik. Einführung in die Standberechnung der Tragwerke mit besonderer Rücksicht auf den Hoch- und Eisenbetonbau.

3. Gehler W., Dr.-Ing. Der Rahmen. Ein Hilfsbuch zur Berechnung von Rahmen aus Eisen und Eisenbeton mit ausgeführten Beispielen. Dritte Auflage. 1925.

4. Strassner A. Berechnung statisch unbestimmter Systeme. Zweiter Band. Der einfache und durchlaufende Rahmen. 1921.

*) Sanden H. Dr. Praktische Analysis. 1914. 55 pusl.

5. Strassner A. Neuere Methoden zur Statik der Rahmentragwerke und der elastischen Bogen. 1921.

6. Kleinlogel A., Dr.-Ing. Rahmenformeln. Fünfte Auflage. 1925.

7. Mann L., Dr.-Ing. Theorie der Rahmenwerke auf neuer Grundlage. 1927.

8. Kaufmann W. Statik. 1923.

9. Broneck H. Einführung in die Berechnung der im Eisenbetonbau gebräuchlichen biegungsfesten Rahmen. 1921.

10. Grüning M. Die Statik des ebenen Tragwerkes. 1925.

11. Kögler F., Dr.-Ing. Gewölbetabellen. 1928.

12. Каменцев П. Я. и Дучинский Б. Н. Бесшарнирные арочные мосты. 1928.

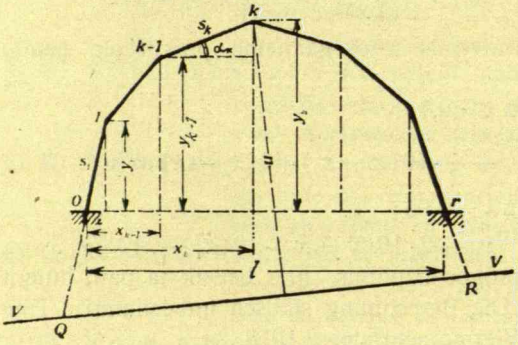
13. Vasiliauskas K., inž. Apskritimo būdas statybos statikoje. 1924—1925.

14. Vasiliauskas K., inž. Dviejų šarnyrų vienaluomiai rėmai. 1928.

15. Vasiliauskas K., inž. Bendrieji infliuentiniai dydžiai. 1925.

Įvadas.

Vienos angos rėmui sudaryti imame r strypų. Pirmąjį strypą galu pritvirtiname prie antrojo, prie šio pastarojo tokiu pat būdu prijungiame trečiąjį ir t. t. iki paskutiniam strypui. Gautos konstrukcijos pradžią ir galą pagaliau įtvirtiname į atramas o ir r, nutolusias viena nuo kitos atstumu l.



1 fig.

Tuo būdu gautas standus rėmas turi daugiakampio $0,1,2,\ldots k,\ldots,r$ pavidalą (1 fig.) su kraštinėmis ilgio $s_1, s_2, \ldots s_k, \ldots, s_r$ ir krypties $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_k, \ldots, \alpha_r$.

Apkrovimų įtakoje rėmo konturas deformuojasi, jo gretimų viršūnių stygos pasisuka, persilenka ir ištįsta. Deformuotame stovy jos gauna ištįsimų Δs ir pasisukimų ζ. Daugiakampio kampai, išsitenką tarp gretimas viršūnes jungiančių stygų, tuo pat metu įgyja nuostolių $\vartheta = \zeta_k - \zeta_{k+1}$, o atraminius mazgus jungianti styga l — prieauglio Δl. Tarp šio prieauglio iš vienos pusės ir dydžių $\Delta s, \vartheta$ ir rėmo koordinatų x ir y iš kitos esama šio sąryšio *):

(1) . . . . . $\Delta l = \Sigma \varepsilon \Delta x - \Sigma y \vartheta$,

kur $\varepsilon = \alpha\sigma$ yra strypo lyginamasis ištįsimas, $\Delta x = x_k - x_{k-1}$ jam priderąs abscisų prieauglis.

*) Vasiliauskas K. Dviejų šarnyrų vienaluomiai rėmai. 1928.

Šio reiškinio dešiniosios pusės pirmasis narys, palyginus su antruoju, paprastai būna rėmuose nežymus ir jį atmetame. Gauname:

(2) . . . . . $\Delta l = -\Sigma y \vartheta$.

Pastovių atramų rėmams $\Delta l = 0$ ir todėl jiems galima imti:

(2^a) . . . . . $\Sigma y \vartheta = 0$.

Tokias lygtis galime gauti ne tik abscisų ašiai *or*, bet ir visoms kitoms, pavyzdžiui, ašiai *VV*. Tam reikalui užtenka prie rėmo mazgų *o* ir *r* pritvirtinti deformacijai nepasiduodančius, bet kurios krypties, strypus *oQ* ir *rR*, pastoviai įtvirtintus ašyje *VV*, ir su nauju rėmu elgtis kaip anksčiau. Jam gauname:

(2^b) . . . . . $\Sigma v \vartheta = 0$.

Be išvestų deformacijos lygčių, nagrinėjamiems rėmams įsidėmėtinos dar šios:

(3) . . . . . $\Sigma \vartheta = 0$,

rodančios, kad uždarytame rėme kampų nuostolių suma lygi nuliui.

Traktuojamiems rėmams spręsti vartosime, kaip pas Bleichą*), Klapeirono trijų momentų lygtis, reikšdami savaip jų apkrovimo narius, kaip rodo ši tų lygčių schema:

(4) . . . . . $M_{k-1} l'_k + 2M_k (l'_k + l'_{k+1}) + M_{k+1} l'_{k+1} = -6N_k - 6EJ\vartheta_k$.

Čia:

M_{k-1}, M_k ir M_{k+1} yra trijų iš eilės einančių rėmo mazgų lenkimo momentai,

$l'_k = \frac{J}{J_k} l_k$ ir $l_{k+1} = \frac{J}{J_{k+1}} l_{k+1}$ — dviejų gretimų strypų redukuoti ilgiai,

$N_k = \frac{J}{J_k} n_k + \frac{J}{J_{k+1}} m_{k+1}$ — mazgo k fiktyvinio apkrovimo redukuotų atraminių reakcijų suma, mazgo k elastinis svoris,

J_k ir J_{k+1} — strypų k ir $k+1$ skersinio piūvio inercijos momentai; tų strypų kiekvienas turi savus vienodus skersinius piūvius,

J — inercijos momentų bendroji reikšmė,

n_k ir m_{k+1} — fiktyvinių apkrovimų dešinioji ir kairioji**) reakcijos, priderančios atramai (mazgui) k.

Fiktyvinio apkrovimo dydį ir jo atramines reakcijas gauname iš tikrųjų apkrovimų lenkimo momentų diagramų grafiškai arba juos skaičiuojame analitiškai vadovaudamies žemiau dedamomis lentelėmis, pritaikintomis prie įvairių apkrovimų dviem atramom strypo.

---

*) Bleich Fr., Dr.-Ing. Die Berechnung statisch unbestimmter Tragwerke nach der Methode des Viermomentsatzes. 1918.

**) Kairioji ir dešinioji pusės nustatytinos žiūrint iš rėmo vidaus.

I SKYRIUS.

Fiktyviniai apkrovimai ir jų reakcijos.

§ 1. Strypas apkrautas statmena jėga.

Fiktyvinis apkrovimas yra trikampis, tolygus lenkimo momentų diagramai. Apkrovimo atstojamoji, išreikšta bendrąja jėgos P abscisa $\zeta=\frac{z}{l}$ (2 fig.) yra:

$$F=\frac{1}{2}Pz(l-z)=\frac{1}{2}Pl^2\zeta(1-\zeta),$$

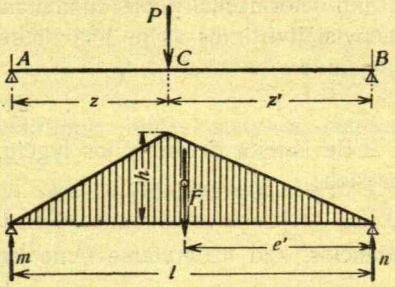
arba:

(5) . . . . . $F=\varphi Pl^2$,

kur koeficientas

(6) . . . . . $\varphi=\frac{1}{2}\zeta(1-\zeta)$

sudaro atstojamosios F, arba lenkimo momentų diagramos ploto, bendrą infliuentinę funkciją.



2 fig.

Atstojamosios F nuotoliai nuo atramų B ir atitinkamai A yra:

$$e'=\frac{2}{3}z'+\frac{1}{3}z=\frac{2}{3}l(1-\frac{1}{2}\zeta),$$

$$e=\frac{2}{3}z+\frac{1}{3}z'=\frac{1}{3}l(1+\zeta).$$

Fiktyvinio apkrovimo atraminės reakcijos:

$$m=\frac{Fe'}{l}=\frac{1}{6}\zeta(2-3\zeta+\zeta^2)Pl^2,$$

$$n=\frac{Fe}{l}=\frac{1}{6}\zeta(1-\zeta^2)Pl^2.$$

Arba:

(7) . . . . . $m=\mu Pl^2$ ir $n=\nu Pl^2$.

Čia:

(8) . . . . . $\begin{cases}\mu=\frac{1}{6}\zeta(2-3\zeta+\zeta^2),\\ \nu=\frac{1}{6}\zeta(1-\zeta^2)\end{cases}$

yra fiktyvinio apkrovimo atraminių reakcijų bendros infliuentinės funkcijos. Tų funkcijų reikšmių gauname iš I lentelių.

Ypatingas atvejis. Sloginys veikia strypo vidurinį piūvį. Čia $z=\frac{l}{2}$, $\zeta=0{,}5$. Taigi

(9) . . . . . $\varphi=\frac{1}{8}=0{,}125$; $\mu=\nu=\frac{1}{16}=0{,}062\,500$.

I lentelės.

$\zeta=\frac{z}{l}$	μ	ν	φ		$\zeta=\frac{z}{l}$	μ	ν	φ	
0,00	0,000 000	0,000 000	0,000 00	1,00	0,25	0,054 687	0,039 063	0,093 75	0,75
0,01	0,003 283	0,001 667	0,004 95	0,99	0,26	0,055 797	0,040 403	0,096 20	0,74
0,02	0,006 467	0,003 333	0,009 80	0,98	0,27	0,056 830	0,041 720	0,098 55	0,73
0,03	0,009 553	0,004 997	0,014 55	0,97	0,28	0,057 793	0,043 007	0,100 80	0,72
0,04	0,012 543	0,006 657	0,019 20	0,96	0,29	0,058 680	0,044 270	0,102 95	0,71
0,05	0,015 437	0,008 313	0,023 75	0,95	0,30	0,059 500	0,045 500	0,105 00	0,70
0,06	0,018 237	0,009 963	0,028 20	0,94	0,31	0,060 250	0,046 700	0,106 95	0,69
0,07	0,020 940	0,011 610	0,032 55	0,93	0,32	0,060 927	0,047 873	0,108 80	0,68
0,08	0,023 553	0,013 247	0,036 80	0,92	0,33	0,061 540	0,049 010	0,110 55	0,67
0,09	0,026 070	0,014 880	0,040 95	0,91	0,34	0,062 083	0,050 117	0,112 20	0,66
0,10	0,028 500	0,016 500	0,045 00	0,90	0,35	0,062 563	0,051 187	0,113 75	0,65
0,11	0,030 840	0,018 110	0,048 95	0,89	0,36	0,062 977	0,052 223	0,115 20	0,64
0,12	0,033 087	0,019 713	0,052 80	0,88	0,37	0,063 327	0,053 223	0,116 55	0,63
0,13	0,035 250	0,021 300	0,056 55	0,87	0,38	0,063 613	0,054 187	0,117 80	0,62
0,14	0,037 323	0,022 877	0,060 20	0,86	0,39	0,063 837	0,055 113	0,118 95	0,61
0,15	0,039 313	0,024 437	0,063 75	0,85	0,40	0,064 000	0,056 000	0,120 00	0,60
0,16	0,041 217	0,025 983	0,067 20	0,84	0,41	0,064 103	0,056 847	0,120 95	0,59
0,17	0,043 037	0,027 513	0,070 55	0,83	0,42	0,064 147	0,057 653	0,121 80	0,58
0,18	0,044 773	0,029 027	0,073 80	0,82	0,43	0,064 133	0,058 417	0,122 55	0,57
0,19	0,046 427	0,030 523	0,076 95	0,81	0,44	0,064 063	0,059 137	0,123 20	0,56
0,20	0,048 000	0,032 000	0,080 00	0,80	0,45	0,063 937	0,059 813	0,123 75	0,55
0,21	0,049 493	0,033 457	0,082 95	0,79	0,46	0,063 757	0,060 443	0,124 20	0,54
0,22	0,050 907	0,034 893	0,085 80	0,78	0,47	0,063 520	0,061 030	0,124 55	0,53
0,23	0,052 243	0,036 307	0,088 55	0,77	0,48	0,063 233	0,061 567	0,124 80	0,52
0,24	0,053 503	0,037 697	0,091 20	0,76	0,49	0,062 890	0,062 060	0,124 95	0,51
0,25	0,054 687	0,039 063	0,093 75	0,75	0,50	0,062 500	0,062 500	0,125 00	0,50
	ν	μ	φ	$\zeta=\frac{z}{l}$		ν	μ	φ	$\zeta=\frac{z}{l}$

§ 2. Strypas apkrautas vienodai išskirstytu sloginiu.

Apkrovimo elementas $dQ=qld\xi$, prideraṣ piūviui x, turinčiam bendrą abscisą $\xi=\frac{x}{l}$ (3 fig.), duoda:

$$dF=\frac{1}{2}\xi(1-\xi)ql^3d\xi,$$

$$dm=\frac{1}{6}\xi(2-3\xi+\xi^2)ql^3d\xi,$$

$$dn=\frac{1}{6}\xi(1-\xi^2)ql^3d\xi.$$

Nuo viso vienodai išskirstyto apkrovimo gauname:

$$F=\int_0^{\zeta} dF=\frac{1}{12}\zeta^2(3-2\zeta)ql^3,$$

$$m=\int_0^{\zeta} dm=\frac{1}{6}\zeta^2(1-\frac{1}{2}\zeta)^2ql^3=\frac{1}{24}\zeta^2(2-\zeta)^2ql^3,$$

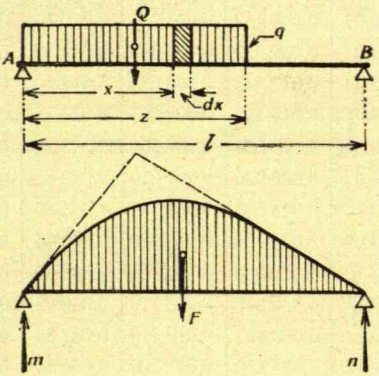
$$n=\int_0^{\zeta} dn=\frac{1}{24}\zeta^2(2-\zeta^2)ql^3$$

arba:

(10) . . . $F=\varphi ql^3$, $m=\mu ql^3$ ir $n=\nu ql^3$,

kur:

$$(11)\ldots\begin{cases}\varphi=\frac{1}{12}\zeta^2(3-2\zeta),\\ \mu=\frac{1}{24}\zeta^2(2-\zeta)^2,\\ \nu=\frac{1}{24}\zeta^2(2-\zeta^2)\end{cases}$$



3 fig.

yra momentų diagramos ploto ir fiktyvinio apkrovimo atraminių reakcijų infliuentinės funkcijos. Tų funkcijų kai kurias reikšmes duoda II lentelės:

II lentelės.

$\zeta=\frac{z}{l}$	μ	ν	φ	$\zeta=\frac{z}{l}$	μ	ν	φ
0,00	0,000 00	0,000 00	0,000 00	0,20	0,005 40	0,003 27	0,008 67
0,01	0,000 02	0,000 01	0,000 03	0,21	0,005 89	0,003 59	0,009 48
0,02	0,000 07	0,000 03	0,000 10	0,22	0,006 39	0,003 94	0,010 33
0,03	0,000 15	0,000 07	0,000 22	0,23	0,006 91	0,004 29	0,011 20
0,04	0,000 26	0,000 13	0,000 39	0,24	0,007 44	0,004 66	0,012 10
0,05	0,000 40	0,000 21	0,000 61	0,25	0,007 97	0,005 05	0,013 02
0,06	0,000 56	0,000 30	0,000 86	0,26	0,008 53	0,005 44	0,013 97
0,07	0,000 76	0,000 41	0,001 17	0,27	0,009 09	0,005 85	0,014 94
0,08	0,000 98	0,000 53	0,001 51	0,28	0,009 66	0,006 28	0,015 94
0,09	0,001 23	0,000 67	0,001 90	0,29	0,010 25	0,006 71	0,016 96
0,10	0,001 50	0,000 83	0,002 33	0,30	0,010 84	0,007 16	0,018 00
0,11	0,001 80	0,001 00	0,002 80	0,31	0,011 44	0,007 62	0,019 06
0,12	0,002 12	0,001 19	0,003 31	0,32	0,012 04	0,008 10	0,020 14
0,13	0,002 46	0,001 40	0,003 86	0,33	0,012 65	0,008 58	0,021 23
0,14	0,002 83	0,001 62	0,004 45	0,34	0,013 27	0,009 08	0,022 35
0,15	0,003 21	0,001 85	0,005 06	0,35	0,013 90	0,009 58	0,023 48
0,16	0,003 61	0,002 11	0,005 72	0,36	0,014 52	0,010 10	0,024 62
0,17	0,004 04	0,002 37	0,006 41	0,37	0,015 16	0,010 62	0,025 78
0,18	0,004 47	0,002 66	0,007 13	0,38	0,015 79	0,011 16	0,026 95
0,19	0,004 93	0,002 95	0,007 88	0,39	0,016 43	0,011 71	0,028 14
0,20	0,005 40	0,003 27	0,008 67	0,40	0,017 07	0,012 27	0,029 34

$\zeta=\frac{l}{z}$	μ	ν	φ	$\zeta=\frac{l}{z}$	μ	ν	φ
0,40	0,017 07	0,012 27	0,029 34	0,70	0,034 50	0,030 83	0,065 33
0,41	0,017 71	0,012 83	0,030 54	0,71	0,034 95	0,031 42	0,066 37
0,42	0,018 35	0,013 40	0,031 75	0,72	0,035 39	0,032 00	0,067 39
0,43	0,018 99	0,013 98	0,032 97	0,73	0,035 81	0,032 58	0,068 39
0,44	0,019 63	0,014 57	0,034 20	0,74	0,036 22	0,033 14	0,069 36
0,45	0,020 27	0,015 17	0,035 44	0,75	0,036 62	0,033 69	0,070 31
0,46	0,020 91	0,015 77	0,036 68	0,76	0,037 00	0,034 23	0,071 23
0,47	0,021 55	0,016 38	0,037 93	0,77	0,037 37	0,034 76	0,072 13
0,48	0,022 18	0,016 99	0,039 17	0,78	0,037 73	0,035 27	0,073 00
0,49	0,022 81	0,017 61	0,040 42	0,79	0,038 07	0,035 78	0,073 85
0,50	0,023 44	0,018 23	0,041 67	0,80	0,038 40	0,036 27	0,074 67
0,51	0,024 06	0,018 86	0,042 92	0,81	0,038 71	0,036 74	0,075 45
0,52	0,024 68	0,019 49	0,044 17	0,82	0,039 01	0,037 19	0,076 20
0,53	0,025 29	0,020 12	0,045 41	0,83	0,039 29	0,037 63	0,076 92
0,54	0,025 90	0,020 76	0,046 66	0,84	0,039 56	0,038 06	0,077 62
0,55	0,026 50	0,021 40	0,047 90	0,85	0,039 81	0,038 46	0,078 27
0,56	0,027 09	0,022 04	0,049 13	0,86	0,040 05	0,038 84	0,078 89
0,57	0,027 68	0,022 68	0,050 36	0,87	0,040 27	0,039 20	0,079 47
0,58	0,028 26	0,023 32	0,051 58	0,88	0,040 48	0,039 54	0,080 02
0,59	0,028 84	0,023 96	0,052 80	0,89	0,040 66	0,039 87	0,080 53
0,60	0,029 40	0,024 60	0,054 00	0,90	0,040 84	0,040 16	0,081 00
0,61	0,029 96	0,025 24	0,055 20	0,91	0,040 99	0,040 44	0,081 43
0,62	0,030 50	0,025 88	0,056 38	0,92	0,041 14	0,040 68	0,081 82
0,63	0,031 04	0,026 51	0,057 55	0,93	0,041 26	0,040 91	0,082 17
0,64	0,031 57	0,027 14	0,058 71	0,94	0,041 37	0,041 10	0,082 47
0,65	0,032 08	0,027 77	0,059 85	0,95	0,041 46	0,041 27	0,082 73
0,66	0,032 59	0,028 39	0,060 98	0,96	0,041 53	0,041 41	0,082 94
0,67	0,033 09	0,029 01	0,062 10	0,97	0,041 59	0,041 52	0,083 11
0,68	0,033 57	0,029 62	0,063 19	0,98	0,041 63	0,041 60	0,083 23
0,69	0,034 04	0,030 23	0,064 27	0,99	0,041 66	0,041 65	0,083 31
0,70	0,034 50	0,030 83	0,065 33	1,00	0,041 67	0,041 67	0,083 34

Ypatingas atvejis. Vienodai išskirstytas sloginys ištiestas ant visos angos. Čia $z=l$, $\zeta=1{,}00$, taigi:

(12) . . . . . $\varphi=\frac{1}{12}$; $\mu=\nu=\frac{1}{24}$.

§ 3. Strypas apkrautas trikampiniu sloginiu.

Sloginio intensyvumas, prideraąs piūviui x, turinčiam bendrą abscisą $\xi=\frac{x}{l}$, yra $q_x=\frac{q}{z}x$ (4 fig.). Elemento dx apkrovimas

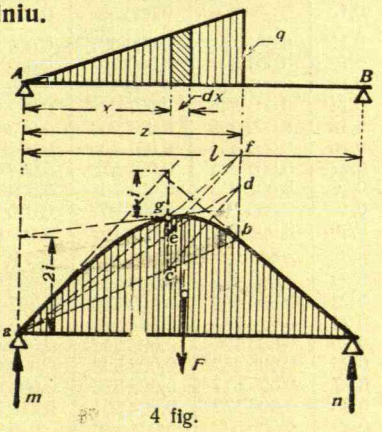
$$dQ=q_x dx=\frac{q}{z}x\,dx=\frac{q}{z}l^2\xi\,d\xi\,.$$

Tas apkrovimas duoda:

$$dF=\frac{1}{2}\cdot\frac{q}{z}\xi^2(1-\xi)l^4 d\xi\,,$$

$$dm=\frac{1}{6}\cdot\frac{q}{z}\xi^2(2-3\xi+\xi^2)l^4 d\xi\,,$$

$$dn=\frac{1}{6}\cdot\frac{q}{z}\xi^2(1-\xi^2)l^4 d\xi\,.$$



4 fig.

Nuo viso trikampinio apkrovimo gauname:

$$F=\int_0^{\zeta} dF=\frac{1}{24}\cdot\frac{q}{z}l^4\zeta^3(4-3\zeta)=\frac{1}{24}\zeta^2(4-3\zeta)ql^3\,.$$

$$m=\int_0^{\zeta} dm=\frac{1}{360}\cdot\frac{q}{z}l^4\zeta^3(40-45\zeta+12\zeta^2)=\frac{1}{360}\zeta^2(40-45\zeta+12\zeta^2)ql^3\,,$$

$$n=\int_0^{\zeta} dn=\frac{1}{90}\cdot\frac{q}{z}l^4\zeta^3(5-3\zeta^2)=\frac{1}{90}\zeta^2(5-3\zeta^2)ql^3\,.$$

arba:

(13) . . . . . $F=\varphi ql^3$, $m=\mu ql^3$ ir $n=\nu ql^3$,

kur:

(14) . . . . . $\begin{cases}\varphi=\dfrac{1}{24}\zeta^2(4-3\zeta),\\ \mu=\dfrac{1}{360}\zeta^2(40-45\zeta+12\zeta^2),\\ \nu=\dfrac{1}{90}\zeta^2(5-3\zeta^2)\,.\end{cases}$

Šių infliuentinių funkcijų reikšmės gaunamos iš III lentelių.

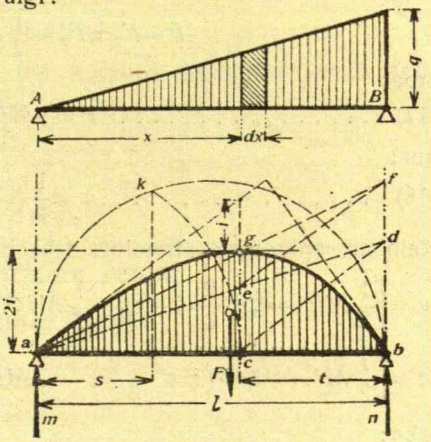
III lentelės.

$\zeta=\frac{z}{l}$	μ	ν	φ	$\zeta=\frac{z}{l}$	μ	ν	φ
0,00	0,000 000	0,000 000	0,000 000	0,30	0,006 895	0,004 730	0,011 625
0,01	0,000 011	0,000 006	0,000 017	0,31	0,007 262	0,005 031	0,012 293
0,02	0,000 043	0,000 022	0,000 065	0,32	0,007 632	0,005 339	0,012 971
0,03	0,000 097	0,000 050	0,000 147	0,33	0,008 003	0,005 655	0,013 658
0,04	0,000 170	0,000 089	0,000 259	0,34	0,008 377	0,005 977	0,014 354
0,05	0,000 262	0,000 139	0,000 401	0,35	0,008 752	0,006 305	0,015 057
0,06	0,000 373	0,000 200	0,000 573	0,36	0,009 128	0,006 640	0,015 768
0,07	0,000 502	0,000 272	0,000 774	0,37	0,009 504	0,006 981	0,016 485
0,08	0,000 649	0,000 354	0,001 003	0,38	0,009 880	0,007 327	0,017 207
0,09	0,000 811	0,000 448	0,001 259	0,39	0,010 256	0,007 679	0,017 935
0,10	0,000 990	0,000 552	0,001 542	0,40	0,010 631	0,008 036	0,018 667
0,11	0,001 183	0,000 667	0,001 850	0,41	0,011 005	0,008 397	0,019 402
0,12	0,001 391	0,000 793	0,002 184	0,42	0,011 376	0,008 763	0,020 139
0,13	0,001 613	0,000 929	0,002 542	0,43	0,011 746	0,009 133	0,020 879
0,14	0,001 848	0,001 076	0,002 924	0,44	0,012 113	0,009 506	0,021 619
0,15	0,002 095	0,001 233	0,003 328	0,45	0,012 476	0,009 883	0,022 359
0,16	0,002 354	0,001 400	0,003 754	0,46	0,012 837	0,010 263	0,023 100
0,17	0,002 625	0,001 578	0,004 203	0,47	0,013 193	0,010 646	0,023 839
0,18	0,002 906	0,001 765	0,004 671	0,48	0,013 545	0,011 031	0,024 576
0,19	0,003 197	0,001 962	0,005 159	0,49	0,013 893	0,011 417	0,025 310
0,20	0,003 498	0,002 169	0,005 667	0,50	0,014 236	0,011 806	0,026 042
0,21	0,003 807	0,002 385	0,006 192	0,51	0,014 574	0,012 195	0,026 769
0,22	0,004 125	0,002 611	0,006 736	0,52	0,014 906	0,012 585	0,027 491
0,23	0,004 450	0,002 846	0,007 296	0,53	0,015 232	0,012 975	0,028 207
0,24	0,004 783	0,003 089	0,007 872	0,54	0,015 551	0,013 366	0,028 917
0,25	0,005 122	0,003 342	0,008 464	0,55	0,015 865	0,013 755	0,029 620
0,26	0,005 467	0,003 603	0,009 070	0,56	0,016 171	0,014 144	0,030 315
0,27	0,005 817	0,003 873	0,009 690	0,57	0,016 470	0,014 531	0,031 001
0,28	0,006 172	0,004 151	0,010 323	0,58	0,016 761	0,014 917	0,031 678
0,29	0,006 532	0,004 436	0,010 968	0,59	0,017 044	0,015 300	0,032 344
0,30	0,006 895	0,004 730	0,011 625	0,60	0,017 320	0,015 680	0,033 000

$\zeta=\frac{z}{l}$	μ	ν	φ	$\zeta=\frac{z}{l}$	μ	ν	φ
0,60	0,017 320	0,015 680	0,033 000	0,80	0,020 765	0,021 902	0,042 667
0,61	0,017 587	0,016 057	0,033 644	0,81	0,020 819	0,022 101	0,042 920
0,62	0,017 846	0,016 430	0,034 276	0,82	0,020 861	0,022 285	0,043 146
0,63	0,018 095	0,016 799	0,034 894	0,83	0,020 890	0,022 453	0,043 343
0,64	0,018 336	0,017 163	0,035 499	0,84	0,020 908	0,022 604	0,043 512
0,65	0,018 567	0,017 522	0,036 089	0,85	0,020 912	0,022 739	0,043 651
0,66	0,018 788	0,017 875	0,036 663	0,86	0,020 905	0,022 855	0,043 760
0,67	0,018 999	0,018 222	0,037 221	0,87	0,020 884	0,022 953	0,043 837
0,68	0,019 201	0,018 562	0,037 763	0,88	0,020 850	0,023 033	0,043 883
0,69	0,019 392	0,018 894	0,038 286	0,89	0,020 804	0,023 091	0,043 895
0,70	0,019 573	0,019 219	0,038 792	0,90	0,020 745	0,023 130	0,043 875
0,71	0,019 743	0,019 535	0,039 278	0,91	0,020 673	0,023 147	0,043 820
0,72	0,019 902	0,019 842	0,039 744	0,92	0,020 588	0,023 143	0,043 731
0,73	0,020 050	0,020 140	0,040 190	0,93	0,020 490	0,023 115	0,043 605
0,74	0,020 187	0,020 427	0,040 614	0,94	0,020 380	0,023 064	0,043 443
0,75	0,020 313	0,020 703	0,041 016	0,95	0,020 256	0,022 989	0,043 245
0,76	0,020 427	0,020 968	0,041 395	0,96	0,020 120	0,022 888	0,043 008
0,77	0,020 529	0,021 221	0,041 750	0,97	0,019 970	0,022 763	0,042 733
0,78	0,020 619	0,021 462	0,042 081	0,98	0,019 808	0,022 610	0,042 418
0,79	0,020 698	0,021 689	0,042 387	0,99	0,019 633	0,022 430	0,042 063
0,80	0,020 765	0,021 902	0,042 667	1,00	0,019 444	0,022 222	0,041 667

Ypatingas atvejis I. Trikampinis sloginys ištiestas ant visos angos (5 fig.). Čia $z=l$ ir $\zeta=1$. Taigi:

$$(15)\ \ldots\ldots \begin{cases} \varphi=\frac{1}{24}=0{,}041\,667\,, \\ \mu=\frac{7}{360}=0{,}019\,444\,, \\ \nu=\frac{1}{45}=0{,}022\,222\,. \end{cases}$$

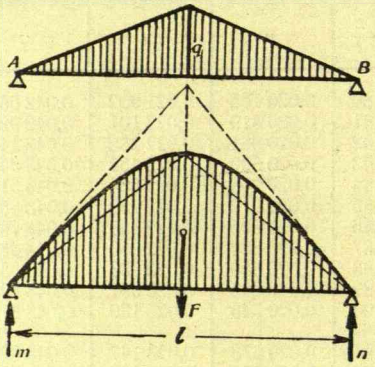


5 fig.

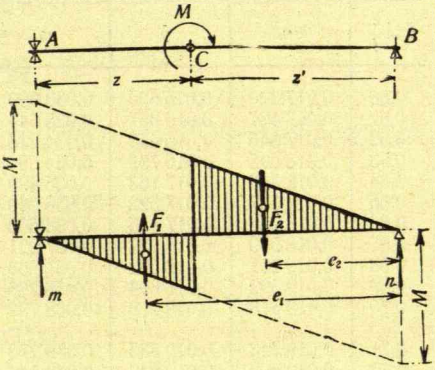
Ypatingas atvejis II. Trikampinis apkrovimas su nuliniais intensyvumais atramose ir su didžiausiu angos viduryje (6 fig.).

Šis apsloginimas sudėtas iš dviejų paprastų trikampinių, ištiestų nuo atramų iki angos viduriui. Jį atitinkančio fiktyvinio apkrovimo dydžiai yra šie:

$$(16)\ \ldots\ldots \begin{cases} \varphi=2\cdot\frac{1}{24}\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(4-\frac{3}{2}\right)=\frac{5}{96}=0{,}052\,083\,, \\ \mu=\nu=\frac{1}{2}\varphi=\frac{5}{192}=0{,}026\,042\,. \end{cases}$$



6 fig.



7 fig.

§ 4. Strypas apkrautas momentu.

Fiktyvinio apkrovimo plotai (7 fig.) yra:

$$F_2=\frac{1}{2}Ml(1-\zeta)^2 \text{ ir } F_1=-\frac{1}{2}Ml\zeta^2.$$

Taigi:

$$F=F_1+F_2=\frac{1}{2}Ml(1-2\zeta),$$

arba:

(17) . . . . . $F=\varphi Ml,$

kur:

(18) . . . . . $\varphi=\frac{1}{2}(1-2\zeta).$

Kalbamo apkrovimo atraminės reakcijos:

$$m=\left[\frac{1}{2}Ml(1-\zeta)^2\cdot\frac{2}{3}(l-z)-\frac{1}{2}Ml\zeta^2\cdot(l-z+\frac{1}{3}z)\right]:l=\frac{1}{6}(2-6\zeta+3\zeta^2)Ml,$$

$$n=\left[\frac{1}{2}Ml(1-\zeta)^2\cdot\left(z+\frac{l-z}{3}\right)-\frac{1}{2}Ml\zeta^2\cdot\frac{2}{3}z\right]:l=\frac{1}{6}(1-3\zeta^2)Ml.$$

arba:

(19) . . . . . $m=\mu Ml$ ir $n=\nu Ml.$

Čia infliuentinės funkcijos μ ir ν yra:

(20) . . . . . $\begin{cases}\mu=\frac{1}{6}(2-6\zeta+3\zeta^2),\\ \nu=\frac{1}{6}(1-3\zeta^2).\end{cases}$

Šių funkcijų ir jų skirtumų reikšmes gauname iš IV lentelių

IV lentelės.

$\zeta = \frac{z}{l}$	Reakcijos m infliuentiniai dydžiai			Reakcijos n infliuentiniai dydžiai			Lenkimo momentų diagramos ploto infliuentiniai dydžiai	
	μ	$\Delta^{(1)}\mu$	$\Delta^{(2)}\mu$	ν	$\Delta^{(1)}\nu$	$\Delta^{(2)}\nu$	φ	$\Delta^{(1)}\varphi$
0,0	0,166 67			0,333 33			0,500 00	
		—0,005 00			—0,095 00			—0,100 00
0,1	0,161 67		—0,010 00	0,238 33		0,010 00	0,400 00	
		—0,015 00			—0,085 00			—0,100 00
0,2	0,146 67		—0,010 00	0,153 33		0,010 00	0,300 00	
		—0,025 00			—0,075 00			—0,100 00
0,3	0,121 67		—0,010 00	0,078 33		0,010 00	0,200 00	
		—0,035 00			—0,065 00			—0,100 00
0,4	0,086 67		—0,010 00	0,013 33		0,010 00	0,100 00	
		—0,045 00			—0,055 00			—0,100 00
0,5	0,041 67		—0,010 00	—0,041 67		0,010 00	0,000 00	
		—0,055 00			—0,045 00			—0,100 00
0,6	—0,013 33		—0,010 00	—0,086 67		0,010 00	—0,100 00	
		—0,065 00			—0,035 00			—0,100 00
0,7	—0,078 33		—0,010 00	—0,121 67		0,010 00	—0,200 00	
		—0,075 00			—0,025 00			—0,100 00
0,8	—0,153 33		—0,010 00	—0,146 67		0,010 00	—0,300 00	
		—0,085 00			—0,015 00			—0,100 00
0,9	—0,238 33		—0,010 00	—0,161 67		0,010 00	—0,400 00	
		—0,095 00			—0,005 00			—0,100 00
1,0	—0,333 33			—0,166 67			—0,500 00	

Ypatingas atvejis I. Momentas veikia kairiajame atraminiame piūvyje. Čia $\zeta = 0$. Taigi:

(21) ..... $\varphi = \frac{1}{2}$, $\mu = \frac{1}{3}$ ir $\nu = \frac{1}{6}$.

Ypatingas atvejis II. Tos pat krypties momentas veikia dešiniajame piūvy. Čia $\zeta = 1$. Taigi:

(22) ..... $\varphi = -\frac{1}{2}$, $\mu = -\frac{1}{6}$ ir $\nu = -\frac{1}{3}$.

II SKYRIUS.

Pastovių įtvirtinimų rėmai.

§ 6. Pagrindinės lygtys.

Imame bet kurio pavidalo dviejų įtvirtintų galų rėmą (fig. 8). Jo strypų tikrieji ilgiai yra $s_1, s_2, s_3, \ldots, s_r$, redukuotieji $s'_1 = \frac{J}{J_1} s_1$, $s'_2 = \frac{J}{J_2} s_2$, $s'_3 = \frac{J}{J_3} s_3$, $\ldots, s'_r = \frac{J}{J_r} s_r$. Mazgų koordinatos — $x_0, x_1, x_2, \ldots, x_r$ ir $y_0, y_1, y_2, \ldots, y_r$.

Rėmo Klapeirono lygtys:

$$2M_0 s'_1 + M_1 s'_1 = -6N_0 - 6EJ\vartheta_0,$$
$$M_0 s'_1 + 2M_1(s'_1 + s'_2) + M_2 s'_2 = -6N_1 - 6EJ\vartheta_1,$$
$$M_1 s'_2 + 2M_2(s'_2 + s'_3) + M_3 s'_3 = -6N_2 - 6EJ\vartheta_2,$$
$$M_2 s'_3 + 2M_3(s'_3 + s'_4) + M_4 s'_4 = -6N_3 - 6EJ\vartheta_3,$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

Iš šių lygčių sistemos sudarome tris naujas lygtis šiuo būdu:

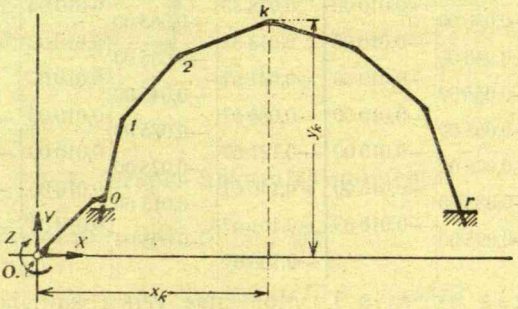
Pirma. Visų Klapeirono lygčių narius atitinkamai sudedame. Gauname:

$$3M_0s'_1+3M_1(s'_1+s'_2)+3M_2(s'_2+s'_3)+3M_3(s'_3+s'_4)+\ldots.=$$
$$=-6(N_0+N_1+N_2+N_3+\ldots)-6EJ(\vartheta_0+\vartheta_1+\vartheta_2+\vartheta_3+\ldots.).$$

Kadangi čia $\vartheta_0+\vartheta_1+\vartheta_2+\vartheta_3+\ldots.=0$, tai, suprastinus, be to, iš 6, turime:

$$M_0\frac{s'_1}{2}+M_1\frac{s'_1+s'_2}{2}+M_2\frac{s'_2+s'_3}{2}+M_3\frac{s'_3+s'_4}{2}+\ldots.=\Sigma N,$$

kur $\Sigma N=N_0+N_1+N_2+N_3+\ldots.+N$.



8 fig.

Antra. Klapeirono lygtis dauginame iš atitinkamų ordinatų y ir sudedame. Gauname:

$$M_0(2s'_1y_0+s'_1y_1)+M_1[s'_1y_0+2(s'_1+s'_2)y_1+s'_2y_2]+$$
$$+M_2[s'_2y_1+2(s'_2+s'_3)y_2+s'_3y_3]+M_3[s'_3y_2+2(s'_3+s'_4)y_3+s'_4y_4]+\ldots=$$
$$=-6(N_0y_0+N_1y_1+N_2y_2+N_3y_3+\ldots.)-6EJ(\vartheta_0y_0+\vartheta_1y_1+\vartheta_2y_2+\vartheta_3y_3+\ldots).$$

Čia:

$$\vartheta_0y_0+\vartheta_1y_1+\vartheta_2y_2+\vartheta_3y_3+\ldots.=0.$$

Taigi:

$$M_0(2s'_1y_0+s'_1y_1)+M_1[s'_1y_0+2(s'_1+s'_2)y_1+s'_2y_2]+$$
$$+M_2[s'_2y_1+2(s'_2+s'_3)y_2+s'_3y_3]+M_3[s'_3y_2+2(s'_3+s'_4)y_3+s'_4y_4]+\ldots.=$$
$$=-6\Sigma Ny,$$

kur:

$$\Sigma Ny=N_0y_0+N_1y_1+N_2y_2+N_3y_3+\ldots.+N_ry_r.$$

Trečia. Klapeirono lygtis dauginame iš atitinkamų abscisų x ir sudedame. Gauname:

$$M_0(2s'_1x_0+s'_1x_1)+M_1[s'_1x_0+2(s'_1+s'_2)x_1+s'_2x_2]+$$
$$+M_2[s'_2x_1+2(s'_2+s'_3)x_2+s'_3x_3]+M_3[s'_3x_2+2(s'_3+s'_4)x_3+s'_4x_4]+\ldots.=$$
$$=-6(N_0x_0+N_1x_1+N_2x_2+N_3x_3+\ldots+N_rx_r)-$$
$$-6EJ(\vartheta_0x_0+\vartheta_1x_1+\vartheta_2x_2+\vartheta_3x_3+\ldots.+\vartheta_rx_r).$$

Iš rėmo deformacijų lygčių turime:

$$\vartheta_0x_0+\vartheta_1x_1+\vartheta_2x_2+\vartheta_3x_3+\ldots.+\vartheta_rx_r=0,$$

taigi:

$$M_0(2s'_1x_0+s'_1x_1)+M_1[s'_1x_0+2(s'_1+s'_2)x_1+s'_2x_2]+$$
$$+M_2[s'_2x_1+2(s'_2+s'_3)x_2+s'_3x_3]+M_3[s'_3x_2+2(s'_3+s'_4)x_3+s'_4x_4]+\ldots.=$$
$$=-6\Sigma Nx,\quad \text{kur}\quad \Sigma Nx=N_0x_0+N_1x_1+N_2x_2+N_3x_3+\ldots.+N_rx_r.$$

Sugretinę visų trijų sumų rezultatus, gauname naują lygčių sistemą:

$$(23)\ldots.\begin{cases} M_0\frac{s'_1}{2}+M_1\frac{s'_1+s'_2}{2}+M_2\frac{s'_2+s'_3}{2}+M_3\frac{s'_3+s'_4}{2}\ldots\ldots=-\Sigma N, \\ M_0(2s'_1y_0+s'_1y_1)+M_1[s'_1y_0+2(s'_1+s'_2)y_1+s'_2y_2]+ \\ \quad +M_2[s'_2y_1+2(s'_2+s'_3)y_2+s'_3y_3]+\ldots\ldots=-6\Sigma Ny, \\ M_0(2s'_1x_0+s'_1x_1)+M_1[s'_1x_0+2(s'_1+s'_2)x_1+s'_2x_2]+ \\ \quad +M_2[s'_2x_1+2(s'_2+s'_3)x_2+s'_3x_3]+\ldots\ldots=-6\Sigma Nx. \end{cases}$$

Šios lygtys turi tris nežinomus, kuriais galime išreikšti kiekvieną tų lygčių mazginį momentą. Nežinomiems pasirinkti elgiamės šiaip: Rėmo galą 0 (8 fig.) iš įtvirtinimo atleidžiame, o kad nuo to atpalaiduota sistema nepakeistų savo būklės, prie jos pritvirtiname absoliučiai standų, deformacijai nepasiduodantį strypą $0O$, einantį iki koordinatų pradžios, ir to strypo galą O apkrauname koordinatinių ašių kryptimis jėgomis X ir Y ir, be to, momentų Z (8 fig.). Įvestuosius dydžius X, Y ir Z laikome nežinomais ir jais reiškiame mazginius momentus:

$$(24)\ldots.\begin{cases} M_0=Z-Xy_0+Yx_0, \\ M_1=Z-Xy_1+Yx_1+M_{(0)1}, \\ M_2=Z-Xy_2+Yx_2+M_{(0)2}, \\ M_3=Z-Xy_3+Yx_3+M_{(0)3}, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

kur $M_{(0)1}, M_{(0)2}, M_{(0)3}, \ldots.$, yra atpalaiduotos pagrindinės sistemos mazgų lenkimo momentai. Be to, 23-čiųjų lygčių koeficientus prie mazginių momentų $M_0, M_1, M_2, M_3, \ldots$ žymime raidėmis:

$$(25)\ldots.\begin{cases} K_{x0}=2s'_1y_0+s'_1y_1, \\ K_{x1}=s'_1y_0+2(s'_1+s'_2)y_1+s'_2y_2, \\ K_{x2}=s'_2y_1+2(s'_2+s'_3)y_2+s'_3y_3, \\ K_{x3}=s'_3y_2+2(s'_3+s'_4)y_3+s'_4y_4, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

$$(26)\ldots.\begin{cases} K_{y0}=2s'_1x_0+s'_1x_1, \\ K_{y1}=s'_1x_0+2(s'_1+s'_2)x_1+s'_2x_2, \\ K_{y2}=s'_2x_1+2(s'_2+s'_3)x_2+s'_3x_3, \\ K_{y3}=s'_3x_2+2(s'_3+s'_4)x_3+s'_4x_4, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

Įvedę šiuos ženklus ir pakeitę mazginius momentus jų reikšmėmis, gauname:

$$\begin{cases} Z\left(\frac{s'_1}{2}+\frac{s'_1+s'_2}{2}+\frac{s'_2+s'_3}{2}+\ldots.\right)-X\left(\frac{s'_1}{2}y_0+\frac{s'_1+s'_2}{2}y_1+\frac{s'_2+s'_3}{2}y_2+\ldots.\right)+ \\ \quad +Y\left(\frac{s'_1}{2}x_0+\frac{s'_1+s'_2}{2}x_1+\ldots.\right)=-\Sigma N-M_{(0)1}\frac{s'_1+s'_2}{2}-M_{(0)2}\frac{s'_2+s'_3}{2}-\ldots \\ Z(K_{x0}+K_{x1}+K_{x2}+\ldots.)-X(K_{x0}y_0+K_{x1}y_1+K_{x2}y_2+\ldots.)+ \\ \quad +Y(K_{x0}x_0+K_{x1}x_1+K_{x2}x_2+\ldots.)=-6\Sigma Ny-M_{(0)1}K_{x1}- \\ \quad -M_{(0)2}K_{x2}-\ldots. \\ Z(K_{y0}+K_{y1}+K_{y2}+\ldots.)-X(K_{y0}y_0+K_{y1}y_1+K_{y2}y_2+\ldots.)+ \\ \quad +Y(K_{y0}x_0+K_{y1}x_1+K_{y2}x_2+\ldots.)=-6\Sigma Nx-M_{(0)1}K_{y1}- \\ \quad -M_{(0)2}K_{y2}-\ldots. \end{cases}$$

Šių lygčių koeficientai prie nežinomųjų yra:

$\frac{s'_1}{2}+\frac{s'_1+s'_2}{2}+\frac{s'_2+s'_3}{2}+\ldots.=\Sigma s'$ — redukuoto konturo perimetras,

$K_{x0}+K_{x1}+K_{x2}+\ldots.=2s'_1y_0+s'_1y_1+s'_1y_0+2(s'_1+s'_2)y_1+s'_2y_2+s'_2y_1+$
$+2(s'_2+s'_3)y_2+s'_3y_3+\ldots.=6\left(s'_1\frac{y_0+y_1}{2}+s'_2\frac{y_1+y_2}{2}+s'_3\frac{y_2+y_3}{2}+\ldots.\right)=$
$=6S_x$ — redukuoto konturo šešeriopas statiškasis momentas sulig abscisų ašimi,

$K_{y0}+K_{y1}+K_{y2}+K_{y3}+\ldots.=2s'_1x_0+s'_1x_1+s'_1x_0+2(s'_1+s'_2)x_1+s'_2x_2+$
$+s'_2x_1+2(s'_2+s'_3)x_2+s'_3x_3+\ldots.=6\left(s'_1\frac{x_0+x_1}{2}+s'_2\frac{x_1+x_2}{2}+s'_3\frac{x_2+x_3}{2}+\ldots.\right)=$
$=6S_y$ — redukuoto konturo šešeriopas statiškasis momentas sulig ordinatų ašimi,

$\frac{s'_1}{2}y_0+\frac{s'_1+s'_2}{2}y_1+\frac{s'_2+s'_3}{2}y_2+\ldots.=s'_1\frac{y_0+y_1}{2}+s'_2\frac{y_1+y_2}{2}+s'_3\frac{y_2+y_3}{2}+\ldots.=$
$=S_x$ — redukuoto konturo statiškasis momentas sulig abscisų ašimi,

$\frac{s'_1}{2}x_0+\frac{s'_1+s'_2}{2}x_1+\frac{s'_2+s'_3}{2}x_2+\ldots.=s'_1\frac{x_0+x_1}{2}+s'_2\frac{x_1+x_2}{2}+s'_3\frac{x_2+x_3}{2}+\ldots.=$
$=S_y$ — yra toks pat momentas sulig ordinatų ašimi,

$K_{x0}y_0+K_{x1}y_1+K_{x2}y_2+\ldots.=2s'_1y_0^2+s'_1y_0y_1+s'_1y_0y_1+2s'_1y_1^2+2s'_2y_1^2+$
$+s'_2y_1y_2+s'_2y_1y_2+2s'_2y_2^2+2s'_3y_3^2+s'_3y_2y_3+\ldots.=2s'_1(y_0^2+y_0y_1+y_1^2)+$
$+2s'_2(y_1^2+y_1y_2+y_2^2)+2s'_3(y_2^2+y_2y_3+y_3^2)+\ldots=2\Sigma s'_k(y^2_{k-1}+y_{k-1}y_k+y_k^2)$,
arba atskirai žymint raide T_x:

(27) ..... $T_x=2\Sigma s'_k(y^2_{k-1}+y_{k-1}y_k+y_k^2)$ — redukuoto konturo šešeriopas inercijos momentas sulig abscisų ašimi.

$Ky_0x_0+Ky_1x_1+Ky_2x_2+\ldots.=2s'_1x_0^2+s'_1x_0x_1+s'_1x_0x_1+2s'_1x_1^2+$
$+2s'_2x_1^2+s'_2x_1x_2+s'_2x_1x_2+2s'_2x_2^2+2s'_3x_3^2+s'_3x_2x_3+\ldots.=$
$=2s'_1(x_0^2+x_0x_1+x_1^2)+2s'_2(x_1^2+x_1x_2+x_2^2)+2s'_3(x_2^2+x_2x_3+x_3^2)+\ldots.=$
$=2\Sigma s'_k(x^2_{k-1}+x_{k-1}x_k+x^2_k)$, arba atitinkamai pažymint:

(28) ..... $T_y=2\Sigma s'_k(x^2_{k-1}+x_{k-1}x_k+x_k^2)$ — toks pat momentas sulig ordinatų ašimi.

$$K_{x0}x_0+K_{x1}x_1+K_{x2}x_2+\ldots.=(2s'_1x_0y_0+s'_1x_0y_1)+$$
$$+(s'_1x_1y_0+2s'_1x_1y_1+2s'_2x_1y_1+s'_2x_1y_2)+$$
$$+(s'_2x_2y_1+2s'_2x_2y_2+2s'_3x_2y_2+s'_3x_2y_3)+\ldots.=$$
$$=s'_1(2x_0y_0+x_0y_1+x_1y_0+2x_1y_1)+s'_2(2x_1y_1+x_2y_1+x_1y_2+2x_2y_2)+$$
$$+s'_3(2x_2y_2+x_3y_2+x_2y_3+2x_3y_3)+\ldots.=$$
$$=\Sigma s'_k(2x_{k-1}y_{k-1}+x_ky_{k-1}+x_{k-1}y_k+2x_ky_k),$$ arba žymint raide T_{xy}:

$T_{xy}=\Sigma s'_k(2x_{k-1}y_{k-1}+x_ky_{k-1}+x_{k-1}y_k+2x_ky_k)$, — redukuoto konturo šešeriopas išcentrinis inercijos momentas sulig ašimis x ir y.

$$K_{y0}y_0+K_{y1}y_1+K_{y2}y_2+\ldots.=(2s'_1x_0y_0+s'_1x_1y_0)+$$
$$+(s'_1x_0y_1+2s'_1x_1y_1+2s'_2x_1y_1+s'_2x_2y_1)+$$
$$+(s'_2x_1y_2+2s'_2x_2y_2+2s'_3x_2y_2+s'_3x_3y_2)+\ldots.=$$
$$=s'_1(2x_0y_0+x_1y_0+x_0y_1+2x_1y_1)+s'_2(2x_1y_1+x_2y_1+x_1y_2+2x_2y_2)+$$
$$+s'_3(2x_2y_2+x_3y_2+x_2y_3+2x_3y_3)\ldots.=$$
$$=\Sigma s'_k(2x_{k-1}y_{k-1}+x_ky_{k-1}+x_{k-1}y_k+2x_ky_k),$$ arba žymint raide T_{yx}:

$T_{yx}=\Sigma s'_k(2x_{k-1}y_{k-1}+x_ky_{k-1}+x_{k-1}y_k+2x_ky_k)$ — redukuoto konturo toks pat išcentrinis inercijos momentas.

Kaip matyti iš reiškinių, abu išcentriniai momentai, nors ir įvairiais keliais gauti, turi vienodas reikšmes; vadinas:

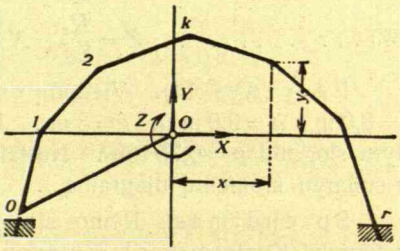
(29) . . . . . $T_{xy}=T_{yx}=\Sigma s'_k(2x_{k-1}y_{k-1}+x_ky_{k-1}+x_{k-1}y_k+2x_ky_k)$.

Visų trijų lygčių dešiniosios pusės priklauso aktyvinių apkrovimų Jas žymime raidėmis:

(30) . . . . . .
$$\begin{cases} R_z=-\Sigma N-\Sigma M_{(0)k}\dfrac{s'_k+s'_{k+1}}{2}, \\ R_x=-6\Sigma Ny-\Sigma M_{(0)k}K_{xk}, \\ R_y=-6\Sigma Nx-\Sigma M_{(0)k}K_{yk}. \end{cases}$$

Ypatingu atveju, kai apkrovimai rėmui persiduoda per mazgus, turime $N=0$ ir tuomet:

(30-a) . . .
$$\begin{cases} R_z=-\Sigma\dfrac{s'_k+s'_{k+1}}{2}M_{(0)k}, \\ R_x=-\Sigma K_{xk}M_{(0)k}, \\ R_y=-\Sigma K_{yk}M_{(0)k}. \end{cases}$$



9 fig.

Įvedę visus įvardytus ženklus į kalbamas rėmo lygtis, gauname:

(31) . . . . .
$$\begin{cases} Z\Sigma s'-XS_x+YS_y=R_z, \\ 6ZS_x-XT_x+YT_{xy}=R_x, \\ 6ZS_y-XT_{xy}+YT_y=R_y. \end{cases}$$

Koordinatų sistema XOY (8 fig.) buvo imta bet kuri. Norėdami lygtis prastinti, ją lygiagrečiai perkeliame į redukuoto konturo svorio centrą (9 fig.). Tuo atveju statiškieji momentai S_x ir S_y prilygsta nuliams, ir gauname įtvirtintų galų rėmui šias pagrindines lygtis:

$$(32)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases} Z\Sigma s' = R_z, \\ -XT_x + YT_{xy} = R_x, \\ -XT_{xy} + YT_y = R_y. \end{cases}$$

Šių lygčių pirmosios duoda:

$$(33)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots Z = \frac{R_z}{\Sigma s'}.$$

Iš dviejų kitų, padauginę jas atitinkamai iš $\cos\alpha$ ir $\sin\alpha$ ir atėmę antras iš pirmųjų, gauname:

$$-X(T_x\cos\alpha - T_{xy}\sin\alpha) + Y(T_{xy}\cos\alpha - T_y\sin\alpha) = R_x\cos\alpha - R_y\sin\alpha.$$

Kampui α pasirenkame reikšmes α_1 ir α_2 tokias, kad vienąsyk koeficientas prie Y, kitąsyk prie X virstų nuliu. Tos reikšmės turi tat patenkinti sąlygas:

$$T_{xy}\cos\alpha_1 - T_y\sin\alpha_1 = 0,$$
$$T_x\cos\alpha_2 - T_{xy}\sin\alpha_2 = 0.$$

Todėl:

$$(34)\ldots\ldots\ldots\ldots \operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{T_{xy}}{T_y} \text{ ir } \operatorname{cotg}\alpha_2 = \frac{T_{xy}}{T_x}.$$

Tokiu kampo α pasirinkimu iš lygčių gauname:

$$-X(T_x\cos\alpha_1 - T_{xy}\sin\alpha_1) = R_x\cos\alpha_1 - R_y\sin\alpha_1,$$
$$Y(T_{xy}\cos\alpha_2 - T_y\sin\alpha_2) = R_x\cos\alpha_2 - R_y\sin\alpha_2,$$

Iš čia:

$$(35)\ldots\ldots\ldots\ldots X = -\frac{R_x - R_y\operatorname{tg}\alpha_1}{T_x - T_{xy}\operatorname{tg}\alpha_1},$$

$$(36)\ldots\ldots\ldots\ldots Y = \frac{R_y - R_x\operatorname{cotg}\alpha_2}{T_y - T_{xy}\operatorname{cotg}\alpha_2}.$$

Ypatingas atvejis. Rėmas turi simetrijos ašį, sutampančią su viena iš koordinatinių.

Šiuo atveju išcentrinis inercijos momentas $T_{xy} = 0$. Todėl:

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \operatorname{cotg}\alpha_2 = 0 \text{ ir}$$

$$(37)\ldots\ldots\ldots\ldots Z = \frac{R_z}{\Sigma s'},\ X = -\frac{R_x}{T_x} \text{ ir } Y = \frac{R_y}{T_y}.$$

Pavyzdys 1*). Vienodų skersinių piūvių rėmas (10 fig.) turi $l = 8{,}0$ m, $h = 9{,}0$ m ir $f = 3$ m. Jo šulas 3—4 apkrautas vienodai išskirstytu sloginiu $p = 0{,}75$ t/m. Nustatyti rėmo mazgams lenkimo momentus ir sudaryti momentų diagramą.

Sprendimas. Rėmo strypų redukuotieji ilgiai yra tie patys, kaip ir tikrieji. Kontūro svorio centras yra ant simetrijos ašies aukštume

$$e = \frac{9{,}0\cdot 0{,}45\cdot 2 + 5{,}0\cdot 10{,}5\cdot 2}{2(9{,}0+5{,}0)} = 6{,}643\text{ m}.$$

Rėmo redukuotas perimetras

$$\Sigma s' = 2(9{,}0+5{,}0) = 28{,}0\text{ m}.$$

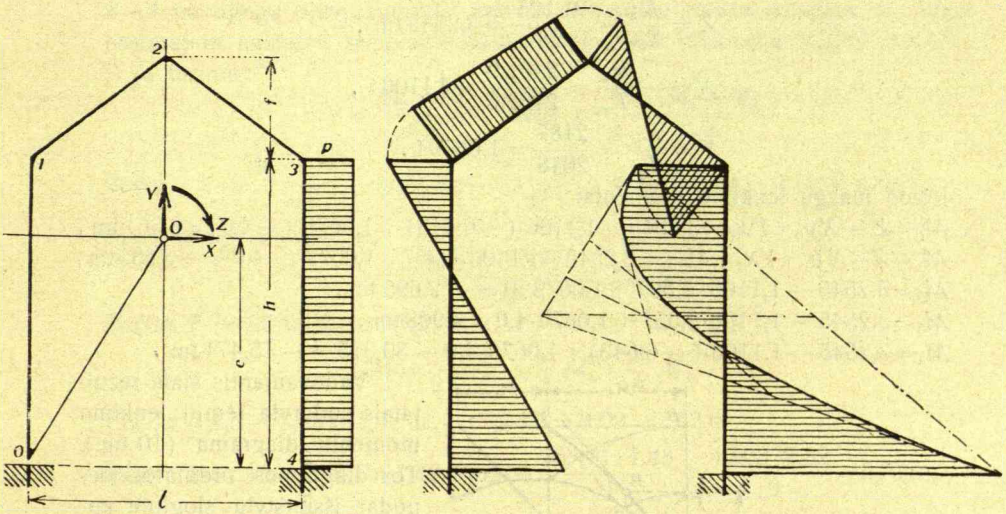
*) Kleinlogel. Rahmenformeln. 1925. Pusl. 298.

Rėmo mazgų koordinatos svorio centro sistemoje:

$$x_0 = x_1 = -4{,}0\ \text{m},\quad x_2 = 0,\quad x_3 = x_4 = 4{,}0\ \text{m};$$
$$y_0 = y_4 = -6{,}643\ \text{m},\quad y_1 = y_3 = 2{,}357\ \text{m},\quad y_2 = 5{,}357\ \text{m}.$$

Rėmo mazgų pastovūs koeficientai:

$$K_{x0} = K_{x4} = 2s'_1 y_0 + s'_1 y_1 = -18 \cdot 6{,}643 + 9{,}0 \cdot 2{,}357 = -98{,}361\ \text{m}^2,$$
$$K_{x1} = K_{x3} = s'_1 y_0 + 2(s'_1 + s'_2) y_1 + s'_2 y_2 =$$
$$= -9{,}0 \cdot 6{,}643 + 28{,}0 \cdot 2{,}357 + 5{,}0 \cdot 5{,}357 = 32{,}994\ \text{m}^2,$$
$$K_{x2} = s'_2 y_1 + 2(s'_2 + s'_3) y_2 + s'_3 y_3 = 5{,}0 \cdot 2{,}357 + 20{,}0 \cdot 5{,}357 + 5{,}0 \cdot 2{,}357 =$$
$$= 130{,}71\ \text{m}^2.$$



10 fig.

Patikrinimas:

$$\Sigma K_x = -2 \cdot 98{,}36 + 2 \cdot 32{,}99 + 130{,}71 = \sim 0.$$

$$K_{y0} = -K_{y4} = 2s'_1 x_0 + s'_1 x_1 = -4{,}0\,(2 \cdot 9{,}0 + 9{,}0) = -108{,}0\ \text{m}^2,$$
$$K_{y1} = -K_{y3} = s'_1 x_0 + 2(s'_1 + s'_2) x_1 + s'_2 x_2 = -9{,}0 \cdot 4{,}0 - 28{,}0 \cdot 4{,}0 - 5{,}0 \cdot 0 =$$
$$= -148{,}0\ \text{m}^2,$$
$$K_{y2} = s'_2 x_1 + 2(s'_2 + s'_3) x_2 + s'_3 x_3 = -5{,}0 \cdot 4{,}0 - 20{,}0 \cdot 0 + 5{,}0 \cdot 4{,}0 = 0.$$

Redukuoto konturo inercijos momentai:

$$T_x = K_{x0} y_0 + K_{x1} y_1 + K_{x2} y_2 + \ldots = 98{,}361 \cdot 6{,}643 + 32{,}994 \cdot 2{,}357 +$$
$$+ 130{,}71 \cdot 5{,}357 + 32{,}994 \cdot 2{,}357 + 98{,}361 \cdot 6{,}643 = 2162{,}6\ \text{m}^3.$$
$$T_y = K_{y0} x_0 + K_{y1} x_1 + K_{y2} x_2 + \ldots = 108{,}0 \cdot 4 + 148{,}0 \cdot 4 + 148{,}0 \cdot 4 + 108{,}0 \cdot 4 =$$
$$= 2048\ \text{m}^3.$$

$T_{xy} = T_{xy} = 0$, — simetriškas rėmas.

Atpalaiduotos pagrindinės sistemos momentai:

$$M_{(0)1} = M_{(0)2} = M_{(0)3} = 0,\quad M_{(0)4} = -\frac{ph^2}{2} = -\frac{0{,}75 \cdot 9{,}0^2}{2} = -30{,}375\ \text{tm}.$$

Rėmo mazgų elastiniai svoriai, čia tolygūs fiktyvinio apkrovimo reakcijoms, yra:

$$N_3 = N_4 = \frac{ph^3}{24} = \frac{0{,}75 \cdot 9{,}0^3}{24} = 22{,}78125 \text{ tm}^2 .$$

Rėmo lygčių apkrovimo nariai:

$$R_z = -\Sigma N - \Sigma M_{(0)k} \frac{s'_k + s'_{k+1}}{2} = 2 \cdot 22{,}78125 + 30{,}375 \cdot \frac{9{,}0}{2} = 91{,}125 \text{ tm}^2 ,$$

$$R_x = -6\Sigma Ny - \Sigma M_{(0)} K_x = 6 \cdot 22{,}78125 \cdot (2{,}357 - 6{,}643) - 30{,}375 \cdot 98{,}361 =$$
$$= -2401{,}9 \text{ tm}^2 ,$$

$$R_y = -6\Sigma Nx - \Sigma M_{(0)} K_y = 2 \cdot 6 \cdot 22{,}78125 \cdot 4 + 30{,}375 \cdot 108 = 2187 \text{ tm}^3 .$$

Statiškai neišsprendžiamieji dydžiai:

$$Z = \frac{R_z}{\Sigma s'} = \frac{91{,}125}{28} = 3{,}2545 \text{ tm} ,$$

$$X = -\frac{R_x}{T_x} = \frac{2401{,}9}{2162{,}6} = 1{,}1106 \text{ t} ,$$

$$Y = \frac{R_y}{T_y} = \frac{2187}{2048} = 1{,}0679 \text{ t} .$$

Rėmo mazgų lenkimo momentai:

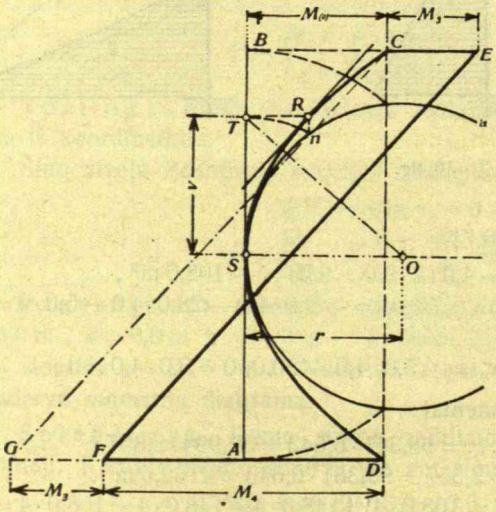
$M_0 = Z - Xy_0 + Yx_0 = 3{,}2545 - 1{,}1106 \cdot (-6{,}643) + 1{,}0679 \cdot (-4{,}0) = 6{,}361$ tm,

$M_1 = Z - Xy_1 + Yx_1 + M_{(0)1} = 3{,}2545 - 1{,}1106 \cdot 2{,}357 + 1{,}0679 \cdot (-4{,}0) = -3{,}635$ tm,

$M_2 = 3{,}2545 - 1{,}1106 \cdot 5{,}357 + 1{,}0679 \cdot 0 = -2{,}695$ tm,

$M_3 = 3{,}2545 - 1{,}1106 \cdot 2{,}357 + 1{,}0679 \cdot 4{,}0 = 4{,}908$ tm,

$M_4 = 3{,}2545 - 1{,}1106 \cdot (-6{,}643) + 1{,}0679 \cdot 4{,}0 - 30{,}375 = -15{,}471$ tm.



11 fig.

Vadovaujantis šiais rezultatais sudaryta rėmui lenkimo momentų diagrama (10 fig.). Tos diagramos ordinatos vienodai išskirstytu sloginiu apkrautam šului 3—4 gautos ir apskritimo būdu (11 fig.)*). Sulig juo iš centro O spinduliu $r = \frac{1}{p}$ išvestas apskritimas a, susiglaudžiąs su vertikale $AB = h$ taške S. Tos vertikalės taškas T, lanku Tn iš centro S, perkeltas apskritiman a. Iš tuo būdu gauto taško n ir T koordinatų kryptimis išvestos tiesės. Pastarųjų susikirtimas R pridera momentų diagramos parabolei. Įsidėmėtina, kad parabolės kiekvieno taško liečiamoji yra statmena spinduliui OT, išvestam iš apskritimo a centro O to taško projekcijos T linkui.

*) Apie šį būdą smulkiau traktuoja autoriaus veikalas: „Apskritimo būdas statybos statikoje" („Technika" Nr. 1, 2, 3).

Visi sakytu būdu gauti taškai R duoda parabolę CSD. Jos ordinatos, imtos sulig styga CD kaip abscisų ašimi, vaizduoja paprastos dviem atramom sijos lenkimo momentų diagramą. Prie šios diagramos ploto pridedame mazginių momentų M_3 ir M_4 diagramas ir gauname strypo 3—4 vieną bendrą lenkimo momentų diagramą figūros $CSDFEC$ pavidalo.

Kreivės CSD kuris-ne-kuris taškas R turi vaizduoti strypo 3—4 didžiausią lenkimo momentą. Tas taškas, turėdamas didžiausią nuotolį (ordinatų kryptimi) nuo uždaromosios FE, gauna liečiamąją pastarajai lygiagrečią ir spindulį OT tai uždaromajai statmeną. Tuo vadovaudamies iš taško O išvedame tiesę, statmeną FE. Jos susikirtimas T su AB duoda strypo 3—4 pavojingą piūvį, nutolusį nuo jo vidurinio piūvio atokumu v. Šiam pastarajam nustatyti kreipiame dėmesį į panašius trikampius CDG ir SOT. Iš jų turime:

$$v:r=\frac{M_3-M_4}{AB},\quad \text{arba}\quad v:\frac{1}{p}=\frac{M_3-M_4}{h}.$$

Iš čia: $v=\frac{M_3-M_4}{ph}$, arba $v=\frac{M_3-M_4}{Q}$, kur $Q=ph=0.75\cdot 9=6{,}75\,\text{t}$.

Šis reiškinys duoda:

$$v=\frac{4{,}908+15{,}471}{6{,}75}=3{,}02\,\text{m}.$$

Piūvio T lenkimo momentas:

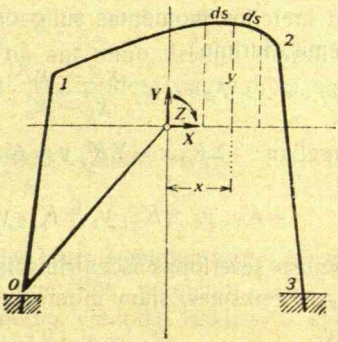
$$M=\frac{1}{2}pzz'+\frac{z}{h}M_4+\frac{z'}{h}M_3.$$

Čia: $z=4{,}5-3{,}02=1{,}48\,\text{m}$, $z'=4{,}5+3{,}02=7{,}52\,\text{m}$.

Taigi: $maxM=\frac{1}{2}\cdot 0{,}75\cdot 1{,}48\cdot 7{,}52-\frac{15{,}471\cdot 1{,}48}{9}+\frac{4{,}908\cdot 7{,}52}{9}=5{,}73\,\text{tm}$.

§ 6. Išgaubtų rigelių rėmai.

Bendras tokių rėmų atvejis parodytas brėžinyje (12 fig.). Jis (rėmas) sustatytas iš dviejų tiesių įtvirtintais galais strypų ir vieno išgaubto rigelio 1—2.



12 fig.

Išgaubtą rigelį laikome sudėtą iš atskirų be galo trumpų tiesių strypelių (elementų) ds, turinčių vienodus redukuotus ilgius $ds'=\frac{J_c}{J}ds$, kur J_c yra bet kuri visam rėmui bendra inercijos momentų reikšmė. Tokių elementų susidūrimai šiuo atveju yra rėmo mazgai. Jų kiekvienam pridera savasis geometrinis dydis:

$$(38)\ \ldots\ldots\ \begin{cases} K_x=(y-dy)ds'+2y\cdot 2ds'+(y+dy)ds'=6yds', \\ K_y=(x-dx)ds'+2x\cdot 2ds'+(x+dx)ds'=6xds'. \end{cases}$$

Iš tiesiųjų strypų pusės rėmo mazgai gaura šių dydžių:

$$(39)\ldots\ \begin{cases} K_{x0}=2s'_1y_0+s'_1y_1=(2y_0+y_1)s'_1\ , \\ K_{x1}=s'_1y_0+2(s'_1+ds')y_1+ds'(y_1+dy)=s'_1y_0+2s'_1y_1= \\ \quad =(y_0+2y_1)s'_1\ , \\ K_{x2}=ds'(y_2+dy)+2(ds'+s'_3)y_2+s'_3y_3=2s'_3y_2+s'_3y_3= \\ \quad =(2y_2+y_3)s'_3\ , \\ K_{x3}=s'_3y_2+2s'_3y_3=(y_2+2y_3)s'_3\ ; \end{cases}$$

$$(40)\ldots\ \begin{cases} K_{y0}=2s'_1x_0+s'_1x_1=(2x_0+x_1)s'_1\ , \\ K_{y1}=s'_1x_0+2(s'_1+ds')x_1+ds'(x_1+dx)=(x_0+2x_1)s'_1\ , \\ K_{y2}=ds'(x_2+dx)+2(ds'+s'_3)x_2+s'_3x_3=(2x_2+x_3)s'_3\ , \\ K_{y3}=s'_3x_2+2s'_3x_3=(x_2+2x_3)s'_3\ . \end{cases}$$

Šių geometrinių dydžių padariniai yra:

$\Sigma K_x=6\left(s'_1\frac{y_0+y_1}{2}+s'_3\frac{y_2+y_3}{2}\right)+6\int y\,ds'=6S_x$ — redukuoto konturo šešeriopas statiškasis momentas sulig abscisų ašimi,

$\Sigma K_y=6\left(s'_1\frac{x_0+x_1}{2}+s'_3\frac{x_2+x_3}{2}\right)+6\int x\,ds'=6S_y$ — toks pat momentas sulig ordinatų ašimi,

$$\Sigma K_xy=K_{x0}y_0+K_{x1}y_1+K_{x2}y_2+K_{x3}y_3+6\int y^2\,ds'=T_x$$ — redukuoto konturo šešeriopas inercijos momentas sulig abscisų ašimi. Iš čia, įstačius vietoj K_x jų reikšmes, po atitinkamų pertvarkymų gauname:

$$(41)\ldots\ T_x=2s'_1\frac{y_1^3-y_0^3}{y_1-y_0}+2s'_3\frac{y_2^3-y_3^3}{y_2-y_3}+6\int y^2\,ds'\ .$$

$$\Sigma K_yx=K_{y0}x_0+K_{y1}x_1+K_{y2}x_2+K_{y3}x_3+6\int x^2\,ds'=T_y$$ — toks pat inercijos momentas sulig ordinatų ašimi. Iš čia, pakeitus K_y jų reikšmėmis, turime:

$$(42)\ldots\ T_y=2s'_1\frac{x_1^3-x_0^3}{x_1-x_0}+2s'_3\frac{x_2^3-x_3^3}{x_2-x_3}+6\int x^2\,ds'\ .$$

Pagaliau: $\Sigma K_xx=\Sigma K_yy=K_{x0}x_0+K_{x1}x_1+K_{x2}x_2+K_{x3}x_3+6\int xy\,ds'=$

$$=K_{y0}y_0+K_{y1}y_1+K_{y2}y_2+K_{y3}y_{y3}+6\int yx\,ds'=T_{xy}$$ yra redukuoto konturo šešeriopas išcentrinis inercijos momentas. Pastačius vietoje K_x arba K_y jų reikšmes, šiam momentui gauname:

$$(43)\ldots\ldots\ T_{xy}=s'_1(2x_0y_0+x_0y_1+x_1y_0+2x_1y_1)+$$
$$+s'_3(2x_2y_2+x_2y_3+x_3y_2+2x_3y_3)+6\int xy\,ds'\ .$$

Su šiais ženklais perrašę bendrąsias rėmo lygtis 32, jas pritaikinę prie svorio centro koordinatų sistemos ir išsprendę gauname, kaip ir anksčiau:

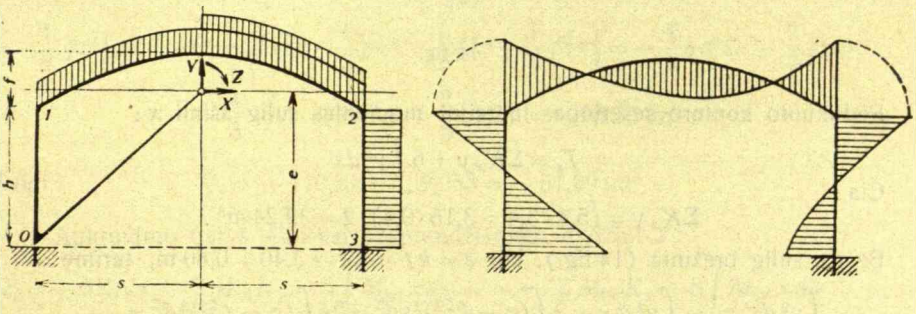
$$(44)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\begin{cases} Z=\dfrac{R_z}{\Sigma s'}, \\ X=-\dfrac{R_x-R_y\operatorname{tg}\alpha_1}{T_x-T_{xy}\operatorname{tg}\alpha_1}, \\ Y=\dfrac{R_y-R_x\operatorname{cotg}\alpha_2}{T_y-T_{xy}\operatorname{cotg}\alpha_2}. \end{cases}$$

Šiems reiškiniams tinka:

$$(45)\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \operatorname{tg}\alpha_1=\frac{T_{xy}}{T_y}\ \text{ir}\ \operatorname{cotg}\alpha_2=\frac{T_{xy}}{T_x}.$$

Jų apkrovimo nariai:

$$(46)\ldots\ldots\begin{cases} R_z=-\Sigma N-\Sigma M_{(0)k}\dfrac{s'_k+s'_{k+1}}{2}=-\Sigma N-\dfrac{1}{2}M_{(0)1}s'_1- \\ \qquad -\dfrac{1}{2}(M_{(0)2}+M_{(0)3})s'_3-\int M_{(0)}\,ds', \\ R_x=-6\Sigma Ny-\Sigma M_{(0)}K_x-6\int M_{(0)}\,y\,ds', \\ R_y=-6\Sigma Nx-\Sigma M_{(0)}K_y-6\int M_{(0)}\,x\,ds'. \end{cases}$$



13 fig.

Šių narių sumos Σ turi būti išplėstos tik ant rėmo tiesiųjų strypų, o integralai $\int$ tik ant išlenktų rigelių. Momentai $M_{(0)}$ pridera pagrindinei statiškai išsprendžiamai sistemai.

Ypatingas atvejis. Rėmas simetriškas. Šiam atvejui $T_{xy}=0$, $\operatorname{tg}\alpha_1=\operatorname{cotg}\alpha_2=0$. Taigi: $Z=\dfrac{R_z}{\Sigma s'}$, $X=-\dfrac{R_x}{T_x}$ ir $Y=\dfrac{R_y}{T_y}$.

Pavyzdys 2. Įtvirtintų galų rėmas (13 fig.) turi išmatavimus $h=3{,}0$ m, $l=2s=7{,}2$ m ir $f=1{,}2$ m. Šulų ir rigelio inercijos momentų santykis $J_1:J_2=4$. Šio rėmo parabolinis rigelis apkrautas vienodai išskirstytu sloginiu $q=0{,}5$ t/m projekcijos. Nustatyti mazgų momentus.

Sprendimas. Strypų redukuoti ilgiai:

$$s'_1=s'_3=\frac{J_2}{J_1}h=\frac{1}{4}\cdot 3{,}0=0{,}75\text{ m},\quad s'_2=\int ds=\sim\int dx=l=7{,}2\text{ m}.$$

Redukuoto konturo perimetras: $\Sigma s' = 2 \cdot 0{,}75 + 7{,}2 = 8{,}7$ m .

Svorio centro aukštis:

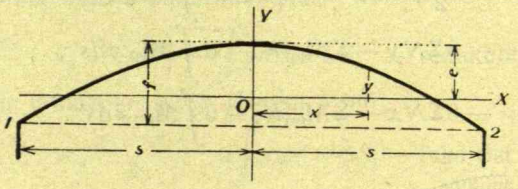
$$e = \frac{7{,}2 \cdot (3{,}0 + \frac{2}{3} \cdot 1{,}2) + 0{,}75 \cdot 1{,}5 \cdot 2}{8{,}7} = \sim 3{,}40 \text{ m} .$$

Mazgų koordinatos svorio centro koordinatų sistemoje:

$x_0 = x_1 = -3{,}60$ m, $x_2 = x_3 = 3{,}60$ m ; $y_0 = y_3 = -3{,}40$ m, $y_1 = y_2 = -0{,}40$ m

Mazgų pastovūs geometriniai dydžiai:

$$K_{x0} = K_{x3} = (2y_0 + y_1)s'_1 = -(2 \cdot 3{,}40 + 0{,}40) \cdot 0{,}75 = -5{,}40 \text{ m}^2,$$
$$K_{x1} = K_{x2} = (y_0 + 2y_1)s'_1 = -(3{,}40 + 2 \cdot 0{,}40) \cdot 0{,}75 = -3{,}15 \text{ m}^2;$$
$$K_{y0} = K_{y1} = (2x_0 + x_1)s'_1 = -(2 \cdot 3{,}6 + 3{,}6) \cdot 0{,}75 = -8{,}10 \text{ m}^2,$$
$$K_{y2} = K_{y3} = (x_2 + 2x_3)s'_3 = (3{,}6 + 2 \cdot 3{,}6) \cdot 0{,}75 = 8{,}10 \text{ m}^2 .$$



14 fig.

Redukuoto konturo šešeriopas inercijos momentas sulig ašimi x:

$$T_x = \Sigma K_x y + 6 \int y^2 ds' .$$

Čia:

$$\Sigma K_x y = (5{,}4 \cdot 3{,}4 + 3{,}15 \cdot 0{,}4) \cdot 2 = 39{,}24 \text{ m}^3 .$$

Be to, sulig brėžiniu (14 fig.), kur $e = kf = 4{,}2 - 3{,}40 = 0{,}80$ m, turime:

$$\int y^2 ds' = \sim \int y^2 dx = 2 \int_0^s (e - f\xi^2)^2 s d\xi = 2s \int^1 (e - f\xi^2)^2 d\xi =$$

$$= 2s \left[e^2 \xi - \frac{2}{3} ef\xi^3 + \frac{1}{5} f^2 \xi^5 \right]_0^1 = 2s(e^2 - \frac{2}{3} ef + \frac{1}{5} f^2) =$$

$$= 7{,}2(0{,}8^2 - \frac{2}{3} \cdot 0{,}8 \cdot 1{,}2 + \frac{1}{5} \cdot 1{,}2^2) = 2{,}074 \text{ m}^3 .$$

Taigi: $T_x = 39{,}24 + 2{,}074 \cdot 6 = 51{,}68 \text{ m}^3$.

To pat konturo šešeriopas inercijos momentas sulig ašimi y:

$$T_y = \Sigma K_y x + 6 \int x^2 ds' = 8{,}1 \cdot 3{,}6 \cdot 4 + 6 \int_{-s}^{+s} x^2 dx = 116{,}64 + 4s^3 = 116{,}64 +$$
$$+ 4 \cdot 3{,}6^3 = 303{,}26 \text{ m}^3$$

Tiesiųjų strypų fiktyvinių apkrovimų reakcijos lygios nuliams, todel $N = 0$.

Atpalaiduotos sistemos momentai sulig rėmo mazgais:

$$M_{(0)0} = M_{(0)1} = 0 ; \quad M_{(0)2} = M_{(0)3} = -\frac{ql^2}{2} = -\frac{0{,}5 \cdot 7{,}2^2}{2} = -12{,}96 \text{ tm} .$$

Apkrovimo narys statiškai nesprendžiamam dydžiui Z:

$$R_z = -\Sigma N - \frac{1}{2}\Sigma M_{(0)} s' - \int M_{(0)}\, ds' = -\frac{1}{2}\Sigma M_{(0)} s' - \int M_{(0)}\, ds' .$$

Čia:

$$\Sigma M_{(0)} s' = -12{,}96 \cdot 0{,}75 \cdot 2 = -2 \cdot 9{,}72\ \text{tm}^2 ,$$

$$\int M_{(0)}\, ds' = \sim \int M_{(0)}\, dx = -\frac{q l^2}{2} \cdot \frac{l}{3} = -\frac{0{,}5 \cdot 7{,}2^3}{6} = -31{,}104\ \text{tm}^2$$ (gembinės sijos momentų diagramos plotas).

Taigi:

$$R_z = \frac{1}{2} \cdot 9{,}72 \cdot 2 + 31{,}104 = \sim 40{,}82\ \text{tm}^2 .$$

Apkrovimo narys statiškai nesprendžiamam dydžiui X:

$$R_x = -6\Sigma N y - \Sigma M_{(0)} K_x - 6\int M_{(0)}\, y\, ds' = -\Sigma M_{(0)} K_x - 6\int M_{(0)}\, y\, ds' .$$

Čia:

$$\Sigma M_{(0)} K_x = 12{,}96 \cdot 3{,}15 + 12{,}96 \cdot 5{,}40 = 110{,}81\ \text{tm}^3 .$$

$$\int M_{(0)}\, y\, ds' = \sim \int M_{(0)}\, y\, dx = -\int_{-s}^{+s} \frac{q(s+x)^2}{2}(e - f\xi^2)\, s\, d\xi =$$

$$= -\frac{1}{2} q s^3 \left[e\xi + e\xi^2 + \frac{1}{3} e\xi^3 - \frac{1}{3} f\xi^3 - \frac{1}{2} f\xi^4 - \frac{1}{5} f\xi^5\right]_0^1 = -\frac{4}{3} q s^3 \left(e - \frac{2}{5} f\right) =$$

$$= -\frac{4}{3} \cdot 0{,}5 \cdot 3{,}6^3 \left(0{,}8 - \frac{2}{5} \cdot 1{,}2\right) = -9{,}953\ \text{tm}^3 .$$

Taigi:

$$R_x = -110{,}81 + 6 \cdot 9{,}953 = -51{,}09\ \text{tm}^3 .$$

Apkrovimo narys statiškai nesprendžiamam dydžiui Y:

$$R_y = -6\Sigma N x - \Sigma M_{(0)} K_y - 6\int M_{(0)}\, x\, ds' = \sim -\Sigma M_{(0)} K_y - 6\int M_{(0)}\, x\, dx .$$

Čia:

$$\Sigma M_{(0)} K_y = -12{,}96 \cdot 8{,}1 \cdot 2 = -209{,}95\ \text{tm}^3 .$$

$$\int M_{(0)}\, x\, dx = -\frac{q l^2}{2} \cdot \frac{l}{3} \cdot \frac{l}{4} = -\frac{q l^4}{24} = -\frac{0{,}5 \cdot 7{,}2^4}{24} = -55{,}987\ \text{tm}^3$$, — gembinės sijos lenkimo momentų diagramos ploto statiškasis momentas.

Taigi:

$$R_y = 209{,}95 + 6 \cdot 55{,}987 = 545{,}87\ \text{tm}^3 .$$

Statiškai neišsprendžiamieji dydžiai:

$$Z = \frac{R_z}{\Sigma s'} = \frac{40{,}82}{8{,}7} = 4{,}692\ \text{tm} ,$$

$$X = -\frac{R_x}{T_x} = \frac{51{,}09}{51{,}68} = 0{,}9886\ \text{t} ,$$

$$Y = \frac{R_y}{T_y} = \frac{545{,}87}{303{,}26} = 1{,}800\ \text{t} .$$

Atraminiai ir mazginiai momentai:

$$M_0 = Z - Xy_0 + Yx_0 = 4{,}692 + 0{,}9886 \cdot 3{,}4 - 1{,}800 \cdot 3{,}6 = 1{,}573 \text{ tm},$$
$$M_1 = Z - Xy_1 + Yx_1 + M_{(0)1} = 4{,}692 + 0{,}9886 \cdot 0{,}4 - 1{,}800 \cdot 3{,}6 = -1{,}393 \text{ tm},$$
$$M_2 = Z - Xy_2 + Yx_2 + M_{(0)2} = 4{,}692 + 0{,}9886 \cdot 0{,}4 + 1{,}800 \cdot 3{,}6 - 12{,}96 = -1{,}393 \text{ tm},$$
$$M_3 = Z - Xy_3 + Yx_3 + M_{(0)3} + 4{,}692 + 0{,}9886 \cdot 3{,}4 + 1{,}800 \cdot 3{,}6 - 12{,}96 = 1{,}573 \text{ tm}.$$

Pavyzdys 3. Pereito pavyzdžio rėmo rigelis dešinėje pusėje apkrautas vienodai išskirstytu sloginiu $p = 0{,}2$ t/m projekcijos. Nustatyti atraminius ir mazginius momentus.

Sprendimas. Rėmo geometriniai dydžiai lieka tie patys. Pagrindinės atpalaiduotos sistemos momentai:

$$M_{(0)0} = M_{(0)1} = 0; \quad M_{(0)2} = M_{(0)3} = -\frac{ps^2}{2} = -\frac{0{,}2 \cdot 3{,}6^2}{2} = -1{,}296 \text{ tm}.$$

Statiškai nesprendžiamo dydžio Z apkrovimo narys:

$$R_z = -\frac{1}{2}\Sigma M_{(0)} s' - \int M_{(0)} ds'.$$

Čia: $\Sigma M_{(0)} s' = -1{,}296 \cdot 0{,}75 \cdot 2 = -2 \cdot 0{,}972 \text{ tm}^2$,

$$\int M_{(0)} ds' = -\frac{qs^2}{2} \cdot \frac{s}{3} = -\frac{qs^3}{6} = -\frac{0{,}2 \cdot 3{,}6^3}{6} = -1{,}555 \text{ tm}^2,$$ — gembinės sijos momentų diagramos plotas.

Taigi: $R_z = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0{,}972 + 1{,}555 = 2{,}527 \text{ tm}^2$.

Apkrovimo narys statiškai nesprendžiamam dydžiui X:

$$R_x = \sim - \Sigma M_{(0)} K_x - 6 \int M_{(0)} y dx.$$

Čia: $\Sigma M_{(0)} K_x = 1{,}296 \cdot 3{,}15 + 1{,}296 \cdot 5{,}40 = 11{,}081 \text{ tm}^3$,

$$\int M_{(0)} y dx = -\int_0^s \frac{px^2}{2}(e - f\xi^2) dx = -\frac{1}{2} ps^3 \int_0^1 (e\xi^2 - f\xi^4) d\xi =$$
$$= -\frac{1}{2} ps^3 \left(\frac{1}{3}e - \frac{1}{5}f\right) = -\frac{1}{2} \cdot 0{,}2 \cdot 3{,}6^3 \left(\frac{0{,}8}{3} - \frac{1{,}2}{5}\right) = -0{,}1244 \text{ tm}^3.$$

Taigi:

$$R_x = -11{,}081 + 6 \cdot 0{,}1244 + -10{,}335 \text{ tm}^3.$$

Apkrovimo narys statiškai nesprendžiamam dydžiui Y:

$$R_y = \sim - \Sigma M_{(0)} K_y - 6 \int M_{(0)} x dx.$$

Čia: $\Sigma M_{(0)} K_y = -1{,}296 \cdot 8{,}1 \cdot 2 = -20{,}995 \text{ tm}^3$,

$$\int M_{(0)} x dx = -\int_0^s \frac{px^2}{2} x dx = -\frac{1}{2} p \left[\frac{x^4}{4}\right]_0^s = -\frac{1}{8} ps^4 = -\frac{1}{8} \cdot 0{,}2 \cdot 3{,}6^4 =$$
$$= -4{,}199 \text{ tm}^3.$$

Taigi:

$$R_y = 20{,}995 + 6 \cdot 4{,}199 = 46{,}189\ \text{tm}^3 .$$

Statiškai neišsprendžiamieji dydžiai:

$$Z = \frac{R_x}{\Sigma s'} = \frac{2{,}527}{8{,}7} = 0{,}2905\ \text{tm} ,$$

$$X = -\frac{R_x}{T_x} = \frac{10{,}335}{51{,}68}\ 0{,}2000\ \text{t} ,$$

$$Y = \frac{R_y}{T_y} = \frac{46{,}189}{303{,}26} = 0{,}1523\ \text{t} .$$

Atraminiai ir mazginiai momentai:

$$M_0 = 0{,}2905 + 0{,}2000 \cdot 3{,}4 - 0{,}1523 \cdot 3{,}6 = 0{,}422\ \text{tm} ,$$
$$M_1 = 0{,}2905 + 0{,}2000 \cdot 0{,}4 - 0{,}1523 \cdot 3{,}6 = -0{,}178\ \text{tm} ,$$
$$M_2 = 0{,}2905 + 0{,}2000 \cdot 0{,}4 + 0{,}1523 \cdot 3{,}6 - 1{,}296 = -0{,}377\ \text{tm} ,$$
$$M_3 = 0{,}2905 + 0{,}2000 \cdot 3{,}4 + 0{,}1523 \cdot 3{,}6 - 1{,}296 = 0{,}223\ \text{tm} .$$

P a v y z d y s 4. Pereitų dviejų pavyzdžių rėmas yra sloginamas gulsčiu vienodai išskirstytu sloginiu $w = 0{,}25$ t/m per šulą 3—2. Rasti atraminius ir mazginius momentus.

S p r e n d i m a s. Atpalaiduotos sistemos momentai:

$$M_{(0)0} = M_{(0)1} = M_{(0)2} = 0 ; \quad M_{(0)3} = -\frac{wh^2}{2} = -\frac{0{,}25 \cdot 3{,}0^2}{2} = -1{,}125\ \text{tm} .$$

Fiktyvinio apkrovimo reakcijos:

$$m = n = \frac{wh^3}{24} = \frac{0{,}25 \cdot 3{,}0^3}{24} = 0{,}281\ \text{tm}^2 .$$

Mazgų elastiniai svoriai:

$$N_2 = N_3 = \frac{J_2}{J_1} m = \frac{1}{4} \cdot 0{,}281 = 0{,}0703\ \text{tm}^2 .$$

Apkrovimo narys statiškai nesprendžiamam dydžiui Z:

$$R_z = -\Sigma N - \frac{1}{2} \Sigma M_{(0)} s' - \int M_{(0)} ds' = -\Sigma N - \frac{1}{2} \Sigma M_{(0)} s' , \quad \text{nes} \int M_{(0)}\, ds' = 0 .$$

Čia:

$$\Sigma N = 2 \cdot 0{,}0703 = 0{,}1406\ \text{tm}^2 ,$$
$$\Sigma M_{(0)} s' = -1{,}125 \cdot 0{,}75 = -0{,}8438\ \text{tm}^2 .$$

Taigi:

$$R_z = -0{,}1406 + 0{,}8438 \cdot \frac{1}{2} = 0{,}2813\ \text{tm}^2 .$$

Apkrovimo narys statiškai nesprendžiamam dydžiui X:

$$R_x = -6 \Sigma N y - \Sigma K_x M_0 - 6 \int M_{(0)} y\, ds' = -6 \Sigma N y - \Sigma K_x M_0 ,$$

$$\text{nes} \int M_{(0)} y\, ds' = 0 .$$

Čia: $\Sigma Ny = -0{,}0703 \cdot 0{,}4 - 0{,}0703 \cdot 3{,}4 = -0{,}2671\ \text{tm}^3$,
$\Sigma M_{(0)} K_x = 1{,}125 \cdot 5{,}40 = 6{,}075\ \text{tm}^3$.

Taigi; $R_x = 6 \cdot 0{,}2671 - 6{,}075 = -4{,}4724\ \text{tm}^3$.

Apkrovimo narys statiškai nesprendžiamam dydžiui Y:

$$R_y = -6\Sigma Nx - \Sigma M_{(0)} K_y - 6\int M_{(0)} x\,ds' = -6\Sigma Nx - \Sigma M_{(0)} K_y,$$

nes $\int M_{(0)} x\,ds' = 0$.

Čia: $\Sigma Nx = 0{,}0703 \cdot 3{,}6 \cdot 2 = 0{,}5062\ \text{tm}^3$,
$\Sigma M_{(0)} K_y = -1{,}125 \cdot 8{,}1 = -9{,}1125\ \text{tm}^3$.

Taigi: $R_y = -6 \cdot 0{,}5062 + 9{,}1125 = 6{,}0753\ \text{tm}^3$.

Statiškai neišsprendžiamieji dydžiai:

$$Z = \frac{R_z}{\Sigma s'} = \frac{0{,}2813}{8{,}7} = 0{,}0323\ \text{tm},$$

$$X = -\frac{R_x}{T_x} = \frac{4{,}4724}{51{,}68} = 0{,}0865\ \text{t},$$

$$Y = \frac{R_y}{T_y} = \frac{6{,}0753}{303{,}26} = 0{,}0200\ \text{t}.$$

Ieškomieji atraminiai ir mazginiai momentai:

$M_0 = 0{,}0323 + 0{,}0865 \cdot 3{,}4 - 0{,}0200 \cdot 3{,}6 = 0{,}2544\ \text{tm}$,
$M_1 = 0{,}0323 + 0{,}0865 \cdot 0{,}4 - 0{,}0200 \cdot 3{,}6 = -0{,}0051\ \text{tm}$,
$M_2 = 0{,}0323 + 0{,}0865 \cdot 0{,}4 + 0{,}0200 \cdot 3{,}6 = 0{,}1389\ \text{tm}$,
$M_3 = 0{,}0323 + 0{,}0865 \cdot 3{,}4 + 0{,}0200 \cdot 3{,}6 - 1{,}125 = -0{,}7266\ \text{tm}$.

Pavyzdys 5. Pavyzdžių 2, 3, 4 rėmas apkrautas išsyk visais jų sloginiais. Sudaryti lenkimo momentų diagramą.

Sprendimas. Išgaubtą rigelį skiriame į 10 dalių. Toms dalims nustatome koordinatas, atpalaiduotos pagrindinės sistemos lenkimo momentus ir, naudodamies formule $M = Z - Xy + Yx + M_{(0)}$, skaičiuojame dalių susidūrimams bendrus lenkimo momentus. Visų tų skaičiavimų rezultatus talpiname santraukoje.

Santrauka.

Piūviai	Koordinatos m		$\frac{q(s+x)^2}{2}$	$\frac{px^2}{2}$	$M_{(0)}$	Z	Xy	Yx	M
	x	y	tm	tm	tm	tm	tm	tm	tm
0	— 3,60	— 0,400	0,0000	—	0,0000	5,0148	0,5100	— 7,1003	— 1,5755
I	— 2.88	0,032	— 0,1296	—	— 0,1296	„	— 0,0408	— 5,6802	— 0,8358
II	— 2,16	0,368	— 0,5184	—	— 0,5184	„	— 0,4692	— 4,2602	— 0,2330
III	— 1,44	0,608	— 1,1664	—	— 1,1664	„	— 0,7752	— 2,8401	0,2331
IV	— 0,72	0,752	— 2,0736	—	— 2,0736	„	— 0,9588	— 1,4201	0,5623
V	0,00	0,800	— 3,2400	—	— 3,2400	„	— 1,0200	0,0000	0,7548
IV′	0,72	0,752	— 4,6656	— 0,0518	— 4,7174	„	— 0,9588	1,4201	0,7587
III′	1,44	0,608	— 6,3504	— 0,2074	— 6,5578	„	— 0,7752	2,8401	0,5219
II′	2,16	0,368	— 8,2944	— 0,4666	— 8,7610	„	— 0,4692	4,2602	0,0448
I′	2,88	0,032	—10,4976	— 0,8294	—11,3270	„	— 0,0408	5,6802	— 0,6728
0′	3,60	— 0,400	—12,9600	— 1,2960	—14,2560	„	0,5100	7,1003	— 1,6309

Pastabos. $Z = 4{,}6920 + 0{,}2905 + 0{,}0323 = 5{,}0148$ tm,

$X = 0{,}9886 + 0{,}2000 + 0{,}0865 = 1{,}2751$ t,

$Y = 1{,}800 + 0{,}1523 + 0{,}0200 = 1{,}9723$ t.

Atraminiai ir mazginiai momentai:

$M_0 = 1{,}573 + 0{,}422 + 0{,}254 = 2{,}249$ tm,

$M_1 = -1{,}393 - 0{,}178 - 0{,}005 = -1{,}576$ tm,

$M_2 = -1{,}393 - 0{,}377 + 0{,}139 = -1{,}631$ tm,

$M_3 = 1{,}573 + 0{,}223 - 0{,}727 = 1{,}069$ tm.

Šiais santraukos rezultatais naudodamies sudarome rėmo pilną lenkimo momentų diagramą (13 fig.).

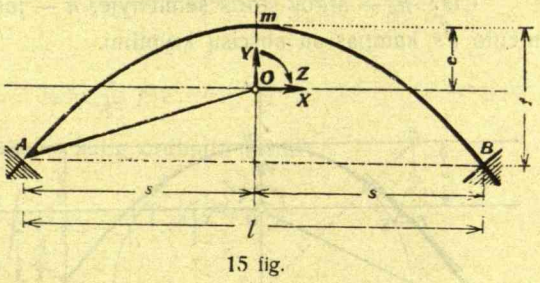
§ 7. Įtvirtintų galų arkos.

Įtvirtintų galų arką galima laikyti išgaubto rigelio rėmu, kuriame tiesiųjų strypų ilgiai $s_1 = s_3 = 0$. Tokiam rėmui turime:

$K_{x0} = K_{x1} = K_{x2} = K_{x3} = 0$, $K_{y0} = K_{y1} = K_{y2} = K_{y3} = 0$ ir $N_0 = N_1 = N_2 = N_3 = 0$.

Statiškai nesprendžiamų dydžių apkrovimo nariai:

$$(47)\ldots \begin{cases} R_z = -\int M_{(0)}\, ds', \\ R_x = -6\int M_{(0)}\, y\, ds, \\ R_y = -\int M_{(0)}\, x\, ds'. \end{cases}$$



15 fig.

Be to:

$$(48)\ldots \begin{cases} T = \Sigma K_x y = 6\int y^2 ds', \\ T_y = 6\int x^2 ds', \\ T_{xy} = 6\int x\, y\, ds' \\ \Sigma s' = \int ds'. \end{cases}$$

Taigi, pagrindinei atpalaiduotai to rėmo sistemai turime (15 fig.).

$$(49)\ldots\ldots \begin{cases} Z = -\dfrac{\int M_{(0)}\, ds'}{\int ds}, \\ X = \dfrac{\int M_{(0)}\, y\, ds' - \int M_{(0)}\, x\, ds' \cdot \operatorname{tg}\alpha_1}{\int y^2 ds' - \int x\, y\, ds' \cdot \operatorname{tg}\alpha_1}, \\ Y = -\dfrac{\int M_{(0)}\, x\, ds' - \int M_{(0)}\, y\, ds' \cdot \operatorname{cotg}\alpha_2}{\int x^2 ds' - \int x\, y\, ds' \cdot \operatorname{cotg}\alpha_2}. \end{cases}$$

Čia:

$$(50)\ldots\ldots \operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{\int x\, y\, ds'}{\int x^2 ds'} \text{ ir } \operatorname{cotg}\alpha_2 = \frac{\int x\, y\, ds'}{\int y^2 ds'}.$$

Jei arka turi simetrijos ašį, sutampančią su ordinatų ašimi, tai $\int x\, y\, ds' = 0$, $\operatorname{tg}\alpha_1 = \operatorname{cotg}\alpha_2 = 0$ ir statiškai neišsprendžiamieji dydžiai gauna išraišką:

$$(49a)\quad \begin{cases} Z = -\dfrac{\int M_{(0)}\, ds'}{\int ds'}, \\ X = \dfrac{\int M_{(0)}\, y\, ds'}{\int y^2\, ds'}, \\ Y = -\dfrac{\int M_{(0)}\, x\, ds'}{\int x^2\, ds'}. \end{cases}$$

§ 8. Įtvirtintų galų parabolinės arkos bendros ypatybės.

Abiejų įtvirtintų galų arkos turi paprasčiausią skaičiuotę tuo atveju, kai jų ašys būna išgaubtos parabolėmis, o elementų ds redukuoti ilgiai tampa lygūs jų projekcijomis dx abscisų ašyje:

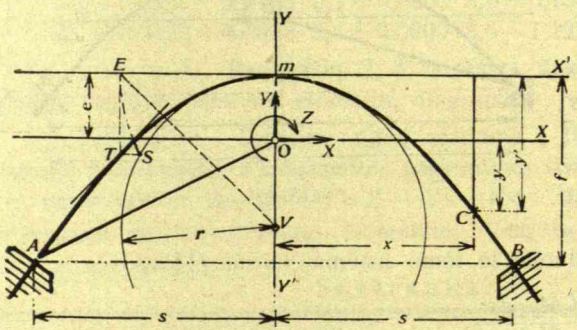
$$ds' = \frac{J_c}{J}\, ds = dx = ds \cos\varphi .$$

Iš čia: $$\frac{J_c}{J} = \frac{h_c^3}{h^3} = \cos\varphi ,$$

arba:

$$(5.)\quad h = \frac{1}{\sqrt[3]{\cos\varphi}}\, h_c .$$

Čia: h_c — arkos storis šelmenyje, h — jos storis elemente ds ir φ elemento ds kampas su abscisų kryptimi.



16 fig.

Tokių ypatybių simetrines arkas (16 fig.) artimiausiuose paragrafuose kiek panagrinėsime, sutrumpinimo dėliai vadindami jas tiesiai parabolinėmis*). Tokių arkų statiškai neišsprendžiamieji dydžiai Z, X ir Y, pritaikinti prie svorio centro koordinatų sistemos, reiškiami formulėmis 49a, pakeitus jose redukuotus ilgius ds' jų reikšmėmis dx.

*) Brėžinyje (16 fig.) arkos parabolė gauta apskritimo būdu. Sulig tuo būdu bet kurio tos kreivės taško T statyba atlikta šiaip: spinduliu $r = \frac{1}{8} \cdot \frac{l^2}{f}$ išvestas apskritimas Sm, susiglaudžiąs su ašimi mX' taške m. Abscisų ašies taškas E lanku ES iš centro m perkeltas apskritiman mS. Iš taško S ir E išvestos koordinatų kryptimis tiesės ET ir ST. Jų susikirtimas pridera parabolei su liečiamąja statmena spinduliui VE.

§ 9. Parabolinės arkos geometriniai dydžiai.

Arkos kreivosios lygtys taško m liečiamosios ir diametro sistemoje (16 fig.) yra: $y' = f\left(\frac{x}{s}\right)^2$, arba $y' = f\xi^2$, kur $\xi = \frac{x}{s}$.

Tos pat kreivės lygtys sistemoje XOY bus $y = e - y' = e - f\xi^2$, arba:

(52) ..... $y = f(k - \xi^2)$, kur: $k = \frac{e}{f}$.

Arkos svorio centro O ordinata liečiamosios m sistemoje $X'm'Y'$ yra $e = \frac{\int y'\,dx}{\int dx}$.

Čia: $\int y'\,dx = 2fs\int \xi^2\,d\xi = \frac{2}{3}fs\left[\xi^3\right]_0^1 = \frac{2}{3}fs$ ir $\int dx = 2s$.

Taigi: $e = \left(\frac{2}{3}fs\right) : 2s$, arba

(53) ..... $e = \frac{1}{3}f$.

Arkos redukuoto konturo perimetras:

(54) ..... $\int ds' = \int dx = l$.

Redukuoto konturo inercijos momentas sulig abscisų ašimi:

$$T_x = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} y^2\,dx = 2f^2 s\int_0^1 (k - \xi^2)^2\,d\xi = f^2 l\left[k^2\xi - \frac{2}{3}k\xi^3 + \frac{1}{5}\xi^5\right]_0^1.$$

Iš čia:

(55) ..... $T_x = \frac{4}{45}f^2 l$.

To pat konturo inercijos momentas sulig ordinatų ašimi:

$$T_y = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} x^2\,dx = \frac{1}{3}\left[x^3\right]_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}}.$$

Iš čia:

(55a) ..... $T_y = \frac{1}{12}l^3$.

Naudojantis šiais geometriniais dydžiais reiškinius 49a galime parašyti šiaip:

(56) .....
$$\begin{cases} Z = -\frac{1}{l}\int M_{(0)}\,dx, \\ X = \frac{45}{4f^2 l}\int M_{(0)}\,y\,dx, \\ Y = -\frac{12}{l^3}\int M_{(0)}\,x\,dx. \end{cases}$$

Šių reiškinių integralai pridera arkos pagrindinei sistemai $OAmB$, kaip gembinei sijai; $M_{(0)}$ reiškia tos sistemos lenkimo momentus nuo jos apkrovimų aktyvinėmis jėgomis.

Tolimesni paragrafai skiriami minėtiems integralams spręsti įvairiais arkos apkrovimų atvejais.

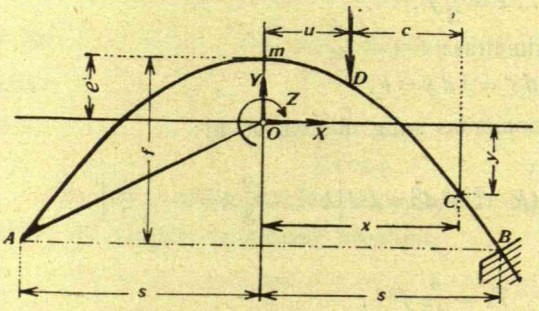
§ 10. Parabolinė arka apkrauta vertikalinė jėga.

Atpalaiduotą arkos pagrindinę sistemą veikia vertikalinė jėga P atstumo u nuo arkos šelmens m (17 fig.). Piūvio c tos sistemos lenkimo momentas $M_{(0)}=-Pc=-P(x-u)=-Ps\left(\frac{x}{s}-\frac{u}{s}\right)$, arba: $M_{(0)}=-\frac{1}{2}Pl(\xi-\tau)$, kur: $\xi=\frac{x}{s}$ ir $\tau=\frac{u}{s}$ yra bendrosios abscisos.

Ta lenkimo momentų reikšme naudodamies nustatome statiškai nesprendžiamų dydžių integralus:

a) Statiškai nesprendžiamojo dydžio Z integralas:

$$\int M_{(0)}dx=-\frac{1}{2}Pl\int_{\tau}^{1}(\xi-\tau)sd\xi=-\frac{1}{4}Pl^2\int_{\tau}^{1}(\xi-\tau)d\xi.$$



17 fig.

Iš čia:

$$\int M_{(0)}dx=-\frac{1}{8}Pl^2(1-\tau)^2.$$

Vietoje bendrosios abscisos $\tau=\frac{u}{s}$, įvedame tokią pat abscisą ζ sulig šiuo reiškiniu:

$$\zeta=\frac{z}{l}=\frac{s+u}{2s}=\frac{1}{2}(1+\tau),$$

arba $1+\tau=2\zeta$

ir $\tau=2\zeta-1$.

Gauname: $$\int M_{(0)}dx=-\frac{1}{2}Pl^2(1-\zeta)^2.$$

b) Statiškai nesprendžiamojo dydžio X integralas:

$$\int M_{(0)}ydx=-\frac{1}{4}Pfl^2\int_{\tau}^{1}(\xi-\tau)(k-\xi^2)d\xi=$$

$$=-\frac{1}{4}Pfl^2(1-\tau)\left(\frac{2k-1}{4}-\frac{6k-1}{12}\tau+\frac{1}{12}\tau^2+\frac{1}{12}\tau^3\right).$$

Kadangi $k=\frac{1}{3}$, tai: $\int M_{(0)}ydx=\frac{1}{48}Pfl^2(1-\tau^2)^2$.

Vietoje argumento $\tau=\frac{u}{s}$, įvedame bendrąją abscisą ζ sulig reiškiniu $\tau=2\zeta-1$. Gauname:

$$\int M_{(0)}ydx=\frac{1}{48}Pfl^2(2\zeta)^2[2(1-\zeta)]^2,$$

arba: $$\int M_{(0)}ydx=\frac{1}{3}Pfl^2\zeta^2(1-\zeta)^2.$$

c) Statiškai nesprendžiamojo dydžio Y integralas:

$$\int M_{(0)}\,x\,dx = -\frac{1}{2}Pl\int(\xi-\tau)s\xi\cdot sd\xi = -\frac{1}{8}Pl^3\int_{\tau}^{1}(\xi^2-\tau\xi)d\xi\,.$$

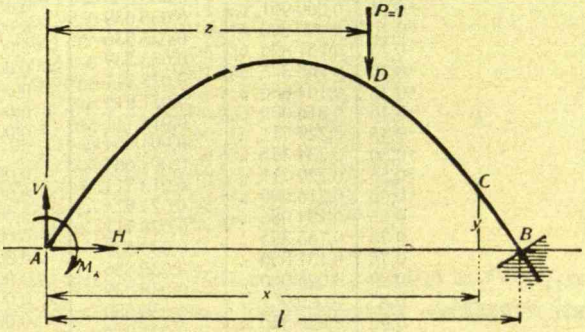
Iš čia:
$$\int M_{(0)}\,x\,dx = -\frac{1}{8}Pl^3\left[\frac{1}{3}\xi^3-\frac{1}{2}\tau\xi^2\right]_{\tau}^{1},$$

arba:
$$\int M_{(0)}\,x\,dx = -\frac{1}{48}Pl^3(1-\tau)^2(2+\tau)\,.$$

Pakeičiame bendrąją abscisą τ argumentu $\zeta=\frac{1}{2}(1+\tau)$:

$$\int M_{(0)}\,x\,dx = -\frac{1}{12}Pl^3(1-\xi)^2(1+2\zeta)\,.$$

Turėdami integralų $\int M_{(0)}dx$, $\int M_{(0)}y\,dx$ ir $\int M_{(0)}x\,dx$ reikšmes, nustatome ne tik statiškai nesprendžiamus dydžius Z, X ir Y (17 fig.), bet ir atramos A reakcijas H ir V ir jos momentą M_A (18 fig.).



18 fig.

Štai šių dydžių reikšmės:

$$H=X=\frac{45}{4f^2l}\int M_{(0)}y\,dx=\frac{15}{4}P\frac{l}{f}\zeta^2(1-\zeta)^2,$$

$$V=Y=-\frac{12}{l^3}\int M_{(0)}x\,dx-P(1-\zeta)^2(1+2\zeta)\,,$$

$$M_A=Z-Xy+Yx=Z+\frac{2}{3}\lambda f-\frac{1}{2}Yl=-\frac{1}{l}\int M_{(0)}dx+$$

$$+\frac{2}{3}\cdot\frac{15}{4}\frac{l}{f}\zeta^2(1-\zeta)^2fP-\frac{1}{2}(1-\zeta)^2(1+2\zeta)lP\,.$$

Iš čia:
$$M_A=-\frac{1}{2}\zeta(1-\zeta)^2(2-5\zeta)Pl\,.$$

Sutrumpinimo dėliai gautus rezultatus parašome šiaip:

(57) . . . . . $H=\eta_H P$, $V=\eta_V P$ ir $M_A=\eta_M Pl$.

Čia:

(58) . . . . . $\begin{cases}\eta_H=\frac{15}{4}\zeta^2(1-\zeta)^2\frac{l}{f}\,,\\ \eta_V=(1-\zeta)^2(1+2\zeta)\,,\\ \eta_M=-\frac{1}{2}\zeta(1+\zeta)^2(2-5\xi)\,.\end{cases}$

Yra tai statiškai neišsprendžiamų dydžių H, V ir M_A infliuentinės funkcijos. Jų kai kurias reikšmes su skirtumais duoda V – VII lentelės; pastarosios pritaikintos prie argumentų $\zeta = \frac{z}{l}$ ir jų prieauglių $\Delta\zeta = 0{,}05$.

V lentelės.

Infliuentiniai dydžiai $\eta_H = \frac{15}{4}(1-\zeta)^2\zeta^2\frac{l}{f}$.

$\zeta=\frac{z}{l}$	η_H	$\Delta^{(1)}\eta_H$	$\Delta^{(2)}\eta_H$
0,00	0,000 000 $\frac{l}{f}$		
		0,008 461 $\frac{l}{f}$	
0,05	0,008 461 „		0,013 453 $\frac{l}{f}$
		0,021 914 „	0,008 672 „
0,10	0,030 375 „		0,004 453 „
		0,030 586 „	0,000 797 „
0,15	0,060 961 „		— 0,002 297 „
		0,035 039 „	— 0,004 828 „
0,20	0,096 000 „		— 0,006 797 „
		0,035 836 „	— 0,008 203 „
0,25	0,131 836 „		— 0,009 047 „
		0,033 539 „	— 0,009 328 „
0,30	0,165 375 „		— 0,009 047 „
		0,028 711 „	— 0,008 203 „
0,35	0,194 086 „		— 0,006 797 „
		0,021 914 „	— 0,004 828 „
0,40	0,216 000 „		— 0,002 297 „
		0,013 711 „	0,000 797 „
0,45	0,229 711 „		0,004 453 „
		0,004 664 „	0,008 672 „
0,50	0,234 375 „		0,013 453 „
		— 0,004 664 „	
0,55	0,229 711 „		
		— 0,013 711 „	
0,60	0,216 000 „		
		— 0,021 914 „	
0,65	0,194 086 „		
		— 0,028 711 „	
0,70	0,165 375 „		
		— 0,033 539 „	
0,75	0,131 836 „		
		— 0,035 836 „	
0,80	0,096 000 „		
		— 0,035 039 „	
0,85	0,060 961 „		
		— 0,030 586 „	
0,90	0,030 375 „		
		— 0,021 914 „	
0,95	0,008 461 „		
		— 0,008 461 „	
1,00	0,000 000 „		

VI lentelės.

Infliuentiniai dydžiai $\eta_V = (1-\zeta)^2(1+2\zeta)$.

$\zeta=\frac{z}{l}$	η_V	$\Delta^{(1)}\eta_V$	$\Delta^{(2)}\eta_V$
0,00	1,000 00		
		— 0,007 25	
0,05	0,992 75		— 0,013 50
		— 0,020 75	— 0,012 00
0,10	0,972 00		— 0,010 50
		— 0,032 75	— 0,009 00
0,15	0,939 25		— 0,007 50
		— 0,043 25	— 0,006 00
0,20	0,896 00		— 0,004 50
		— 0,052 25	— 0,003 00
0,25	0,843 75		— 0,001 50
		— 0,059 75	0,000 00
0,30	0,784 00		0,001 50
		— 0,065 75	0,003 00
0,35	0,718 25		0,004 50
		— 0,070 25	0,006 00
0,40	0,648 00		0,007 50
		— 0,073 25	0,009 00
0,45	0,574 75		0,010 50
		— 0,074 75	0,012 00
0,50	0,500 00		0,013 50
		— 0,074 75	
0,55	0,425 25		
		— 0,073 25	
0,60	0,352 00		
		— 0,070 25	
0,65	0,281 75		
		— 0,065 75	
0,70	0,216 00		
		— 0,059 75	
0,75	0,156 25		
		— 0,052 25	
0,80	0,104 00		
		— 0,043 25	
0,85	0,060 75		
		— 0,032 75	
0,90	0,028 00		
		— 0,020 75	
0,95	0,007 25		
		— 0,007 25	
1,00	0,000 00		

VII lentelės.

Infliuentiniai dydžiai $\eta_M = -\frac{1}{2}\zeta(1-\zeta)^2(2-5\zeta)\,l$.

$\zeta=\frac{l}{z}$	η_M	$\Delta^{(1)}\eta_M$	$\Delta^{(2)}\eta_M$
0,00	0,000 000 l		
0,05	— 0,039 484 „	— 0,039 484 l	0,018 218 l
0,10	— 0,060 750 „	— 0,021 266 „	0,014 282 „
0,15	— 0,067 734 „	— 0,006 984 „	0,010 718 „
0,20	— 0,064 000 „	0,003 734 „	0,007 532 „
0,25	— 0,052 734 „	0,011 266 „	0,004 718 „
0,30	— 0,036 750 „	0,015 984 „	0,002 282 „
0,35	— 0,018 484 „	0,018 266 „	0,000 218 „
0,40	0,000 000 „	0,018 484 „	— 0,001 468 „
0,45	0,017 016 „	0,017 016 „	— 0,002 782 „
0,50	0,031 250 „	0,014 234 „	— 0,003 718 „
0,55	0,041 766 „	0,010 516 „	— 0,004 282 „
0,60	0,048 000 „	0,006 234 „	— 0,004 462 „
0,65	0,049 766 „	0,001 766 „	— 0,004 282 „
0,70	0,047 250 „	— 0,002 516 „	— 0,003 718 „
0,75	0,041 016 „	— 0,006 234 „	— 0,002 782 „
0,80	0,032 000 „	— 0,009 016 „	— 0,001 468 „
0,85	0,021 516 „	— 0,010 484 „	0,000 218 „
0,90	0,011 250 „	— 0,010 266 „	0,002 282 „
0,95	0,003 266 „	— 0,007 984 „	0,004 718 „
1,00	0,000 000 „	— 0,003 266 „	

Pavyzdys 6. Įtvirtintų galų parabolinė arka turi $l=8{,}0$ m ir $f=1^1/_3$ m. Atstume $z=2{,}0$ m nuo kairiosios atramos arka apkrauta vertikaline jėga $P=0{,}4$ t. Rasti atramines reakcijas ir įtvirtinimo momentus.

Sprendimas. Infliuentiniai dydžiai, atitinką kairiąją atramą ($\zeta=0{,}25$), yra:

$$\eta_H = 0{,}131\,836\,\frac{l}{f} = 0{,}131\,836\cdot\frac{8{,}0\cdot 3}{4} = 0{,}79\,102\,,$$

$$\eta_V = 0{,}843\,75 \text{ ir } \eta_M = -0{,}052\,734\,l = -0{,}42\,187 \text{ m}\,.$$

Tokie pat dydžiai, atitinką dešiniąją atramą ($\zeta=0{,}75$):

$$\eta_H = 0{,}131\,836\cdot\frac{8{,}0\cdot 3}{4} = 0{,}79\,102\,,$$

$$\eta_V = 0{,}156\,25 \text{ ir } \eta_M = 0{,}041\,016\cdot 8{,}0 = 0{,}328\,13 \text{ m}\,.$$

Ieškomieji dydžiai:

Kairiajai atramai: $H=0{,}79\,102\cdot 0{,}4=0{,}316$ t, $V=0{,}843\,75\cdot 0{,}4=0{,}3375$ t,

$$M_A = -0{,}42\,187\cdot 0{,}4 = -0{,}169 \text{ tm}\,.$$

Dešiniajai atramai: $H=0{,}79\,102\cdot 0{,}4=0{,}316$ t, $V=0{,}156\,25\cdot 0{,}4=0{,}0627$ t,

$$M_B = 0{,}32\,813\cdot 0{,}4 = 0{,}131 \text{ tm}\,.$$

Pavyzdys 7. Pereito pavyzdžio arkai išskaičiuoti lenkimo momentus.

Sprendimas. Dalijame arką į 20 dalių, turinčių vienodas projekcijas abscisų ašyje. Naudodamies lenkimo momentų formule $M_x = M_{(0)} + M_A -$

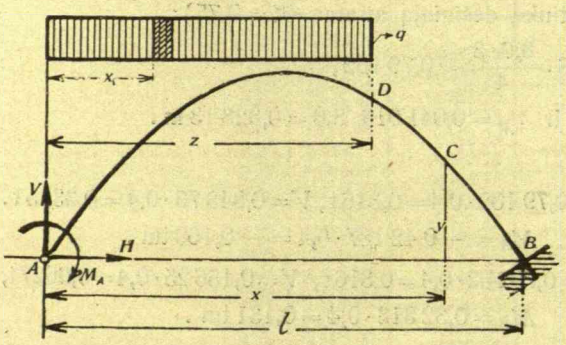
$-Hy+Vx$, skaičiuojame ieškomuosius dydžius tų dalių sudūrimams. Skaičiuotės rezultatai dedami žemiau einančioje santraukoje:

Santrauka.

Arkos piūviai	Atpalaiduotos sistemos lenkimo momentai $M_{(0)}$ kgm	Įtvirtinimo momentas M_A kgm	Koordinatos m		Skėtimo jėgos momentas Hy kgm	Atraminės reakcijos V momentas Vx kgm	Statiškai neišsprendžiamos sistemos lenkimo momentas M_x kgm
			x	y			
A	—	—169	0,0	0,000	0	0	—169
I	—	„	0,4	0,253	80	135	— 114
II	—	„	0,8	0,480	152	270	— 51
III	—	„	1,2	0,680	215	405	21
IV	—	„	1,6	0,853	270	540	101
V	—	„	2,0	1,000	316	675	190
VI	— 160	„	2,4	1,120	354	810	127
VII	— 320	„	2,8	1,213	383	945	73
VIII	— 480	„	3,2	1,280	404	1080	27
IX	— 640	„	3,6	1,320	417	1215	— 11
m	— 800	„	4,0	1,333	421	1350	— 40
IX′	— 960	„	4,4	1,320	417	1485	— 61
VIII′	—1120	„	4,8	1,280	404	1620	— 73
VII′	—1280	„	5,2	1,213	383	1755	— 77
VI′	—1440	„	5,6	1,120	354	1890	— 73
V′	—1600	„	6,0	1,000	316	2025	— 60
IV′	—1760	„	6,4	0,853	270	2160	— 39
III′	—1920	„	6,8	0,680	215	2295	— 9
II′	—2080	„	7,2	0,480	152	2430	29
I′	—2240	„	7,6	0,253	80	2565	76
B	—2400	„	8,0	0,000	0	2700	131

Šioje santraukoje priimta $H=316$ kg, $V=337{,}5$ kg. A ir B yra atraminiai arkos piūviai, m jos šelmuo.

§ 11. Parabolinė arka apkrauta vienodai išskirstytu sloginiu.



19 fig.

Įtvirtintų galų arkos atpalaiduota pagrindinė sistema (19 fig.) apkrauta nuo atramos A iki piūviui D vienodai išskirstytu sloginiu intensyvumo q projekcijoje. Reikia nustatyti šios arkos atraminiam piūviui A įtvirtinimo momentą M_A ir reakcijas H ir V.

Iš viso apkrovimo išskiriame be galo mažą dalelę $dQ=qdx_1=qld\xi_1$. Tai dalelei pridera:

$$dH = \eta_H dQ = \frac{15}{4} q \frac{l^2}{f} \xi_1^2 (1-\xi_1)^2 d\xi_1 ,$$

$$dV = \eta_V dQ = ql(1-\xi_1)^2(1+2\xi_1) d\xi_1 ,$$

$$dM_A = \eta_M dQ = -\frac{1}{2} ql^2 (1-\xi_1)^2 (2-5\xi_1) \xi_1 d\xi_1 .$$

Tokius statiškai neišsprendžiamus dydžius duoda ir visi kiti apkrovimo elementai. Tuos dydžius atitinkamai sudėję gauname ieškomąsias atramines reakcijas H ir V ir įtvirtinimo momentą M_A:

$$H = \frac{15}{4} q \frac{l^2}{f} \int_0^\zeta \xi_1^2 (1-\xi_1)^2 d\xi_1 = \frac{1}{8} \frac{l^2}{f} \zeta^3 (10 - 15\zeta + 6\zeta^2) q ,$$

$$V = ql \int_0^\zeta (1-\xi_1)^2 (1+2\xi_1) d\xi_1 = \frac{1}{2} \zeta (2 - 2\zeta^2 + \zeta^3) ql ,$$

$$M_A = -\frac{1}{2} ql^2 \int_0^\zeta \xi_1 (1-\xi_1)^2 (2-5\xi_1) d\xi_1 = -\frac{1}{2} \zeta^2 (1-\zeta)^3 ql^2 .$$

Šių reiškinių koeficientai prie q sudaro infliuentines funkcijas bendrosios abscisos ζ. Tas funkcijas žymime raidėmis:

$$(59) \ldots \ldots \ldots \begin{cases} \omega_H = \frac{1}{8} (10 - 15\zeta + 6\zeta^2) \zeta^3 \frac{l^2}{f} , \\ \omega_V = \frac{1}{2} (2 - 2\zeta^2 + \zeta^3) \zeta l , \\ \omega_M = -\frac{1}{2} (1-\zeta)^3 \zeta^2 l^2 . \end{cases}$$

Perrašę su šiais ženklais formules, gauname:

(60) . . . . . $H = q\omega_H$, $V = q\omega_V$ ir $M_A = q\omega_M$.

Infliuentinės funkcijos ω_H, ω_V ir ω_M priklauso bendros abscisos ζ ir tinka visokių angų parabolinėms arkoms. Jų kai kurias reikšmes su skirtumais duoda VIII—X lentelės.

Pavyzdys 8. Įtvirtintų galų parabolinė arka, turinti $l = 8{,}0$ m ir $f = 1^1/_3$ m, yra apkrauta ištisai vienodai išskirstytu nuolatiniu sloginiu $g = 0{,}16$ t/m ir iki pusei angos laikinuoju — $p = 0{,}10$ t/m projekcijos. Rasti atramines reakcijas H ir V ir įtvirtinimo momentą M_A.

Sprendimas. Infliuentiniai dydžiai, atitinką nuolatinį apkrovimą $g = 0{,}16$ t/m, turintį $\zeta = 1$, yra:

$$\omega_H = 0{,}125 \frac{l^2}{f} = \frac{1}{8} \cdot \frac{8^2 \cdot 3}{4} = 6{,}00 \text{ m}, \quad \omega_V = 0{,}500 l = 0{,}5 \cdot 8{,}0 = 4{,}00 \text{ m} \text{ ir } \omega_M = 0 .$$

Taigi: $H_g = 6{,}00 \cdot 0{,}16 = 0{,}96$ t, $V_g = 4{,}00 \cdot 0{,}16 = 0{,}64$ t ir $M_{Ag} = 0$.

Infliuentiniai dydžiai, atitinką laikinąjį apkrovimą $p = 0{,}10$ t/m, turintį $\zeta = 0{,}5$, yra:

VIII lentelės.

Influentiniai dydžiai $\omega_H = \frac{1}{8}(10-15\zeta+6\zeta^2)\zeta^3\frac{l^2}{f}$.

$\zeta=\frac{z}{l}$	ω_H	$\Delta^{(1)}\omega_H$	$\Delta^{(2)}\omega_H$
0,00	0,000 000 $\frac{l^2}{f}$		
		0,000 145 $\frac{l^2}{f}$	
0,05	0,000 145 „		0,000 780 $\frac{l^2}{f}$
		0,000 925 „	
0,10	0,001 070 „		0,001 331 „
		0,002 256 „	
0,15	0,003 326 „		0,001 658 „
		0,003 914 „	
0,20	0,007 240 „		0,001 785 „
		0,005 699 „	
0,25	0,012 939 „		0,001 747 „
		0,007 446 „	
0,30	0,020 385 „		0,001 565 „
		0,009 011 „	
0,35	0,029 396 „		0,001 273 „
		0,010 284 „	
0,40	0,039 680 „		0,000 895 „
		0,011 179 „	
0,45	0,050 859 „		0,000 462 „
		0,011 641 „	
0,50	0,062 500 „		0,000 000 „
		0,011 641 „	
0,55	0,074 141 „		— 0,000 462 „
		0,011 179 „	
0,60	0,085 320 „		— 0,000 895 „
		0,010 284 „	
0,65	0,095 604 „		— 0,001 273 „
		0,009 011 „	
0,70	0,104 615 „		— 0,001 565 „
		0,007 446 „	
0,75	0,112 061 „		— 0,001 747 „
		0,005 699 „	
0,80	0,117 760 „		— 0,001 785 „
		0,003 914 „	
0,85	0,121 674 „		— 0,001 658 „
		0,002 256 „	
0,90	0,123 930 „		— 0,001 331 „
		0,000 925 „	
0,95	0,124 855 „		— 0,000 780 „
		0,000 145 „	
1,00	0,125 000 „		

IX lentelės.

Influentiniai dydžiai $\omega_V = \frac{1}{2}(2-2\zeta^2+\zeta^3)\zeta l$.

$\zeta=\frac{z}{l}$	ω_V	$\Delta^{(1)}\omega_H$	$\Delta^{(2)}\omega_H$
0,00	0,000 000 l		
		0,049 878 l	
0,05	0,049 878 „		— 0,000 706 l
		0,049 172 „	
0,10	0,099 050 „		— 0,001 344 „
		0,047 828 „	
0,15	0,146 878 „		— 0,001 906 „
		0,045 922 „	
0,20	0,192 800 „		— 0,002 394 „
		0,043 528 „	
0,25	0,236 328 „		— 0,002 806 „
		0,040 722 „	
0,30	0,277 050 „		— 0,003 144 „
		0,037 578 „	
0,35	0,314 628 „		— 0,003 406 „
		0,034 172 „	
0,40	0,348 800 „		— 0,003 594 „
		0,030 578 „	
0,45	0,379 378 „		— 0,003 706 „
		0,026 872 „	
0,50	0,406 250 „		— 0,003 744 „
		0,023 128 „	
0,55	0,429 378 „		— 0,003 706 „
		0,019 422 „	
0,60	0,448 800 „		— 0,003 594 „
		0,015 828 „	
0,65	0,464 628 „		— 0,003 406 „
		0,012 422 „	
0,70	0,477 050 „		— 0,003 144 „
		0,009 278 „	
0,75	0,486 328 „		— 0,002 806 „
		0,006 472 „	
0,80	0,492 800 „		— 0,002 394 „
		0,004 078 „	
0,85	0,496 878 „		— 0,001 906 „
		0,002 172 „	
0,90	0,499 050 „		— 0,001 344 „
		0,000 828 „	
0,95	0,499 878 „		— 0,000 706 „
		0,000 122 „	
1,00	0,500 000 „		

X lentelės.

Infliuentiniai dydžiai $\omega_M = -\frac{1}{2}(1-\zeta)^3\zeta^2 l^2$.

$\zeta=\frac{z}{l}$	ω_M	$\Delta^{(1)}\omega_M$	$\Delta^{(2)}\omega_M$
0,00	— 0,000 000 l^2		
0,05	— 0,001 072 „	— 0,001 072 l^2	
0,10	— 0,003 645 „	— 0,002 573 „	— 0,001 501 l^2
0,15	— 0,006 909 „	— 0,003 264 „	— 0,000 691 „
0,20	— 0,010 240 „	— 0,003 331 „	— 0,000 067 „
0,25	— 0,013 184 „	— 0,002 944 „	0,000 387 „
0,30	— 0,015 435 „	— 0,002 251 „	0,000 693 „
0,35	— 0,016 821 „	— 0,001 386 „	0,000 865 „
0,40	— 0,017 280 „	— 0,000 459 „	0,000 927 „
0,45	— 0,016 845 „	0,000 435 „	0,000 894 „
0,50	— 0,015 625 „	0,001 220 „	0,000 785 „
0,55	— 0,013 783 „	0,001 842 „	0,000 622 „
0,60	— 0,011 520 „	0,002 263 „	0,000 421 „
0,65	— 0,009 057 „	0,002 463 „	0,000 200 „
0,70	— 0,006 615 „	0,002 442 „	— 0,000 021 „
0,75	— 0,004 395 „	0,002 220 „	— 0,000 222 „
0,80	— 0,002 560 „	0,001 835 „	— 0,000 385 „
0,85	— 0,001 219 „	0,001 341 „	— 0,000 494 „
0,90	— 0,000 405 „	0,000 814 „	— 0,000 527 „
0,95	— 0,000 056 „	0,000 349 „	— 0,000 465 „
1,00	— 0,000 000 „	0,000 056 „	— 0,000 293 „

$$\omega_H = 0{,}0625 \cdot \frac{8{,}0^2 \cdot 3}{4} = 3{,}00\,\text{t}, \quad \omega_V = 0{,}406\,25 \cdot 8{,}0 = 3{,}25\,\text{m} \text{ ir}$$

$$\omega_M = -0{,}015\,625 \cdot 8{,}0^2 = -1{,}00\,\text{m}^2.$$

Taigi: $H_p = 3{,}00 \cdot 0{,}10 = 0{,}300\,\text{t}$, $V_p = 3{,}25 \cdot 0{,}10 = 0{,}325\,\text{t}$ ir

$$M_{Ap} = -1{,}00 \cdot 0{,}10 = -0{,}100\,\text{tm}.$$

Ieškomosios atraminės reakcijos ir momentas:

$$H = 0{,}960 + 0{,}300 = 1{,}260\,\text{t}, \quad V = 0{,}640 + 0{,}325 = 0{,}965\,\text{t} \text{ ir}$$

$$M_A = 0{,}000 + (-0{,}100) = -0{,}100\,\text{tm}.$$

Pavyzdys 9. Pereito pavyzdžio arkos piūviams išskaičiuoti lenkimo momentus.

Sprendimas. Dalijame arką į 20 dalių, turinčių abscisų ašyje vienodas projekcijas. Tų dalių susidūrimams skaičiuojame lenkimo momentus nuo aktyvinių apkrovimų sulig formulėmis:

Kairiajai angos pusei, apkrautai nuolatiniu ir laikinuoju sloginiais:

$$M_{(\omega)} = \frac{1}{2}(p+g)x^2 = \frac{1}{2}(p+g)l^2\zeta^2, \text{ kur } \zeta = \frac{x}{l}.$$

Dešiniajai angos pusei, apkrautai tik nuolatiniu sloginiu:

$$M_{(\omega)} = \frac{1}{2}pl\left(x - \frac{l}{4}\right) + \frac{gx^2}{4} = \frac{1}{2}(p+g\zeta)l^2\zeta - \frac{1}{8}pl^2.$$

kaičiavimo rezultatai matyti I santraukoje, kurią čia dedame:

I santrauka.

$\zeta=\frac{z}{l}$	$\frac{1}{2}(p+g)l^2$	ζ^2	$M_{(0)}$ tm	$\zeta=\frac{z}{l}$	$\frac{1}{2}(p+g\zeta)l^2$	$M_{(0)}$ tm	Pastabos
0,00	8,32	0,0000	0,0000	0,50	5,760	2,0800	$\frac{1}{2}(p+g)l^2=\frac{1}{2}\cdot 0{,}26\cdot 64=8{,}32$ tm.
0,05	„	0,0025	0,0208	0,55	6,016	2,5088	
0,10	„	0,0100	0,0832	0,60	6,272	2,9632	
0,15	„	0,0225	0,1872	0,65	6,528	3,4432	$\frac{1}{2}(p+g\zeta)l^2=0{,}05\cdot 64+0{,}08\cdot 64\zeta=$
0,20	„	0,0400	0,3328	0,70	6,784	3,9488	$=3{,}20+5{,}12\zeta$.
0,25	„	0,0625	0,5200	0,75	7,040	4,4800	
0,30	„	0,0900	0,7488	0,80	7,296	5,0368	
0,35	„	0,1225	1,0192	0,85	7,552	5,6192	
0,40	„	0,1600	1,3312	0,90	7,808	6,2272	$\frac{1}{8}pl^2=0{,}8$ tm.
0,45	„	0,2025	1,6848	0,95	8,064	6,8608	
0,50	„	0,2500	2,0800	1,00	8,320	7,5200	

Turėdami atpalaiduotai sistemai priderančius dydžius $M_{(0)}$, M_A, H ir V ir naudodamies formule

$$M_x = M_{(0)} + M_A - Hy + Vx$$

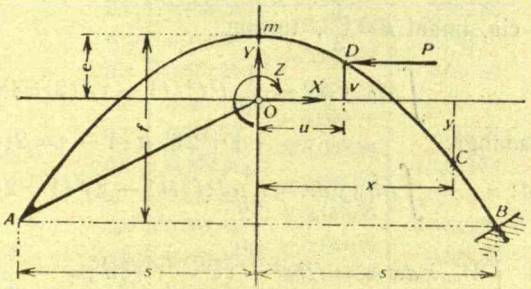
nustatome ieškomuosius lenkimo momentus arkai, kaip suvaržytai statiškai neišsprendžiamai sistemai. Atitinkama tokių momentų skaičiuotė atlikta II santraukoje.

II santrauka.

Piūviai	Piūvių koordinatos m		$M_{(0)}$	Hy	Vx	M_x	Pastabos
	x	y	tm	tm	tm	tm	
A	0,0	0,000	— 0,0000	0,0000	0,0000	— 0,1000	$H=0{,}96+0{,}30=1{,}26$ t,
I	0,4	0,253	— 0,0208	0,3188	0,3860	— 0,0536	
II	0,8	0,480	— 0,0832	0,6048	0,7720	— 0,0160	$V=0{,}64+0{,}325=0{,}965$ t,
III	1,2	0,680	— 0,1872	0,8568	1,1580	0,0140	
IV	1,6	0,853	— 0,3328	1,0748	1,5440	0,0364	
V	2,0	1,000	— 0,5200	1,2600	1,9300	0,0500	$M_A=0{,}10$ tm.
VI	2,4	1,120	— 0,7488	1,4112	2,3160	0,0560	
VII	2,8	1,213	— 1,0192	1,5284	2,7020	0,0544	A ir B yra atraminiai, m šelmens piūviai.
VIII	3,2	1,280	— 1,3312	1,6128	3,0880	0,0440	
IX	3,6	1,320	— 1,6848	1,6632	3,4740	0,0260	
m	4,0	1,333	— 2,0800	1,6796	3,8600	0,0004	
IX′	4,4	1,320	— 2,5088	1,6632	4,2460	— 0,0260	
VIII′	4,8	1,280	— 2,9632	1,6128	4,6320	— 0,0440	
VII′	5,2	1,213	— 3,4432	1,5284	5,0180	— 0,0536	
VI′	5,6	1,120	— 3,9488	1,4112	5,4040	— 0,0560	
V′	6,0	1,000	— 4,4800	1,2600	5,7900	— 0,0500	
IV′	6,4	0,853	— 5,0358	1,0748	6,1760	— 0,0346	
III′	6,8	0,680	— 5,6192	0,8568	6,5620	— 0,0140	
II′	7,2	0,480	— 6,2272	0,6048	6,9480	0,0160	
I′	7,6	0,253	— 6,8608	0,3188	7,3340	0,0544	
B	8,0	0,000	— 7,5200	0,0000	7,7200	0,1000	

§ 12. Parabolinė arka apkrauta gulsčia jėga.

Dviejų įtvirtintų galų A ir B parabolinė arka piūvyje D apkrauta gulsčia jėga P (20 fig.). Reikia nustatyti atramai A reakcijas H ir V ir įtvirtinimo momentą M_A.



20 fig.

Išvedame koordinatų sistemą XOY su pradžia redukuoto konturo svorio centre O ir, pritvirtinę prie arkos galo A absoliučiai standų strypą OA, arką atpalaiduojame. Kad jos būklė nepakitėtų, gale O strypą apkrauname koordinatų krypties jėgomis X ir Y ir momentų Z. Šitie dydžiai, kaip anksčiau sužinota (56-tosios formulės), reiškiami:

$$X=\frac{45}{4lf^2}\int M_{(0)}y\,dx,\quad Y=-\frac{12}{l^3}\int M_{(0)}x\,dx \text{ ir } Z=-\frac{1}{l}\int M_{(0)}dx.$$

Šių reiškinių integralai yra išplėsti tik ant arkos lanko DB. Jiems išspręsti imame to lanko piūvį C ir jam rašome atpalaiduotos sistemos momentą nuo aktyvinio apkrovimo P:

$$M_{(0)}=-P(v-y).$$

Čia: $v=f\left[k-\left(\frac{u}{s}\right)^2\right]=f(k-\tau^2)$ — yra piūvio D ordinata,

$y=f(k-\xi^2)$ — piūvio C ordinata,

$\frac{u}{s}=\tau$ ir $\frac{x}{s}=\xi$ — tų piūvių bendrosios abscisos.

Taigi: $$M_{(0)}=-Pf(\xi^2-\tau^2).$$

Naudodamies šiuo rezultatu nustatome statiškai neišsprendžiamų dydžių X, Y ir Z integralus:

a) $$\int M_{(0)}dx=s\int_\tau^1 M_{(0)}d\xi=-Psf\int_\tau^1(\xi^2-\tau^2)\,d\xi=$$

$$=-\frac{1}{3}Psf(1-\tau)(1+\tau-2\tau^2)=-\frac{1}{6}Plf(1-\tau)^2(1+2\tau).$$

Kadangi:

$$\tau=\frac{u}{s}=\frac{2(z-s)}{2s}=2\zeta-1;\quad 1-\tau=2(1-\zeta) \text{ ir } 1+\tau=2\zeta,$$

tai: $$\int M_{(0)}dx=\frac{2}{3}Pfl(1-\zeta)(1\quad 5\zeta+4\zeta^2)=\frac{2}{3}Plf(1-\zeta)^2(1-4\zeta).$$

b) $$\int M_{(0)} y\,dx = -Pf^2 \int (\xi^2 - \tau^2)(k - \xi^2) s\,d\xi =$$

$$= -\frac{1}{2} Plf^2 \int_\tau^1 (-k\tau^2 + k\xi^2 + \tau^2\xi^2 - \xi^4)\,d\xi .$$

Iš čia, imant $k = \frac{1}{3}$, turime:

$$\int M_{(0)} y\,dx = \frac{1}{45} Pf^2 l (1-\tau)^2 (2 + 4\tau + 6\tau^2 + 3\tau^3) .$$

Kadangi: $\tau = -1 + 2\zeta$ ir $1 - \tau = 2(1 - \zeta)$,

tai: $$\int M_{(0)} y\,dx = \frac{4}{45} Pf^2 l (1-\xi)^2 (1 + 2\zeta - 12\zeta^2 + 24\zeta^3) .$$

c) $$\int M_{(0)} x\,dx = -Pfs^2 \int_\tau^1 (\xi^2 - \tau^2)\xi\,d\xi = -\frac{1}{4} Pl^2 f \int_\tau^1 (\xi^3 - \tau^2\xi)\,d\xi .$$

Iš čia: $$\int M_{(0)} x\,dx = -\frac{1}{16} Pl^2 f (1 - \tau^2)^2 .$$

Kadangi: $1 - \tau = 2(1 - \zeta)$ ir $1 + \tau = 2\zeta$,

tai: $$\int M_{(0)} x\,dx = -Pl^2 f \zeta^2 (1 - \zeta)^2 .$$

Gautas integralų reikšmes įstatome į dydžių X, Y ir Z reiškinius. Gauname:

$$X = (1 - \zeta)^2 (1 + 2\zeta - 12\zeta^2 + 24\zeta^3) P ,$$

$$Y = 12(1 - \zeta)^2 \zeta^2 \frac{f}{l} P ,$$

$$Z = -\frac{2}{3}(1 - 5\zeta + 4\zeta^2)(1 - \zeta) fP = -\frac{2}{3}(1 - \zeta)^2 (1 - 4\zeta) fP .$$

Naudodamies šiais statiškai neišsprendžiamais dydžiais, nustatome atramai A reakcijas ir įtvirtinimo momentą:

(61) ...
$$\begin{cases} H = X = \eta_H P , \\ V = Y = \eta_V P , \\ M_A = Z + \frac{2}{3} fX - \frac{l}{2} Y = 2\zeta (1 - \zeta)^2 (2 - 7\zeta + 8\zeta^2) f P = \eta_M P . \end{cases}$$

Čia: (62) ...
$$\begin{cases} \eta_H = (1 - \zeta)^2 (1 + 2\zeta - 12\zeta^2 + 24\zeta^3) , \\ \eta_V = 12\zeta^2 (1 - \zeta)^2 \frac{f}{l} , \\ \eta_M = 2\zeta (1 - \zeta)^2 (2 - 7\zeta + 8\zeta^2) f . \end{cases}$$

Šių funkcijų kai kurias reikšmes su jų skirtumais gauname iš lentelių XI—XIII.

Pavyzdys 10. Parabolinė įtvirtintais galais arka turi $l = 8{,}0$ m. ir $f = 1\frac{1}{3}$ m. Aukštume $h = 1{,}0$ m, kairėje pusėje, ji apkrauta gulsčia jėga $P = 0{,}12$ t, nukreipta į dešinę. Rasti atramai A reakcijas ir įtvirtinimo momentą.

XI lentelės.

Infliuentiniai dydžiai

$\eta_H = (1-\zeta)^2(1+2\zeta-12\zeta^2+24\zeta^3)$.

$\zeta=\frac{z}{l}$	η_H	$\Delta^{(1)}\eta_H$	$\Delta^{(2)}\eta_H$
0,0	1,000 00		
		— 0,105 76	
0,1	0,894 24		— 0,076 80
		— 0,182 56	
0,2	0,711 68		0,043 20
		— 0,139 36	
0,3	0,572 32		0,076 80
		— 0,062 56	
0,4	0,509 76		0,052 80
		— 0,009 76	
0,5	0,500 00		0,000 00
		— 0,009 76	
0,6	0,490 24		— 0,052 80
		— 0,062 56	
0,7	0,427 68		— 0,076 80
		— 0,139 36	
0,8	0,288 32		— 0,043 20
		— 0,182 56	
0,9	0,105 76		0,076 80
		— 0,105 76	
1,0	0,000 00		

XII lentelės.

Infliuentiniai dydžiai

$\eta_V = 12\zeta^2(1-\zeta)^2\frac{f}{l}$

$\zeta=\frac{z}{l}$	η_V	$\Delta^{(1)}\eta_V$	$\Delta^{(2)}\eta_V$
0,0	$0,0000\frac{f}{l}$		
		$0,0972\frac{f}{l}$	
0,1	0,0972 „		$0,1128\frac{f}{l}$
		0,2100 „	
0,2	0,3072 „		0,0120 „
		0,2220 „	
0,3	0,5292 „		— 0,0600 „
		0,1620 „	
0,4	0,6912 „		— 0,1032 „
		0,0588 „	
0,5	0,7500 „		— 0,1176 „
		— 0,0588 „	
0,6	0,6912 „		— 0,1032 „
		— 0,1620 „	
0,7	0,5292 „		— 0,0600 „
		— 0,2220 „	
0,8	0,3072 „		0,0120 „
		— 0,2100 „	
0,9	0,0972 „		0,1128 „
		— 0,0972 „	
1,0	0,0000 „		

XIII lentelės.

Infliuentiniai dydžiai

$\eta_M = 2\zeta(1-\zeta)^2(2-7\zeta+8\zeta^2)f$.

$\zeta=\frac{z}{l}$	η_M	$\Delta^{(1)}\eta_M$	$\Delta^{(2)}\eta_M$
0,0	0,000 00 f		
		0,223 56 f	
0,1	0,223 56 „		— 0,211 60 f
		0,011 96 „	
0,2	0,235 52 „		— 0,065 20 „
		— 0,053 24 „	
0,3	0,182 28 „		0,009 20 „
		— 0,044 04 „	
0,4	0,138 24 „		0,030 80 „
		— 0,013 24 „	
0,5	0,125 00 „		0,018 80 „
		0,005 56 „	
0,6	0,130 56 „		— 0,007 60 „
		— 0,002 04 „	
0,7	0,128 52 „		— 0,029 20 „
		— 0,031 24 „	
0,8	0,097 28 „		— 0,026 80 „
		— 0,058 04 „	
0,9	0,039 24 „		0,018,80 „
		— 0,039 24 „	
1,0	0,000 00 „		

Sprendimas. Iš lygčių $y = 4f\zeta(1-\zeta)$ randame piūvio D bendrą abscisą:

$$\zeta = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{y}{4f}} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{3}{16}} = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{4}.$$

Iš čia tinkama reikšmė $\zeta = \frac{1}{4} = 0{,}25$.

Infliuentinių funkcijų reikšmės:

$$\eta_{iH} = 0{,}71168 - 0{,}5 \cdot 0{,}139\,36 - 0{,}5 \cdot \frac{0{,}04320 + 0{,}07680}{2} \cdot 0{,}5 \;\; 0{,}5 = 0{,}6345,$$

$$\eta_{iV} = (0{,}3072 + 0{,}5 \cdot 0{,}2220 - 0{,}5 \cdot \frac{0{,}0120 - 0{,}0600}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5) \frac{i}{l} =$$

$$= 0{,}4212 \cdot \frac{4}{3 \cdot 8} = 0{,}0702,$$

$$\eta_{iM} = (0{,}235\,52 - 0{,}5 \cdot 0{,}053\,24 + 0{,}5 \cdot \frac{0{,}065\,20 - 0{,}009\,20}{2} \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}5) f = 0{,}2832\,\text{m}.$$

Ieškomieji dydžiai, atitinką apkrovimą $P = -120\,\text{kg}$, yra:

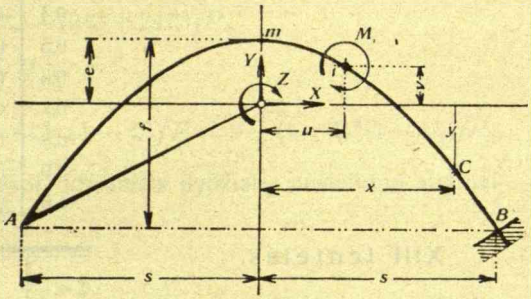
$$H = \eta_{iH} P = -0{,}6345 \cdot 120 = -76{,}1\,\text{kg},$$

$$V = \eta_{iV} P = -0{,}0702 \cdot 120 = -8{,}42\,\text{kg},$$

$$M_A = \eta_{iM} P = -0{,}2832 \cdot 120 = -33{,}98\,\text{kgm}.$$

§ 13. Parabolinė arka apkrauta momentu.

Turime tokią arką. Jos piūvį i veikia apkrovimas, duodąs momentą M_i. Vaizduojamės atitinkamą pagrindinę statiškai išsprendžiamą sistemą (21 fig.). Šios sistemos piūvio C lenkimo momentas yra $M_{(0)} = M_i$. Jos statiškai neišsprendžiamų dydžių X, Y ir Z integralai bus:



21 fig.

a) $$\int M_{(0)} y\,dx = \int M_i f(k - \xi^2) s\,d\xi = \frac{1}{2} M_i f l \int_\tau^1 (k - \xi^2) d\xi.$$

Iš čia, imant $k = \frac{1}{3}$, gauname:

$$\int M_{(0)} y\,dx = -\frac{1}{6} M_i f l \tau (1 - \tau^2).$$

Kadangi: $\tau = -1 + 2\zeta$, $1 - \tau = 2(1 - \zeta)$ ir $1 + \tau = 2\zeta$,

tai: $$M_{(0)} y\,dx = \frac{2}{3} \zeta (1 - \zeta)(1 - 2\zeta) f l M_i.$$

b) $$\int M_{(0)} x\,dx = M_i \left[\frac{x^2}{2}\right]_u^s = \frac{1}{2} M_i s^2 \left[\xi^2\right]_\tau^1 = \frac{1}{8} M_i l^2 (1 - \tau^2).$$

Kadangi: $1-\tau=2(1-\zeta)$ ir $1+\tau=2\zeta$,

tai: $\int M_{(0)}\,x\,dx=\frac{1}{2}\zeta(1-\zeta)l^2M_i$.

c) $\int M_{(0)}dx=M_i s\int_0^1 d\xi=\frac{1}{2}M_i l(1-\tau)$. Įstatę vietoje $1-\tau$ jo reikšmę gauname: $\int M_{(0)}dx=(1-\zeta)lM_i$.

Naudodamies nustatytomis integralų reikšmėmis ir 56-tomis formulėmis, statiškai nesprendžiamiems dydžiams gauname:

$$X=\frac{15}{2}\zeta(1-\zeta)(1-2\zeta)\frac{1}{f}\cdot M_i,$$

$$Y=-6\zeta(1-\zeta)\frac{1}{l}\cdot M_i,$$

$$Z=-(1-\zeta)M_i.$$

Tie dydžiai duoda:

$$(61)\ldots\begin{cases}H=X=\eta_H M_i=\frac{15}{2}\zeta(1-\zeta)(1-2\zeta)\frac{1}{f}M_i,\\ V=Y=\eta_V M_i=-6\zeta(1-\zeta)\frac{1}{l}M_i,\end{cases}$$

$$M_A=Z+\frac{2}{3}Xf-\frac{1}{2}Yl=[-(1-\zeta)+5\zeta(1-\zeta)(1-2\zeta)+3\zeta(1-\zeta)]M_i.$$

Iš čia:

$$(62)\ldots M_A=\eta_M M_i=-(1-\zeta)(1-8\zeta+10\zeta^2)M_i.$$

Šiuose reiškiniuose:

$$(63)\ldots\ldots\ldots\begin{cases}\eta_H=\frac{15}{2}\zeta(1-\zeta)(1-2\zeta)\frac{1}{f},\\ \eta_V=-6\zeta(1-\zeta)\frac{1}{l},\\ \eta_M=-(1-\zeta)(1-8\zeta+10\zeta^2).\end{cases}$$

Šių infliuentinių funkcijų kai kurias reikšmes su jų skirtumais gaunume iš XIV lentelių.

XIV lentelės.

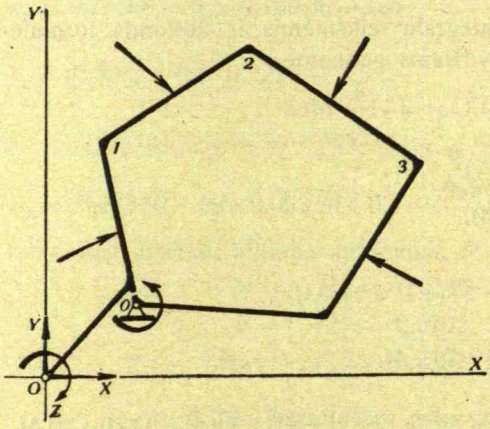
$\frac{z}{l}=\xi$	η_H	$\Delta^{(1)}\eta_H$	$\Delta^{(2)}\eta_H$	η_V	$\Delta^{(1)}\eta_V$	$\Delta^{(2)}\eta_V$	η_M	$\Delta^{(1)}\eta_M$	$\Delta^{(2)}\eta_M$
0,0	$0,0\,000\frac{1}{f}$			$0,00\,000\frac{1}{l}$			−1,00		
		$0,5\,400\frac{1}{f}$			$-0,01\,500\frac{1}{l}$			0,73	
0,1	0,5 400 „		$-0,3\,600\frac{1}{f}$	−0,01 500 „		$0,00\,333\frac{1}{l}$	−0,27		−0,30
		0,1 800 „			−0,01 167 „			0,43	
0,2	0,7 200 „		−0,2 700 „	−0,02 667 „		0,00 333 „	0,16		−0,24
		−0,0 900 „			−0,00 833 „			0,19	
0,3	0,6 300 „		−0,1 800 „	−0,03 500 „		0,00 333 „	0,35		−0,18
		−0,2 700 „			−0,00 500 „			0,01	
0,4	0,3 600 „		−0,0 900 „	−0,04 000 „		0,00 333 „	0,36		−0,12
		−0,3 600 „			−0,00 167 „			−0,11	
0,5	0,0 000 „		0,0 000 „	−0,04 167 „		0,00 333 „	0,25		−0,06
		−0,3 600 „			0,00 167 „			−0,17	
0,6	−0,3 600 „		0,0 900 „	−0,04 000 „		0,00 333 „	0,08		0,00
		−0,2 700 „			0,00 500 „			−0,17	
0,7	−0,6 300 „		0,1 800 „	−0,03 500 „		0,00 333 „	−0,09		0,06
		−0,0 900 „			0,00 833 „			−0,11	
0,8	−0,7 200 „		0,2 700 „	−0,02 667 „		0,00 333 „	−0,20		0,12
		0,1 800 „			0,01 167 „			0,01	
0,9	−0,5 400 „		0,3 600 „	−0,01 500 „		0,00 333 „	−0,19		0,18
		0,5 400 „			0,01 500 „			0,19	
1,0	0,0 000 „			0,00 000 „			0,00		

III SKYRIUS.

Susivėrusių konturų rėmai.

§ 14. Pagrindinės lygtys.

Imame r strypų. Jų galus sudūrę ir sutvirtinę standžiais mazgais gauname laužtinę. Pastarosios pradžią ir galą sudūrę ir sutvirtinę tokiu pat mazgu, gauname rėmą susivėrusio daugiakampio pavidalo (22 fig.). Toksai rėmas, aprėpdamas vieną angą, yra tris kart statiškai neišsprendžiamas, ir jam turime sudaryti trejas pagrindines tamprumo lygtis. Tą toliau ir atliekame pasigaudami Klapeirono trijų momentų lygčių.



22 fig.

Pasirinkę strypų piūviams inercijos momentų bendrą reikšmę J, redukuojame sulig ja strypų ilgius $s'_k = \frac{J}{J_k} s_k$ ir rašome sakytąsias Klapeirono lygtis:

$$M_0 s'_1 + 2M_1(s'_1 + s'_2) + M_2 s'_2 = -6N_1 - 6EJ\vartheta_1$$
$$M_1 s'_2 + 2M_2(s'_2 + s'_3) + M_3 s'_3 = -6N_2 - 6EJ\vartheta_2$$
$$M_2 s'_3 + 2M_3(s'_3 + s'_4) + M_4 s'_4 = -6N_3 - 6EJ\vartheta_3$$
$$M_3 s'_4 + 2M_4(s'_4 + s'_5) + M_5 s'_5 = -6N_4 - 6EJ\vartheta_4$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$M_{r-2} s'_{r-1} + 2M_{r-1}(s'_{r-1} + s'_0) + M_0 s_0 = -6N_{r-1} - 6EJ\vartheta_{r-1}$$
$$M_{r-1} s_0 + 2M_0(s'_0 + s'_1) + M_1 s'_1 = -6N_0 - 6EJ\vartheta_0$$

Būdais, vartotais § 5, iš jų gauname šią lygčių sistemą:

$$(64) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \begin{cases} \Sigma L_k M_k = -\Sigma N_k \\ \Sigma K_{xk} M_k = -6\Sigma N_k y_k \\ \Sigma K_{yk} M_k = -6\Sigma N_k x_k \end{cases}$$

Čia:

$$(65) \quad \cdots\cdots\cdots \begin{cases} L_k = \frac{1}{2}(s'_k + s'_{k+1}), \\ K_{xk} = s'_k y_{k-1} + 2(s'_k + s'_{k+1}) y_k + s'_{k+1} y_{k+1} \\ K_{yk} = s'_k x_{k-1} + 2(s'_k + s'_{k+1}) x_k + s'_{k+1} x_{k+1} \end{cases}$$

64-tųjų lygčių sumos turi būti išplėstos ant visų mazgų. Lygtims spręsti piauname rėmą (skersai strypo 0 – 1) ties pat mazgu 0. Gauname pagrindinę statiškai išsprendžiamą sistemą. Kad jos būklė nepasikeistų, mazgą 0 pritvirtiname šarnyru ir čia pat apkrauname mazginiu momentu $-M_0$; be to, prie strypo 0 — 1 galo standžiai prijungiame deformacijai nepasiduo-

dantį ir einantį iki pat koordinatų pradžios strypą $0O$. To strypo galą apkrauname koordinatinių ašių kryptimis, atitinkamų didumų jėgomis X, Y ir momentu Z. Šiais dydžiais išreiškę rėmo mazginius momentus sulig formule $M_k = M_{(0)k} + Z - Xy_k + Yx_k$ ir įvedę juos į anksčiau išvestas lygtis, gauname:

$$Z\Sigma L_k - X\Sigma L_k y_k + Y\Sigma L_k x_k = -\Sigma N_k - \Sigma M_{(0)k} L_k ,$$
$$Z\Sigma K_{xk} - X\Sigma K_{xk} y_k + Y\Sigma K_{xk} x_k = -6\Sigma N_k y_k - \Sigma M_{(0)k} K_{xk} ,$$
$$Z\Sigma K_{yk} - X\Sigma K_{yk} y_k + Y\Sigma K_{yk} x_k = -6\Sigma N_k x_k - \Sigma M_{(0)k} K_{yk} .$$

Kaip ir § 5 čia reiškia:

$\Sigma L_k = \Sigma s'$ — rėmo redukuoto konturo perimetras,

$\left.\begin{matrix}\Sigma L_k y_k = S_x \\ \Sigma L_k x_k = S_y\end{matrix}\right\}$ rėmo redukuoto konturo statiškieji momentai sulig koordinatų ašimis,

$\left.\begin{matrix}\Sigma K_{xk} = 6S_x \\ \Sigma K_{yk} = 6S_y\end{matrix}\right\}$ tokie pat šešeriopi momentai,

$\left.\begin{matrix}\Sigma K_{xk} y_k = T_x \\ \Sigma K_{yk} x_k = T_y\end{matrix}\right\}$ rėmo redukuoto konturo šešeriopi inercijos momentai sulig koordinatų ašimis,

$\Sigma K_{xk} x_k = \Sigma K_{yk} y_k = T_{xy} = T_{yx}$ — to pat konturo šešeriopas išcentrinis momentas sulig koordinatų ašimis.

Inercijos momentams skaičiuoti čia irgi tinka anksčiau išvestos formulės, būtent:

$$(66)\ldots\ldots\ldots \begin{cases} T_x = 2\Sigma s'_k (y^2_{k-1} + y_{k-1} y_k + y^2_k), \\ T_y = 2\Sigma s'_k (x^2_{k-1} + x_{k-1} x_k + x^2_k), \\ T_{xy} = \Sigma s'_k (2x_{k-1} y_{k-1} + x_k y_{k-1} + x_{k-1} y_k + 2x_k y_k). \end{cases}$$

$$(67)\ldots\ldots\ldots \left.\begin{cases} -\Sigma N_k - \Sigma M_{(0)k} L_k = R_z , \\ -6\Sigma N_k y_k - \Sigma M_{(0)k} K_{(x)k} = R_x , \\ -6\Sigma N_k x_k - \Sigma M_{(0)k} K_{(y)k} = R_y . \end{cases}\right\} \text{apkrovimo nariai.}$$

Perrašę su šiais paženklinimais išvestąsias lygtis, gauname:

$$\begin{cases} Z\Sigma s' - XS_x + YS_y = R_z , \\ ZS_x - XT_x + YT_{xy} = R_x , \\ ZS_y - XT_{xy} + YT_y = R_y . \end{cases}$$

Ortogonalinę koordinatų sistemą XOY lygiagrečiai pastumiame tiek, kad jos pradžia sutaptų su rėmo redukuoto konturo svorio centru. Tuo atveju $S_x = S_y = O$. Taigi, lygčių sistema tampa:

$$\begin{cases} Z\Sigma s' = R_z , \\ -XT_x + YT_{xy} = R_x , \\ -XT_{xy} + YT_y = R_y . \end{cases}$$

Iš čia gauname (žiūr. § 5):

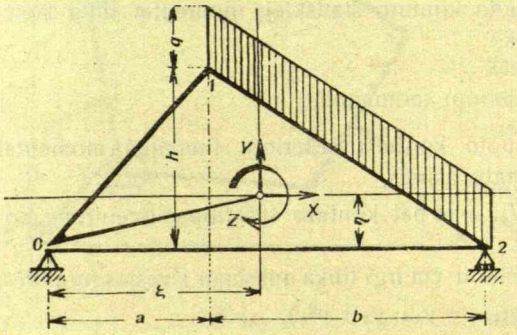
$$(68)\ldots\ldots\ldots\ldots \begin{cases} Z = \dfrac{R_z}{\Sigma s'} , \\ X = -\dfrac{R_x - R_y \operatorname{tg} \alpha_1}{T_x - T_{xy} \operatorname{tg} \alpha_1} , \\ Y = \dfrac{R_y - R_x \operatorname{cotg} \alpha_2}{T_y - T_{xy} \operatorname{cotg} \alpha_2} . \end{cases}$$

Čia:

(69) . . . . . $\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{T_{xy}}{T_y}$ ir $\operatorname{cotg}\alpha_2 = \frac{T_{xy}}{T_x}$.

Susivėrusio konturo simetriškam rėmui $T_{xy} = 0$ ir $\operatorname{tg}\alpha_1 = \operatorname{cotg}\alpha_2 = 0$. Taigi jam tinka:

(70) . . . . . $\begin{cases} Z = \frac{R_z}{\Sigma s'}, \\ X = -\frac{R_x}{T_x}, \\ Y = \frac{R_y}{T_y}. \end{cases}$



23 fig.

Pavyzdys 11*). Vienodų skersinių piūvių trikampinis rėmas (23 fig.) turi $s_1 = 5{,}3$ m, $s_2 = 7{,}2$ m ir $s_3 = 9{,}5$ m. Jo strypas 1—2 apkrautas vienodai išskirstytu sloginiu intensyvumo $q = 2{,}5$ t/m projekcijos. Rasti mazginius momentus.

Sprendimas. Iš duotų rėmo išmatavimų gauname $a = 3{,}5$ m, $b = 6{,}0$ m ir $h = 3{,}981$ m. Po to skaičiuojame redukuoto konturo svorio centro koordinatas.

$$\xi = \frac{5{,}3 \cdot 1{,}75 + 7{,}2 \cdot 6{,}5 + 9{,}5 \cdot 4{,}75}{5{,}3 + 7{,}2 + 9{,}5} = 4{,}6 \text{ m},$$

$$\eta = \frac{(5{,}3 + 7{,}2) \cdot 3{,}981}{2 \cdot (5{,}3 + 7{,}2 + 9{,}5)} = 1{,}131 \text{ m}.$$

Sekdami 65-tas ir 66-tas formules skaičiuojame rėmo pastovius geometrinius dydžius. Tą skaičiuotę atliekame šioje santraukoje.

Mazgai	Koordinatos m		Geometrinės masės m			Lygčių koeficientai K m²		Šešeriopi inercijos momentai m³.			
	x	y	s'_k	$2(s'_k + s'_{k+1})$	s'_{k+1}	K_x	K_y	$K_x y$	$K_x x$	$K_y x$	$K_y y$
0	−4,6	−1,131	9,5	29,6	5,3	−29,115	−95,44	+32,929	+133,929	+439,024	+107,943
1	−1,1	+2,850	5,3	25,0	7,2	+57,115	−16,60	+162,778	−62,826	+18,260	−47,310
2	+4,9	−1,131	7,2	33,4	9,5	−28,000	+112,04	+31,668	−137,200	+548,996	−126,717
		Σ =	22,0	88,0	22,0	0	0	227,375	−66,097	1 006,28	−66,084

Iš čia:

$T_x = 227{,}38$ m³, $T_y = 1\,006{,}28$ m³, $T_{xy} = -66{,}09$ m³ ir $\Sigma s' = 22{,}0$ m.

*) Kleinlogel. Rahmenformeln. 1925, 337 pusl.

Mazgų 1 ir 2 fiktyvinių apkrovimų reakcijos ir drauge jų elastiniai svoriai:

$$N_1 = N_2 = \frac{1}{24} \cdot 7{,}2^3 \cdot \frac{6{,}0^2}{7{,}2^2} \cdot 2{,}5 = 27{,}0 \text{ tm}^2$$

Pagrindinė statiškai išsprendžiama sistema, apkrauta per strypą 1—2 vienodai išskirstytu sluoksniu, turi atramines reakcijas:

$$A = \frac{1}{9{,}5} \cdot 2{,}5 \cdot 6{,}0 \cdot 3{,}0 = 4{,}737 \text{ t ir } B = \frac{1}{9{,}5} \cdot 2{,}5 \cdot 6{,}0 \cdot 6{,}5 = 10{,}263 \text{ t}.$$

Nuo apkrovimo ir reakcijų jos mazgai gauna lenkimo momentų:

$$M_{(0)0} = M_{(0)1} = 0, \quad M_{(0)2} = -\frac{2{,}5 \cdot 6{,}0^2}{2} = -45{,}0 \text{ tm}.$$

Apkrovimo nariai:

$$R_z = -\Sigma N_k - \Sigma M_{(0)k} \frac{s'_k + s'_{k+1}}{2} = -2 \cdot 27{,}0 + 45{,}0 \frac{7{,}2 + 9{,}5}{2} = 321{,}75 \text{ tm}^2,$$

$$R_x = -6\Sigma N_k y_k - \Sigma K_{xk} M_{(0)k} = -6 \cdot (27{,}0 \cdot 2{,}85 - 27{,}0 \cdot 1{,}131) - 28 \cdot 45{,}0 = -1536{,}79 \text{ tm}^3,$$

$$R_y = -6\Sigma N_k x_k - \Sigma K_{yk} M_{(0)k} = -6(27{,}0 \cdot 4{,}9 - 27{,}0 \cdot 1{,}1) - 45{,}0 \cdot 112{,}04 = 4426{,}2 \text{ tm}^3.$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = -\frac{66{,}09}{1006{,}28} = -0{,}065678; \quad \operatorname{cotg} \alpha_2 = -\frac{66{,}09}{227{,}38} = -0{,}29066.$$

Statiškai nesprendžiami dydžiai:

$$X = -\frac{-1536{,}79 + 4426{,}2 \cdot 0{,}065678}{227{,}38 - 66{,}09 \cdot 0{,}065678} = 5{,}5868 \text{ t},$$

$$Y = \frac{4426{,}2 - 1536{,}79 \cdot 0{,}29066}{1006{,}28 - 66{,}09 \cdot 0{,}29066} = 4{,}0316 \text{ t},$$

$$Z = \frac{321{,}75}{22} = 14{,}625 \text{ tm}.$$

Ieškomieji mazginiai momentai:

$$M_0 = 14{,}625 + 5{,}5868 \cdot 1{,}131 - 4{,}0316 \cdot 4{,}6 = 2{,}398 \text{ tm},$$
$$M_1 = 14{,}625 - 5{,}5868 \cdot 2{,}85 - 4{,}0316 \cdot 1{,}1 = -5{,}733 \text{ tm},$$
$$M_2 = -45{,}0 + 14{,}625 + 5{,}5868 \cdot 1{,}131 + 4{,}0316 \cdot 4{,}9 = -4{,}301 \text{ tm}.$$

§ 15. Simetriški stačiakampiai rėmai.

Šių rėmų, sudarančių uždarytus stačiakampainius, redukuotų konturų svorio centrai sutampa su figūrų geometriniais centrais. Pagrindinių lygčių koeficientai, pritaikinti prie svorio centro koordinatinės sistemos, yra (24 fig.):

$$L_0 = L_1 = L_2 = L_3 = L = \frac{h' + l'}{2} = \frac{\Sigma s'}{4},$$

$$K_{x0} = -K_{x1} = -K_{x2} = K_{x3} = -\frac{1}{2} h(3l' + h'),$$

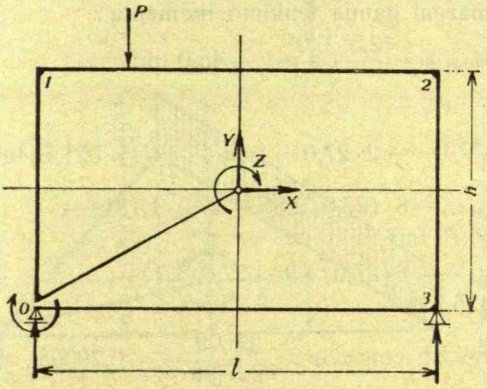
$$K_{y0} = K_{y1} = -K_{y2} = -K_{y3} = -\frac{1}{2} l(l' + 3h').$$

Įstatę tas reikšmes į minėtas pagrindines 64-tąsias lygtis ir atitinkamai jas sutvarkę, gauname:

$$M_0+M_1+M_2+M_3=-\frac{4(N_0+N_1+N_2+N_3)}{\Sigma s'},$$

$$M_0-M_1-M_2+M_3=-\frac{6(N_0-N_1-N_2+N_3)}{3l'+h'},$$

$$M_0+M_1-M_2-M_3=-\frac{6(N_0+N_1-N_2-N_3)}{l'+3h'}.$$

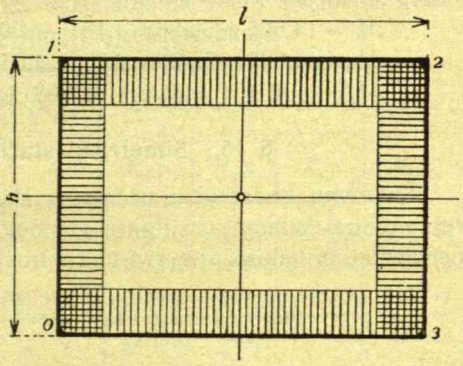


24 fig.

Šias lygtis, priderančias simetriškiems stačiakampiams rėmams, simetriškų apkrovimų atvejyje, patogu spręsti tiesiog, nes jų kai kurios išnyksta ir tiek pat sumažėja nežinomųjų skaičius. Bendrai gi, kai visi mazginiai momentai gaunami nelygūs, juos sprendžiame kaip anksčiau, privesdami prie trijų lygčių su statiškai neišsprendžiamais dydžiais X, Y ir Z. Iš tokių lygčių galutinai gauname:

$$(71)\ \ldots\ \begin{cases} X=-\dfrac{3(N_0-N_1-N_2+N_3)}{h(3l'+h')}-\dfrac{M_{(0)0}-M_{(0)1}-M_{(0)2}+M_{(0)3}}{2h}, \\ Y=\dfrac{3(N_0+N_1-N_2-N_3)}{l(l'+3h')}+\dfrac{M_{(0)0}+M_{(0)1}-M_{(0)2}-M_{(0)3}}{2l}, \\ Z=-\dfrac{N_0+N_1+N_2+N_3}{\Sigma s'}-\dfrac{1}{4}(M_{(0)0}+M_{(0)1}+M_{(0)2}+M_{(0)3}). \end{cases}$$

Pavyzdys 12*). Vienodų skersinių piūvių stačiakampis rėmas (25 fig.) turi $l=4{,}0$ m ir $h=3{,}0$ m. Jo strypai iš vidaus apkrauti vienodai išskirstytu sloginiu $p=1{,}5$ t/m. Rasti mazgų momentus.



25 fig.

Sprendimas. Pagrindinių lygčių koeficientai:

$$L=\frac{h+l}{2}=\frac{7{,}0}{2}=3{,}5\text{ m}.$$

Dėl simetriško apkrovimo mazginiai momentai lygūs:

$$M_0=M_1=M_2=M_3=M.$$

*) Kleinlogel. Rahmenformeln. 1925, 359 pusl.

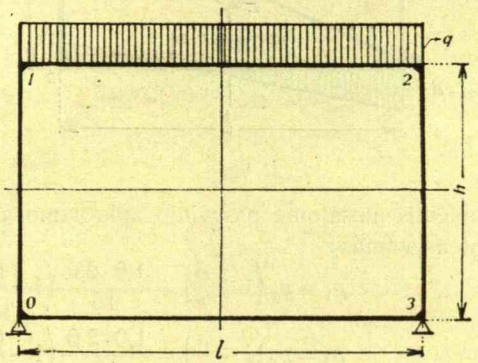
Taigi: $$4M = -\frac{4\Sigma N}{\Sigma s'_4}, \text{ arba } M = \frac{\Sigma N}{\Sigma s'},$$

Cia: $$\Sigma N = -2 \cdot \frac{p(l^3+h^3)}{12} = -\frac{1,5}{6}(64+27) = -22,75 \text{ tm}^2,$$

$$\Sigma s' = 2(4,0+3,0) = 14,0 \text{ m}.$$

Taigi: $$M = \frac{22,75}{14} = 1,625 \text{ tm}.$$

Pavyzdys 13*). Stačiakampis rėmas (26 fig.) turi $l = 5,85$ m, $h = 3,75$ m ir skersinių piūvių inercijos momentus $J_1 = 0,016$ m^4 ir $J_2 = 0,019$ m^4. Rėmas atsiremia į dvi atramas ir strype 1—2 iš oro pusės apkrautas vienodai išskirstytu sloginiu $q = 6,8$ t/m. Išskaičiuoti mazginius momentus.



26 fig.

Sprendimas. Rėmo redukuoti ilgiai ($J = J_2$): $l' = l = 5,85$ m,

$$h' = \frac{0,019}{0,016} \cdot 3,75 = 4,453 \text{ m}.$$

Jo redukuotas perimetras $\Sigma s' = 2(l'+h') = 2 \cdot (5,85+4,453) = \sim 20,61$ m.

Mazgų elastiniai svoriai:

$$N_1 = N_2 = \frac{ql^3}{24} = \frac{6,8 \cdot 5,85^3}{24} = 56,725 \text{ tm}^2.$$

Taigi:

$$\begin{cases} 2(M_0+M_1) = -\dfrac{4(N_1+N_2)}{\Sigma s'}, \\ 2(M_0-M_1) = \dfrac{6(N_1+N_2)}{3l'+h'}, \end{cases}$$

nes: $M_3 = M_0$ ir $M_2 = M_1$.

Arba įstačius raidžių reikšmes ir suprastinus iš 2 gauname:

$$\begin{cases} M_0+M_1 = -\dfrac{2 \cdot 2 \cdot 56,725}{20,61}, \\ M_0-M_1 = \dfrac{3 \cdot 2 \cdot 56,725}{3 \cdot 5,85+4,453}. \end{cases}$$

Iš čia:

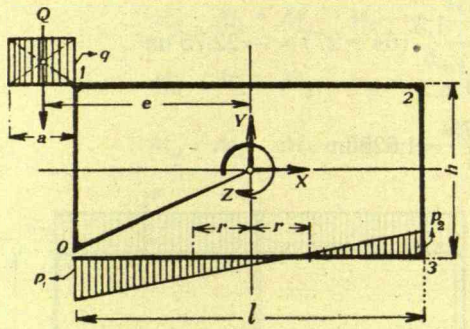
$$\begin{cases} M_0+M_1 = -11,009, \\ M_0-M_1 = 15,470, \end{cases}$$

Pagaliau:

$$M_0 = M_3 = 2,230 \text{ tm},$$
$$M_1 = M_2 = -13,240 \text{ tm}.$$

*) Kleinlogel. Rahmenformeln. 370 pusl.

Pavyzdys 14*). Simetriškas stačiakampis rėmas (27 fig.) atsiremia į plokštumą ištisai strypu 0—3 ir nuo pastarosios gauna išskirstytą trapecinį reaktyvinį apkrovimą didžiausiais intensyvumais p_1 ir p_2. Išsikišęs už mazgo 1 strypo 1—2 galas apkrautas vienodai išskirstytu aktyviniu sloginiu intensyvumo $q = 1{,}0$ t/m. Išskaičiuoti mazgų lenkimo momentus.



27 fig.

Duodama $l = 10$ m, $h = 5{,}0$ m, $a = 2{,}0$ m ir $\frac{J_2}{J_1} = 4$.

Sprendimas. Naudodamies ekscentrinio gniužimo formulėmis nustatome pasyvinio apkrovimo didžiausius teigiamą ir neigiamą intensyvumus:

$$p_1 = p_v\left(1+\frac{e}{r}\right) = \frac{1{,}0\cdot 2{,}0}{10}\left(1+\frac{6\cdot 6}{10}\right) = 0{,}92 \text{ t/m},$$

$$p_2 = p_v\left(1-\frac{e}{r}\right) = \frac{1{,}0\cdot 2{,}0}{10}\left(1-\frac{6\cdot 6}{10}\right) = -0{,}52 \text{ t/m}.$$

Rėmo strypų redukuoti ilgiai: $l' = l = 10$ m, $h' = \frac{J_2}{J_1}h = 4\cdot 5{,}0 = 20{,}0$ m.

Atpalaiduotos sistemos momentai:

$$M_{(0)0} = M_{(0)1} = 0;\ M_{(0)2} = M_{(0)3} = -qa\left(l+\frac{a}{2}\right) = -2{,}0\cdot 11{,}0 = -22{,}0 \text{ tm}.$$

Fiktyvinių apkrovimų reakcijos ir drauge mazgų elastiniai svoriai:

$$N_1 = \frac{2}{3}\cdot\frac{Ml}{2} = -\frac{1}{3}\cdot 2{,}0\cdot 10 = -\frac{20}{3} = -6{,}667 \text{ tm}^2,$$

$$N_2 = \frac{1}{3}\cdot\frac{Ml}{2} = -\frac{10}{3} = -3{,}333 \text{ tm}^2,$$

$$N_3 = \left(\frac{7}{360}p_1+\frac{1}{45}p_2\right)l^3 = (0{,}017\,889 - 0{,}011\,556)\,1000 = 6{,}333 \text{ tm}^2,$$

$$N_4 = \left(\frac{1}{45}p_1+\frac{7}{360}p_2\right)l^3 = (0{,}020\,444 - 0{,}010\,111)\,1000 = 10{,}333 \text{ tm}^2.$$

Statiškai neišsprendžiami dydžiai:

$$X = -\frac{3(10{,}333+6{,}667+3{,}333+6{,}333)}{5{,}0(3\cdot 10+20)} - \frac{22{,}0-22{,}0}{2\cdot 5} = -0{,}320 \text{ t},$$

$$Y = \frac{3(10{,}333-6{,}667+3{,}333-6{,}333)}{10(10+3\cdot 20)} + \frac{22{,}0+22{,}0}{2\cdot 10} = 2{,}203 \text{ t},$$

$$Z = -\frac{10{,}333-6{,}667+7{,}333+6{,}333}{2(10+20)} - \frac{1}{4}(-22{,}0-22{,}0) = 10{,}889 \text{ tm}.$$

*) Kleinlogel. Rahmenformeln. 485 pusl.

Ieškomieji mazgų lenkimo momentai:

$M_0 = 10{,}889 - 0{,}32 \cdot 2{,}5 - 2{,}203 \cdot 5{,}0 = -0{,}926$ tm,

$M_1 = 10{,}889 + 0{,}32 \cdot 2{,}5 - 2{,}203 \cdot 5{,}0 = 0{,}674$ tm (strype 0 — 1),

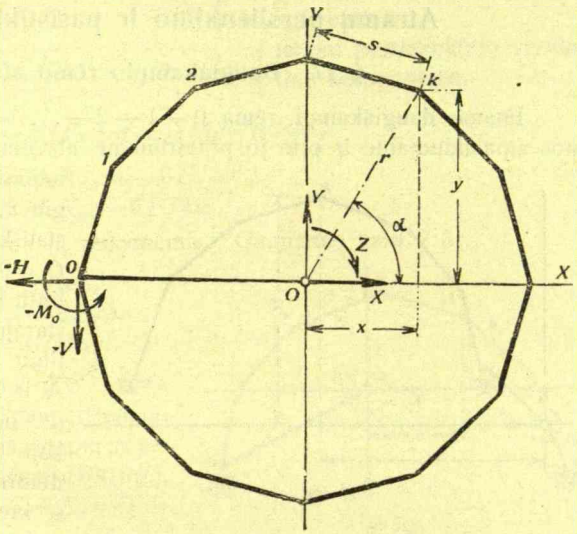
$M_1 = 0{,}674 - 2{,}000 = -1{,}326$ tm (strype 1 — 2),

$M_2 = 10{,}889 + 0{,}32 \cdot 2{,}5 + 2{,}203 \cdot 5{,}0 - 22{,}0 = 0{,}704$ tm,

$M_3 = 10{,}889 - 0{,}32 \cdot 2{,}5 + 2{,}203 \cdot 5{,}0 - 22{,}0 = -0{,}896$ tm.

§ 16. Vienodų skersinių piūvių taisyklingų daugiakampių rėmai.

Taisyklingų daugiakampių rėmai, sustatyti iš strypų vienodais skersiniais piūviais, konturo svorio centrą turi figuros geometriniame centre O (28 fig.). Bendro apkrovimo atveju jie gali būt išspręsti sulig bendromis formulėmis, vartojant šiuos dydžius:



28 fig.

Kontūro perimetras $\Sigma s' = ns$, kur n daugiakampio kraštinių skaičius, s — kraštinės ilgis.

Lygčių koeficientai: $L_k = L = \frac{1}{2}(s_k + s_{k+1}) = s$,

$$(72)\ldots \begin{cases} K_{xk} = s'_k y_{k-1} + 2(s'_k + s'_{k+1}) y_k + s'_{k+1} y_{k+1} = s(y_{k-1} + 4y_k + y_{k+1}) \\ \quad \text{arba} \quad K_{xk} = rs(\sin\alpha_{k-1} + 4\sin\alpha_k + \sin\alpha_{k+1}), \\ K_{yk} = s'_k x_{k-1} + 2(s'_k + s'_{k+1}) x_k + s'_{k+1} x_{k+1} = s(x_{k-1} + 4x_k + x_{k+1}) \\ \quad \text{arba} \quad K_{yk} = rs(\cos\alpha_{k-1} + 4\cos\alpha_k + \cos\alpha_{k+1}). \end{cases}$$

Kontūro šešeriopas inercijos momentas sulig koordinatų ašimis:

$$(73)\ldots \begin{cases} T_x = 2s\Sigma(y^2_{k-1} + y_{k-1} y_k + y^2_k) = 2r^2 s\Sigma(\sin^2\alpha_{k-1} + \sin\alpha_{k-1}\sin\alpha_k + \sin^2\alpha_k), \\ T_y = 2s\Sigma(x^2_{k-1} + x_{k-1} x_k + x^2_k) = 2r^2 s\Sigma(\cos^2\alpha_{k-1} + \cos\alpha_{k-1}\cos\alpha_k + \cos^2\alpha_k). \end{cases}$$

Apkrovimo nariai:

$$(74)\ldots\ldots \begin{cases} R_z = -\Sigma N_k - \Sigma M_{(0)k} s = -\Sigma F_k - s\Sigma M_{(0)k}, \\ R_x = -6r\Sigma N_k \sin\alpha_k - \Sigma M_{(0)k} K_{xk}, \\ R_y = -6r\Sigma N_k \cos\alpha_k - \Sigma M_{(0)k} K_{yk}. \end{cases}$$

Visose šiose formulėse yra:

F_k — strypo k lenkimo momentų diagramos plotas,

α_k — spindulio Ok kampas su abscisų ašimi,

r — apie rėmą apibrėžto apskritimo spindulys.

Ypatingu atveju, kai visi rėmo strypai turi vienodus apkrovimus, mazgų momentai lygūs $M_k = M$, strypų momentų diagramų plotai irgi lygūs $F_k = F$. Taigi $\Sigma M_k = nM$ ir $\Sigma F_k = nF$. Todėl pirmosios pagrindinės lygtys $\Sigma L_k M_k = -\Sigma N_k$ duoda: $s\Sigma M_k = \Sigma F_k$, arba $nsM = nF$. Iš čia:

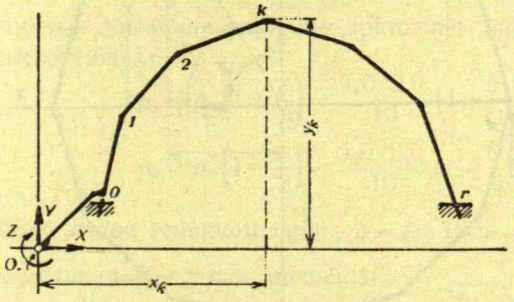
(75) ..... $M = \frac{F}{s}$.

IV SKYRIUS.

Atramų persilenkimo ir pasisukimo įtaka.

§ 17. Daugiakampio rėmo atvejis.

Imame daugiakampį rėmą $0-1-2-\ldots\ldots-r$. Jo galą 0 iš atramos atpalaiduojame ir prie jo pritvirtiname absoliučiai standų, deformacijai nepasiduodantį strypą $0O$ ilgio i. Gauname pagrindinę statiškai išsprendžiamą sistemą $O-0-1-2-\ldots\ldots-r$ įtvirtintu galu r ir palaidu O. Pastarąjį apkrauname koordinatinių ašių kryptimis jėgomis X ir Y ir, be to, momentu Z (29 fig.). Šio apkrovimo įtakoje rėmo pagrindinę sistema deformuojasi. Ypatingą dėmesį kreipiame į jos atraminio piūvio 0 deformacijas, kurios čia apsireiškia persilenkimais Δx_0 ir Δy_0 koordinatinių ašių kryptimis ir pasisukimu $\Delta\varphi$ (sulig laikrodžio rodiklio eiga). Dėl šių mažų atraminio mazgo 0 deformacijų sistemos palaidas galas O gauna persilenkimu koordinatų ašimis $\Delta x = \Delta x_0 - y\Delta\varphi$ ir $\Delta y = \Delta y_0 + x\Delta\varphi$.



29 fig.

Nuo apkrovimo X, Y ir Z atpalaiduotos statiškai išsprendžiamos sistemos mazginiai piūviai gauna lenkimo momentų:

$$M_0 = Z - Xy_0 + Yx_0$$
$$M_1 = Z - Xy_1 + Yx_1$$
$$M_2 = Z - Xy_2 + Yx_2$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$M_k = Z - Xy_k + Yx_k$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Tuos momentus surišame Klapeirono lygtimis, kurios čia bus ($N_k = 0$):

$$Z\cdot 0 + 2M_0(0 + s'_1) + M_1 s'_1 = -6EJ\vartheta_0$$
$$M_0 s'_1 + 2M_1(s'_1 + s'_2) + M_2 s'_2 = -6EJ\vartheta_1$$
$$M_1 s'_2 + 2M_2(s'_2 + s'_3) + M_3 s'_3 = -6EJ\vartheta_2$$
$$M_2 s'_3 + 2M_3(s'_3 + s'_4) + M_4 s'_4 = -6EJ\vartheta_3$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Iš tų lygčių, vartotais § 5 būdais, gauname:

$$\Sigma \frac{1}{2}(s'_k + s'_{k+1}) M_k = -EJ(\vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3 + \dots .)$$

$$\Sigma M_k K_{xk} = -6EJ(y_0\vartheta_0 + y_1\vartheta_1 + y_2\vartheta_2 + y_3\vartheta_3 \dots .)$$

$$\Sigma M_k K_{yk} = -6EJ(x_0\vartheta_0 + x_1\vartheta_1 + x_2\vartheta_2 + x_3\vartheta_3 + \dots .)$$

Čia:

$\vartheta_0 + \vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3 + \dots . = -\Delta\varphi$ { atraminio piūvio 0 pasisukimas (prieš laikrodžio rodiklio eiga), rėmo mazginių kampų nuostolių suma,

$y\vartheta_0 + y_1\vartheta_1 + y_2\vartheta_2 + y_3\vartheta_3 + \dots . = \Delta x$ { to piūvio persislinkimo gulsčioji komponentė,

$x_0\vartheta_0 + x_1\vartheta_1 + x_2\vartheta_2 + x_3\vartheta_3 + \dots . = -\Delta y$ { to pat persislinkimo vertikalinė komponentė.

Taigi:

$$\frac{1}{2}\Sigma(s'_k + s'_{k+1}) M_k = EJ\Delta\varphi ,$$

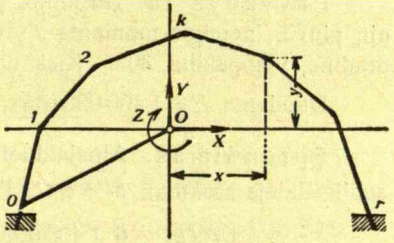
$$\Sigma M_k K_{xk} = -6EJ\Delta x ,$$

$$\Sigma M_k K_{yk} = 6EJ\Delta y .$$

Momentus M_k pakeičiame jų reikšmėmis. Gauname, kaip § 5:

$$\begin{cases} Z\Sigma s' - XS_x + YS_y = EJ\Delta\varphi , \\ 6ZS_x - XT_x + YT_{xy} = -6EJ\Delta x , \\ 6ZS_y - XT_{xy} + YT_y = 6EJ\Delta y . \end{cases}$$

Koordinatų sistema XOY imta bet kuri. Ją lygiagrečiai perslenkiame tiek, kad jos pradžia sutaptų su redukuoto konturo svorio centru (30 fig.). Tuo ypatingu atveju $S_x = S_y = O$ ir todėl:



30 fig.

$$\begin{cases} Z\Sigma s' = EJ\Delta\varphi , \\ -XT_x + YT_{xy} = -6EJ\Delta x , \\ -XT_{xy} + YT_y = 6EJ\Delta y . \end{cases}$$

Šias lygtis išsprendę gauname:

$$(76) \dots \dots \dots \begin{cases} Z = \dfrac{EJ\Delta\varphi}{\Sigma s'} , \\ X = \dfrac{6EJ(\Delta x + \Delta y \operatorname{tg}\alpha_1)}{T_x - T_{xy}\operatorname{tg}\alpha_1} , \\ Y = \dfrac{6EJ(\Delta y + \Delta x \operatorname{cotg}\alpha_2)}{T_y - T_{xy}\operatorname{cotg}\alpha_2} . \end{cases}$$

Čia:

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{T_{xy}}{T_y} \text{ ir } \operatorname{cotg}\alpha_2 = \frac{T_{xy}}{T_x}$$

Sužinoję dydžius X, Y ir Z, galime nustatyti visus rėmo mazginius momentus.

Ypatingieji atvejai:

I atvejis. Simetriškas daugiakampis rėmas. Šiuo atveju

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \operatorname{cotg}\alpha_2 = 0 \text{ ir } T_{xy} = 0,$$

taigi:

$$(76a) \quad \begin{cases} Z = \dfrac{EJ\Delta\varphi}{\Sigma s'}, \\ X = \dfrac{6EJ\Delta x}{T_x}, \\ Y = \dfrac{6EJ\Delta y}{T_y}. \end{cases}$$

II atvejis. Simetriško rėmo atramų nuotolis gauna nuostolio Δl. Kitos atramų deformacijos — nuliai.

Šiuo atveju $\Delta x = \Delta l$, $\Delta\varphi = 0$ ir $\Delta y = 0$.

Taigi: $Z = 0$, $Y = 0$ ir

$$(77) \quad X = \frac{6EJ\Delta l}{T_x}.$$

Pavyzdys 15. Pirmojo pavyzdžio gelžbetoninis rėmas turi skersinių piūvių inercijos momentą $J = 0{,}018\ \text{m}^4$. Jo temperatūra, palyginus su pradine, yra pakilus 30°. Kiek nuo to padidėjo mazgų momentai?

Duodama $E = 1\,400\,000\ \text{t/m}^2$, $\varepsilon_t = 0{,}000\,012$, $T_x = 2162{,}6\ \text{m}^3$.

Sprendimas. Atpalaiduotų atramų nuotolis nuo temperatūros prieauglio didėja atokumu $\Delta l = \varepsilon_t t l$. Pastarąjį naikina jėga X, turinti dydį:

$$X = \frac{6EJ\Delta l}{T_x} = \frac{6 \cdot 1\,400\,000 \cdot 0{,}000\,012 \cdot 30 \cdot 8 \cdot 0{,}018}{2162{,}6} = \sim 0{,}20\ \text{t}.$$

Ieškomieji mazgų momentai:

$$M_0 = -Xy_0 = 0{,}20 \cdot 6{,}643 = 1{,}329\ \text{tm},$$
$$M_1 = -Xy_1 = -0{,}20 \cdot 2{,}357 = -0{,}471\ \text{tm},$$
$$M_2 = -Xy_2 = -0{,}20 \cdot 5{,}357 = -1{,}071\ \text{tm},$$
$$M_3 = -Xy_3 = -0{,}20 \cdot 2{,}357 = -0{,}471\ \text{tm},$$
$$M_4 = -Xy_4 = 0{,}20 \cdot 6{,}643 = 1{,}329\ \text{tm}.$$

§ 18. Įtvirtintų galų arkos atvejis.

Vartodami svorio centro koordinatų sistemą, šiam atvejui gauname:

$$T_x = 6\int y^2 ds' = \sim 6\Sigma y^2 \Delta s',$$
$$T_y = 6\int x^2 ds' = \sim 6\Sigma x^2 \Delta s,$$
$$T_{xy} = 6\int xy\, ds' = \sim 6\Sigma xy \Delta s',$$
$$\Sigma s' = \int ds' = \sim \Sigma \Delta s'.$$

Taigi nesimetriškai arkai turime:

$$(78)\ldots\ \begin{cases} Z=\dfrac{EJ_c\Delta\varphi}{\int ds'}=\sim\dfrac{EJ_c\Delta\varphi}{\Sigma\Delta s'}, \\ X=\dfrac{EJ_c(\Sigma x+\Delta y\,\mathrm{tg}\,\alpha_1)}{\int y^2ds'-\int xyds'\,\mathrm{tg}\,\alpha_1}=\sim\dfrac{(\Delta x+\Delta y\,\mathrm{tg}\,\alpha_1)EJ_c}{\Sigma y^2\Delta s'-\Sigma xy\,\mathrm{tg}\,\alpha_1}, \\ Y=\dfrac{EJ_c(\Delta y+\Delta x\,\mathrm{cotg}\,\alpha_2)}{\int x^2ds'-\int xyds'\,\mathrm{cotg}\,\alpha_2}=\sim\dfrac{(\Delta y+\Delta x\,\mathrm{cotg}\,\alpha_2)EJ_c}{\Sigma x^2\Delta s'-\Sigma xy\,\mathrm{cotg}\,\alpha_2}. \end{cases}$$

Čia J_c yra bet kuri, dažniausiai arkos šelmeniui prideranti, bendroji inercijos momentų reikšmė,

$$\mathrm{tg}\,\alpha_1=\frac{T_{xy}}{T_y}=\frac{\int yx\,ds'}{\int x^2ds'}=\sim\frac{\Sigma xy\,\Delta s'}{\Sigma x^2\Delta s'},$$

$$\mathrm{cotg}\,\alpha_2=\frac{T_{xy}}{T_x}=\frac{\int xy\,ds'}{\int y^2ds}=\sim\frac{\Sigma xy\,\Delta s'}{\Sigma y^2\Delta s'}.$$

Simetriškai arkai gauname:

$$(79)\ldots\ \begin{cases} Z=\dfrac{EJ_c\,d\varphi}{\int ds'}=\sim\dfrac{EJ_c\Delta\varphi}{\Sigma\Delta s'}, \\ X=\dfrac{EJ_c\,dx}{\int y^2ds'}=\sim\dfrac{EJ_c\,\Delta x}{\Sigma y^2\,\Delta s'}, \\ Y=\dfrac{EJ_c\,dy}{\int x^2\,ds'}=\sim\dfrac{EJ_c\,\Delta y}{\Sigma x^2\,\Delta s'}. \end{cases}$$

§ 19. Simetriškos parabolinės arkos atvejis.

Šis atvejis nuo anksčiau nagrinėto skiriasi tik tuo, kad jam turime:

$$T_x=\int y^2ds'=\frac{4}{45}f^2l,\quad T_y=\int x^2ds'=\frac{1}{12}l^3\ \text{ir}\ \Sigma s'=l.$$

Taigi statiškai neišsprendžiamiems dydžiams čia gauname:

$$(80)\ldots\ \begin{cases} Z=\dfrac{EJ_c\,\Delta\varphi}{l}, \\ X=\dfrac{45EJ_c\,\Delta x}{4f^2l}, \\ Y=\dfrac{12EJ_c\,\Delta y}{l^3}. \end{cases}$$

Pavyzdys 16. Įtvirtintų galų gelžbetoninė arka turi $l=8{,}0\,\mathrm{m}$ ir $f=1\frac{1}{3}\,\mathrm{m}$. Jos šelmeninio piūvio inercijos momentas $J_c=1040\,\mathrm{cm}^4$. Kokio didumo prieauglį gaus jo skėtimo jėga H nuo temperatūros pakilimo $t=30^0$?

Sprendimas.

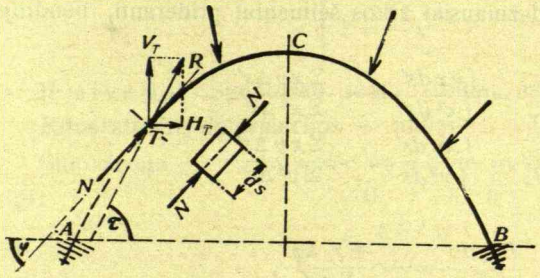
$$H=X=\frac{45EJ_c\,\Delta x}{4f^2l}=\frac{45\cdot1\,400\,000\cdot1040\cdot0{,}000\,012\cdot800\cdot30\cdot3^2}{4\cdot400^2\cdot800}=33{,}2\,\mathrm{kg}.$$

Nuo temperatūros kitimų dydžiai $\Delta\varphi$ ir Δy negauna prieauglių, jie lieka lygūs nuliams. Taigi juos atitinką statiškai neišsprendžiami dydžiai, čia bus:

$$Z=0 \text{ ir } Y=0 .$$

§ 20. Arkos susislėgimo įtaka.

Įtvirtintų galų arką (31 fig.) bet kuriuo piūviu T skiriame į dvi dalis. Kairiąją dalį su visu apkrovimų pašaliname, o kad nuo to dešiniosios pusės būklė nepasikeistų apkrauname jos piūvį T momentu M_T ir koordinatinių ašių krypties jėgomis H_T ir V_T. Jų atstojamoji $R=\frac{H_T}{\cos\tau}$, kur τ yra atstojamosios kampas su abscisų ašimi.



31 fig.

Susiglaudžiančio su piūviu T elemento ds ašinė jėga N, sudaranti su abscisų ašimi kampą φ, taip savo didumu, taip savo kryptimi būna artima atstojamajai R. Taigi ir ją, ypač lėkščių arkų atvejyje, galime reikšti šiaip:

$$N=\sim\frac{H_T}{\cos\varphi} .$$

Ši jėga elementui ds duoda susislėgimą:

$$d\lambda=\frac{N ds}{FE} .$$

Jisai pats vienas arkos piūviui T suteikia persislinkimą į dešinę:

$$d\Delta x=d\lambda\cos\varphi=\frac{N\cos\varphi\, ds}{FE}=\frac{H_T ds}{FE} .$$

Visi arkos tamprūs elementai susislėgdami atpalaiduotam atraminiam piūviui A duoda persislinkimą:

$$\Delta x=\int\frac{H_T ds}{FE} .$$

Arkos vertikaliniams apkrovimams $H_T=H$ yra pastovus. Taigi tuo atveju:

$$\Delta x=\frac{H}{E}\int\frac{ds}{F} . \qquad (81)$$

Arkai, turinčiai gulsčią stygą, šis didys sudaro atstumo l nuostolį Δl. Jai tat:

$$\Delta l=\frac{H}{E}\int\frac{ds}{F} . \qquad (82)$$

Norėdami grąžinti piūvį A į tikrąją padėtį, deformuotos arkos atramų nuotoliui turime duoti dabar tokio pat didumo prieauglį. Tą atliekame atitinkamos jėgos ΔX padedami. Tos jėgos dydis bus:

$$\Delta X = -\frac{6EJ_c\Delta l}{T_x} = -\frac{EJ_c\cdot\frac{H}{E}\int\frac{ds}{F}}{\int y^2\,ds'}.$$

Šią jėgą pridėję prie X, išskaičiuoto sulig 49-ta formule, turime gauti visą ieškomąją jėgą $X=H$, taigi:

$$X=\frac{\int M_{(0)}y\,ds'}{\int y^2 ds'}-\frac{J_c\int\frac{ds'}{F}}{\int y^2 ds'}X.$$

Iš čia:

$$X=\frac{\int M_{(0)}y\,ds'}{\int y^2 ds'\left(1+\frac{J_c\int\frac{ds'}{F}}{\int y^2 ds'}\right)}=\frac{\int M_{(0)}y\,ds'}{(1+k)\int y^2 ds'}.$$

Vadinas, įtvirtintų galų arkos skėtimo jėga, imant domėn įtvaro susislėgimą, gali būti išreikšta šiaip:

$$(83)\quad H=\frac{\int M_{(0)}y\,ds'}{(1+k)\int y^2 ds'},$$

arba vartojant apčiuopiamų ilgių arkos elementus Δs:

$$(83a)\quad H=\frac{\Sigma M_{(0)}y\,\Delta s'}{(1+k)\Sigma y^2\,\Delta s'}.$$

Čia:

$$(84)\quad k=\frac{J_c\int\frac{ds}{F}}{\int y^2 ds'}=\sim\frac{J_c\Sigma\frac{\Delta s}{F}}{\Sigma y^2\,\Delta s'}$$ — yra pataisos koeficientas,

J_c — arkos šelmeninio piūvio C inercijos momentas.

Pavyzdys 17*). Įtvirtintų galų gelžbetoninio tilto skliautai dengia 15,0 m angą ir turi pakilimą $f=2{,}25$ m. Skliautai simetriški. Sudaryti influentines statiškai neišsprendžiamiems dydžiams X, Y ir Z, gaunamiems nuo vertikalinių apkrovimų, imant domėn arkos susislegimą.

Sprendimas. Atpalaiduotos sistemos AB (32 fig.) piūvio C lenkimo momentas nuo jėgos $P=1$ yra:

$$M_{(0)}=-P(x-u)=-P\cdot c=-c.$$

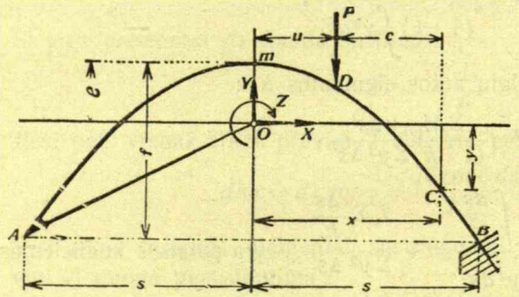
*) Probst E. Dr.-Ing. Vorlesungen über Eisenbeton. 1922. II tomas, 437 pusl.

I s a n

Piūviai	Kordinatos m		Piūvių išmatavimai m		Piūvių inercijos momentai $J=\frac{bh^3}{12}$.	Δs	$\Delta s'=\frac{J_c}{J}\Delta s$	$y'\Delta s'$
	x	y'	b	h	m⁴	m	m	m²
I	7,15	0,30	1,00	0,65	0,02288	1,00	0,2510	0,07530
II	6,27	0,78	1,00	0,60	0,01800	1,00	0,3191	0,24890
III	5,36	1,18	1,00	0,55	0,01387	1,00	0,4141	0,48864
IV	4,43	1,54	1,00	0,50	0,01042	1,00	0,5512	0,84885
V	3,47	1,81	1,00	0,475	0,00893	1,00	0,6431	1,16401
VI	2,49	2,02	1,00	0,'5	0,00759	1,00	0,7563	1,52773
VII	1,50	2,19	1,00	0,43	0,00663	1,00	0,8667	1,89807
VIII	0,50	2,25	1,00	0,41	0,005743	1,00	1,0000	2,25000
							4,8015	8,50150

Taigi: $$-\int M_{(0)}ds'=\int c\,ds'=\sim\Sigma c\,\Delta s',$$
$$\int M_{(0)}y\,ds'=-\int c(y\,ds')=\sim-\Sigma c(y\,\Delta s'),$$
$$-\int M_{(0)}x\,ds'=\int c(x\,ds')=-\Sigma c(x\,\Delta s').$$

Skliauto geometriniai dydžiai.



32 fig.

$$\int y^2ds'=\sim\Sigma y(y\,\Delta s'),$$
$$\int x^2ds'=\sim\Sigma x(x\,\Delta s'),$$
$$\int ds'=\sim\Sigma\Delta s'.$$

Ieškomieji statiškai neišsprendžiami dydžiai gauna išraiškų:

$$\eta_x=\frac{\Sigma c(y\,\Delta s')}{(1+k)\Sigma y(y\,\Delta s')},$$
$$\eta_y=\frac{\Sigma c(x\,\Delta s')}{\Sigma x(x\,\Delta s')},$$
$$\eta_m=\frac{\Sigma(c\,\Delta s')}{\Sigma\Delta s'}.$$

Skaičiuojame šių reiškinių vardiklius, naudodamies bendra inercijos momentų reikšme $J_c=0{,}005\,743$ m⁴ ir sekdami tvarką, parodytą I santraukoje.

Iš santraukos I gauname:

Redukuoto konturo svorio centro ordinata:

$$e=\frac{\Sigma y'\Delta s'}{\Sigma\Delta s'}=\frac{8{,}5015}{4{,}8015}=1{,}7706\text{ m}.$$

Skliautų krieivosios ordinatos sistemoje XOY:

$$y=y'-e.$$

t r a u k a.

y m	$y\Delta s'$ m²	$y^2\Delta s'$ m³	$x\Delta s'$ m²	$x^2\Delta s'$ m³	$\frac{\Delta s}{F}$ m⁻¹	Piūviai
— 1,4706	— 0,36912	0,54283	1,79465	12 83175	1,53846	I
— 0,9906	— 0,31610	0,31313	2,00076	12,54477	1,66667	II
— 0,5906	— 0,24437	0,14444	2,21958	11,89695	1,81818	III
— 0,2306	— 0,12711	0,02931	2,44182	10,81726	2,00000	IV
0,0394	0,02534	0,00100	2,23156	7,74351	2,10526	V
0,2494	0,18862	0,04704	1,88319	4,68914	2,22222	VI
0,4194	0,36349	0,15245	1,30005	1,95007	2,32558	VII
0,4794	0,47940	0,22982	0,50000	0,25000	2,43902	VIII
	— 1,05690 + 1,05685	1,46002		62,72345	16,11539	

Redukuotas perimetras:

$$\Sigma\Delta s'=2\cdot4{,}8015=9{,}603\text{ m}.$$

Redukuoto konturo inercijos momentai:

$$\Sigma y^2\Delta s'=2\cdot1{,}460=2{,}920\text{ m}^3,\quad \Sigma x^2\Delta s'=2\cdot62{,}723\,45=125{,}447\text{ m}^3.$$

Skliautų susislėgimo koeficientas:

$$k=\left(J_c\Sigma\frac{\Delta s}{F}\right):(\Sigma y^2\Delta s')=(2\cdot0{,}005\,743\cdot16{,}115\,39):2{,}92=0{,}063\,39.$$

Influentinio dydžio η_x vardiklio galutinė reikšmė:

$$(1+k)\Sigma y^2\Delta s'=1{,}063\,39\cdot2{,}92=3{,}1054\text{ m}^3.$$

Visų influentinių dydžių skaitiklių sumos $\Sigma c\,\Delta s'$, $\Sigma c(y\,\Delta s')$ ir $\Sigma c(x\,\Delta s')$ reiškia momentus, sulig paslankios jėgos $P=1$ veikimo piūviais. Šie momentai pridera elastiniams svoriams:

$$g_z=\Delta s',\quad g_x=y\,\Delta s'\text{ ir }g_y=x\,\Delta s'.$$

Jiems (momentams) nustatyti imame fiktyvines gembines sijas AB, įtvirtintais galais A ir palaidais B, ir jas apkrauname sakytais elastiniais svoriais g_z, g_x ir g_y (33, 34 ir 36 fig.). Jų apkrovimams sudarome skersinių jėgų diagramas. Tų diagramų ordinatos:

$$y_z=\sum_0^n\Delta s',$$
$$y_x=\sum_0^n y\,\Delta s',$$
$$y_y=\sum_0^n x\,\Delta s'.$$

Diagramų plotai reiškia momentus ir tuo pat ieškomąsias skaitiklių reikšmes:

$$\Sigma c\,\Delta s' = \frac{1}{2}\Sigma(y_{z(i+1)}+y_{zi})\,\Delta x = \Sigma f_z,$$

$$\Sigma c(y\,\Delta s') = \frac{1}{2}\Sigma(y_{x(i+1)}+y_{xi})\,\Delta x = \Sigma f_x,$$

$$\Sigma c\,(x\,\Delta s') = \frac{1}{2}\Sigma(y_{y(i+1)}+y_{yi})\,\Delta x = \Sigma f_y.$$

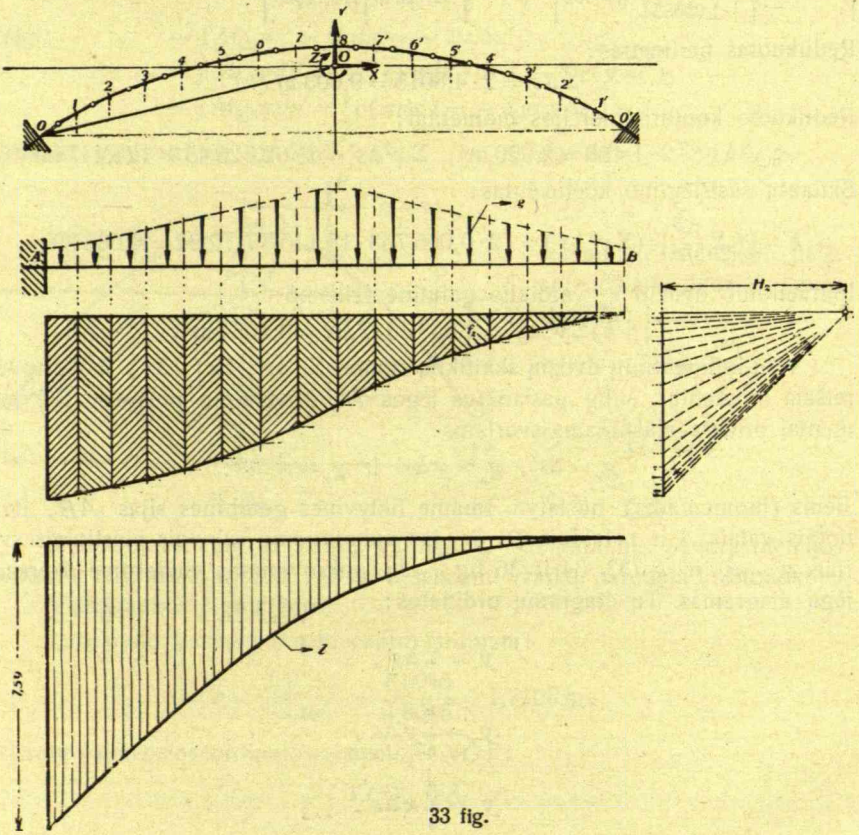
Šie reiškiniai sudaro pagrindą analitinei skaičiuotei ne tik sumų $\Sigma c\,\Delta s'$, $\Sigma c(y\,\Delta s')$, bet ir atitinkamų infliuentinių dydžių η_z, η_x ir η_y. Tokia skaičiuotė atlikta II, III ir IV santraukose.

Iš tų santraukų antrosios (II) turime:

Atramai A: $\eta_z = 1\cdot\frac{l}{2} = 7{,}59\text{ m} = \frac{145{,}773\,54}{2\Sigma\,\Delta s'}$,

iš čia gauname: $\Sigma\,\Delta s' = \frac{145{,}773\,54}{3\cdot 7{,}59} = 9{,}603 = 2\cdot 4{,}8015\text{ m}$.

Tas rezultatas sutinka su anksčiau gautu I santraukoje.



33 fig.

II santrauka.

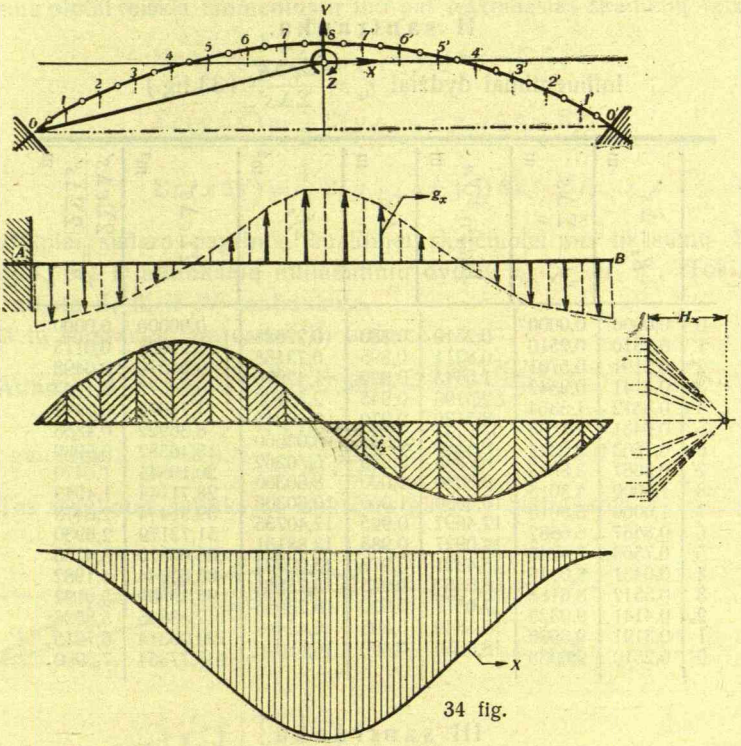
Influentiniai dydžiai $\eta_z = \frac{\Sigma c \Delta s'}{\Sigma \Delta s'}$ (33 fig.).

	$g_z = \Delta s'$ m	$y_z = \sum_0^n \Delta s'$ m	$y_{z(i+1)} + y_{zi}$ m	Δx m	$2f_z$ m²	$2\Sigma c \Delta s'$ m²	$\eta_z = \frac{2\Sigma c \Delta s'}{2\Sigma \Delta s'}$ m
0′	0,0000	0,0000					
			0,2510	0,880	0,22088	0,00000	0,0000
1′	0,2510	0,2510					
			0,8211	0,895	0,73488	0,22088	0,0115
2′	0,3191	0,5701					
			1,5513	0,920	1,42996	0,95576	0,0498
3′	0,4141	0,9842					
			2,5196	0,945	2,38102	0,38572	0,1242
4′	0,5512	1,5354					
			3,7139	0,970	3,60245	4,76674	0,2482
5′	0,6431	2,1785					
			5,1133	0,985	5,03660	8,36922	0,4358
6′	0,7563	2,9348					
			6,7363	0,995	6,70262	13,40582	0,6980
7′	0,8667	3,8015					
			8,6030	1,000	8,60300	20,10844	1,0470
8	1,0000	4,8015					
			10,6030	1,000	10,60300	28,71144	1,4949
7	1,0000	5,8015					
			12,4697	0,995	12,40735	39,31444	2,0478
6	0,8667	6,6682					
			14,0927	0,985	13,88131	51,72179	2,6930
5	0,7563	7,4245					
			15,4921	0,970	15,02734	65,60310	3,4158
4	0,6431	8,0676					
			16,6864	0,945	15,76865	80,63044	4,1982
3	0,5512	8,6188					
			17,6517	0,920	16,23956	96,39909	5,0192
2	0,4141	9,0329					
			18,3849	0,895	16,45449	112,53865	5,8596
1	0,3191	9,3520					
			18,9550	0,880	16,68040	129,09314	6,7215
0	0,2510	9,6030				145,77354	7,5900

III santrauka.

Influentiniai dydžiai $\eta_x = \frac{\Sigma c (y \Delta s')}{(1+k)\Sigma y (y \Delta s')}$ (34 fig.).

	$g_x = y \Delta s'$ [m²]	y_x m²	$y_{x(i+1)} + y_{xi}$ m²	Δx m	Δf m²	$2\sum_0^n f_x$ m³	η_x
0′	0,00000	0,00000					
			— 0,36902	0,880	— 0,32474	0,00000	0,0000
1′	— 0,36912	— 0,36912					
			— 1,05424	0,895	— 0,94354	— 0,32474	0,0523
2′	— 0,31610	— 0,68522					
			— 1,61491	0,920	— 1,48572	— 1,26828	0,2042
3′	— 0,24457	— 0,92979					
			— 1,98659	0,945	— 1,87733	— 2,75400	0,4434
4′	— 0,12711	— 1,05690					
			— 2,08836	0,970	— 2,02571	— 4,63133	0,7457
5′	0,02534	— 1,03156					
			— 1,87440	0,985	— 1,84618	— 6,65704	1,0719
6′	0,18862	— 0,84294					
			— 1,32229	0,995	— 1,31568	— 8,50332	1,3691
7′	0,36349	— 0,47945					
			— 0,47940	1,000	— 0,47940	— 9,81900	1,5810
8	0,47940	— 0,00005					
			0,47940	1,000	0,47940	—10,29840	1,6581
7	0,47940	0,47935					
			1,32229	0,995	1,31568	— 9,81900	1,5810
6	0,36349	0,84284					
			1,87440	0,985	1,84628	— 8,50332	1,3691
5	0,18862	1,03146					
			2,08836	0,980	2,02571	— 6,65704	1,0719
4	0,02534	1,05680					
			1,98659	0,945	1,87733	— 4,63133	0,7457
3	— 0,12741	0,92969					
			1,61491	0,920	1,48572	— 2,75400	0,4434
2	— 0,24457	0,66512					
			1,05424	0,895	0,94354	— 1,26828	0,2042
1	— 0,31610	0,36902					
			0,36902	0,880	0,32473	— 0,32474	0,0523
0	— 0,36912	~ 0,00000				0,00000	0,0000



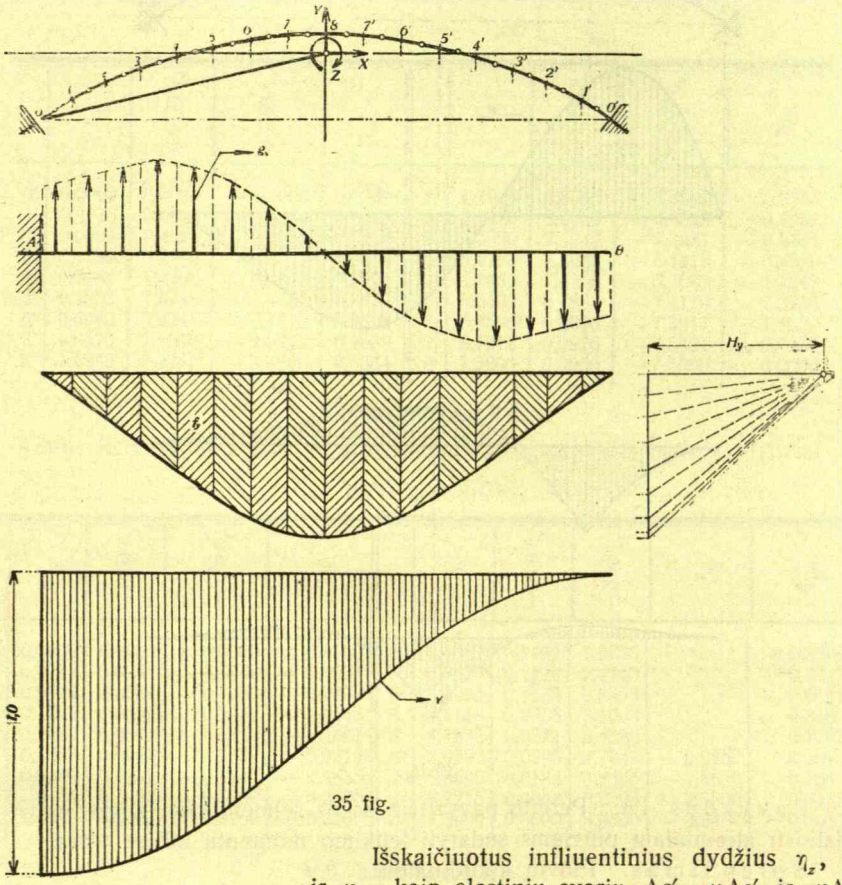
34 fig.

IV santrauka.

Infliuentiniai dydžiai $\eta_{iy} = \frac{\Sigma c(x\,\Delta s')}{\Sigma x(x\,\Delta s')}$ (35 fig).

	$g_y = x\Delta s'$	y_y	$y_{y(i+1)} + y_{yi}$	Δx	f_y	$2\Sigma f_y$	η_{iy}
0′	0,00000	0,00000				0,00000	0,0000
			1,79465	0,880	1,57929		
1′	1,79465	1,79465				1,57929	0,0063
			5,59006	0,895	5,00310		
2′	2,00076	3,79541				6,58239	0,0263
			9,81038	0,920	9,02555		
3′	2,21956	6,01497				15,60794	0,0622
			14,47176	0,945	13,67581		
4′	2,44182	8,45679				29,28375	0,1168
			19,14514	0,970	18,57079		
5′	2,23156	10,68835				47,85454	0,1908
			23,25989	0,985	22,91099		
6′	1,88319	12,57154				70,76553	0.2822
			26,44313	0,995	26,31091		
7′	1,30005	13,87159				97,07644	0,3871
			28,24318	1,000	28,31091		
8	0,50000	14,37159				125,38735	0,5000
			28,24318	1,000	28,31091		
7	— 0,50000	13,87159				153,79826	0,6129
			26,44313	0,995	26,31091		
6	— 1,30005	12,57154				180,00917	0,7178
			23,25989	0,985	22,91099		
5	— 1,88319	10,68335				202,92016	0,8092
			19,14514	0,970	18,57079		
4	— 2,23156	8,45679				221,49095	0,8832
			14,47176	0,945	13,67581		
3	— 2,44182	6,01497				235,16676	0,9378
			9,81038	0,920	9,02555		
2	— 2,21956	3,79541				244,19231	0,9738
			5,59006	0,895	5,00310		
1	— 2,00076	1,79465				249,19541	0,9937
			1,79465	0,880	1,57929		
0	— 1,79465	0,00000				250,77470	1,0000

Iš paskutiniosios santraukos atramai A turime $\eta_{1y}=1=\frac{250{,}774\,70}{2\Sigma x^2\,\Delta s'}$. Iš čia $\Sigma x(x\,\Delta s')=125{,}387$. Šis rezultatas tik penktame ženkle skiriasi su aukščiau išskaičiuotu. Pastarąjį tat iki šiai reikšmei sumažiname ir taip ištaisytą reikšmę vartojame infliuentinio dydžio reiškiniui $\eta_{1y}=\frac{\Sigma c(x\,\Delta s')}{\Sigma x(x\,\Delta s')}$.



35 fig.

Išskaičiuotus infliuentinius dydžius η_{1z}, η_{1x} ir η_{1y}, kaip elastinių svorių $\Delta s'$, $y\,\Delta s'$ ir $x\,\Delta s'$ momentus, padalytus iš sumų $\Sigma\,\Delta s'$, $(1+k)\Sigma y(y\,\Delta s')$ ir $\Sigma x(x\,\Delta s')$, sekdami Mörsch'ą, gauname ir virvinio daugiakampio būdu grafiškai (33, 34 ir 35 fig.).

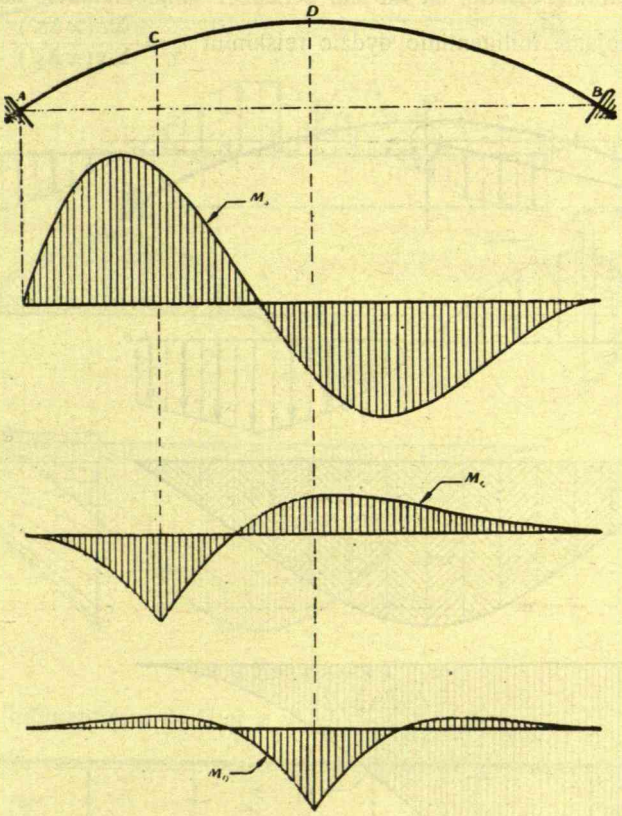
Tokiems daugiakampiams polių nuotoliai pasirenkami šie:

$$H_z=\frac{m_z\Sigma\,\Delta s'}{m_1},$$

$$H_x=\frac{m_x(1+k)\Sigma y(y\,\Delta s')}{m_1},$$

$$H_y=\frac{m_y\Sigma x(x\,\Delta s')}{m_1}.$$

Cia: m_1 yra arkos ilgių mastelis, reiškiąs, kiek tikrų vienetų tilpsta brėžinio viename cm, m_z, m_x ir m_y — tokie pat atitinkamų infliuentinių dydžių masteliai.



36 fig.

Pavyzdys 18. Pereito pavyzdžio arkos šelmeniniam, angos ketvirtadalio ir atraminiam piūviams sudaryti lenkimo momentų infliuentines.

Sprendimas. Piūvių koordinatos:

atraminio $x_0 = -7{,}59$ m, $y_0 = -1{,}771$ m,
angos ketvirtadalio $x_1 = -3{,}95$ m, $y_1 = 0{,}09$ m,
šelmeninio $x_2 = 0{,}00$ m, $y_2 = 0{,}48$ m.

Ieškomųjų infliuentinių dydžių formulės:

$$\eta_{m0} = \eta_z - y_0\eta_x + x_0\eta_y + \eta_0 = \eta_z - 1{,}771\,\eta_x - 7{,}59\,\eta_y + \eta_0,$$
$$\eta_{m1} = \eta_z - 0{,}09\,\eta_x - 3{,}95\,\eta_y + \eta_0,$$
$$\eta_{m2} = \eta_z + 0{,}48\,\eta_x + \eta_0.$$

Čia η_z, η_x ir η_y — pereito pavyzdžio infliuentiniai dydžiai, η_0 — atpalaiduotos sistemos toks pat dydis.

Sulig formulėmis η_{m0}, η_{m1} ir η_{m2} atliktoji skaičiuotė parodyta V, VI ir VII santraukose. Skaičiuotės rezultatais naudodamies pagaliau išbrėžiame ir ieškomąsias infliuentines (36 fig.).

V santrauka.

Atraminio piūvio momentų infliuentiniai dydžiai

$$\eta_{m0} = \eta_z - 1{,}771\,\eta_x - 7{,}59\,\eta_y + \eta_0 .$$

	η_z	$-1771\eta_x$	$-7{,}59\eta_y$	η_{m0}		η_z	$-1{,}771\eta_x$	$-7{,}59\eta_y$	η_{m0}
0′	0,0000	0,0000	— 0,0000	0,0000	8	1,4949	2,9365	— 3,7950	0,6364
1′	0,0115	0,0926	— 0,0478	0,0563	6	2,0470	2,8000	— 4,6519	0,1951
2′	0,0498	0,3616	— 0,1996	0,2118	6	2,6930	2,4247	— 5,4481	— 0,3304
3′	0,1242	0,7853	— 0,4721	0,4374	5	3,4158	1,8983	— 6,1418	— 0,8259
4′	0,2482	1,3206	— 0,8865	0,6823	4	4,1982	1,3206	— 6,7035	— 1,1847
5′	0,4358	1,8983	— 1,4482	0,8859	3	5,0192	0,7853	— 7,1179	— 1,3134
6′	0,6980	2,4247	— 2,1419	0,9808	2	5,8596	0,3616	— 7,3911	— 1,1699
7′	1,0470	2,8000	— 2,9381	0,9089	2	6,7215	0,0926	— 7,5421	— 0,7280
8	1,4949	2,9365	— 3.7950	0,6364	0	7,5900	0,0000	— 7,5900	0,0000

VI santrauka.

Angos ketvirtadalio piūviui priderančių momentų infliuentiniai dydžiai

$$\eta_{m0} = \eta_z - 0{,}09\,\eta_x - 3{,}95\,\eta_y + \eta_0 .$$

	η_z	$-0{,}09\,\eta_x$	$-3{,}95\,\eta_y$	η_{m1}		η_z	$-0{,}09\,\eta_x$	$-3{,}95\,\eta_y$	η_0	η_{m1}
0′	0,0000	0,0000	— 0,0000	0,0000	8	1,4949	0,1492	1,9750		— 0,3309
1′	0,0115	0,0047	— 0,0249	— 0,0087	7	2,0470	0,1423	2,4210		— 0,2317
2′	0,0498	0,0184	— 0,1039	— 0,0357	6	2,6930	0,1232	2,8353		— 0,0191
3′	0,1242	0,0399	— 0,2457	— 0,0816	5	3,4158	0,0965	3,1963		0,3160
4′	0,2482	0,0671	— 0,4614	— 0,1461	4	4,1982	0,0671	3,4886		0,7767
5′	0,4358	0,0965	— 0,7537	— 0,2214	3	5,0192	0,0399	3,7043	— 0,9450	0,4098
6′	0,6980	0,1232	— 0,1147	— 0,2935	2	5,8596	0,0184	3,8465	— 1,8650	0,1665
7′	1,0470	0,1423	— 0,5290	— 0,3396	1	6,7215	0,0047	3,9225	— 2,7600	0,0437
8	1,4949	0,1492	— 0,9750	— 0,3309	0	7,5900	0,0000	3,9500	— 3,6480	~0,0000

VII santrauka.

Šelmeninio piūvio momentų infliuentiniai dydžiai:

$$\eta_{m2} = \eta_z + 0{,}48\,\eta_x + \eta_0 .$$

Piūviai		η_z	$0{,}48\,\eta_i$	η_0	η_{m2}	Piūviai		η_z	$0{,}48\,\eta_x$	η_0	η_{m2}
0	0	0,0000	— 0,0000	—	0,0000	4′	4	0,2482	— 0,3579	—	— 0,1097
1′	1	0,0115	— 0,0251	—	— 0,0136	5′	5	0,4358	— 0,5145	—	— 0,0787
2′	2	0,0498	— 0,0980	—	— 0,0482	6′	6	0,6980	— 0,6572	—	0,0408
3′	3	0,1242	— 0,2128	—	— 0,0886	7′	7	1,0470	— 0,7589	—	0,2881
4	4	0,2482	— 0,3579	—	— 0,1097	8′	8	1,4949	— 0,7999	—	0,6990

Les châssis encastrés d'une seule portée,

par M. le prof. K. Vasiliauskas.

Résumé.

L'auteur trâite le cas de calcul d'un arc et d'un cadre (châssis) d'une seule portée, statiquement indéterminé du 3e degré.

Les élements au point de vue de masses géometriques sont déduits à la même coupe transversale du moment d'inertie. On a tenu compte que dans cette réduction la longueur du chaque élement nouveau reste telle, que son angle de déformation corresponde à l'inclinaison de l'élement réel.

Pour les calculs l'auteur se sert d'équations de trois moments de Clapeyron. De ces équations après la transformation nécessaire l'auteur déduit trois *équations fondamentales du châssis* avec des coefficients d'une valeur géométrique appropriée et des valeurs des charges qui sont exprimées par les moments des charges du système fondamental statiquement déterminé et par les déviations des élements. Par résolution de ces équations fondamentales on obtient les trois valeurs statiquement indéterminées.

Pour calculer les valeurs des charges et les grandeurs nommées on trouve dans l'article une série de tableaux pour les différents cas de charges. Les calculs de châssis et des arcs sont illustrés par des nombreuses exemples résolus.

E. o. prof. J. Šimoliūnas.

Danijos sauskeliai ir jų su mūsų keliais palyginimas.

Sauskeliams Lietuvoje pagerinti klausimo nagrinėjimas.

Organizacija.

Danijoje visur matoma didelė valdymo decentralizacija. Daugiau kaip 20 vietinių savivaldybių, arba amtų, savarankiškai tvarko visą savo ūkį. Amtai išlaiko plentus ir prižiūri valsčių taisomus gruntkelius. Visi Danijos sauskeliai dalomi į dvi grupi. Prie pirmos grupės priklauso viešieji krašto keliai, vietoje vadinami Landevejе arba Hovedvejе, kas atitinka vokiečių pavadinimą Hauptwege; tie keliai gerai šosiruoti ir sudaro šio automobilių amžiaus magistralinius plentus. Tokių plentų ilgis Danijoje siekia 7000 km. (Neokupuotoje Lietuvoje plentų esama 1300 km.).

Antrąją kelių grupę sudaro vietinės reikšmės keliai, arba kaimo keliai — Biveje; juos vokiškai galima pavadinti Nebenwege. Kaimo keliai—Biveje — dalinasi į Komunaleveje, komunų — valsčių arba parapijų laikomus ir taisomus kelius, ir Privatveje, privačių asmenų taisomus ir užlaikomus kelius. Kaimo kelių ilgis daug didesnis už plentų ilgį; žymi kaimo kelių dalis grįsta arba šosiruota.

Seniau Danijos viešieji keliai — Landeveje — priklausė Viešųjų darbų ministerijai, o kaimo keliai buvo valsčių arba parapijų žinioje. Šiuo laiku Viešųjų darbų ministerija turi tik vieną vyriausiąjį kelių inspektorių — Overvejinspektor, kuris kontroliuoja sauskelių stovį, kasmet juos dusyk apvažiuodamas. Inspektoriaus pareiga yra žiūrėti, kad keliai būtų gerame stovyje; ministerija verčia savivaldybes taisyti rastus keliuose trūkumus. Vyriausias inspektorius negali kištis į savivaldybių kelių tvarkymo techniškus ir organizacinius klausimus; kelių taisymo iniciatyva priklauso savivaldybėms. Atskiri amtai taiso kelius įvairiais būdais ir atlieka tuos pačius darbus vienur geriau, kitur blogiau, nes reikalavimai nesuvienodinti. Teko patirti, kad sauskelių techniškiems reikalams subendrinti prie Viešųjų darbų ministerijos manoma sudaryti sauskelių specialistų tarybą, vad. Overlandevejeraad.

Viešiems keliams — Landeveje — prižiūrėti kiekvienas amtas turi atskirą kelių organizaciją, kelių inspektoratą iš kelių inspektoriaus ir jo padėdėjų; tie padejėjai, vad. asistentai, esti vyresnieji, dažniausiai inžinieriai, ir jaunesnieji — technikai. Atskaitomybei ir susirašinėjimui inspektoratas turi buhalterį ir raštvedį. Keliai skir-

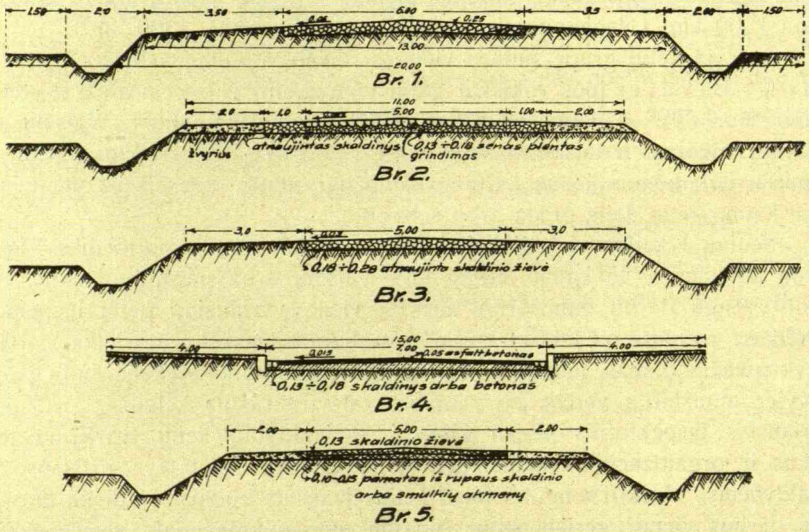
stomi į ruožus, prižiūrimus asistentų ir plentų sargų — vejmande, kurie aptarnauja po 3—6 km plento.

Kelių inspektoratų organizacijos pavyzdžiais gali būti Frederiksborg ir Sönderborg-Aabenraa amtų inspektoratai, su kuriais autoriui teko susipažinti vietoje.

Frederiksborg'o kelių inspektoratas turi savo priežiūroje grįstų kelių 20 km, tjaerbetonuotų — 12 km, smaluotų (overtjaering) 90 km, ir paprasto plento makadamo konstrukcijos 193 km, viso 315 km; jo personalą sudaro inspektorius, 2 inžinieriai, 4 asistentai, buhalteris, raštvedys ir plento sargai ruože. Sönderborg-Aabenraa kelių inspektoratas turi 300 km plentų ir personalą iš inspektoriaus, projektams ruošti inžinieriaus, asistento-techniko, 2 linijų asistentų arba kelio meisterių, buhalterio, raštvedžio ir plento sargų linijoje.

Plentų konstrukcija.

Danijos vyriausybė 18 šimtmetyje pasikvietė iš Prancūzijos karo inžinierių sauskeliams tvarkyti. Vienas jų, Marmillaud, tiesė plentą iš Kopenhagos į Hilleröd; už gerą ir sąžiningą plento statybą danai jam pastatė prie to plento paminklą.



Brėž. 1 rodo to plento skersinį profilį; tokie buvo ir kiti kelių tvarkymo pradžioje valstybės laikomi magistraliniai plentai.

Dabartinis to plento profilis, perdirbus jį vietiniam amtui, duodamas brėž. 2 (grindimas) ir 3 (skaldininė žievė).

Brėž. 4 rodo naujo plento profilį, vesto 1924 metais Humlebak'e, netoli Kopenhagos; tas plentas ateityje bus gatve.

Naujai ištaisyto Aabenraa-Sönderborg amto Monmark-Sönderborg plento profilis duotas 5 brėž.

Automobilių laisvam judėjimui plento takas, t. y. skaldininės žievės juosta, Danijoje daroma 5—5,5 m platumo sunkiam automoboliui su lengvuoju prasilenkti, arba 6 m — dviem sunkiems automobiliams prasilenkti, prisilaikant Danijos inžinierių sąjungos techniško kelių komiteto nuostatų*).

Greta kelių — gatvių numatomi takai pėstiems, 2—5 m platumo, ir c i k l i s t a m s — 2—5 m; todėl keliai būna bendro platumo nuo 8 iki 20 m, vidut. nuo 10 iki 13,5 m, o gatvės — nuo 21 iki 49 m, vidut. nuo 27,5 iki 35 m.

Išilginiam plento profiliui maksimalinis nuolydis ($tg\alpha$) taikinamas:

kalnuotose vietose . . . . . $tg\alpha = 0{,}05$,

vidutinėse vietose . . . . . $tg\alpha = 0{,}04$,

lygiose vietose . . . . . $tg\alpha = 0{,}025$,

o minimaliniu nuolydžiu laikomas $tg\alpha$ nuo 0 iki 0,005.

Skersiniam plento profiliui tiesiuose plento ruožuose paprastai įmamas nuolydis:

$tg\varphi = 0{,}04$ iki 0,05, arba $^1/_{25}$ iki $^1/_{20}$, o kreivose plento vietose, t y. pasisukimuose:

$tg\varphi = 0{,}03$ iki 0,06, arba $^1/_{30}$ iki $^1/_{15}$; tas skersinis kelio nuolydis pareina nuo vežimo pasisukime važiavimo greičio v km/val. ir jam atitinkamo minimalio pasisukimo radiuso R; santykis tarp tų reiškinių duodamas šioje lentelėje:

	$tg\varphi =$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{30}$
$v = 60$ km/val.	$R \geqq$	215	285	350	425 m
$v = 50$ „ „	$R \geqq$	150	200	250	300 m
$v = 45$ „ „	$R \geqq$	120	160	200	240 m
$v = 40$ „ „	$R \geqq$	100	125	150	200 m
$v = 30$ „ „	$R \geqq$	50	70	90	100 m
$v = 20$ „ „	$R \geqq$	25	30	40	50 m
$v = 15$ „ „	$R \geqq$	15	20	25	30 m
$v = 10$ „ „	$R \geqq$	10	10	10	15 m

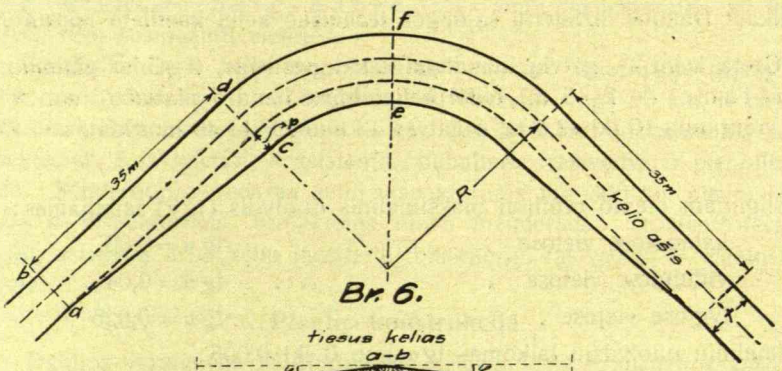
Pasisukimuose kelias praplatinamas į vidų (brėž. 6) tam tikru profilu.

Kelio praplatinimas p pareina nuo kelio pasisukimo radiuso R ir kelio tako platumo t, kaip nurodyta lentelėje:

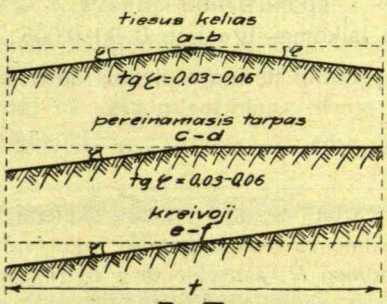
	$R =$	10	15	25	50	75	100	150	200	250	300	500 m
prie $t = 5$ m:	$p =$	3,40	2,50	1,80	1,40	1,30	1,25	1,15	1,10	1,10	1,05	1,05 m
prie $t = 5{,}5$ m:	$p =$	2,90	2,00	1,30	0,90	0,80	0,75	0,65	0,60	0,60	0,55	0,55 m

*) Dansk Ingeniörforenings Tekniske Vejkomité. Vejes plan og profil. Kjöbenhavn 1924, pusl. 19—23.

Jei dėl ko nors kelio negalima praplatinti, tai kelias užsisukime būtinai daromas specialios skersinio profilio formos, nurodytos brėž. 7.



Br. 6.



Br. 7.

Nuo pasaulinio karo Danijoje tiek išsiplėtė lengvųjų ir sunkiųjų automobilių miesteliuose ir provincijoje judėjimas, jog gatvių ir senųjų plentų tipas naujam intensyviam judėjimui visai nebetinka. Greit važiuojančių automobilių guminiai ratai išjudina ir iškelia smulkias plento paviršiaus medžiagos dalis, nunešamas vėjo, ir plentas, taip sakant, išdulkinamas; plento take lieka skaldinys, kurį sekančiųjų automobilių ratai išmuša ir išmėto į šalis. Tokiu būdu plentas del automobilių judėjimo duoda daug dulkių ir greit susidėvi, suirsta, nuo ko nukenčia automobilių ratų padangalai ir kameros; tiek plento tvarkytojui, tiek automobilio savininkui tuo daromi dideli nuostoliai; abudu suinteresuoti kelius naujoms susisiekimo priemonėms pritaikinti.

Todėl Danijoje, kaip ir kitose šalyse, daromi įvairūs bandymai, ieškoma sprendimo; ypač daug rūpinasi Danijoje Kopenhagos, Frederiksborg'o, Odense's amtai. Vienoje vietoje plento skaldininė žievė 2—3 syk laistoma geriausia mineraline smala t j a e r e, eikvojant po ½—2 kg/m²; po 2—4 mėnesių važinėjimo tas laistymas o v e r t j a e r i n g pakartojamas, vartojant smalos po 1—1½ kg/m². Kitoje vietoje suvažinėta žievė klojama iš t j a e r b e t o n i o, t. y. smaluoto skaldinio sluoksnio 6—7 cm storio, suvartojant smalos t j a e r e 60—80 kg vienam m³ skaldinio (brėž. 8).

Trečioje vietoje naujo plento žievė, apie 13 cm storio, padengiama 5 cm asfaltinio betono sluoksniu (brėž. 9).

Ketvirtoje — ant senos sulygintos skaldininės plento žievės tiesiama šeštaininė, t. y. dailus akmens grindimas iš šeštainėlių 10 cm storio sluoksniu (brėž. 10).



Br. 8. Br. 9. Br. 10.

Penktoje — plento žievė daroma iš betono arba gelžbetonio. Žodžiu, Danijoje stengiamasi išdirbti tokią plento konstrukciją, kad jis būtų be dulkių, higieniškas, patvarus, pigus ir atitiktų vietos klimatą, judėjimą bei kitas vietos sąlygas. Įsitikinta, kad stipriausia, higieniškiausia plento žievė yra šeštaininė, užtat brangoka, nes Danijoje 1924 m. vienas viršutinis šeštainių sluoksnis, neskaitant pamato, kainòjo apie 13 kr./m² arba 22 lt./m². Iš esamų davinių galima nustatyti šią patvarumo atžvilgiu plento konstrukcijų eilę: tjaerbetonis, asfaltbetonis, smaluota paprasta skaldininė plento žievė.

Seni keliai Danijoje daugiausia kreivi; dabar jie tiesinami, nežiūrint trobesių nei kitokių kliūčių; išilginiam profiliui sušvelninti pilami aukšti pylymai ir kasami gilūs perkasai. Po pasaulinio karo prie Danijos prijungto Schleswig'o keturiuose amtuose apleisti keliai visiškai atstatomi, mažinant pakilimus, tiesinant kreivumus, platinant kelio tarp griovių juostą iki 8—9 m mažiausia. Šiame krašte automobilių judėjimas ne labai didelis, todėl plentai taisomi paprastu būdu skaldinio, išlakų ir žvyriaus pagalba, kaip Lietuvoje.

Medžiaga ir darbas.

Keliams gerame stovyje palaikyti suvartojama daug medžiagos. Akmens medžiaga plentams gabenama iš Švedijos ir iš Bornholmo salos; tik vietomis, pav. Šlezvige, plentams vartojamas, kaip Lietuvoje, lauko akmuo. Medžiagos ir darbo kainų santrauka duodama šioje lentelėje (skliaustuose pažymėtos kainos kronomis*).

Plento medžiagų ir darbo kainos.

1 m³ skaldinio : 25—60—85 lt. (15—35—50 kr.),

1 m³ žvyriaus : 9—25 lt. (5—15 kr.),

1 m² šeštaininio 10 cm storio grindinio: 17—23—30 lt. (10—13,5—18 kr.),

1 m² tjaerbetonio, 6—7 cm storio: 10—12 lt. (6—7 kr.),

1 m² asfaltbetonio, 5 cm storio: apie 12 lt. (7 kr.).

Gero specialisto darbininko dienos atlyginimas: 8—25 lt. (5—15 kr.); gero meisterio specialisto dienos atlyginimas: 17—35 lt. (10—20 kr.).

*) Priimtas 1924 m. santykis : 1 danų krona = ~ 1,7 lt.

Įtvarai.

Įtvarams — įvairių rūšių trobesiams, tiltams, vamzdžiams ir t. t. Danijoje vartojama savo nedegamoji medžiaga: plytos, cementas, akmuo, žvyrius, smėlys. Visi plentų tiltai daromi iš betono ir gelžbetonio, kad būtų stiprūs ir ekonomiški; sunaudojama krašto medžiaga ir taikinamas savo šalies darbas; įvežama tiktai geležies.

Gruntkeliai.

Gruntinius kelius, arba vieškelius, taiso ir prižiūri valsčiai arba parapijos, o kontroliuoja amtų inspektoriai. Kelio takui įtaisyti vartojama kietesnė medžiaga — akmuo, skaldinys, žvyrius; griovių krantams — velėnos. Darbams skiriamas pavasario ir rudens laikas. Medžiaga atgabenama iš anksto; kelių taisymas specialistų prižiūrimas, visur vienodai. Visi keliai turi kietą pamatą, yra lygūs ir visados gerai išvažiuojami; iš lauko pusės už griovių jie apsodinti aukštomis gyvatvorėmis; tie kelio papuošimai dabar pasirodė nepraktiški, nes per juos nematyti skerskelių, ir automobiliams dažnai pasitaiko nelaimės. Viešųjų gruntkelių arba komunalinių kelių platumas būna mažiausia 4,5 m, daugiausia 13 m; vidutinis platumas 7—8 m.

Privatinius (p r i v a t v e j e), arba lauko, keliukus, 2,5 m platumo, ir privažiuojamus kelius, 2,5—4—5 m platumo, taiso žemės sklypų savininkai; tie keliai taip pat kieti ir lygūs.

Lėšos.

Viešiems keliams (L a n d e v e j e ir K o m u n a l e v e j e) laikyti lėšos surenkamos amtų ir skiriamos sulig darbų projektu ir sąmata. Mokestį už automobilius renka policija; 1924 metais to mokesčio buvo surinkta visoje Danijoje 13,6 milionų litų (8 milionai kronų). Gautos iš to šaltinio lėšos skirstomos tarp amtų, atsižvelgiant į jų metines kelių reikalams sąmatas, tinkamų automobiliams kelių ilgį ir surinkto iš automobilių mokesčio sumą.

Danijoje stengiamasi grąžinti kiekvieną išleistą sumą. Už naudojimąsi Sönderborg'o pontoniniais tiltais imama mokestis net iš pėsčių (po 17 ct. = = 10 öre). Lietuvoje tokių mokesčių vengiama.

Frederiksborg'o amte su 315 km plentų 1924 metais turėta plentų darbams 1 700 000 kr. = 2 890 000 lt. arba apie 9 200 lt./km; nuo automobilių čia surenkama apie 500 000 kr. = 850 000 lt. per metus.

Danijos ir Lietuvos keliai.

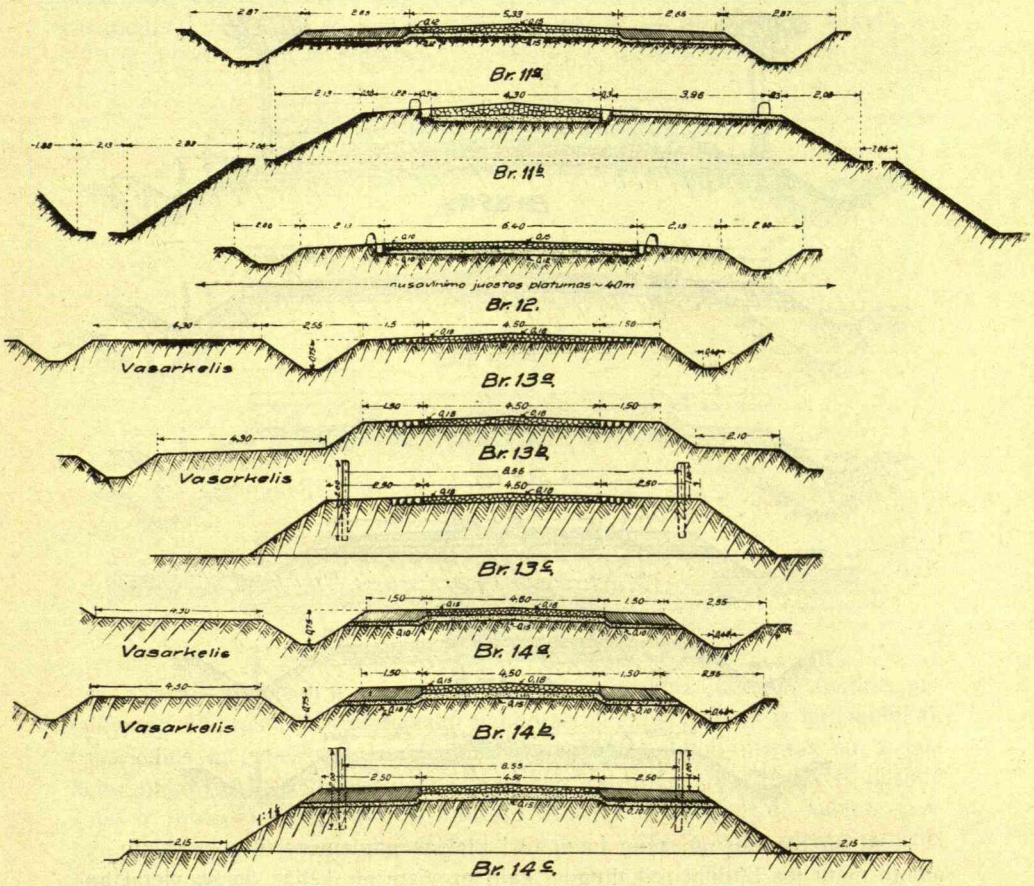
Palyginant Danijos sauskelių sutvarkymą su Lietuvos keliais, galima padaryti eilę išvadų.

1. Kelių organizacija Danijoje šiuo metu decentralizuota; keliai tvarkomi senų ir prityrusių savivaldybių atitinkamo inžinierių, technikų, meisterių bei darbininkų etato. Kiekvienas amtas kelius taiso savotiškai, kelių konstrukciją įvairi.

Lietuvoje, bent tuo tarpu, svarbiausios sauskelių šakos, kaip plentai, centralizacija yra būtina: jiems palaikyti lėšų duoda valstybė; savivaldybės neturi nei lėšų, nei prityrusio technikinio personalo.

2. Plentų rekonstrukcijos ir remonto darbų būdai Danijoje pasižymi dideliu įvairumu, aiškinamu atskirų amtų ypatybėmis ir lengvomis sąlygomis gauti tokią medžiagą, kaip šeštaininį akmenį, mineralinę smalą, asfaltą ir t. t.

Vartojami Lietuvoje plentų darbų (rekonstrukcija, ištisi bėrimai, mažas duobių remontas, nusausinimas) būdai neturi būti keičiami. Mažam duobių remontui patartina, kaip Danijoje, vartoti smulkų 3—5 cm skaldinį ir nuolat



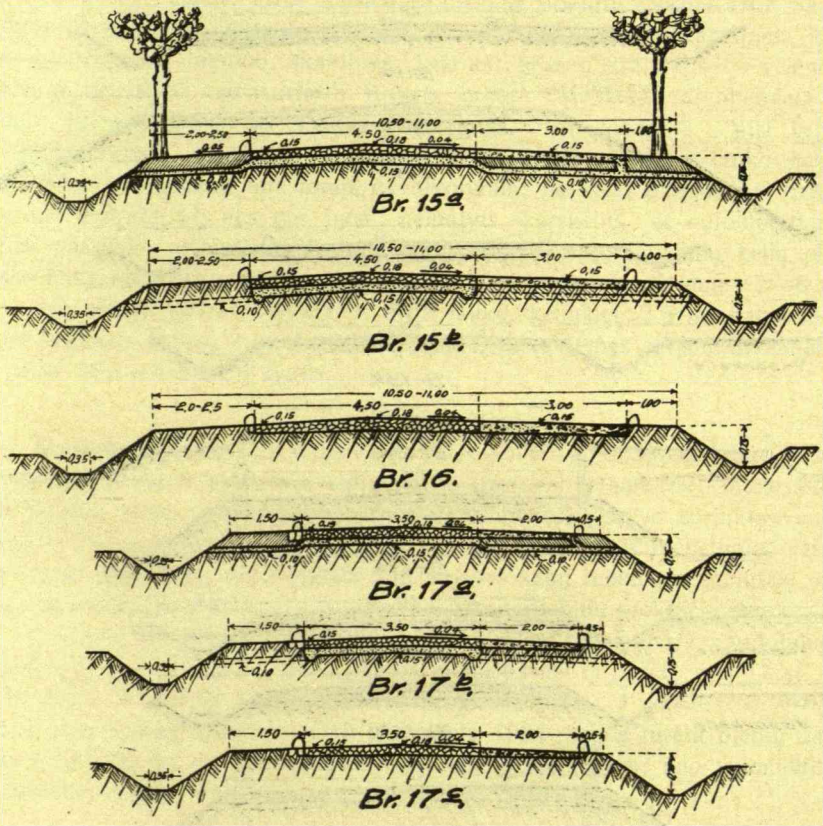
dengti skaldininę žievę išlakomis bei žvyrium, kad ta žievė ilgiau turėtų. Toliau reikia stengtis tobulinti kelio darbų kokybę, lavinti savo technikus ir darbininkus. Medžiagą plentams reikia rinkti vietinę — žvyrių, akmenis, smėlį, — atsargiai naudojantis įvežama iš užsienio medžiaga.

3. Danijoje keliai tiesinami, platinami ir lyginami, nesigailint nei žemės ploto nei namų nusavinimo keliams taisyti.

Mūsų plentai, kaip Šiaulių (brėž. 11a, 11b), Ukmergės (brėž. 12), strateginiai plentai (brėž. 13a, 13b, 13c priesmėlio grunte ir 14a, 14b, 14c

priemolio grunte) turi pakankamą dabartiniam judėjimui platumą; mažinti nėra reikalo, nes artimoje ateityje jis atitiks judėjimą.

4. Juostos už griovių, paplentės, — Danijoje turi tik 0,5—1,0 m platumo, nes žemė labai brangi; tos juostos švariai laikomos todėl, kad ten gyvuliai laukuose neganomi, bet laikomi pririšti; paplentės naudojamos tik darbo medžiagai laikyti. Kelių tinklas Danijoje tiek tankus, kad kelio remonto metu nesunku rasti apvažiavimui kitą kelią.



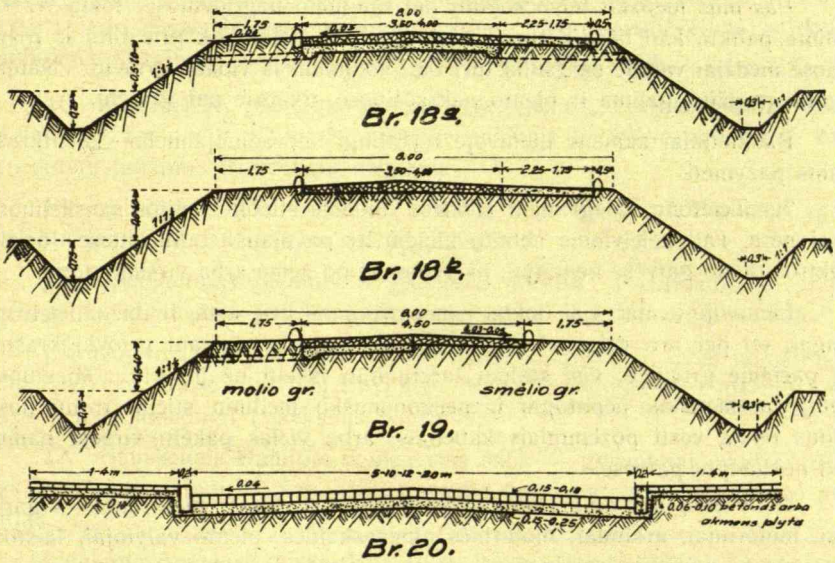
Mūsų plentai nuo senų laikų turi plačias paplentes; tiltų ir plentų remonto metu jos būtinai reikalingos, kaip provizorinis kelias darbų vietai apvažiuoti; taip pat jos reikalingos plento įtvaroms ir medžiagai laikyti. Be to, paplentės pas mus neišvengiamos, kol gyvuliai ganysis bandomis arba palaidi ir mindžios plentkraščius bei griovių, pylymų ir iškasų pakraščius.

5. Danijoje nėra nešosiruotų kelių greta plento, vad. v a s a r k e l i ų; skaldininės žievės takas daromas 4,5—6 m platumo. Keliams suvartojama labai daug akmens.

Esamuose Lietuvoje plentuose teko padaryti vasarkelius, taikinantis prie nekaustytų arklių ir kaimiečių ramesnio kelio pamėgimo. Paliekant

juostą vasarkeliui plentų takas siaurinamas, dėl lėšų ekonomijos, iki 3,5—4,5 m platumo. Brėž. 15, 16 ir 17 duoti profiliai plentų su vasarkeliais: 15a ir 15b — Šiaulių ir Ukmergės plentų priemolio grunte ir 16 — priesmėlio grunte, 17a, 17b ir 17c — strateginių plentų profiliai.

Naujai statomus plentus reikia daryti su 0,5—1,0 m aukščio pylymu kelio nusausinimui pagreitinti. Plentai turi būti 8,0 m platumo; paliekant vasarkelį, skaldininė žievė gali būti 3,5—4,0 m platumo (18a, 18b brėž.), vasarkelis 1,75—2,25 m ir plentkraščiai: vienas — medžiagai laikyti — 1,75 m, kitas — 0,5 m platumo.



Vasarkelis bendrai yra negeistinas: jis apsunkina judėjimo tvarkos palaikymą. Paprastai šosiruotu taku naudojasi sunkūs vežimai ir automobiliai, vasarkelius mėgsta lengvi arkliniai vežimai. Tuo būdu plentas su vasarkeliu sudaro dvikelį ir susisiekimo taisyklės (susitikus prasilenkti iš dešinio šono ir pralenkiant aplenkti iš kairiojo šono), nelaikomos ir nuolat painiojamos, dažnai įvyksta susidurimai, nelaimės. Todėl toks plento dvikelis ateity vengtinas.

Brėž. 19 duoda rekomenduojamą naują techniškai racionalaus ir judėjimui patogaus plento profilį, brėž. 20 — gatvės profilį.

Miestų gatvėms grįsti patartina vartoti tašytus iš mūsų lauko akmens kubikus pločio 12—15 cm, ilgio 12—15 cm, storio 15—18 cm, arba plytinės formos: pločio 10—18 cm, ilgio 12—24 cm, storio 15—18 cm. Gatvių grindimas užsienio medžiagomis, pav., asfaltu, negali būti rekomenduojamas: užsienio medžiaga brangi, neturime tinkamų darbininkų ir specialių mašinų; dėl ilgų ir nepastovių žiemų ledą tenka keletą kartų kapoti laužtuvais,

kurie gadina asfaltinę žievę. Šalygatviams reikia vartoti akmens arba betono plytas dydžio: 20—50 cm pločio, 20—50 cm ilgio. 4—10 cm storio; briaunoms vartotinas tašytas akmuo nuo 10 × 35 × 75 cm iki 20 × 50 × 100 cm dydžio, arba betonas bei gelžbetonis.

6. Danijos plentai išsodinami medžiais iš vidaus griovių kraštais, vieškeliai ir privatūs keliai iš senovės sodinami medžiais iš oro pusės, atskiriant kelius nuo lauko ir paliekant paliai griovį 0,5 m pločio takelį pėstiems. Keliai paženklinti kilometriniais, šimtmetriniais, tiltų ir kryžkelių stulpais; bankietinių akmenų tarp tako ir plentkraščių nestatoma.

Pas mus medžiai buvo sodinti dėl saugumo užgrioviuose; tokią tvarką galima palikti, kad būtų daugiau vietos pačiam keliui, tik prie tiltų ir pylymuose medžiai vietoje sargšulių turi būti sodinami iš vidaus griovių. Naujai sodinti medžius galima ir plento pakraščiuose, tik prie pat griovių.

Bankietiniai akmens Lietuvoje reikalingi nevažiuojamiems plentkraščiams pažymėti.

7. Telefonų, telegrafų ir elektros laidams stiebų Danijos sauskeliuose visai nėra, kad keleiviams nebūtų kliūčių ar pavojaus. Miestuose orinio elektros tinklo gatvėse nematyti, jis vedamas po žemė arba viršum stogų.

Lietuvoje bemaž visi tinklai koncentruojami prie kelių ir dažnai netvarkingai, tai per arti prie važiuojamosios kelio dalies, tai ant griovio krašto, tai pačiame griovyje; visi stulpai turėtų būti iškelti už griovių. Miestuose vietoje neestetiškų, nepatogių ir neekonomiškų medinių stiebų trotuaruose laidus reikia vesti požeminiais kabeliais, arba vielas pakelti viršum namų, kad nekliudytų gatvėse.

8. Plentų darbams Danijoje vartojamos mašinos: plentruliai — garininiai, motoriniai, arkliniai, motorinės akmenskaldės, plento valytojai, laistikliai; plento paviršiui smaluoti — smalos laistikliai, skaldiniui smaluoti — smaluokliai, perleidžiant skaldinį per karštą smalą. Skaldinys bendrai gaminamas akmenskaldėmis, bet kartais skaldoma ir rankomis. Mašinos gerai laikomos ir prižiūrimos ilgai ir produktyviai dirba. Plentų skaldininės žievės kietinimas daromas ne rangovų, o pačios technikinės plentų priežiūros ūkio būdu, kad tas svarbiausias plento darbas būtų atliktas taisyklingai ir gerai.

Lietuvoje yra plentų darbams mašinų — plentrulių, akmenskaldžių, kirkuotojų, tik jos ne visai gerai laikomos ir vartojamos; mašinų personalas netobulas, dažnai atsitiktinis. Reikia žiemos metu rengti mašinistams ir jų padėjėjams pakartotinius kursus, duoti jiems tinkamą supratimą apie visų mašinų dalių reikšmę, tinkamą priežiūrą ir veikimą; mašinų personalui reikia įvesti premijas už gerą mašinų užlaikymą ir darbą. Plento žievės kietinimas turi būti daromas ūkio būdu po tinkama priežiūra. Plentrulių mašinistai turi būti nuolatiniai tarnautojai.

9. Tuose Danijos sauskelių ruožuose, kur judėjimas tiek paprastų vežimų, tiek lengvųjų ir sunkiųjų automobilių yra labai intensyvus, pav.,

arti miestų, bandoma dirbti važinėjamąją kelio dalį iš įvairios medžiagos ir įvairiais būdais; observuojamas įvairių konstrukcijų atsparumas ir daromas jų palyginimas.

Lietuvoje dėl kuklių plentams skirtų lėšų platesnių bandymų nebuvo daroma. Atrodo labai racionalu suorganizuoti platesnius įvairių medžiagų ir jų vartojimo bandymus pavyzdiniuose plentų tarpuose kad ir mažo ilgio, pradedant nuo 0,1 km. Pirmoje eilėje reikia bandyti savo medžiagą — Lietuvos akmenį, gaminant skaldinį mašinomis bei rankomis ir tašytą akmenį — kubikus — geram grindimui. Skaldininei žievei sustiprinti ir dulkėms išvengti reikia pabandyti plentų laistymą smala, ką danai vadina o v e r t j a e r i n g. Taisyklingoms studijoms apie plentų susidėvėjimą ir kelių naudojimą reikalinga nustatyti visus Lietuvos vežimų tipus.

10. Kryžkelėse, plentams kertant geležinkelius, Danijos plentai visur iškelti į gelžbetoninius viadukus; viename aukštyje kryžkelių nedaroma, kad netrukdytų judėjimo ir išvengtų nelaimių.

Plentų ir geležinkelių kryžkelėse reikia ir Lietuvoje daryti viadukus, ypač projektuojant ir vedant naujus geležinkelius.

11. Besiplėtojąs plentais ir gatvėmis mašinų — automobilių, traktorių, motociklų ir t. t. judėjimas Danijoje pilnai įstatymų reguliuojamas*).

Lietuvoje mašinų judėjimas taip pat smarkiai plečiasi; labai reikalingas kelių įstatymas, kuris nustatytų rinkliavos būdus ir technikinėms mašinų Lietuvos keliais judėjimui taisyklėms pagrindus.

12. Sauskeliais Danijoje domisi visa šalis — gyventojai, valdžia, seimas ir senatas: žemdirbių šaliai labai svarbu turėti patogias transporto arterijas.

Lietuvos visuomenė turėtų daugiau susirūpinti sauskelių klausimu; mūsų žemdirbių šaliai ne mažiau kaip Danijai reikalingi geri sauskeliai.

13. Danijos gruntkeliai kieti, visados išvažiuojami. Iš senovės jie turi iki 13 m, vidut. 5—8 m platumo. Gruntkeliai valsčių reguliariai taisomi pavasarį ir rudenį su pagalba akmens, žvyriaus ir vietinio skaldinio. Mūsų gruntkeliai visai blogi; jie nepakelti aukščiau lauko, šlapi, išdrembti. Juos reikia iškelti 0,5—1,0 m viršum lauko, griovius laikyti iki 0,75—0,9 m gilumo. Esamų vieškelių nereikia siaurinti; vieškelių platumas tarpe griovių turi būti 7—9 m, vidut. 8 m; tarp vienkiemių, kaimų ir valsčių vieši keliai neturi būti siauresni, kaip 4,5—6 m, privatūs keliai — 3—4 m, lauko ir miško keliukai — 2,5 m. Kelių taisymą tektų palikti savivaldybėms, bet patobulinti kelių technikinė priežiūra. Keliams naujai vesti ir juos taisyti reikalingos smulkios privalomos technikinės instrukcijos.

---

*) Lov om Motorköretöjer.

Literatūra.

Dansk Ingeniörforenings Tekniske Vejkomité. Vejes Plan og Profil. Kjöbenhavn, 1924, 25 pusl.

Id. Begmakadam, Asfaltbeton og Asfaltmörtel (Sandasfalt). Kjöbenhavn, 1924, 17 pusl.

Id. Almindelige Anvisninger for Anvendelse i Vejbygningen af Tjaere og Tjaerepraeparater, Asfaltmakadam og Chaussébrolaegning med et Tillaeg om Vedligeholdelse af chausserede Veje. Kjöbenhavn, 1924, 23 pusl.

J. Šimoliūnas. Plentų remonto darbų vykdymui technikinės taisyklės. Kaunas, 1923, 44 pusl. ir 5 tab. (opalogr.).

P. Le Gavrian. Les chaussées modernes. Paris, 1922.

Handbuch der Ingenieurwissenschaften. I T., 4 Bd. Landstrassen.

F. Loewe. Strassenbaukunde. München, 1906.

А. Гельфер. Очерк развития дорожного и мостостроительного дела в Ведомстве Путей Сообщения. Т. III. С. Петербург, 1911.

Les chaussées du Danemark et leur comparaison avec celles de la Lituanie,

par M. le prof. J. Šimoliūnas.

(Résumé).

L'auteur avait l'occasion de visiter le Danemark et de faire connaissance avec ses voies de communication; il passe un revue plusieurs constructions de chaussées, expose leur administration et leur situation financière; puis il compare les routes du Danemark avec celles de la Lituanie, en indiquant les moyens d'amélioration de ces dernières.

Prof. J. Šliogeris.

Elektrinis medžiagų atsparumas.

La résistance électrique des isolants. Câbles et isolateurs.

(Tęsinys. Pradžia „Technikos“ Nr. 3).

§ 13. Kabelių izoliavimas.

Praėjusiame šimtmetyje — elektrotechnikos jaunystėje — kabelių izoliacijai buvo vartojama beveik visados guma. Ilgainiui su guminiais kabeliais pradėjo konkuruoti popieriniai, ir šio šimtmečio pradžioje popieris, kaipo kabelių izoliacija, galutinai išstūmė gumą.

Kaip žinoma, stiprios srovės kabelių popierinė izoliacija įmirkoma kompaunde, kuris gaminamas iš mineralinės alyvos, sumaišytos su smala. Prieš įmirkiant popieriu izoliuota kabelio gyslė gerai išdžiovinama, įdėjus ją į sandariai uždarytą indą ir ištraukus iš to indo orą ir vandens garus. Kada kabelis visai išdžiūsta, į indą įleidžiamas kompaundas, kuris ir užpildo visus izoliacijos porus. Įmirkytas kabelis padengiamas švininiu šarvu, viršuj kurio eina metalinis šarvas su atitinkamais asfaltuoto popierio ir asfaltuotų siūlų sluoksniais.

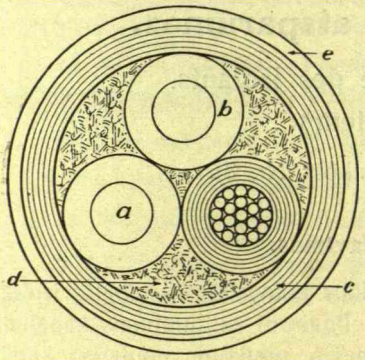
Gaminimas popierinių kabelių neaukštiems įtempimams — iki kelių tūkstančių voltų — nesudaro sunkumų. Tai dėl to, kad esant nedideliems įtempimams kabelių izoliacijoje susidaro palyginamai nedideli, žymiai mažesni už popierio pramušimo atsparumą, lauko stiprumai, dėl ko kabelio izoliacija nepramušama pridėtu prie kabelio gyslių įtempimu ir ilgai laikosi elektrinio įtempimo neįžeidžiama. Gaminant kabelius labai aukštiems įtempimams — keliasdešimt tūkstančių voltų — tenka griebtis tam tikrų, tiksliai paremtų elektrinio lauko teorija, priemonių.

Kad aiškiau sau tas priemones įsivaizduotum, susipažinkime smulkiau su normalaus trifazinio kabelio konstrukcija ir išaiškinkime, dėl ko toks kabelis netinka aukštiems įtempimams.

Kiekviena normalaus trifazinio kabelio gyslė iki tam tikro izoliuojančios sienos storumo apvyniojama popieriniu kaspinu. Taip izoliuotos trys gyslės susukamos į lyną, ant kurio vėl užvyniojama popierinė kaspino izoliacija. Protarpiai (Zwickel) taip susuktų kabelio gyslių užpildomi kanapi-

niais, lininiais arba popieriniais siūlais. Protarpių tarp gyslių užpildymas ir gyslių susukimas atliekamas normalioje kabelio fabrikacijos eigoje, su tam tikromis mašinomis, panašiomis kanapiniams bei lininiams lynams gaminti mašinoms. Taip pagamintas lynas išdžiovinamas vakuume, o paskiau įmirkomas kompaunde.

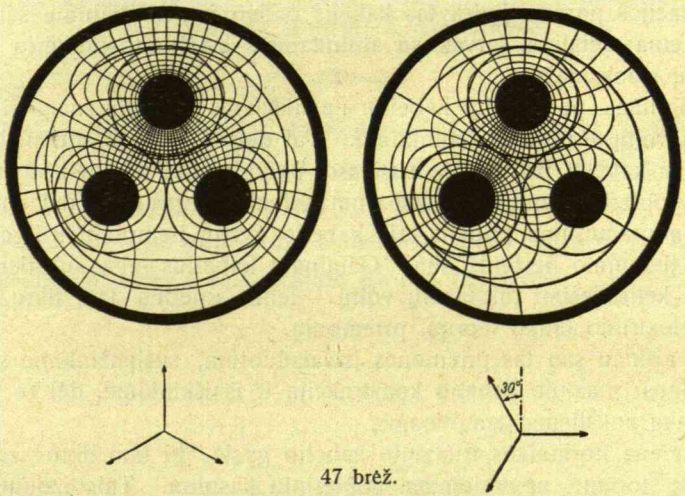
Brėž. 46 vaizduoja trisdešimt tūkstančių voltų, 3×95 mm² normalios konstrukcijos trifazinio kabelio skersinį piūvį. Tame brėžinyje varinės gyslės pažymėtos raide *a*, laidininkų izoliacija raide *b*, bendra visų trijų laidininkų izoliacija raide *c*, protarpių tarp gyslių užpildymas raide *d*, švininis šarvas raide *e*. Prijungus tokį kabelį prie trifazinės srovės generatoriaus jo gyslėmis eis srovė (prikraunamoji srovė), kurios dydis pareina nuo generatoriaus įtempimo, kabelio talpumo ir srovės dažnumo, ir išreiškiamas formule (§ 6):



46 brėž.

$$I_o = E_f C \omega .$$

Kabelio dielektrike susidarys ir laikysis elektrinis laukas. Dėl laidininkų paviršių nelygumų ir izoliuojančių medžiagų nevienodumo tiksliai apskaičiuoti to lauko negalima; leidžiant, kad kabelio gyslių paviršiai tiksliai cilindriniai, o izoliuojančių medžiagų dielektrinės pastoviosios vienodos, elektrinio lauko linijos turės pasiskirstyti taip, kaip atvaizduota 47 brėžinyje.



47 brėž.

To brėžinio sujungtos linijos vaizduoja vienodo potencialo paviršius, o linijos, statmenos pirmosioms, — lauko kryptis; pastarųjų tirštumas bet

kurioje vietoje rodo lauko toje vietoje stiprumą. Esamus kabelio gyslėse momentalius įtempimus galima surasti apačioje išbrėžtiems vektoriams padedant, suprojektavus juos į vertikalę ašį. Kairiojo brėžinio viršutinė gyslė turi maksimalį teigiamą įtempimą, o abidvi kitos — vienodo dydžio neigiamus, lygius pusei maksimalio, įtempimus. Dešinysis brėžinys vaizduoja padėtį, kada vektoriai pasisuka kampu 30°, t. y. — $^1/_{12}$ periodo praslinkus. Tame momente dešiniosios apačioje gulinčios gyslės įtempimas lygus nuliui, o abiejose kitose gyslėse įtempimai lygūs tarp savęs ir sudaro $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ maksimalio, bet kryptys jų priešingos.

Šiuose brėžiniuose taip pat matyti, kaip nelygiai įtempta izoliuojančioji medžiaga įvairiose vietose per vieną periodą. Lauko linijų kryptis erdvėje tarp kiekvienos gyslės ir švyno ir kryptimi tiesiosios, kuri jungia gretimų gyslių centrus, statmena popierinės izoliacijos sluoksniams; o centralinėje skersinio kabelio piūvio dalyje, t. y. viduje tarp trijų kabelio gyslių ir šoninėje jo piūvio dalyje, apribotoje dviem kabelio gyslėmis ir švininiu šarvu, lauko linijų kryptis įžulni popierinės izoliacijos sluoksniams. Todėl izoliacijoje, kuri yra vidury tarp trijų kabelio gyslių ir šone tarp dviejų gyslių, ir švino susidaro liečiamoji popierinės izoliacijos sluoksniams lauko stiprumo sudedamoji, t. y. susidaro išilgas popierio sluoksniams elektrinis laukas. Kadangi popierio pramušimo atsparumas sluoksnių kryptimi žymiai mažesnis už pramušimo atsparumą statmena sluoksniams kryptimi, tai elektrinis laukas, kuris veikia izoliacijos sluoksnių kryptimi, išdegina izoliaciją. Izoliacijos išdegimai ištinka ne staiga, bet iš lėto: esant tam tikram įtempimui pradžioje išdega visai nedidelės izoliacijos dalelės; laikui bėgant išdegusios vietos didėja ir pagaliau izoliacija pradega visu storiu. Gyslių izoliacijos storumo didinimas nuo tam tikro įtempimo aukštumo jau nebepadeda.

Įvairių fabrikų praktika parodė, kad normalios konstrukcijos trifazinius kabelius galima gaminti tik įtempimams iki 35 000 voltų.

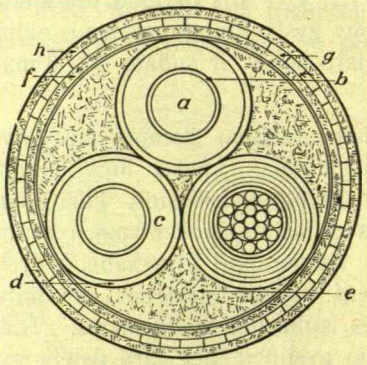
Iš to išeina, kad, norint pagaminti kabelį aukštesniam 35 000 voltų įtempimui, reikia jį taip sukonstruoti, kad jo laidininkų paviršiuose laukų stiprumai būtų kiek galint mažesni ir kad elektrinio lauko linijos statmenai perkirstų popierinės įzoliacijos sluoksnius. Kad tos sąlygos būtų išpildytos, pagal elektrinio lauko teoriją reikia kiekvienos gyslės paviršių padaryti tiksliai cilindriniu, ir gyslių izoliacijos išorinius paviršius padengti metalu. Taip sukonstruotame kabely kiekvienos gyslės elektrinio lauko linijos turės radialę kryptį (žiūr. 50 brėž.): prasidės metalinės gyslės paviršiuje ir baigsis to metalinio dangčio vidujiniame paviršiuje, kuris liečia išorinį popierinės izoliacijos paviršių.

Praktiškai tuos teorijos reikalavimus fabrikai išpildo nevienodai.

Pavyzdžiui, *C. J Vogel Draht-und Kabelwerke Aktiengesellschaft* daro šiaip: kiekvieną kabelio gyslę padengia plonu cilindrinės formos švino sluoksniu, paskui izoliuoja ją popieriniu kaspinu, įmirko kompaunde

ir padengia švininiu šarvu. Švinu šarvuotas gysles susuka į lyną taip pat, kaip normalios konstrukcijos kabelio švinu nepadengtas gysles.

Brėž. 48 vaizduoja tokios konstrukcijos kabelį 30 000 voltų įtempimui, 3×95 mm² piūvio. Tame brėžinyje varinės gyslės pažymėtos raide *a*, ploni švino cilinderiai varinių gyslių paviršiuose — raide *b*, gyslių izoliacija — raide *c*, švininiai šarvai — raide *d*, siūlai, kurie užpildo protarpius tarp švino šarvuotų gyslių -- raide *e*, popierio ir asfaltuotų siūlų sluoksnis — raide *f*, metalinis šarvas — raide *g*, viršutinis asfaltuotų siūlų sluoksnis — raide *h*.



48 brėž.

To kabelio gyslių izoliacija išskaičiuota, leidžiant jojo izoliacijoje tokį pat maksimalį lauko stiprumą, koks gaunamas normalios konstrukcijos 30 000 V trifaziniame kabelyje, kurio konstrukcija atvaizduota 46 brėžinyje. Abiejų kabelių mastai ir jų ypatybės sutrauktos duodamojoje lentelėje, kurioje čia aprašytos konstrukcijos kabelis pavadintas *H - kabeliu.*

	30 000 voltų 3×95 mm² *Normalus trifazinis kabelis*	*30 000 voltų 3×95 mm²* *H - kabelis*
Varinės gyslės *ø*	12,6 mm	12,6 mm
Padengtos švino cilinderiu varinės gyslės *ø*		14,0 mm
Izoliacijos storumas tarp gyslių ir švino	13,0 mm	8,5 mm
Švininio šarvo išorinis *ø*	74 mm	
Skritulio, aprašyto aplink visus tris švino šarvus, *ø*		75 mm
Darbo talpumas	0,185 µF/km	0,255 µF/km
Prikraunamoji srovė	1 amp./km	1,38 amp./km
Susijungimo su žeme srovė (Erdschlusstrom)	1,65 „	4,1 „
Maksimalinis apkrovimas	185 amp.	215 amp.
Lauko stiprumas gyslių paviršiuose	30,8 KV/cm	30,8 KV/cm
Izoliacijos pramušimo atsparumas	apie 50 KV/cm	virš 375 KV/cm

Iš tos lentelės matome, kad abiejų kabelių mastai ir kitos jų ypatybės beveik vienodos, išskyrus pramušimo atsparumą, kuris H - kabelyje daug

didesnis, negu normaliame. To priežastimi, kaip jau buvo minėta, yra tam tikras linijų paskirstymas tų kabelių elektriniuose laukuose. Normalios konstrukcijos kabeliai neišlaiko didelių įtempimų dėl to, kad jų izoliacijoje susidaro lauko stiprumo sudedamoji izoliacijos sluoksnių kryptimi, kuria kryptimi popierio pramušimo atsparumas daug mažesnis už pramušimo atsparumą, statmeną sluoksniams kryptimi.

H-kabelyje lauko linijų kryptis radialinė ir statmena popierinės izoliacijos sluoksniams. Lauko stiprumo dydis bet kuriame jo izoliacijos taške gali būti tiksliai išskaičiuotas vadovaujantis formule (5 §):

$$F_x = \frac{E}{x \ln \frac{R}{r}}$$

Pritaikydami tą formulę sakytam trisdešimt tūkstantiniam 3×95 mm² H-kabeliui surandame, kad gyslių paviršiuose, esant 30 000 V pridėtam prie gyslių trifazinės srovės įtempimui, veiks lauko stiprumas lygus 30,8 KV/cm, o išoriniuose gyslių izoliacijos paviršiuose lauko stiprumas bus mažiausias ir sudarys vos 14 KV/cm. Vogel'io firma, bandydama tokį kabelį aukštu įtempimu konstatavo, kad jo izoliacija tarp gyslės ir švininio šarvo nebuvo pramušta 210 000 voltų įtempimu.

Dėl neatitinkamo kabelio galų izoliavimo, esant tarp gyslių ir švininio šarvo 210 000 voltų įtempimui, tarp gyslių galų ir švino pradėjo šokinėti kibirkštis. Dėl tos priežasties įtempimo pakelti aukščiau nebuvo galima.

Jei 210 000 voltų įtempimas būtų pramušęs bandomo kabelio izoliaciją, tai jos pramušimo atsparumas būtų:

$$F_d = \frac{E_d}{r \ln \frac{R}{r}} = \frac{210}{0{,}7 \ln \frac{1{,}55}{0{,}7}} \simeq 375 \text{ KV/cm.}$$

Kadangi to neįvyko, tai to kabelio izoliacijos pramušimo atsparumą tenka laikyti didesniu už 375 KV/cm. Leisdami tačiau, kad tos izoliacijos pramušimo atsparumas lygus 375 KV/cm, gauname išbandytam kabeliui nepavojingumo laipsnį daugiau kaip 12:

$$375 : 30{,}8 \simeq 12{,}5.$$

Pagal § 5 (b) kabelio izoliacija išlaiko aukščiausią įtempimą tada, kada $R = 2{,}718\ r$. Vogel'io firma 30 000 voltiniame 3×95 mm² H-kabely nepasinaudojo ta sąlyga. Ir be to, kaip matome iš anksčiau aprašyto bandymo, to kabelio izoliacijos nepavojingumo laipsnis labai didelis.

Apskaičiuokime, kokiam darbo įtempimui gali tikti 3×95 mm² H-kabelis, kuriame $R = 2{,}718\ r$ ir kurio gyslių paviršiuose leidžiamas toks pats lauko stiprumas, kaip ir sakytame 30 000 voltiniame H-kabelyje (30,8 KV/cm).

Tą įtempimą (fazinį) gausime iš formulės:

$$E_f = F\, r \ln \frac{R}{r} = 30{,}8.\ 0{,}7 \ln \frac{1{,}9}{0{,}7} = 21{,}56 \text{ KV/cm},$$

nes, kai $r = 0{,}7$ cm, R turi būti lygus 1,9 cm.

Tarpfazinis įtempimas bus:

$$21{,}56.\ 1{,}73 = 37{,}2 \text{ KV}.$$

Tačiau tokių mastų H-kabelį (žiūr. žemiau įdėtą lentelę) Vogel'io firma siūlo, kaip 60 000 voltų kabelį. Aišku, kad jo nepavojingumo laipsnis bus mažesnis už nepavojingumo 30 000 voltų kabelio laipsnį.

Laikant pramušimo atsparumą jo popierinės izoliacijos lygiu 375 KV/cm, jo pramušimo įtempimas bus:

$$E_d = F_d\, r \ln \frac{R}{r} = 375 \cdot 0{,}7 \ln \frac{1{,}9}{0{,}7} = 262{,}5 \text{ KV}$$

o nepavojingumo laipsnis:

$$262{,}5 : \frac{60}{1{,}73} = 7{,}5$$

Esant prie to kabelio gyslių 60 000 v. pridėtam įtempimui, lauko stiprumas jo metalinių gyslių paviršiuose bus:

$$F = \frac{E_f}{r \ln \frac{R}{r}} = \frac{60\,000 : 1{,}73}{0{,}7 \ln \frac{1{,}9}{0{,}7}} = 50 \text{ KV/cm}$$

o išoriniuose gyslių izoliacijos paviršiuose:

$$F = \frac{E_f}{R \ln \frac{h}{r}} = \frac{60\,000 : 1{,}73}{1{,}9 \ln \frac{1{,}9}{0{,}7}} = 18{,}2 \text{ KV cm}$$

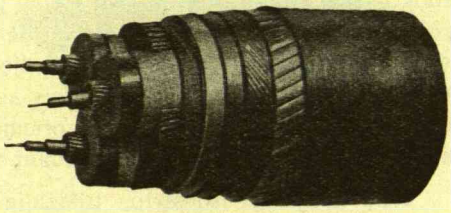
60 000 voltinis 3×95 mm² H-kabelis

C. J. Vogel Draht- und Kabelwerke Aktiengesellschaft.

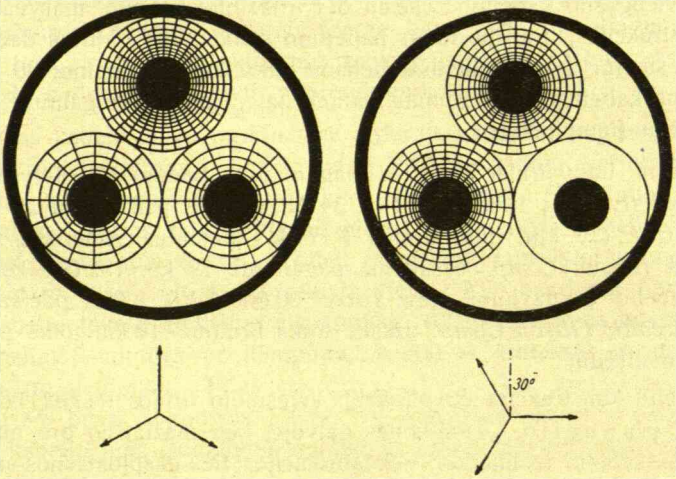
Varinės gyslės $\varnothing$	12,6	mm
„ „ su švininiu vamzdžiu $\varnothing$ . .	14	„
Izoliacijos storumas tarp gyslės ir švino .	11,8	„
Diametras viršuj švino	91	„
Išorinis diametras	105,5	„
Darbo talpumas	0,205	μF/km.
Prikraunamoji srovė	2,2	amp./km.
Susijungimo su žeme srovė	6,6	amp./km.
Maksimalis leidžiamas apkrovimas . . .	200	amp.

Kitų firmų aukšto įtempimo trifaziniai kabeliai savo konstrukcija šiek tiek skiriasi nuo aukščiau aprašytų Vogel'io firmos H-kabelių, bet sąly-

ga, kad kiekvienos gyslės izoliacija būtų padengta metalu, palaikoma visais aukšto įtempimo kabelių fabrikantais. Pavyzdžiui firma Siemens-Schuckert'o aukšto įtempimo kabelius gamina šiaip: kaip Vogel'io kabeliuose, ant kiekvienos gyslės užvyniojama popierinė izoliacija. Bet vietoje švininio šarvo viršuj popierinės izoliacijos uždedamas plonas, nuo 0,01 iki 0,02 mm storumo aliuminijaus sluoksnis. Kad tarp to aliuminijaus sluoksnio ir išorinio izoliacijos paviršiaus nepasiliktų jokių protarpių, t. y. kad visuose savo vidujinio paviršiaus taškuose aliuminijaus sluoksnis liestų išorinį izoliacijos paviršių, pirmiausia pagamina popierinį kaspiną, padengtą iš vienos pusės sakytu aliuminijaus sluoksniu. Tas kaspinas normalioje kabelio fabrikacijos eigoje užvyniojamas ant gyslės, kaip paskutinis izoliacijos sluoksnis. Tris taip izoliuotos ir metalizuotos gyslės, sykiu su minkštos ir lanksčios medžiagos pluokštais (Beilauf), susukamos į lyną, kuris suspaudžiamas, apvyniojant ant jo dilgynių kaspino su įterptomis nuogomis varinėmis vielomis. Paskui toks lynas džiovinamas vakuume, įmirkomas kompaunde ir padengiamas švininiu šarvu; viršum jo, kaip ir normalios konstrukcijos kabelyje, uždedamas metalinis šarvas su atitinkamais asfaltuoto popierio ir siūlų sluoksniais.



49 brėž.



50 brėž.

49 brėžinys vaizduoja Siemens-Schuckert'o 60 000 voltų 3×150 mm² aukščiau aprašytos konstrukcijos H-kabelį, o 50 brėžinys elektrinio lauko linijų jame paskirstymą.

Kaip matome iš brėžinio, Siemens-Schuckert'o kabelio gyslių paviršiai neišlyginti. Todėl galima manyti, kad Siemens-Schuckert'o kabelyje leistas didesnis, negu Vogel'io kabelyje, lauko stiprumas. Tiksliai į tą klausimą atsakyti negalima, nes brošiūroje Glimm-und Strahlungsfreie Hoechstspannungskabel, kurioje firma tą kabelį aprašo, nenurodytas jo gyslių diametras.

Įsidėmėjus tačiau, kad Siemens-Schuckert'o kabelio gyslių diametras žymiai didesnis už Vogel'io kabelio gyslių diametrą, nes pirmojo skersinis vario piūvis 1,5 karto didesnis, negu antrojo, ir, be to, Siemens-Schuckert'o kabelio gyslių diametrai dar dirbtinai padidinti, nes jo kiekvienos gyslės viduje įterpta po vieną izoliuotą vielą, reikia manyti, jog Siemens'o kabelio gyslių paviršiuose lauko stiprumas ne didesnis, kaip Vogel'io kabelyje. Toje pat brošiūroje firma pažymi, kad gaminant aukštesniems uz 60 000 voltų įtempimams kabelius, tenka gyslių paviršius išlyginti, t. y. reikia griebtis tų pačių priemonių, kurių griebiasi Vogel'io firma, gamindama H-kabelius, pradedant nuo 30 000 voltų įtempimo.

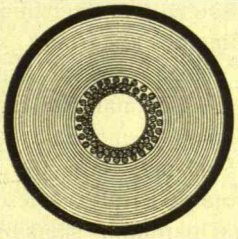
Kaip matyti iš išdėstyto, trifaziniai kabeliai aukštesniems už 35 000 voltų įtempimams gaminami tiktai viengyslių kabelių tipo. Todėl galima manyti, kad aukščiausias įtempimas, dėl kurio galima gaminti trifazinius ir viengyslius kabelius, yra vienodas, arba pirmiesiems net aukštesnis, nes Siemens-Schuckert'o konstrukcijos trifazinio H-kabelio gyslės izoliaciją lengviau apsaugoti nuo įsiterpimo oro burbuliukų (džiovinimas ir įmirkymas atliekamas padengus gyslės izoliaciją aliuminijaus sluoksniu), kaip paprasto viengyslio kabelio. Tačiau dėl trifazinio kabelio masyvumo susidaro konstrukcijos, transporto ir padėjimo sunkenybės, kurios dabartiniam technikos stoviui nustato tiems kabeliams aukščiausiai įtempimą 60 ÷ 70 KV. Viengyslius kabelius, kaip žemiau pamatysime, jau dabar gamina dvigubai aukštesniems įtempimams.

1926 m. italų firma Pirelli pagamino ir padėjo 130 000 voltų viengyslį kabelį (E. T. Z., 1928 m., 31 ir 34 Nr.). Tais pačiais metais ta firma sykiu su *G. E. C.*, kuri turi firmos Pirelli patentus Amerikai, gavo iš *New York Edison Comp.* užsakymą pagaminti 19 km 132 000 voltų viengyslio kabelio perdavimui New Yorke 90 000 KVA. Tais pačiais metais *Commonwealth Edison Comp.* užsakė toms firmoms 10 km tokio pat kabelio Čikago miestui.

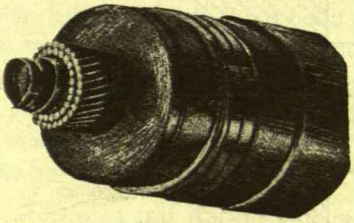
Kabelio konstrukcija buvo išdirbta vyresniojo firmos Pirelli'o inžinieriaus L. Emanueli'o. Turėdamas galvoje, kad mažiausio oro burbuliuko įsibrovimas kabelio izoliacijon, tiek fabrikacijos, tiek eksploatacijos metu, gadina kabelį, jis leido tiktai tokią konstrukciją, kad oro įsibrovimas kabelio izoliacijon būtų visai išvengtas. Jo kabelio konstrukcija matyti iš 51 ir 52 brėžinių.

Gyslė padaryta iš dviejų eilių varinių vielų 2,6 mm diametro, susuktų ant varinio spyruoklio su kanalu viduje. Viršuj gyslės eina įvairaus laidu-

mo trijų sluoksnių celiulozos popierio izoliacija, o paskui švininis šarvas. Kad fabrikacijos metu po švininiu šarvu nepasiliktų oro, kabelyje prieš jo impregnavimą buvo sudaromas vakuumas. Tam reikalui iš švinu padengto kabelio siurbliu buvo ištraukiamas oras, kurio vieton buvo įleidžiamos CO_2 dujos. Alyva lengvai absorbuoja tas dujas, nekeisdama tūrio. Todėl, įleidus užpildytan CO_2 dujomis kabelin alyvą, ji absorbuoja dujas ir užima jų vietą.



51 brėž.



52 brėž.

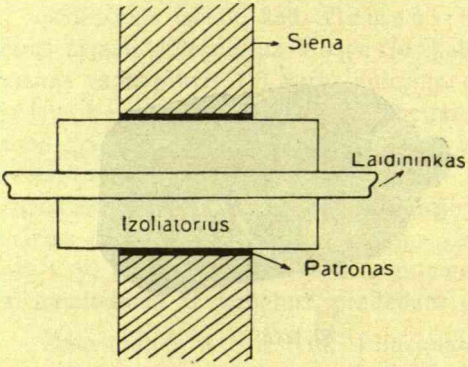
Kabelis turi šias išmieras: vidujinis varinės spyruoklės diametras 19 mm, išorinis metalinės gyslės diametras 31 mm, popierinės izoliacijos storis 18 mm. Įmirkymui buvo paimta mieneralinė alyva, skystesnė už transformatorinę. Prieš užvyniojant kabelį ant būgno, jį impregnavus, alyva buvo išleista iš kabelio. Tuo norėta išvengti deformacijų švininiame šarve dėl temperatūros kitėjimo. Švininis šarvas buvo padarytas dvigubas. Jam sustiprinti tarp abiejų švino sluoksnių buvo patalpintas varinis kaspinas, iš abiejų pusių padengtas įmirkyto popierio sluoksniais.

Padėtas kabelis buvo paskirstytas atskirais gabalais, tarp savęs sujungtais tam tikromis muftomis, kurios jungė gretimų gabalų varines gysles ir skyrė vieno kabelio galo alyvą nuo kito galo alyvos. Tos muftos turi tam tikras patalpas, kurios leidžia alyvai plėstis ir palaikyti kabelyje slėgimą viršum atmosferinio apie 30 mm. Todėl, esant temperatūros kitėjimams, kabelyje nesusidaro tuščių alyva neužpildytų vietų. Eilė bandymų buvo nustatytas to kabelio toks pramušimo atsparumas: 400 ef. kintamos srovės KV/cm, esant kabeliui 5 minutes po įtempimu, ir 300 ef. kintamos srovės KV/cm, 1 valandą po įtempimu. Prieš išleidžiant iš fabriko, kiekvienas gabalas tarp *Cu* ir *Pb* buvo išbandytas 175 ef. KV. kintamos srovės, o padėjus vieton visas kabelio ilgis išbandytas nuolatinės srovės 300 KV. įtempimu.

§ 14. Skersiniai (Durchführungen).

Per sienas vielos su aukšto įtempimo srove pravedamos skersinių pagalba. Kiekvienas skersinis (53 brėž.) susideda iš cilindrinio izoliatoriaus,

įtaisyto tam tikru patronu į sieną, per kurią reikia pravesti laidininką su aukšto įtempimo srove, ir pačio laidininko, praleisto išilgai to izoliatoriaus ašies (53 brėž.). Izoliatorius ir oras, kuris apsiaučia izoliatorių, sudaro lygiagrečiai sujungtus dielektrikus. Keliant įtempimą gali ištikti peršokimas arba pramušimas. Pramušimo lengva išvengti gaminant izoliatorius iš medžiagos su dideliu pramušimo atsparumu. Sunkumų sudaro sukonstruavimas tokio izoliatoriaus, pagal kurį nesusidarytų peršokimo.



53 brėž.

Apskaičiuojant skersinių izoliatorius, imamos pagrindu sąlygos, kurioms esant įvyksta bruožų ir žiupsnių išsikrovimai. Kadangi bruožų ir žiupsnių įtempimai, kaip nurodyta § 11-me, tam tikru būdu santykiuoja su karūnos šviesos įtempimu, tai parinktai skersinio konstrukcijai pirmiausia surandamas ryšys tarp to įtempimo ir oro permušimo atsparumo δ.

Tas ryšys reiškiamas formule:

$$E_r = \delta \frac{R}{\varepsilon} \ln \frac{R}{r}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

nes sulig § 11 skersinio paviršiuje (izoliatoriuje) lauko stiprumas bus:

$$F_{iz} = \frac{V}{R \ln \frac{R}{r}}$$

ir $\ldots\ldots\ldots\ldots F_{iz} : F_{oro} = 1 : \varepsilon$

iš kur $\ldots\ldots\ldots\ldots v = F_{oro} \frac{R}{\varepsilon} \ln \frac{R}{r}$.

Prie įtempimo v, lygaus karūnos šviesos įtempimui E_r, lauko stiprumas F_{oro} oro protarpyje tarp izoliatoriaus ir patrono lygus oro pramušimo atsparumui $\delta = 21{,}4$ kv. cm^{-1}. Todėl paskutinė formulė pasikeičia aukščiau nurodyta lygtimi (1).

Bruožų E_b ir žiupsnių $E_ž$ įtempimus ir skersinio ilgį l apskaičiuoja iš formulių:

$$E_b = \text{nuo } 0{,}3\ E_r \text{ iki } 0{,}4\ E_r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

$$E_ž = 26 \sqrt[3]{E_r} \text{ iki } 30 \sqrt[3]{E_r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

$$l = 2 \cdot \frac{E_ž - E_b}{4{,}5 \text{ arba } 5} \text{ cm} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

Gautas iš 4 lygties skersinio ilgis dar žymiai padidinamas. Labai dideliam lauko stiprumui oro sluoksnyje tarp izoliatoriaus ir virbalo išvengti pastarasis imamas palyginti didelio diametro ir lauko stiprumas ant jo paviršiaus patikrinamas formule:

$$F_{oro} = \frac{E}{r \ln \frac{R}{r}}.$$

Aukščiausias įtempimas, kuriam veikiant susidaro žiupsnių išsikrovimai, surandamas iš lygties (3). Tas įtempimas leidžiamas bandymo metu. Darbo įtempimas imamas tris kartus mažesnis už tą maksimalinį (bandymo) įtempimą; kitaip sakant, atsargumo laipsnis priimamas 3. Dėl tokio nedidelio atsargumo laipsnio reikia laukti, kaip matėme mašinos izoliuojančio vamzdžio apskaičiavimo pavyzdyje, kad skersinio paviršiuje susidarys bruožų išsikrovimai. Parodykime tai pavyzdžiu su skaičiais.

Pavyzdys. Tegu turime farforinį skersinį, kurio išorinis radiusas $R = 5$ cm, jo virbalo radiusas $r = 0{,}625$ cm, ir $\varepsilon = 6$. Reikalinga surasti, prie kurių įtempimų pasirodys rusėti žiupsnių ir bruožų išsikrovimai, o taip pat skersinio ilgį?

Rusėti išsikrovimai prasidės pakėlus įtempimą iki:

$$E_r = \delta \frac{R}{\varepsilon} \ln \frac{R}{r} = 21{,}4 \cdot \frac{5}{6} \cdot \ln \frac{5}{0{,}625} = 37{,}1 \text{ kv.}$$

Bruožų išsikrovimai:

$$E_b = (0{,}3 \div 0{,}4) E_r = (0{,}3 \div 0{,}4)\, 37{,}1 = 11{,}1 \div 14{,}9 \text{ kv.}$$

Žiupsnių išsikrovimai:

$$E = (26 \div 30) \sqrt[3]{E_r} = (26 \div 30) \sqrt[3]{37{,}1} = 87 \div 100 \text{ kv.}$$

Skersinio ilgis bus:

$$l = \frac{2 (E_ž - E_b)}{4{,}5} = \frac{2 (87 - 11{,}1)}{4{,}5} = 34 \text{ cm.}$$

Prie išskaičiuoto ilgio pridėkime dar 10 cm. Tuomet pilnas skersinio ilgis sudarys 44 cm. Patikrinkime, koks bus lauko stiprumas ore ir farfore virbalo paviršiuje?

Veikiant žiupsnių išsikrovimo įtempimui, lauko stiprumas ore virbalo paviršiuje bus:

$$F_{oro} = \frac{E_ž}{r \ln \frac{R}{r}} = \frac{87 \div 100}{0{,}625 \ln \frac{5}{0{,}625}} = 67 \div 77 \text{ kv. cm}^{-1}.$$

o artimiausiame prie virbalo farforo sluoksnyje:

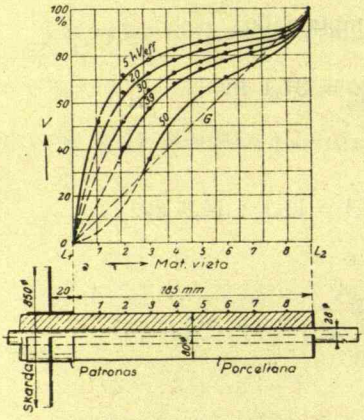
$$F_{farf} = \frac{F_{oro}}{\varepsilon} = \frac{67 \div 77}{6} = 11 \div 13 \text{ kv. cm}^{-1}.$$

O veikiant darbo įtempimui, tie lauko stiprumai virbalo paviršiuje būtų 3 kartus mažesni, nors oro sluoksniui dar per dideli.

Pridengimas skersinio bruožų išsikrovimais.

Aukščiau nurodytame pavyzdyje mes matėme, kad bruožų išsikrovimai skersinio paviršiuje prasidės jau prie 11,1 KV. Vadinasi, veikiant darbo įtempimui (87 : 3 = 29 KV), izoliatoriaus paviršiuje būtinai laikysis bruožų išsikrovimai.

Tie išsikrovimai skersiniui nepavojingi; priešingai, jie net naudingi, nes pagal patroną sumažina lauko stiprumą, kuris be bruožų išsikrovimų toje skersinio vietoje būna didžiausias. Kada bruožų išsikrovimų nėra, artimiausioje prie patrono skersinio dalyje, kiekvienam centimetrui skersinio ilgio tenka didelis įtempimo prieauglius, t. y., pagal skersinio patroną veikia stipriausias elektrinis laukas. O kada bruožų išsikrovimai veikia, skersinio paviršiuje įtempimo paskirstymas pasidaro tolygesnis.

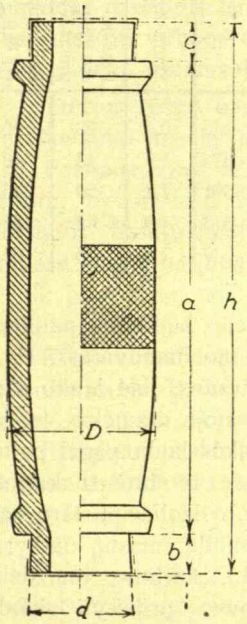


54 brėž. Įtempimo paskirstymas skersinio paviršiuje.

Brėž. 54 vaizduoja eksperimentaliniu būdu gautus įtempimo paskirstymo davinius (prof. Schwaiger'io bandymai), nesant ir veikiant bruožų išsikrovimams; būtent: bandant skersinį nedideliais (5 KV) įtempimais, kada nebuvo bruožų išsikrovimų artimiausioje prie patrono skersinio ilgio dalyje, įtempimo prieauglius sudarė labai didelį (50%) bandymo įtempimo procentą, tuo tarpu kai bandymai aukštesniais (30 ÷ 39 ÷ 50 KV) įtempimais davė toje pat skersinio ilgio dalyje žymiai mažesnį įtempimo prieaugliaus procentą (žiūr. 54 brėž.).

Bandant 50 KV įtempimu, kada bruožų išsikrovimai buvo labai dideli, įtempimo prieauglius visose skersinio ilgio dalyse buvo bemaž vienodas (54 brėž.). Visai tolygų, kaip tą vaizduoja 54 brėžinio tiesioji linija *G*, įtempimo prieauglių nuo patrono iki vielos galima gauti tik bandymuose su šlapiu skersinio paviršiumi. Todėl priimdami fabrikuose skersinius, jų izoliatorių paviršių prieš bandymą sušlapina. Tenka apgailestauti, kad

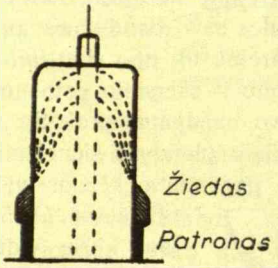
eksploatacijoje negalima ant izoliatoriaus paviršiaus palaikyti to plono, elektrą praleidžiančio, sluoksnio, kurį sudaro priėmimo bandymuose silpnai sušlapintas izoliatorius.



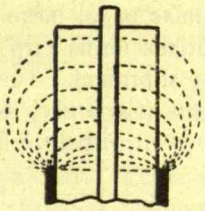
55 brėž. Parabolinės formos skersinis.

Norint gauti skersinio izoliatoriuje lygesnį lauko paskirstymą, griebiamasi šių priemonių: 1) gamina juos parabolinės formos, kaip nurodyta 55 brėž.; 2) patronai daromi aštriais kraštais, kaip nurodyta 56 brėž. Tokia konstrukcija atlenkia žymų indukcijos linijų skaičių į skersinio galus ir išlygina elektrinį lauką izoliatoriaus paviršiuje.

Elektrinis laukas skersinio be žiedų atvaizduotas 57 brėžinyje, iš kurio matyti, kad tokio skersinio elektrinis laukas žymiai nelygesnis už lauką skersinio su žiedais.



56 brėž. Skersinio su žiedu elektrinis laukas.



57 brėž. Skersinio be žiedų elektrinis laukas.

Skersinių tipai.

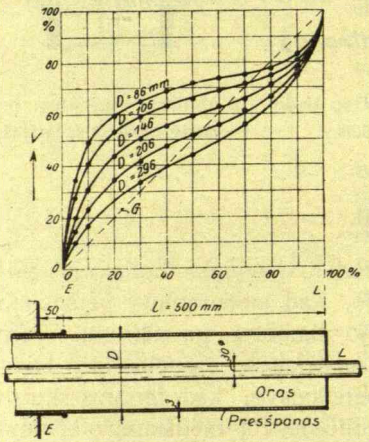
Idėja gaminti parabolinio, 55 brėž. nurodyto pavidalo izoliatorius priklauso Kuhlmann'ui. Jis pirmas pastebėjo, kad izoliatoriaus peršokimo įtempimas gali būti padidintas, padidinus jo diametrą po patronu. Taip pat jis pastebėjo, kad dielektrinė pastovioji medžiagos, esančios tarp laidininko ir patrono, turi būti nedidelė. Jis pareikalavo, kad farforas skersiniuose sudarytų, taip sakant, tik skersinį izoliuojančių medžiagų odą (alyvos, kabelio-compaundų ir t. t.). Tos išvados Kuhlmann'as priėjo pasirėmęs elektrinio lauko linijų teoretinėmis studijomis. Taip susidarė pilvoti, 55 brėžinio tipo, skersiniai.

Duodamojoje lentelėje nurodyti vokiečių elektrotechnikų sąjungos (V. D. E.) normalizuotų skersinių mastai. Tie skersiniai skiriami įtempimams nuo 3 iki 35 KV ir srovei iki 500 amp. Ši lentelė rodo, kad aukštiems įtempimams normalizuotų skersinių nepavojingumo laipsnis priimtas mažesnis už 3, o žemiems įtempimams žymiai didesnis. Pastarieji firmos *AEG*

normalūs skersiniai (Kuhlmann'o tipo) truputį skiriasi savo pavidalu nuo atvaizduoto 55 brėžinyje skersinio, o atsargumo laipsnį net skersiniams 35 KV firma priima ne mažesnį kaip tris.

Darbo įtempimas KV	Matai mm						Svoris kg	Peršokimo įtempimas KV	Bandymo įtempimas KV
	a	b	c	d	D	h			
3	132—140	22—23	22—23	39—41	59— 62	176—186	0,6	28	20
6	270—280	„	„	59—62	83— 88	314—326	1,9	43	40
12	332—345	„	„	„	94—100	376—391	2,4	50	45
24	450—467	„	„	„	108—114	444—513	4,8	62	55
35	580—603	„	„	„	120—127	624—649	7,5	75	60

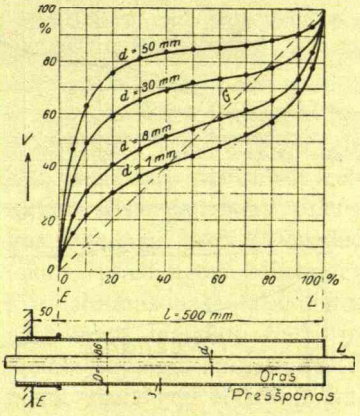
Kuhlmann'o išvadų teisingumas buvo daugelio bandymų patikrintas. Žemiau mes nurodysime tik prof. Schwaiger'io bandymus. Prof. Schwaiger'is, pasirėmęs savo bandymais, priėjo išvados, kad lauko stiprumas pagal patroną pareina tik nuo skersinio toje vietoje diametro. Izoliatoriaus forma tarp patrono ir skersinio galo neturi įtakos lauko pagal patroną stiprumui. Tuos savo bandymus prof. Schwaiger'is darė su kartotiniais (Cartarohr) skersiniais plonomis sienelėmis ir oro izoliacija tarp kartono ir virbalo. Buvo pagaminta keletas visai vienodų mastų, išskyrus diametrą *D* (58 brėž.), kartono vamzdžių, ant kurių vidurio buvo pritaisyti skardiniai žiedai *E* skersinių patronai. Bandydami išilgai tokio vamzdžio ašies įstatydavo varinį virbalą, sujungtą su srovės šaltiniu, o patroną sujungdavo su žeme. Skersinio galą uždengdavo metaline šaiba, kuri turėjo kontaktą su virbalu. Tų bandymų daviniai atvaizduoti 58 brėžinyje, kuriame pažymėti ir skersinių diametrai *D*. Kaip matyti, didžiausias pagal patroną įtempimo prieauglius buvo gautas mažo diametro skersiniuose, o skersinio gale — atbulai.



58 brėž. Išilgai skersinio paviršiaus įtempimo prieaugliaus ryšys su skersinio diametru.

Vadinasi, esant tam tikro aukštumo įtempimui, didžiausio įtempimo prieaugliaus vietose turi prasidėti išsikrovimai. Kaip mes žemiau pamatysime, gale skersinio lengva išvengti įtempimo padidėjimo, todėl reikia rūpintis sumažinti įtempimo pagal patroną priaugimą; tam pasiekti reikia didinti skersinio diametrą *D*. Tačiau ne visuomet to lengvai pasiekiama, nes dažnai, atsižvelgiant į konstrukcijos reikalavimus, pageidaujami kiek galint mažesnio diametro skersiniai.

Kituose bandymuose prof. Schwaiger'is keitė virbalo diametrą, palikdamas tokius pat visus kitus skersinio mastus. Tų bandymų daviniai atvaizduoti 59 brėžinyje. Iš brėžinio matyti, kad prie mažesnių virbalo diametrų skersinio paviršiuje pagal patroną gaunamas mažesnis lauko stiprumas; tačiau labai mažinti virbalų diametrus negalima, nes padidėtų pramušimo pavojus.

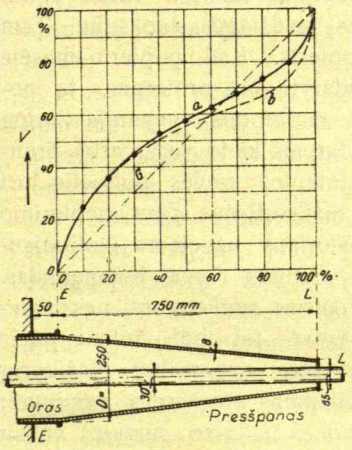


59 brėž. Išilgai skersinio paviršiaus įtempimo prieaugliaus ryšys su virbalo diametru.

Trečios rūšies bandymuose, nekeičiant kitų skersinio mastų, buvo keičiamas jo ilgis. Pasirodė, kad lauko stiprumas pagal patroną bemaž visai nepareina nuo skersinio ilgio. Išsikrovimai įvairaus ilgio skersiniuose pagal patroną buvo gauti veikiant beveik pastoviam tam tikro dydžio įtempimui.

Kituose bandymuose buvo pakeista skersinio forma. Būtent, buvo paimti koninės formos skersiniai, kaip nurodyta 60 brėž.

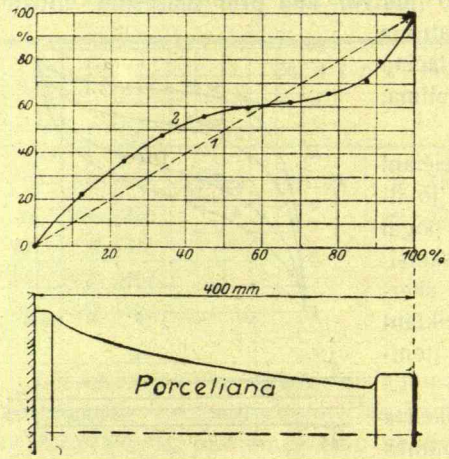
Įtempimo paskirstymas tokio tipo skersiniuose išreiškiamas kreivąja *a* (60 brėž.). Palyginimui išbrėžta kreivoji *b* vaizduoja įtempimo kitėjimą cilindrinio skersinio paviršiuje, kurio diametras lygus koninio skersinio diametrui po patronu. Matyti, kad pakeitus skersinio formą, lauko stiprumas skersinio galuose pasidaro žymiai vienodesnis, o pagal patroną nepasikeičia. Tas tyrimu nustatytas apsireiškimas dalimi patvirtina Kuhlmann'o mintį, jog skersinių izoliatoriai, vienodesniam jų paviršiuje įtempimo prieaugliui, turi būti gaminami susiaurintos į galus formos, bet nebūtinai parabolinės. Todėl ne visos firmos gamina Kuhlmann'o tipo skersinius. Pavyzdžiui, firmos *BBC* skersinių paviršiai ne į orą išlenkti, bet įlenkti į vidų, kaip matyti 61 brėžinyje. Įtempimo paskirstymas *BBC* skersiniuose ne blogesnis, kaip Kuhlmann'o tipo skersiniuose (žiūr. 54 ir 55 brėžinius).



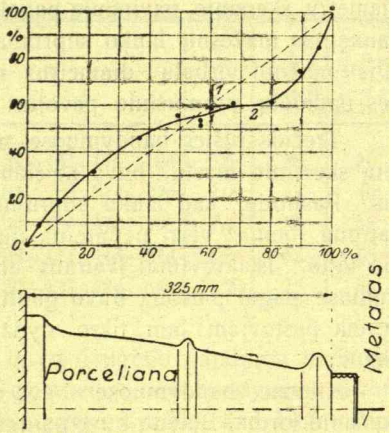
60 brėž. Įtempimo paskirstymas koninio skersinio paviršiuje.

Aukščiau buvo nurodyta, kad, mažinant skersinio virbalo diametrą, įtempimo prieauglius izoliatoriaus paviršiuje pagal patroną mažėja, bet pramušimo pavojus izoliuojančiai medžiagai didėja; taip pat didėja pramušimo pavojus mažinant skersinio diametrą. Todėl gaminant skersinius labai aukštiems įtempimams, norint padidinti skersinio pramušimo atsparumą, nedidi-

nant mastų, tenka skersinio izoliatoriaus vidurį vietoje oro, kurio pramušimo atsparumas mažas, užpildyti kitomis medžiagomis, turinčiomis didesnį pra-



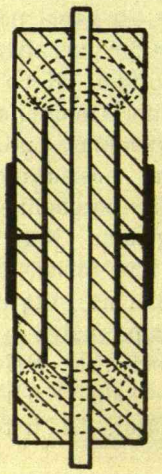
61 brėž. Įtempimo paskirstymas farforiniame *BBC* skersinyje.



62 brėž. Įtempimo paskirstymas farforiniame Kuhlmann'o skersinyje.

mušimo atsparumą ir mažą dielektrinę pastoviąją. Tuo principu vadovaujantis, susidarė vadinamieji sluoksniniai skersiniai (geschichtete Durchführungen).

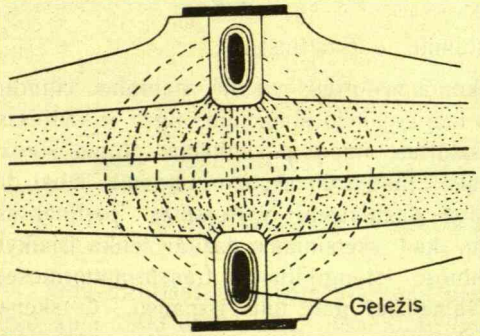
Virbalo paviršiuje veikia stipriausias elektrinis laukas. Todėl patsai virbalas izoliuojamas geriausios izoliuojančios medžiagos sluoksniu. Tam reikalui tinka presuotas popieris. Kad popierio masėje ir virbalo paviršiuje nesusidarytų oro protarpių, tą popierio vamzdį specialiomis mašinomis apvynioja tiesiog ant virbalo. Patį virbalą daro iš kieto vario arba bronzos, nes kiti metalai dėl kintamos srovės pulsacijų turi palinkimą kristalizuotis ir lūžti. Erdvė tarp popierinio vamzdžio ir farforinio izoliatoriaus užliejama izoliuojančiomis medžiagomis, kaip parafinas, alyva, kompaundas. Tas užliejimas sudaro didžiausias sunkenybes, nes užliejama tomis medžiagomis erdvė turi būti pilnai jomis užpildyta, t. y. taip, kad joje nepasiliktų mažiausių oro burbuliukų. Todėl užliejimas atliekamas vakuume; po to eina ilgą laiką laikymas šiltame stovyje, vėliau vėl laikymas vakuume. Įvairūs kompaundai užliejamai masei mažai tetinka. Nors jų pramušimo atsparumas ir didelis, bet dėl didelės jų dielektrinės pastoviosios $\varepsilon = 3 \div 3{,}5$ skersiniai išeina labai ilgi. Be to, asfaltas ir įvairios smalos, iš kurių dirbamas kompaundas, vadinasi, ir pats kompaundas, esant žemoms temperatūroms, lengvai suskyla. Kaipo izoliacija skersiniams užpildyti geriausiai tinka alyva. Sunkenybes



63 brėž. Skersinis su vidujine priedanga.

sudaro jos užtaisymas, kad neišbėgtų. Tačiau alyva užpildytų skersinių vartojimas Amerikoje labai išsiplėtęs. Kad kylant temperatūrai alyva galėtų plėstis, ant skersinio izoliatoriaus pritaiso tam tikrą indą.

Kiekvieno skersinio silpniausia vieta pagal patroną, nes uždėti patroną ant izoliatoriaus taip, kad tarp jų nepaliktų bet kokio oro protarpio, — negalima; todėl dėl mažo oro pramušimo atsparumo oro sluoksnis pagal patroną pirmiausia būna pramuštas. Tam išvengti elektrinį lauką tarp patrono ir izoliatoriaus visai panaikina priedangos padedami. Brėž. 63 vaizduoja tokios priedangos konstrukciją. Į izoliatoriaus masę įtaiso platesnį už patroną metalinį žiedą ir jį metalu sujungia su patronu. Tokiame skersinyje elektrinio lauko linijos palieka izoliatoriaus masėje ir į orą visai neišeina, kaip matyti 63 brėžinyje.

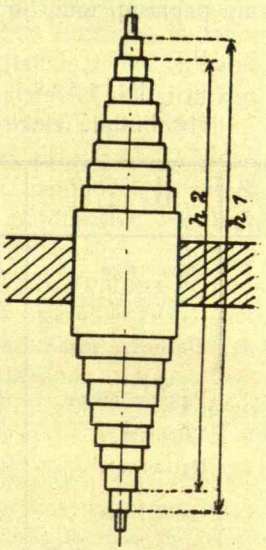


64 brėž. Skersinis srovės transformatorius.

Idėja skersinio su vidujine priedanga padavė mintį skersinio srovės transformatoriaus konstrukcijai (64 brėž.) Į paliktą skersinio izoliatoriuje laisvą erdvę įtaiso geležinį (lapais) šerdesą su apvyniota ant jo antraeile transformatoriaus apsuka. Pirmaeilę apsuką sudaro skersinio virbalas.

Aukšto įtempimo įtaisymuose matavimo aparatus (ampermetrus, skaitiklius ir t. t.) dabar beveik visuomet prijungia su skersiniais transformatoriais.

Aukščiau aprašytuose skersiniuose lauko stiprumas nelygus, todėl jų izoliuojančioji medžiaga įvairiuose taškuose nevienodai įtempta. R. Nagel'iui pasisekė padaryti tokį skersinį, kurio izoliatoriuje gaunamas visai lygus elektrinis laukas. Jis pasiūlė skersinio izoliacijon įvesti metalinius paviršius ir paskirstyti juos taip, kad tarp patrono ir virbalo susidarytų eilė nuosekliai sujungtų vienodo talpumo kondensatorių. Brėž. 65 rodo Nagel'io tipo skersinį.



65 brėž. Nagel'io tipo skersinis.

Visi izoliacijos sluoksniai Nagel'io skersinyje sudaryti iš tos pat medžiagos. Visų sluoksnių storumas vienodas, o ilgis, didėjant atstumui nuo virbalo, mažėja. Vadinas, toks skersinis susideda iš įvairaus ilgio cilindrinių nuosekliai sujungtų kondensatorių, kurie vienas nuo kito atskirti

plonu staniolio sluoksniu. Kad tų kondensatorių talpumai būtų vienodi reikalinga, kad visi staniolio sluoksnių paviršiai turėtų vienodą plotą, t. y. reikalinga, kad

$$2\pi r_1 h_1 = 2\pi r_2 h_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots 2\pi r_n h_n$$

arba

$$r_1 h_1 = r_2 h_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots r_n h_n,$$

kur h yra staniolio cilindrų aukštumai, o r radiusai.

Apskaičiuojant skersinius kondensatorius, vietoje staniolio cilindro ilgio ir radiuso imamas vidutinis izoliuojančio sluoksnio ilgis ir radiusas. Tuomet tuos cilindrinius kondensatorius, imant pakankamai plonus sluoksnius, galima laikyti plokšteliniais. Sluoksnių skaičius imamas labai didelis. Kaipo izoliuojanti medžiaga dažniausiai vartojamas pertinaksas. Staniolį vartoja perforuotą dėl to, kad skersiniams dažnai tenka išlaikyti didelius spaudimus (pav., alyviniuose išjungikliuose, transformatoriuose), esant kuriems atskiri skersinių vamzdžiai gali būti išspausti. O skersiniuose, padarytuose su skylėtu stanioliu, gretimi pertinakso vamzdžiai vietomis betarpiai liečia vienas kitą ir todėl stipriau laikosi.

Kondensatoriai-skersiniai laibesni už paprastus skersinius. Jie geriau už paprastus skersinius tinka aparatams, nes ant aparatų dangčių jiems reikalinga mažiau vietos. Peršokimo įtempimas kondensatoriuose-skersiniuose leidžiamas žymiai mažesnis, kaip paprastuose. Kaina jų žymiai didesnė, kaip paprastų, todėl jų vartojimas apribotas.

Priedas: Santykis tarp absoliutinių elektromagnetinių CGS_{μ}, absoliutinių elektrostatinių CGS_s ir praktiškų vienetų.

Nr. Nr.	Dydžiai	$CGS_{\mu} - CGS_s$	Praktiški vienetai.
1	Srovės jėga . . .	$I_{\mu} = 3.10^{10} I_s$	Amperas $= 10^{-1} CGS_{\mu} = 3.10^{9} CGS_s$
2	Elektros kiekis . .	$Q_{\mu} = 3.10^{10} Q_s$	Coulomb'as $= 10^{-1} CGS_{\mu} = 3\,10^{9} CGS_s$
3	Elektrovar. jėga .	$E_{\mu} = \frac{1}{3.10^{10}} E_s$	Voltas $= 10^{8} CGS_{\mu} = \frac{1}{3.00} CGS_s$
4	Pasipriešinimas . .	$R_{\mu} = \frac{1}{(3.10^{10})^2} R_s$	Ohmas $= 10^{9} CGS_{\mu} = \frac{1}{9.10^{11}} CGS_s$
5	Talpumas	$C_{\mu} = (3.10^{10})^2 C_s$	Farada $= 10^{-9} CGS_{\mu} = 9.10^{11} CGS_s = 9.10^{11}$ cm.
6	Darbas	$A_{\mu} = A_s$	Joule'is $= 10^{7}$ Ergų
7	Galingumas . . .	$P_{\mu} = P_s$	Wattas $= \frac{10^{7} \text{ Ergų}}{\text{sekunda}}$
8	Savoind. ir tarpusavio ind. koefic.	$L = \frac{1}{(3.10^{10})^2} L_s$	Henry $= 10^{9} CGS_{\mu} = 10^{9}$ cm $= \frac{1}{9.10^{11}} CGS_s$

Prof. Jonas Šimkus.

Odų gamyboje vandens vartojimas ir sunaudoto vandens valymas.

Odų dirbimas Lietuvoje yra sena pramonė. Prieš karą odų gamyboje dirbo apie 1500 darbininkų, dabartiniu metu stambesniųjų dirbtuvių įkrovimas yra sumažėjęs, užtat atsiranda daug naujų smulkių dirbtuvių. Bendrai odas išdirba apie 60 dirbtuvių, bet tik Šiaulių dirbtuvės turi moderniškus įrengimus ir gamina odas įvairiems reikalams.

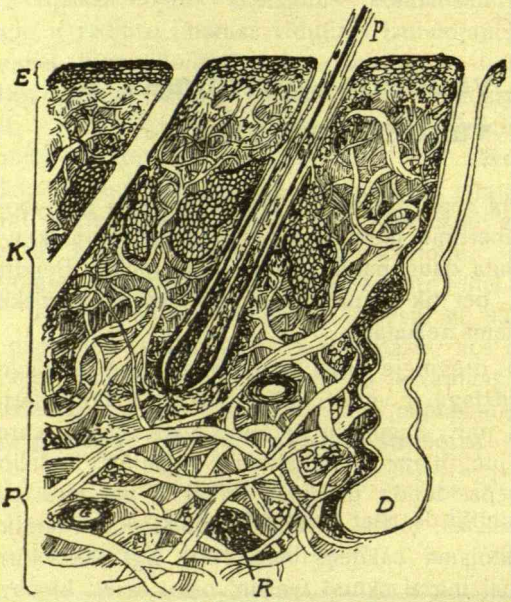
Gyvulių skūra (žalia oda) drėgmėje pūna, o sausame ore išdžiūvus darosi trapi, į ragą panaši medžiaga ir vartojimui netinka. Veikiant įvairioms chemiškoms medžiagoms, pav., augalinių gerbinių medžiagoms, chromo, aliuminio, geležies, silicio junginiams ir riebalinėms rūgštims, iš žalios skūros gaminama oda, kuri nepasiduoda drėgmės įtakai ir net virinama mažai keičiasi, darosi stipri, elastiška, mikli. Vienai stambiai skūrai (arklio, jaučio, buivolo) apdirbti sunaudojama vandens nuo 1000 ligi 2000 litrų vidutiniškai apie 1500 litrų; vienai mažai skūrai (veršio, ožio, avies, kiaulės) — 400 iki 600 litrų, vidutiniškai 500 litrų. Suvartotas vanduo lieka suterštas gyvulių medžiagomis (baltymais ir jų skaidymosi produktais), augalinių gerbininių medžiagų atmatomis, mineralinėmis medžiagomis: sūdomąja druska NaCl, sieriniu natriu Na_2S, kalcio hidratu $Ca(OH)_2$, chromo ir aliuminio junginiais, natrio tiosulfitu $Na_2S_2O_3$, rūgštimis: sieros H_2SO_4, acto $C_2H_4O_2$, pieno, riebalinėmis, chloro vandeniliu HCl, kartais arseniko junginiais ir kt. Be to, odų dirbtuvių vandenyje kartais atsiranda pragaro rauplių bakterijos (Antracis), kurių sporai (gemalai) pasižymi ypatinga įvairiems reagentams ir temperatūrai atspara.

Europos vakarų valstybių įstatymai draudžia nevalytus odų dirbtuvių vandenis leisti į upes, ežerus ir net į kanalizacijos nuotakus, todėl kiekviena dirbtuvė turi vandeniui valyti įrengimus, kaipo svarbią bendro dirbtuvės įrengimo sudėtinę dalį.

Su odos dirbimo operacijomis keičiasi sunaudoto vandens sudėtis ir kiekis. Gerai įrengtose dirbtuvėse skūrų atmatos suvartojamos klijų gamybai, o nuimti plaukai (vilnos) plaunami. Tokiu būdu prie odų gamybos prisideda klijų virimas ir plaukų plovimas.

Skūros chemiška sudėtis.

Skūra yra išorinė gyvulių kūno danga (1 pieš.). Ji susideda iš trijų sluoksnių: a) išorinio — *epidermio*, kurio viršutinė dalis susideda iš plonų, plokščių, į ragą panašių, atmirusių narvelių, o apatinė dalis iš Malpigio tinklelio smulkių, apvalių, pripildytų protoplazmos narvelių, kurie dauginasi dalinimu; viršum epidermio randasi plaukai, jų šaknys laikosi įdubusiuose kanaluose, pripildytuose gleivine medžiaga; b) antrasis sluoksnis yra *koriumas* (derma), svarbiausioji skūros dalis – odos gamyboj tik ji dirbama, ir c) *jungiamasis sluoksnis* (paodė) — jungia skūrą su raumenimis; jame randasi kraujo indeliai, prakaito liaukelės ir riebalų susikaupimai. Odų gamyboj epidermis ir jungiamasis sluoksnis pašalinami; kailius išdirbant pašalinamas tik jungiamasis sluoksnis.



1 pieš.

Odos piūvio mikroskopinis vaizdas.
E — epidermis, *K* — koriumas, *P* — paodė, *p* — plaukas, kurio šaknys randasi liaukelėje, *D* — prakaito liaukelė, *G* — kraujo gyslelė, *R* — riebalų liaukelė.

Koriumas susideda iš supainiotų, tubo pavidalo, plaušelių, kurių protarpiai užpildyti gleivine medžiaga — korijinu. Chemišku atžvilgiu koriumas yra baltymų medžiaga. Visi baltymai susideda iš anglies, vandenilio, azoto ir deguonio, o kai kurie savo sudėtyje turi sierą ir fosforą. Baltymai yra amfoterinė medžiaga: jie jungiasi kaip su rūgštimis, taip ir su šarminėmis bazėmis. Vandenyje baltymai brinksta, karštose rūgštyse ir šarmuose hidrolizuojasi—prijungia vandenį; panašiai veikia baltymus ir kai kurie enzimai, pav., pepsinas, tripsinas ir k. Hidrolizas vyksta palaipsniui ir pradžioje susidaro sudėtingesnės medžiagos negu proceso gale: albumozos, peptonai, polipeptidai ir, pagaliau, amino rūgštys. Kartais atsiranda aminai ir amoniakas. Amino rūgštys atitinkamose sąlygose gali būti tarp savęs jungiamos, išskiriant iš dviejų molekulų vandens vieną molekulą. Junginys iš dviejų molekulų amino rūgščių vadinasi dipeptidas, iš trijų — tripeptidas ir t. t. Abderhaldenui ir Fodorui pasisekė sintezuoti polipeptidą, kurs turėjo 15 glicininių ir 4 leicininius radikalus, molekulos svorio 1326*). Aišku, kad baltymuose mes turime labai

*) Ber. Deutsch. Chem. Gesell. 1916, 49. pusl. 561.

sudėtinius organinius junginius su kai kuriomis bendromis chemiškomis ir fiziškomis ypatybėmis, todėl kokybinis ir kiekybinis jų paskirstymas sudaro daug sunkenybių. Baltymai skirstomi sulig tirpimu kai kuriuose skystimuose, greitumu hidrolizo ir išsiskyrimo į nuosėdas įvairiose sąlygose. Mažiausios priemaišos gali visai pakeisti tam tikro baltymo ypatybes. Baltymų pavadinimai: albuminas, globulinas, keratinas, kolagenas, elastinas, korijinas ir t. t. žymi ne individualius chemiškus junginius, bet ištisas grupes savo struktūra artimų medžiagų, kurių paskirstymas ne visuomet pasiekiamas.

Skūros epidermio svarbiausios sudėtinės dalys yra: *melaninas* ir *keratinas*. Melaninas savo sudėtyje turi geležį ir sierą; jo spalva nuo raudonai rusvos ligi juodos. Susidaro melaninas iš kraujo ir limfos. Skūros, iš kurių ne pilnai išplautas kraujas ir limfa, duoda labai sunkiai pašalinamas dėmes. Melaninas netirpsta vandenyje ir suskystintose rūgštyse, bet palyginamai lengvai tirpsta šarmuose. Iš baltyminių medžiagų, kuriose randasi melaninas, jį galima ekstraguoti silpnais šarmais ir iš skiedinio išskirti rūgšties pripilus. Keratinas yra svarbiausioji sudėtinė epidermio ir plaukų dalis. Virškinimo enzimai: pepsinas ir tripsinas jo nehidrolizuoja. Stiprios rūgštys per kelias savaites tirpina tik iš dalies; 10% KOH tirpina keratiną tik virinant; 20% KOH tirpina normalioje temperatūroje. Hidrolizuojant keratinas duoda daug cistino (di-β-tio-α-aminopropiono rūgštis). Epidermis ir plaukai odas dirbant pašalinami.

Koriumas susideda iš *kolageno*, *elastino* ir *korijino*. Kolagenas yra svarbiausioji dirbamoji skūros medžiaga. Fibriliniai plaušeliai susideda iš kolageno ir elastino. Kolagenas yra bespalvis baltymas, vidutinės elementarinės sudėties: C — 50,75%, H — 6,47%, N — 17,86% ir O + S — 24,92%; sieros kiekis svyruoja tarp 0,47 ir 0,68%. Ilgai kaitinant su vandeniu temperatūroje 70° kolagenas hidrolizuojasi, tirpsta ir duoda glutiną, želatinos pavidalo. Pepsinas ir tripsinas taip pat lėtai hidrolizuoja kolageną, ir tuomet pilno skaidymosi svarbiausias produktas yra glikokolis ($NH_2 — CH_2 — COOH$). NaCl skiedinys kolageno neveikia; Na_2CO_3 ir Na_2S 10% šalti skiediniai neveikia, prie temperatūros 40° prasideda hidrolizas; skystose rūgštyse HCl, H_2SO_4 (2 — 5%) kolagenas įgeria vandens, išbrinksta ir lėtai hidrolizuojasi; koncentruotos rūgštys greitai skalda; NaOH ir KOH hidrolizuoja kolageną, išskiriant NH_3. Kolagenas prijungia chromo, geležies, silicio hidratus, gerbines medžiagas ir tuomet netenka ypatumo hidrolizuotis įtakoje vandens, net ir karštame pavidale.

Elastinas vandens įtakai visai nepasiduoda, virinamas vandenyje taip pat nesiskaldo. Pepsinas ir tripsinas hidrolizuoja. Šaltame pavidale šarmai ir HCl elastino neveikia, o kaitinant hidrolizuoja. Koncentruota H_2SO_4 skaldo šaltame pavidale. Elastinas gerai adsorbuoja dažus. Elastino plaušelių įtakoje ištempta oda susitraukia atgal.

Korijinas (mucinas) yra baltymų medžiaga, kuri odos fibrilus klijuoja tarpu savęs. Jis netirpsta vandenyje; chloro natris ir kalcio hidratas tirpina. Jo ypatybės nėra dar smulkiai ištirtos.

Jungiamasis sluoksnis pasižymi didele atspara chemiškiems reagentams, jo plaušeliai netirpsta skystuose šarmuose, kurie tirpina epidermį, bet jungiamąjį sluoksnį sparčiai veikia puvimo bakterijos. Dirbant odas jis pašalinamas mechaniniu būdu.

Be išvardytų medžiagų skūroje randasi ir nebaltyminės medžiagos — riebalai, cholestirinas, anglies hidratai, karbamidas, chloro natris ir kalis, fosfatai, sulfatai ir karbonatai.

Ne visuomet nuimtos nuo gyvulių skūros tuojau patenka į odos dirbtuves. Tik miestuose, kur randasi skerdyklos ir odų dirbtuvės, nuimtos skūros tiesiog pristatomos į dirbtuves. Žymiausioji skūrų dalis, ypač stambių gyvulių, pristatoma į dirbtuves iš pietų kraštų — Pietų Amerikos, Australijos ir Indijos. Nuimtos nuo gyvulių skūros turi drėgmės 60 — 75% ir, be to, limfos ir kraujo liekanų, todėl jos lengvai pasiduoda puvimo mikroorganizmų įtakai, ypatingai šiltu metu. Norint išvengti puvimo, reikia pašalinti žymią vandens dalį arba pavartoti dezinfekuojančias medžiagas, kurios naikina puvėsio mikroorganizmus, bet neveikia skūrų medžiagų. Skūros konservuojamos šiais būdais: a) sūdomos apipilant sūdomąja druska ir drėgname pavidale sulenkiant vidujiniu sluoksniu į vidurį; tokios skūros vadinasi drėgnai sūdytos; b) sūdomos apipilant sūdomąja druska ir praslinkus kuriam laikui džiovinamos pavėsyje — sausai sūdytos; c) nuimtos nuo gyvulių skūros tiesiog džiovinamos sausame ore — džiovintos skūros; jos yra trapios, blogai atmirksta, negalima pastebėti odos žaizdų; tokiame pavidale jos lengvai gali išplėsti limpamųjų ligų bakterijas arba jų gemalus; d) žiemos metu žalios skūros gali būti užšaldomos; e) nuo ožių, avių ar kitų smulkių gyvulių skūras nuėmus plaukus mirkoma $^1/_{10}$ — $^1/_{20}$ normaliame skiedinyje chloro vandenilio arba sieros rūgšties su priedu 2% chloro natrio 4 — 24 valandas; išėmus iš skiedinio duodama nutekėti skystimui ir skūros dar drėgnos suvyniojamos; f) pietų kraštų gyvulių skūros, kur dažnai siaučia limpamosios ligos, pav., įnosės, maras, pragaro rauplės ir kt., privalo būti dezinfekuojamos. A. S. Jones siūlo dezinfekuoti prieš kraunant į laivus šiuo būdu: žalios skūros mirkomos 1 — 3 dienas skruzdėlių rūgšties (Ac. formicicum) 1% skiedinyje su 0,04% sublimato ($HgCl_2$), išėmus iš to skiedinio jos mirkomos vieną valandą prisotintame chloro natrio skiedinyje ir suvyniotos į pundus drėgname pavidale transportuojamos*). Vasaros metu žalioms skūroms sūdyti suvartojama sūdomosios druskos 25 — 30% skūrų svorio; trečdalis ištirpusios druskos nuteka ir skūroje lieka 18 — 20%.

Odų dirbimas. Odų dirbimas susideda iš šių operacijų: 1) žalių skūrų mirkymas ir jungiamojo sluoksnio (paodės) pašalinimas; 2) plaukų ir epidermio šutinimo arba švicavimo būdais pašalinimas; 3) odų plovimas; 4) žluginimas organinėse, mineralinėse rūgštyse, arba kisieliuose; 5) plovimas. Taip paruošta oda vadinasi *plikė* (Blösse). 6) Ji gerbojama vienu iš trijų būdų: a) augalinėmis gerbinėmis medžiagomis — tanidais, arba sintetinėmis

*) Alfred S. Jones. Formic-Mercury antrax sterilization method. London, 1910.

medžiagomis; b) mineralinėmis gerbinėmis medžiagomis — chromo arba aliuminio junginiais; c) riebalinėmis rūgštimis. 7) Gerbotos odos džiovinimas, baltymas arba dažymas, tepimas riebalais ir galutinis ištaisymas.

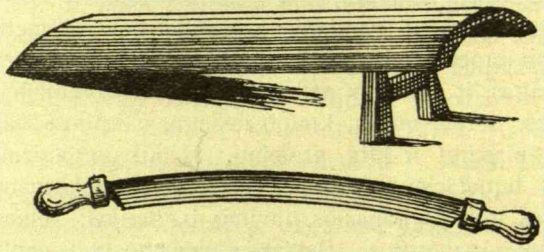
Skūros mirkymas. Pristatytų tiesiog iš skerdyklų į odų dirbtuvę skūrų nupiaunama ausys, žandai, kanopos, uodegos ir pašalinami riebaliniai ir mėsos sluoksniai. Džiovintos skūros pradžioje lengvai mirkomos ir apipiaustomos. Visos skūrų atmatos sunaudojamos klijams gaminti. Apipiaustytos žalios skūros plaunamos kraujo liekanoms, purvui ir mėšlui pašalinti. Konservuotos, džiovintos skūros mirkomos mediniuose arba cementiniuose kubiluose ligi 10 parų, kol skūra pilnai neišsilygins; drėgnai sūdytos skūros išmirksta per 3 – 4 dienas. Kai kurios dirbtuvės mirkymo metu kelis kartus keičia vandenį, kitos mirkymui naudojasi sukamais būgnais (barabonais). Skūroms mirkyti naudojamasi tik šaltu vandeniu, kartais pridedant rūgščių, šarmų arba natrio sulfido (Na_2S). Žalioms tik nuimtoms skūroms išmirkyti sunaudojama vandens arti 10 kartų daugiau, negu skūra sveria, o sausai džiovintoms 50 kartų daugiau. Mirkant vandeny, ypatingai vasaros metu, labai smarkiai vyksta puvimo procesai, išsiskiria bakterijų enzimai, kurie veikia skūros baltymų medžiagas, ir vandeny atsiranda, be konservuojančių medžiagų, sūdomosios druskos, purvų, mėšlų, kraujo liekanų, ištirpintų skaldymosi produktų kolageno, elastino ir kitų proteinų. Iš mikroorganizmų surasti: bacillus fluorescens liquefaciens, subtilis, mycoides, gasformans, proteus vulgaris, streptococcus ir kitos panašios puvimo bakterijos; retkarčiais pasirodo ir pragaro rauplės bakterijos. Bakterijų viename kub. centimetre būna keli miljonai.

Šutinimas. Išmirkius skūras ir mechaniniu būdu pašalinus paodę, reikia pašalinti epidermį su plaukais, prakaito ir riebalų liaukelėmis. Bendrai viršutinis epidermio sluoksnis pasižymi didele atspara chemiškiems reagentams, bet labai mažos atsparos yra Malpigio sluoksnis, kuris ir veikiamas epidermiui atskirti. Seniausias būdas plaukams pašalinti yra *švicavimas* (schwitzen - prakaituoti). Skūros kabinamos 1—2 paroms kameroje su drėgnu, šiltu oru ir gerai įrengta ventiliacija. Visą laiką stropiai sekama, kad būtų atitinkama temperatūra ir drėgmė. Prasideda smarkus Malpigio sluoksnio puvimo procesas, išsiskiria daug amoniako, kurs veikia gleivines plaukų liaukelių medžiagas. Kai tik plaukai darosi lengvai pašalinami, skūros išimamos iš kameros ir mirkomos šaltame vandenyje su kalcio hidratu [$Ca(OH)_2$]; kalkių vandenyje liaujasi puvimo bakterijų veikimas. Prie skūrų švicavimo skaldosi Malpigio sluoksnio baltymai, tačiau palaikius per ilgą laiką skūras švicavimo kameroje arba neatitinkamoje temperatūroje ir drėgmėje, pradeda skaldytis koriumas, ir skūros genda. Todel švicavimo būdas vartojamas dirbtuvėse išdirbant žemesnės rūšies odas arba kai kailių vilnos būna brangesnės negu oda, pav., avių skūros.

Epidermiui pašalinti dažniausiai vartojamas šutinimo būdas. Tam reikalui anksčiau vartodavo kalcio hidrato [$Ca(OH)_2$] skiedinį, kuriame mirkydavo skūras, ligi plaukai visai neatsipalaiduos. Procesui pagreitinti laikas

nuo laiko pridėdavo naujų kalkių. Pilnam epidermio susiskaldymui ir plaukų atsipalaidavimui, žiūrint kokios rūšies skūros, reikalinga 1 — 3 savaitės. Tačiau per tiek ilgą laiką kalkės paliečia ne tik epidermį, bet ir koriumo kolageną, sukeldamos jo hidrolizą. Dabartiniu metu procesui pagreitinti į sotų kalkių skiedinį pridedama natrio sulfido Na_2S 0,75% kiekyje. Įvyksta pasikeitimo reakcija ir susidariusieji produktai stipriau veikia keratiną: $2Na_2S + Ca(OH)_2 + 2H_2O = 4NaOH + Ca(HS)_2$.

Šutinimas baigiasi vidutiniškai per 3–10 dienų. Kalkių sunaudojama apie 10% žalių drėgnų skūrų svorio, natrio sulfido apie 0,5%. Kartais ypatingai sausoms skūroms šutinti vieton natrio sulfido vartojamas anglies rūgšties natris Na_2CO_3. Padų odų šutinimui dažnai naudojamas vien tik natrio sulfido 3% koncentracijos skiedinis. Epidermis skaldosi ir plaukai atsipalaiduoja per 2 — 6 valandas. Gaminant žaliai mintą odą mašinų diržams ir pakinktams, skūroms šutinti naudojamasi rūgstančiu mišiniu iš ruginių miltų, sūdomosios druskos ir vandens. Rūgimo procese susidaro acto, pieno, sviesto ir kitos rūgštys, kurios veikia epidermį. Kai kurios odų dirbtuvės vartoja smulkioms skūroms šutinti sierinius arseniko jungi-nius: realgarą As_2S_2 ir auripigmentą As_2S_3, ypatingai gamindamos specialines odas. Šutinimo vandenyse, be vartojamų chemiškų medžiagų, atsiranda daug plaukų, amoniako, amino rūgščių ir kitų baltymų ir plaukų skaldymosi produktų. Tokio suteršto vandens susidaro 2 — 3 kartus daugiau, kaip sveria žalios drėgnos skūros. Tyrimai parodė, kad amoniako skiedinys skaldo epidermį ir plaukus greičiau negu kalkės ir natrio sulfidas, ir skūra stipriai išbrinksta, tačiau praktikoje tam reikalui amoniakas dar nevartojamas.



2 pieš. Kaladė ir peilis skūroms valyti.

Šutintas skūras išėmus iš kubilų valo nuo epidermio ir plaukų. Jeigu šutinimui buvo vartojamas tik natrio sulfidas, tai atsipalaidavę plaukai ir epidermis lengvai pašalinami išklojus ant grindų skūras bukais kastuvais. Iš skūrų kitais būdais šutintų epidermis su plaukais (vilnomis) pašalinamas bukais peiliais, ištempus skūras ant kaladžių, arba plaukams valyti mašinomis (2 pieš.). Iš skūrų surinkti plaukai rūšiuojami, plaunami vandeniu, džiovinami ir sunaudojami tubinėms (vailoko) medžiagoms gaminti, o vilnos verpti. Tačiau audiniai ir mezginiai iš panašių vilnų turi daug mažesnę atsparą nešiojimui, kaip iš kirptų vilnų. Kai kurios gelumbės įmonės Prancūzijoje perka avių kailius, švicavimo būdu nuima vilnas, o plikes parduoda odų dirbtuvėms. Skūros galutinai išvalytos nuo paodės liekanų gerai plaunamos natrio sulfidui visai pašalinti. Labai storos skūros mašinomis skaldomos; viršutinė dalis sunaudojama storoms minkštoms odoms gaminti, o apatinė

— baldų odai, pamušalams ir p. Šutinamos skūros išbrinksta, darosi purios, kas vėliau palengvina jų gerbavimą. Jeigu skūra po šutinimo pasirodo nepakankamai puri, tai, pašalinus plaukus ir paodės liekanas, dar kartą mirkoma kalkių skiediny ir plaunama.

Skūrų žluginimas ir minkštinimas. Iš purių skūrų vien tik plovimu vandeniu pilnai pašalinti kalkes ir kalkių riebalinį muilą nepasiseka. Tačiau gerbuojant odas, ypatingai minkštas, kalkės, riebalai ir muilas labai kenkia. Panašiu atveju kalciui pašalinti skūros mirkomos chloro vandenilio skiedinyje; susidaro gerai vandeny tirpstąs chloro kalcis; vartojamas organinių rūgščių skiedinys, pav., acto, pieno, skruzdėlių. Padų skūros dažnai dirbamos sieros rūgšties 0,3 — 0,5% skiedinyje; susidaro gipsas, kurs palieka skūros koruose ir suteikia odai trapumą. Taip paruošta sunki padų skūra, vadinama plikė, tiesiog gerbuojama. Kitos skūros prieš gerbuojant minkštinamos. Tam reikalui kai kuriose dirbtuvėse dar naudojamasi šunų, vištų, balandžių ekskrementų šiltame vandeny 10% skiediniu. Skūros mirkomos skiedinyje, kol pasidarys tiek minkštos, jog paspaudus dviem pirštais lieka aiškūs pėdsakai ir, be to, skūra darosi tiek koringa, jog lengvai slegiant išsiskiria oro pūslelės. Šitą minkštinimo būdą anglai vadina „bating“. Išimta iš ekskrementų skiedinio plikė plaunama ir gerbuojama. Kai kuriose dirbtuvėse skūros minkštinamos kisieliuose, kurie gaminami iš ruginių, kvietinių arba avižinių miltų, maišomų su karštu vandeniu. Bestovėdamas kisielius fermentuoja, jame atsiranda acto ir pieno rūgštys. Pradžioje skūra mirkoma senam kisieliuje 8 — 12 valandų, vėliau dar 10 valandų naujai pagamintame. Fermentacijos procesų įtakoje skūros išplaukia į paviršių, ir jas nuolat tenka skandinti. Miltų imama nuo 0,5 iki 2 kg 100 litrų vandens. Kisieliaus temperatūra skūrų mirkymo metu palaikoma 25 — 35° C. Išimtos iš kisieliaus plikės prieš gerbuojant plaunamos vandeniu. Anglijoje ir Š. A. J. V. skūroms minkštinti plačiai naudojamasi dirbtiniais produktais, kaip „Oropon“ ir kit., į kurių sudėtį įeina enzimai, raguočių liaukos-kasos: pankreatinas, tripsinas ir k. mišinyje su chloro amoniaku ir indiferentinėmis medžiagomis, pav., piūvenomis. Minkštinimo proceso metu enzimai veikia koriumo elastiną, sukeldami jo hidrolizą. Taip paruošta gerbota oda minkštesnė, bet ne tiek atspari. Skiriamos chrominiam gerbavimui plikės minkštinamos pikelio būdu (Pickeln), mirkant 5,5% sūdomosios druskos su 5% sieros rūgšties skiedinyje. Iš pikelio išimtą odą galima ilgai saugoti. Jei pikeliuota plikė tenka augaliniais ekstraktais gerbuoti, tai ji vėl mirkoma sūdomosios druskos 2,75% skiedinyje su borakso $Na_2B_4O_7$ priedu ligi neitralės reakcijos. Paruoštos gerbavimui plikės turi 68—88% žalios tik nuimtos skūros svorio. Tuo ar kitu būdu paruošta plikė gerbuojama, kad pasidarytų atspari puvimui ir vandens įtakai, mikli, elastiška ir stipri.

Gerbavimas augalinėmis gerbinėmis medžiagomis (tanidais).

Kai kurie augalai įvairiose dalyse turi chemiškų gerbinių medžiagų, bendrai vadinamų tanidais, kurie jungiasi su odos proteinais ir sudaro

vandeniui ir puvimui atsparias medžiagas. Įvairiuose augaluose randasi įvairios gerbinės medžiagos greta su kitomis negerbinėmis, kurios gaminant gerbinius ekstraktus taip pat pereina į skiedinį. Tanidai — amorfinės medžiagos, silpnai rūgščios reakcijos, tirpsta vandeny, spirite, spirito su eteriu mišiny; su geležies druskomis jungiasi ir nusidažo juodai mėlyna arba juodai žalia spalva (rašalai); su želatina, o taip pat žalios išvalytos odos milteliais jungiasi ir duoda vandenyje netirpstančias medžiagas. Chemišku atžvilgiu tanidus dalina į dvi grupes: pyrogalolo ir pyrokatechino eilės. Pirmieji sausai destiliuojant duoda pyrogalolą $C_6H_3(OH)_3$ (1.2.3); o antrieji — pyrokatechiną $C_6H_4(OH)_2$ (1.2). Bendras būdas vieniems tanidams nuo antrų atskirti yra šis: į 50 cm^3 tanido skiedinio įpilama 10 cm^3 formalino ir 5 cm^3 chloro vandenilio; mišinys virinamas su atvirkščiu šaldytuvu pusę valandos ir ataušinamas; pyrokatechino tanidas iškrinta į nuosėdas. Nufiltravus nuosėdas, į 10 cm^3 skaidraus filtrato pridedama 5 g kristalinio acto rūgšties natrio $C_2H_3O_2Na.3H_2O$ ir 1 cm^3 sieros rūgšties geležies $FeSO_4$ 1% skiedinio. Jeigu skystime yra pyrogalolo tanidų, tai jis nusidažo melsva violetine spalva. Gerbuojant įvairių augalų tanidais gaunama įvairios kokybės oda, todėl odų dirbtuvėse dažnai daroma įvairių gerbinių medžiagų mišiniai. Tanidų kiekis augalų dalyse arba iš jų pagamintuose ekstraktuose nustatomas išskiriant iš skiedinio juos žalios odos milteliais. Svarbiausios gerbinės medžiagos gaunamos iš šių augalų ir jų dalių:

1) Gluosnių žievė (Salix alba, fragilis, pentandra, babylonica, amygdalina, acutifolia, viminalis, caprea, cinerea, aurita ir k.) turi gerbinių medžiagų nuo 4 ligi 12%. Gluosnių žievės gerbinės medžiagos gerbuoja odą šviesia spalva ir oda darosi gležna, minkšta, mikli, bet odos svorio prieauglis nedidelis.

2) Kaštanų žievė ir medis (Aesculus hippo-castanum) žaliame pavidale turi 2—4% gerbinių medžiagų. Gerbuota oda šviesi iš paviršiaus ir tamsesnė vidury.

3) Ąžuolų žievė ir medis (Quercus pedunculata, sessiflora, pubescens ir k.) turi gerbinių medžiagų 8—14%. Gerbuota oda šviesi iš paviršiaus ir tamsesnė vidury.

4) Beržo (Betula alba), alksnio (Alnus glutinosa) ir guobos (Ulmus campestris ir effussa) žievė turi gerbinių medžiagų 1,5—12%. Vartojama Skandinavijoje ir Suomijoje.

5) Eglės (Abies excelsa), pušies (Pinus silvestris), balteglės (Abies alba), maumedžio (Larix europea) žievė turi gerbinių medžiagų 5—15%. Gerbuotos odos šviesios, minkštos, miklios. Plačiai vartojama Vokietijoje.

6) Sumacho (Rhus coriaria) lapai ir šakelės turi gerbinių medžiagų ligi 30%. Gerbuota oda šviesi, vidury šviesiai geltona.

7) Mimozos (Acacia decurrens, A. penninervis, A. melonoxylon) žievė turi gerbinių medžiagų 25—30%. Gerbuota oda šviesiai rožinės spalvos iš paviršiaus ir tamsiai rusvos spalvos vidury.

8) Quebracho colorado mediena turi gerbinių medžiagų ligi 20%. Gerbuota oda tamsiai raudonos spalvos, trapi, bet begarbuojant odos svoris žymiai didėja.

9) Valonia — ąžuolų Quercus valonea gilių taurelės turi gerbinių medžiagų ligi 30%. Gerbuota oda geltonai tamsios spalvos, trapi.

10) Šaknų sasafraso (Sassfras officinale), ratanijos (Krameria triandra) žievė turi gerbinių medžiagų ligi 50%.

11) Mirabolanai—augalų Terminaliae chebubae vaisiai, turi gerbinių medžiagų 25—35%. Gerbuotos odos minkštos, koringos, žaliai-rusvos spalvos.

12) Dirbtinės gerbinės medžiagos: a) sulfito - celiuliozinis ekstraktas gaunamas celiuliozos sulfitiniu būdu gamyboje atmatų pavidale; vartojamas dažniausiai su kitomis gerbinėmis medžiagomis odai pasunkinti; b) „Ordowal", „Neradol" gaminami iš naftalino, reteno ir kitų anglies vandenilio junginių. Apyvarton išleidžiami tešlos pavidale; jie vartojami paskiri arba su kitomis gerbinėmis medžiagomis.

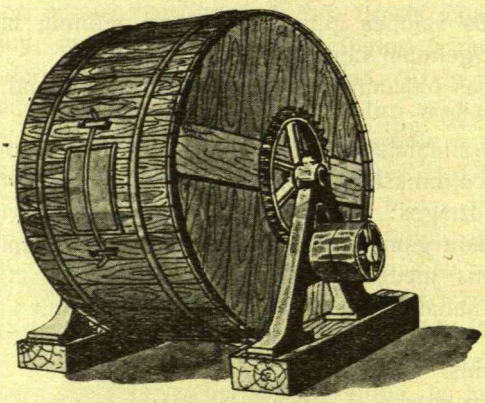
Gerbuojant odą svarbu, kad gerbinės medžiagos jungtųsi su odos medžiaga palaipsniui, kad susidariusi gerbuota medžiaga iš paviršiaus netrukdytų gerbinėms medžiagoms į odos vidurį įsiskverbti. Todėl iš pradžios plikės gerbuojamos silpnais gerbinių medžiagų skiediniais ir tik baigiant procesą naudojamasi stipriomis koncentracijomis. Dažnai pradžioje plikė gerbuojama vienomis gerbinėmis medžiagomis, o baigiama gerbuoti kitomis. Gerbavimui augalinėmis gerbinėmis medžiagomis naudojamasi trimis būdais:

a) Tiesiog apipila plikes susmulkintomis gerbinėmis žievėmis, pradžioje jau vartotomis gerbavimui, o baigia visai naujomis. Į kubilo dugną pilamos žievės, klojama plikė, apipilama žieve, vėl plikė, žievė ir t. t. Suklojus plikes ir paskutinę apipylus stambesne žieve, pripilama vandens arba seno skiedinio tiek, kad skystimas laikytųsi apie 10 cm viršum odų ir iš viršaus prislėgiama. Praslinkus kuriam laikui odos nustoja įgerti gerbines medžiagas; jos išimamos iš kubilo, prilipusi žievė nupurtinama, lengvai nuplaunama ir perkraunama į kitą kubilą tokiu pat būdu, tik pakeičiant viršutines į dugną, o apatines į viršų ir apipilant stipresne žieve. Žievėje, be gerbinių medžiagų, randasi vandeny tirpstą anglies hidratai, kurie kubile fermentuoja ir duoda organines rūgštis; acto, pieno, sviesto ir k. Perkrovimas iš vieno į kitą kubilą kartojamas tol, kol odos bus pilnai gerbuotos. Žiūrint odos kokybės gerbavimas trunka 4 – 10 mėnesių. Pilnai išgerbuoti 100 kg plikės į minkštas odas suvartojama ąžuolų žievės apie 350 kg, į padų odą apie 500 — 600 kg.

b) Plikę pradžioje gerbuojama žieve, o baigiama gerbuoti sukamuose būgnuose gerbinių ekstraktų skiedinyje; gerbavimas trunka 2 — 4 mėnesius.

c) Plikes gerbuojamos gerbinių ekstraktų skiedinyje sukamuose būgnuose (3 pieš.). Gerbiniams skiediniams gaminti dažniausiai naudojamasi kietais (quebracho) arba skystais gerbiniais ekstraktais. Plikės kabinamos būgne, uždaromos angos, kartais išsiurbiama dalis oro, įleidžiama pradžioje silpnos koncentracijos gerbinis skiedinys, o baigiant gerbuoti stipresnis, uždaroma

visus čiaupus ir, sujungus su varikliu, paleidžiama suktis 8 — 10 apsisukimų per minutę. Gerbavimas būgnuose baigiasi per 6 — 48 valandas.



3 pieš. Sukamasis būgnas odoms plauti ir gerbuoti.

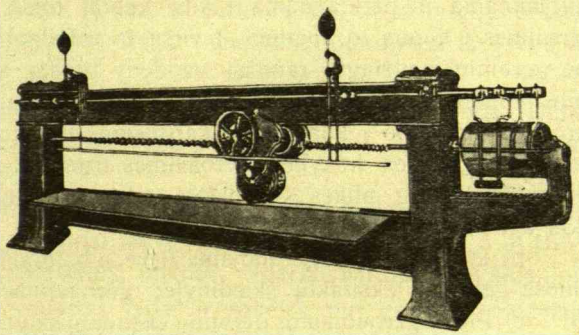
Gerbuotas odas tiesiog džiovina džiovykloje su reguliuojama temperatūra ir ventiliacija arba praplauna šepečiais vandeniu, duoda nutekėti vandeniui, sutepa riebalais ir džiovina. Pradžiovinus jas dailina ir mašinomis suteikia reikiamą išvaizdą (4, 5 ir 6 pieš.). Jei gerbuota oda dažoma, tai tas atliekama su drėgnomis odomis arba jas ištaisius. Vidutiniškai 100 kg žalios, tik nuimtos skūros duoda 52—53,5 kg paruoštos gerbuotos odos.

Gerbavimo vandenyje, be organinių rūgščių, randasi baltymų skaldymosi produktų.

Gerbuotos odos sudėtis.

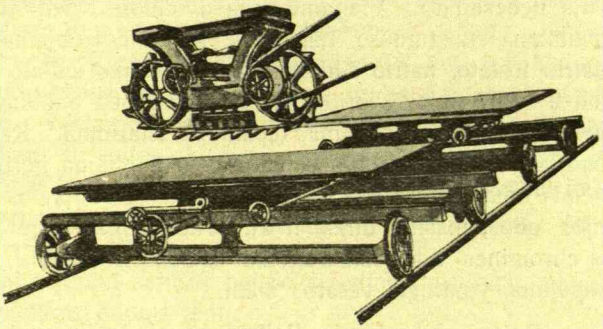
	Vokiečių padų oda	Vydpadžių	Diržų
Vandens	18%	18%	16 — 18%
Mineralinių medžiagų	0,5 — 0,8%	0,7 — 1,2%	0,4%
Riebalų	0,4 — 0,6%	0,7 — 1,8%	0,8%
Vandens išplaunamų medžiagų: gerbinių	3,5 — 6,0%	3,5 — 8,5%	3,9%
Vandens išplaunamų medžiagų: negerbinių	2,3 — 4,0%	2,6 — 5,5%	1,8%
Pastovios odos medžiagos: sujungtos gerbinės medžiagos	30,5 — 32,6%	27,4 — 30,9%	30,0%
Pastovios odos medžiagos: grynos odos	39,1 — 44,8%	37,8 — 44,4%	45,1%
	100,0%	100,0%	100,0%

Mineralinis gerbavimas. Chromo junginiai. Odų chrominis gerbavimas yra palyginti naujas būdas: jį pradėjo vartoti tik praėjusiojo šimtmečio gale. Odos proteinai (kolagenas) jungiasi su pusantradegiu chromu Cr_2O_3 ir susidaro pastovi, vandeniui atspari medžiaga. 100 dalių kolageno pastoviai jungiasi su 3,38 dalimis Cr_2O_3. Praktika rodo, kad vienas chromo pusantradegio valentingumas ($Cr_2O_3 = 152 : 6$) pastoviai jungiasi su kolageno



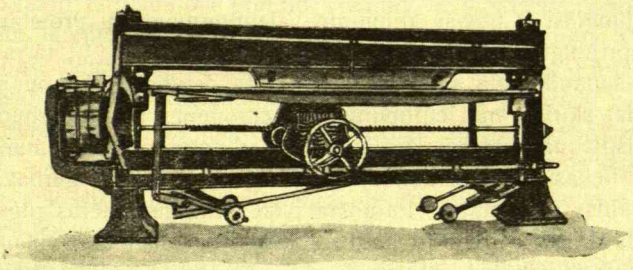
4 pieš. Padų odoms valcuoti mašina.

ekvivalentu 750; manoma, kad ionas chromo jungiasi su proteinu visais trimis valentingumais, kas suteikia susidariusiam junginiui ypatingą pastovumą *). Sieros rūgšties chromas, vartojamas odų gerbavimui, vandenyje hidrolizuojasi ir skiedinyje atsiranda eilė bazinių sieros rūgšties chromo druskų, kurios veikia proteinines odos medžiagas. Gerbavimo procesas geriausiai vyksta prie chromo pusantradegio 1,5 % koncentracijos skiedinyje. Neitralės sieros rūgšties natris ir chloro natris chrominio gerbavimo skiediniuose sulaiko per greitą gerbavimo eigą. Gerbavimas pikeliuotos plikės atliekamas įvairių koncentracijų vienos sudėties skiediniuose arba dviejuose įvairios sudėties skiediniuose. Vienos sudėties skiedinys gerbavimui ruošiamas iš chromo alūno, kalcinuotos sodos ir vandens, pav., 100 kg $KCr(SO_4)_2$ ir 10,6 kg Na_2CO_3:



5 pieš. Odoms ištempti ir ištaisyti mašina.

$$2KCr(SO_4)_2 + Na_2CO_3 + H_2O = Cr_2(OH)_2(SO_4)_2 + K_2SO_4 + Na_2SO_4 + CO_2;$$



6 pieš. Odos paviršiaus merėjai spausti mašina.

arba 100 kg kalio bichromato, ištirpinto 500 litrų vandens, 90 kg sieros rūgšties ir 150 kg tiosulfito natrio, ištirpinto 200 litrų vandens:

$$4K_2Cr_2O_7 + 9H_2SO_4 + 3Na_2S_2O_3 = 4Cr_2(OH)_2(SO_4)_2 + 4K_2SO_4 + 3Na_2SO_4 + 5H_2O.$$

Kai kurios dirbtuvės gerbavimui skiedinį gamina iš kalio bichromato, chloro vandenilio ir gliukozos, pav., į 100 kg $K_2Cr_2O_7$, ištirpinto 500 litrų vandens, pripilama 200 kg koncentruoto chloro vandenilio ir palaipsniui pridedama 120 kg gliukozos. Gerbavimas atliekama keliose tynėse, vartojant pirmoje tynėje silpniausią skiedinį, pav., 3 — 5 % reikalingo kiekio chromo druskos, o paskutinėje 25 — 30 %.

Chrominis gerbavimas dviejuose įvairiuose skiediniuose atliekamas tokiu būdu, kad pirmoje tynėje pikeliuota plikė mirkoma skiedinyje kalio

*) Wilson. Journal of the American Leather Chemists Association. 12, 1917, p. 108.

bichromato, sieros rūgšties arba chloro vandenilio ir vandens, o antroje tynėje oda įgerta chromo druska redukuojama tiosulfito natriu ($Na_2S_2O_3$), sieros rūgšties geležimi $FeSO_4$, azotinės rūgšties natriu $NaNO_2$, vandenilio viendegiu H_2O_2 ir p.

Gerbavimo pabaiga patikrinama virinant odą vandenyje: gerbuota oda klijų nebesudaro. Viename arba dviejuose skiediniuose gerbuota oda gerai plaunama sukamuose būgnuose ir neitralizuojama skiediniuose borakso, natrio fosfato, natrio silikato arba amoniako sulfato su soda; druskos ima ma 2 — 3% odos svorio. Neitralizuota oda dar kartą praplaunama vandenyje, džiovinama, dažoma, tepama ir ištaisoma. Kartais pradžioje oda gerbuojama silpnu chromo skiediniu, o baigiama gerbuoti augalinėmis gerbinėmis medžiagomis. Chrominiu būdu gerbuojamos avalinės, rūbų, galanterijos odos, mašinų diržai ir kt. Tačiau praktikoje pastebėta, kad avalynė iš chrominės odos kai kuriems asmenims sukelia kojų odos dilginimą ir sopėjimą, ypatingai vasaros metu.

Baltas gerbavimas. Baltam odų ir kailių gerbavimui naudojasi sūdomąja druska, alūnu, sieros rūgšties aliuminiu $Al_2(SO_4)_3$, miltais ir kiaušinių tryniais. Šitas būdas tačiau neturi tokio pasisekimo, kaip chrominis, kadangi aliuminio-proteino junginiai nepasižymi pastovumu. Retai aliuminio visi trys valentingumai jungiasi su kolagenu, todėl oda lengvai hidrolizuojasi. Praktikoje pastebėta, kad aliuminio gerbuota ir išdžiovinta oda po kelių mėnesių gulėjimo darosi pastovesnė vandens įtakai. Aiškinama tuo, kad gulėjimo metu jungiasi ir trečias aliuminio valentingumas su proteinu. 100 dalių odos gali prijungti 2,1 dalį pusantradegio aliuminio Al_2O_3, tačiau praktikoje aliuminio sunaudojama apie pusantro karto daugiau. Aliuminiu gerbuotos odos žymiai skiriasi nuo chrominių. Iš chrominės tik ką gerbuotos odos vanduo neišplauna chromo, iš aliuminiu gerbuotos odos aliuminis pilnai išplaunamas ir liekasi plikė. Praktikoje minkštų odų ir kailių gerbavimas aliuminiu atliekamas šiuo būdu. Paruošta plikė mirkoma sieros rūgšties aliuminio bazinės druskos ir chloro natrio skiedinyje, o kailiai iš vidaus pusės minkštais šepečiais trinami minėtų druskų skiediniu, ligi skiedinys įsigers į koriumą. Praslinkus kelioms valandoms mirkoma skiedinyje natrio bikarbonato $NaHCO_3$ ir paliekama 6 — 24 valandoms. Po to į odą iš abiejų pusių, o į kailius iš vidaus pusės įtrinamas mišinys iš kiaušinių trynių, augalų alyvos ir miltų. Odoms pradžiūvus jos paliekamos kelias savaites gulėti, kad aliuminis susijungtų su kolagenu, ir pagaliau odos arba kailiai minami, pašalinamas druskos perteklius iš paviršiaus, tepama alyvos emulsija ir dažoma. Aliuminiu gerbuojamos taip pat odos pakinktams; pradžiūvus jos minamos ir tepamos beržo degutu.

Gerbavimas riebalų rūgštimis. Palaidos nesuotos riebalinės rūgštys jungiasi su kolagenu tiek pastoviai, jog plaunant odą šarminiais skiediniais junginys nesiskaido. Riebalinėmis rūgštimis dažniausiai gerbuojamos plonos odos, pav., zamšius, kartais briedžių odos. Zamšius gaminamas iš avių

skūrų. Paruošta plikė skaldoma į dvį dalį: viršutinė, storesnė dalis, gerbuojama dažniausiai chrominiu būdu baldų, galanterijos odai paruošti, o apatinė, plonesnė dalis, gerbuojama riebalinėmis rūgštimis — zamšiui pagaminti. Praktikoje garbavimui naudojamasi žuvų riebalais, kuriuose randasi palaidos rūgštys. Į odą trina riebalus, velia būgnuose, vėl trina riebalus ir vėl velia, ligi oda pilnai prisigers riebalų; po to sudeda į krūvas, kur prasideda fermentacija, ir odos įkaista. Temperatūros kilimą atidžiai seka su termometru, kad odos neperdegtų, ir, reikalui esant, krūvas išsklaido. Fermentacijai pasibaigus riebalų perteklių pašalina mirkant odas karštame potašo K_2CO_3 skiedinyje. Tačiau apie pusę suvartotų riebalų lieka sujungtų su kolagenu ir net virinant su sodos skiediniu pasilieka odoje. Išėmus iš potašo skiedinio odas gerai išspaudžia ir džiovina. Gaunamas zamšius geltonai rusvos spalvos; dažnai jis baltinamas natrio perboratu $Na_2B_4O_8$, vandenilio viendegiu H_2O_2 arba saulėje.

Išsiskyrusieji riebalai mirkant zamšių potašo skiedinyje vadinasi *degra*; jie labai vertinami gerbuotoms odoms tepti.

Klijų gamyba. Daugumas stambesnių odos dirbtuvių gamina ir klijus. Ruošiant skūras gerbuvimui susidaro daug atmatų, kurios sunaudojamos klijams. Visas skūrų atmatas šutina kubiluose kalkių skiedinyje ir stropiai išplauna pradžioje chloro vandenilio skiediniu ir pagaliau grynu vandeniu. Taip paruošta medžiaga kraunama į autoklavą, kur įleidžiama garų 3 — 5 atmosferų slėgimo. Kolagenas hidrolizuojasi į glutiną; fibrilai elastino nesiskaldo ir plaukioja glutino skiediny, o į paviršių susirenka riebalai. Glutino skiedinį išleidžia per čiaupą iš apačios, filtruoja ir supila į indus, kuriuose vanduo išgarinamas ant krosnių arba vakuume. Kartais klijus baltina natrio bisulfitu. Koncentruotą klijų skiedinį išpila į dėžes, kad sustingtų, piausto į plokšteles ir ant tinklelių džiovyklose su gera ventiliacija džiovina.

Surinktus riebalus naudoja gerbuotoms odoms tepti.

Vilnų ir plaukų plovimas. Skūrų plaukai ir vilnos sudaro atmatas odų gamyboje. Vilnas, surinktas iš švicuotų avių kailių, plauna atskirai nuo kitų plaukų. Vilnų plovimui pradžioje naudojamasi potašo arba anglies rūgšties amoniako skiediniu. Kadangi vilnose randasi daug riebalų (ligi 35%), tai plaunant susidaro daug muilo, kuris skaldomas rūgštimi, ir išsiskyrusius riebalus (cholestirinus-lanoliną) vartoja dažniausiai odoms tepti.

Stambių gyvulių skūrų plaukai surenkami iš šutintų odų, plaunami vandeniu medinėse dėžėse, džiovinami ir parduodami tuboms gaminti.

Klijus gaminant, vilnas ir plaukus plaunant sunaudotuose vandenyse randasi šarmų, kalkių, riebalų, muilo, riebalinių rūgščių, baltymų skaldymosi produktų, amoniako, plaukų, milionai mikroorganizmų ir kt.

Odų dirbtuvių sunaudoto vandens kiekis ir sudėtis.

Įvairių odų dirbimo operacijų vanduo turi skirtingą sudėtį. Vanduo, suvartotas žalioms, tik nuimtoms ir konservuotoms skūroms plauti, gerbuoti augalinėmis, mineralinėmis medžiagomis, arba riebalinėmis rūgštimis, bus

įvairios sudėties. Tačiau daugumas odų dirbtuvių išdirba iš skerdyklų pristatytas ir konservuotas skūras, dalį jų gerbuoja augaliniais tanidais (padų odas), o kitas mineralinėmis medžiagomis (chromines avalines odas), ir tik smulkios, namų gamybos pobūdžio, dirbtuvės naudojasi kuriuo nors vienu būdu. Vienai stambiai odai (buivolo, jaučio, arklio) išdirbti sunaudojama vidutiniškai apie 1500 litrų vandens ir smulkiai (veršio, avies, kiaulės) — apie 500 litrų. Tarp atskirų dirbimo operacijų mišrios gamybos dirbtuvėse nurodytas vandens kiekis skirstosi šiuo būdu:

1) mirkyti . . . . . 15 - 25%
2) šutinti ir plauti . . . . . 25 — 30%
3) žluginti, minkštinti ir plauti . . . . 20 — 25%
4) gerbuoti, dažyti ir plauti . . . . . 6 — 15%

Be to, vienos skūros nuimtiems plaukams ir vilnoms plauti sunaudojama 50 — 75 litrai vandens. Dažniausiai dirbtuvėse visos odų dirbimo operacijos vyksta vienu metu, ir sunaudotas vanduo nuleidžiamas per vieną ryną. Vanduo skūrų mirkymo, šutinimo, plovimo ir plaukų plovimo ryškiai šarminės reakcijos turi daug albuminoidinio amoniako ir kitų baltymų skaldymosi produktų; žluginimo, minkštinimo ir gerbavimo vanduo būna rūgščios reakcijos ir retai silpnai šarminės, turi mažai azoto junginių, ir jo puvimas vyksta lėtai. Visas vanduo labai drumstas nuo geltonai pilkos ligi pilkai rusvos spalvos, pūvančių baltyminių ir gerbinių medžiagų kvapo.

Lentelė 1.

Anglijos odų dirbtuvių sunaudoto vandens sudėtis, sulig Anglijos karališkos vandens komisijos IX raportu.

Miligramų viename litre:

Sudėtinės medžiagos	Skūrų mirkimo vanduo		Šutinimo ir plovimo vanduo		Gerbavimo vanduo		Bendrų rinų vanduo	
	min.	maks.	min.	maks.	min.	maks.	min.	maks.
1. Suspenduotų medžiagų	140,0	380,0	1956,0	27830,0	500,0	11440,0	422,0	3008,0
2. Susp. medž. lekių	132,0	384,0	630,0	10630,0	320,0	9576,0	148,0	2028,0
3. „ „ nelekių	8,0	528,0	1252,0	17200,0	180,0	1864,0	274,0	1084,0
4. Amoniako azoto .	26.2	188,0	28,0	302,0	—	57,0	25,0	68,0
5. Albuminoidinio azoto	32,0	146,0	35,4	1000,0	—	95,5	21,8	48,0
6. Viso organ. azoto.	135,6	367,0	110,8	2239,0	—	68,5	39,6	112,0
7. Viso azoto	194,0	559,0	139,6	2541,0	—	79,0	69,6	166,4
8. Oksidavimosi Faulero būdu pradžioje	24,5	110.6	79,1	1596,0	3012,0	5196,0	90,0	200,0
9. Oksidavimosi Faulero būdu per 4 val.	105,0	464,4	256,4	5140,0	10436,0	18436,0	308,0	572,2
10. Deguonio adsorbcija per 48 valandas .	146,0	633,0	108,0	2550,0	5580,0	18900,0	136,0	564,0
11. Deguonio adsorbcija per 120 valandų .	250,0	1218,0	330,0	7250,0	—	—	382,0	870,0

Sudėtinės medžiagos	Skūrų mirkimo vanduo		Šutinimo ir plovimo vanduo		Gerbavimo vanduo		Bendrų rinų vanduo	
	min.	maks.	min.	maks.	min.	maks.	min.	maks.
12. Sausų liekanų . .	6298,0	—15300,0	4830,0	—11930,0	1840,0	—12190,0	320,0	—5998,0
13. „ „ lekių	678,0	— 1140,0	488,0	— 6900,0	1080,0	— 3916,0	72,0	—1200,0
14. „ „ nelekių	5620,0	—14160,0	2030,0	— 3896,0	238,0	—11110,0	248,0	—5030,0
15. Rūgštumas $^1/_1$ n NaOH cm³	—	—	—	—	27,0	— 61,4	—	—
16. Šarmingumas $^1/_1$ n HCl cm³	—	—	54,1	— 191,0	—	—	4,3	—41,4
17. Arseniko	0,0	— 33,4	0,0	— 0,5	—	—	0,0	—70,0

Lentelėje duota įvairių dirbtuvių, kurios naudojasi žaliomis ir konservuotomis skūromis ir odas gerbuoja organinėmis gerbinėmis medžiagomis, mineralinėmis, mišriu būdu ir riebalinėmis rūgštimis, vandens sudėtis. Vandenyje, be nurodytų medžiagų, randasi sujungtas sieros vandenilis ir sunkieji metalai (chromas). Mikroorganizmų kiekis viename kubiniame centimetre siekia kelių milionų skaičiaus.

Lentelė 2.

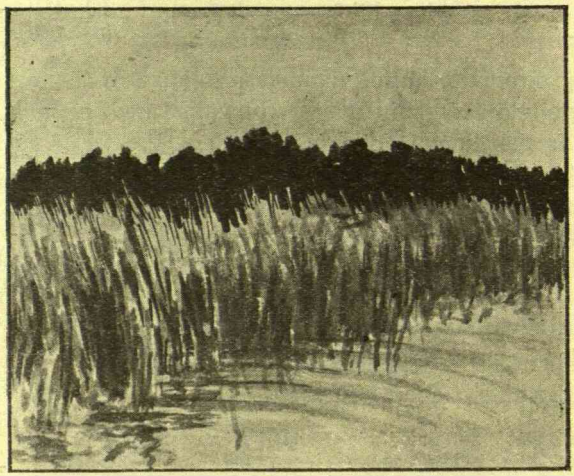
Rusijos odų dirbtuvių sunaudoto vandens sudėtis, sulig Centralinio vandens apsaugos komiteto Maskvoje tyrimais.

Miligramų viename litre.

Sudėtinės medžiagos	Skūrų mirkymo vanduo		Šutinimo ir plovimo vanduo		Gerbavimo vanduo		Bendrų rinų vanduo	
	min.	maks.	min.	maks.	min.	maks.	min.	maks.
Suspenduotų medžiagų	1133,3	— 296 ,0	3120,0	- 39291,3	34,0	— 1554,0	810,0	— 8720,0
„ „ lekių	746,0	— 1642,0	232,0	— 1724,0	25,0	— 492,0	605,0	— 3320,0
Suspenduotų medžiagų nelekių	387,3	— 1318,0	1600,0	—38371,5	9,1	- 1062,0	193,0	— 2102,2
Azoto amoniako . . .	148,0	— 153,0	40,8	— 510,0	8,1	— 23,8	15,0	— 122,4
Albuminoidinio azoto .	110	— 244,8	37,4	— 1054,0	10,2	— 44,2	13,0	— 114.0
Viso azoto	242,0	— 445,2	58,0	— 1666,0	11,2	— 39,2	48,5	— 228,8
Oksidavimasi	252,0	— 920,6	104,0	— 2280,0	1500,0	— 1680,0	410,8	— 1016,9
Deguonio adsorbcija .	—	890,0	—	600,0	—	—	410,8	— 1016,9
Sausų liekanų	14360,0	—25252,0	4204,0	—27212,0	3241,0	- 58184,0	763,0	—11546,0
„ „ lekių .	1605,3	— 4960,0	392,0	— 9489,0	2089,0	— 5360,0	384,0	— 1898,7
„ „ nelekių.	9400	—23646,7	1764,0	—17723,0	1152,0	—52824,0	379,0	— 8637,2
Chloro-jonų	2748,1	—15352,0	141,8	— 9220,0	212,0	—21983,2	884,0	— 4584,0
SO_3	148,9	— 149,0	25,0	— 155,7	628,4	—10379,2	25,3	— 2857,2
CaO	—	188,6	386,0	— 3120,0	—	250,0	176,8	— 1123,0
Rūgštum. $^1/_1$n NaOH cm³	—	—	—	—	2,0	— 52,0	—	—
Šarmingum. $^1/_1$n HCl cm³	15,2	— 24,8	29,0	— 110,0	—	—	5.0	— 35,5

Be nurodytų 2 lentelėje medžiagų, vandeny surasta gana dideliame kiekyje sujungtas sieros vandenilis, o kai kurių dirbtuvių šarminiuose vandenyse palaidame pavidale, sunkieji metalai ir dviejuose pavyzdžiuose arsenikas. Bendrai viename kub. metre sunaudoto vandens surasta nuo 4 ligi 14 kg ištirpintų ir plaukiojančių medžiagų.

Iš abiejų lentelių davinių matyti, kad odų dirbtuvių vandens sudėtyje yra: a) daug azoto amoniako ir albuminoido pavidale, b) daug chloro, chloro natrio pavidale, c) daug kalcio, chloro kalcio, gipso, kalcio karbonato ir kalcio hidrato pavidale, d) daug sieros rūgšties druskų, e) organinių gerbinių medžiagų, anglies hidratų, organinių rūgščių: skruzdėlių, acto, pieno, sviesto, riebalų, f) prie chrominio gerbavimo — chromo druskų, g) sieros vandenilio, h) kai kurių dirbtuvių — arseniko junginių, i) baltymų medžiagų įvairiose skaldymosi fazėse. Odų mirkymo ir plovimo, plaukų ir vilnų plovimo vandenyje kartais gali pasirodyti pragaro rauplių bakterijos. Bestovėdami stipriai šarminiai arba stipriai rūgštieji vandenys lėtai pūna. Sunaudotas vanduo, išleistas į upes ir ežerus, nuodija žuvis, dalis suspenduotų ir ištirpintų medžiagų išsiskiria į dugną dumblo pavidale, kurs lėtai fermentuoja; paliai ežerų krantus susidaro balos. (7 pieš.).



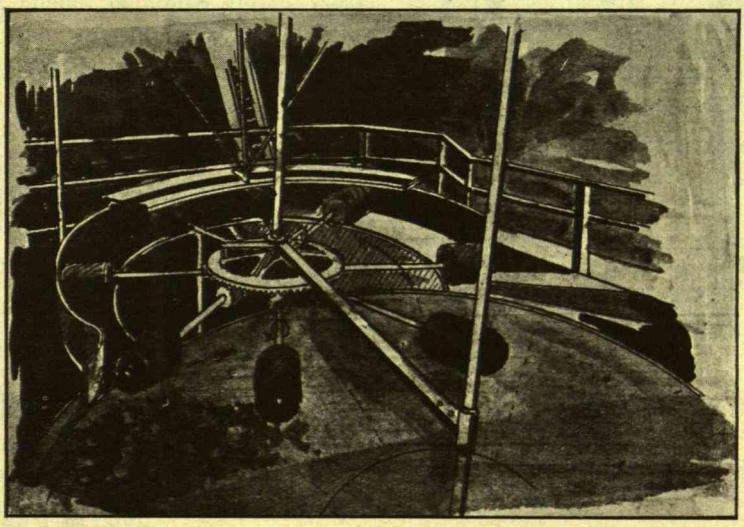
7 pieš. Subalėjęs ežero krantas.

Sunaudoto vandens valymas.

Odų dirbtuvių vanduo gali būti laukams tręšti sunaudotas. Sulig Schulze 125 — 150 m^3 vandens kartu su kubilų nuosėdomis gali įtręšti 1 ha lauko. Panašiu atveju dirbtuvės vanduo tiesiog leidžiamas į pilstomąjį lauką. Po metų pilstymo laukas turi būti paliktas dvejiems metams ilsėtis, kad biologinių procesų įtakoje susifermentuotų organinės medžiagos ir susidarytų pastovios dirvos mineralinės medžiagos (8 pieš.).

Anglijos įstatymai reikalauja, kad odų dirbtuvių vanduo miestuose, kurie turi kanalizaciją, prieš leidžiant jį į bendras kanalizacijų rynas, būtų chemišku būdu išvalytas ir nusistovėtų dvi paras baseinuose. Praktika parodė, kad nevalytas ir nenusistovėjęs vanduo labai greit užteršia biologinius filtrus. Chemiškas odų dirbtuvių vandens valymas daromas pridedant koaguliantų: sieros rūgšties aliuminio $Al_2(SO_4)_3$, pusantradegio sieros rūgšties geležies $Fe_2(SO_4)_3$, prapučiant per vandenį anglies dvideginį CO_2, primaišius aktyvaus dumblo, prapučiant orą, arba leidžiant vandenį per šlakų filtrus ir tuo pat metu prapučiant oro srovę.

Koaguliantai vartojami vandeniui valyti nuo smulkiausių koloidalių dalelių. Sistema iš tirpintojo (vandens arba kito skystimo) ir suspenduotų smulkiausių dalelių vadinasi dispersine. Nuo dalelių būklės pareina paprasta suspensija, koloidalis skiedinys arba emulsija, kada suspenduota medžiaga yra skystame stovyje (aliejaus dalelės). Koaguliantai veikia dispersinę sistemą, išskiriant suspenduotas medžiagas, koloidalines mases, emalguotus aliejus, vadinasi, jie ardo sistemą. Dispersinių sistemų susidarymą, jų pastovumą, vietoje susidūrimo dviejų sistemų paviršiaus energijos atsiradimą, koaguliantų veikimą plačiai tyrinėjo J. Gibbs, W. Ostwald (junior), H. Freundlich, J. Duclaux ir k. Kai kurios medžiagos, pav., aliuminio hidra-

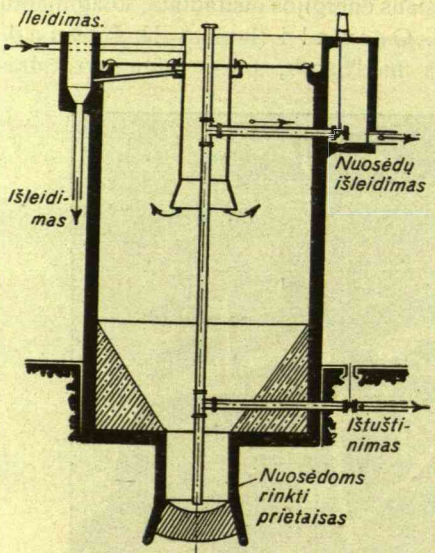


8 pieš. Sunaudotam vandeniui į pilstomus laukus išleisti ripka.

tas $Al(OH)_3$, geležies pusantradegio hidratas $Fe(OH)_3$, silicio hidratas $SiO(OH)_2$, anglis ir k. turi ypatybę iš skiedinio pritraukti (įgerti) dujas, gerbines medžiagas, dažus, koloidales mases ir p. Tą ypatybę W. Ostwald (senior) pavadino adsorbcija. Tyrimai rodo, kad fazės paviršiuje atsiranda energijos perteklius, palyginant su fazės vidujine mase. Tos paviršiaus energijos įtakoje susidaro kita medžiagų koncentracija. Ostwald (junior) adsorbcijos ypatybę dalina į tris rūšis: a) mechaninę adsorbciją, kurios pagrindas yra paviršiaus energijos įtempimas; b) elektros adsorbciją, kuri susidaro, kai adsorbentas turi elektros krovinį, arba jis atsiranda paskandinus adsorbentą ir c) cheminę adsorbciją, kuri susidaro vykstančių paviršiuje chemiškų procesų įtakoje.

Odų dirbtuvių sunaudotuose vandenyse daugiausia atsiranda koloidalinių medžiagų iš hidrolizo baltymų. Dalis jų sudaro koloidalinius skiedinius, o kitos sutirštėjusiame pavidale plaukioja. Be to, koloidalinės masės daugiau arba mažiau suterštos sutirpintais vandenyje kristaloidais. Koloidalinės dalelės turi

elektros įkrovimą, ir juo didesnis įkrovimas, juo sistema pastovesnė. E. Burton duoda mikroskopinį būdą koloidalinių dalelių elektros įkrovimui nustatyti, sulig kuriuo Sanitarinio Higienos Instituto Maskvoje padaryti tyrimai davė šiuos rezultatus: vanduo iš bendrų nuotakų odų dirbtuvių šarminės reakcijos turi koloidalinių dalelių su įkrovimu + ir —, ir juo šarminių jonų vandeny daugiau, juo daugiau dalelių su neigiamu įkrovimu. Koloidaliniai skiediniai ir suspensijos su neigiamu elektros įkrovimu koaguliuojasi (susitraukia) nuo $Al(OH)_3$, $Fe(OH)_3$, K_3PO_4 ir kt. Susitraukusios jos grimsta į indo dugną. Priedas šarmų į neigiamą sistemą didina neigiamą dalelių įkrovimą, vadinasi, didėja pastovumas. Rūkščių priedas į teigiamą sistemą didina teigiamą dalelių įkrovimą ir duoda pastovesnę sistemą. Sumaišius du koloidaliniu skiediniu su atvirkščių įkrovimų dalelėmis, jos veikia vienos kitas, jungiasi ir iškrinta į nuosėdas. Tačiau nuosėdos susidaro tik tuomet, kada skiediniai randasi tam tikruose santykiuose tarpu savęs. Elektros įkrovimą koloidalinėse dalelėse galima pažeminti pripilant į skiedinį su teigiamu dalelių įkrovimu šarmų, o su neigiamu įkrovimu — rūgščių. Jeigu vartojame du koaguliantu, tai pradžioje į skiedinį dapilamas koaguliantas, kurs smarkiai veikia (šarmai ir rūgštys) ir po to tą, kurs specifiškai veikia (aliuminio arba geležies druskos). Rūgštys ir šarmai (KOH ir NaOH) iš odų dirbtuvių bendrų nuotakų vandens neišskiria nuosėdų. Priedas $Al_2(SO_4)_3$ arba $Fe_2(SO_4)_3$ į vandenį šarminės reakcijos duoda netirpstančių koloidalinių $Al(OH)_3$ ir $Fe(OH)_3$, jų dalelės turi teigiamą įkrovimą ir jos veikia koloidalines baltymų ir jų skaidymosi produktų daleles su neigiamu įkrovimu, ir rezultate susidaro nuosėdos. Pridėjus sieros rūgšties aliuminio arba geležies 1—2 g į odų dirbtuvių bendrų nuotakų kiekvieną litrą vandens, iškrinta žymi dalis koloidalinių medžiagų į nuosėdas, mažėja skystime organinių medžiagų ir azoto kiekis; dar geriau veikia koaguliantai, jeigu vandenį prapūsim 10 minučių CO_2 (kaminų) dujomis, tačiau vanduo nuo nuosėdų nuleistas pūna (9 pieš.). Leidžiant sunaudotą vandenį per kontaktinius šlakų filtrus pradžioje organinių medžiagų ir azoto kiekis filtruotame vandeny žymiai mažėja, bet filtrai per kelias dienas užsiteršia ir nustoja valę vandenį; daug ilgesnį laiką filtrai veikia (ligi 2 mėnesių), jeigu prieš leidžiant į filtrą vanduo prapučiamas CO_2. Geriausią rezultatą gauna lėtai leidžiant koaguliuotą vandenį per šlakų aerofiltrą. Vanduo, kurio oksidacijai reikia mažiau 400 mg deguonio, filtruotas tokiu būdu nebepūna.



9 pieš. Koaguliuotam vandeniui nusistovėti rezervuaras.

1913-16 m. daugelio Š. A. J. V. miestų, jų skaičiuje ir Čikagos garsios skerdyklos pastatyti bandymai nuotakų vandenims valyti maišant su aktyviu dumblu ir prapučiant orą. 1913 m. Klar ir Adams paskelbė savo tyrimus, atliktus bandymų stotyje Laurense, apie nuotakų vandens valymąsi, jeigu jame randasi vegetatyvūs vandens augalai ir yra pakankamas oro priteklius. Jiems pasisekė tiek vandenį išvalyti, kad jame galėjo žuvys veistis. Aktyvus dumblas (su vandens vegetatyviais augalais) buvo gautas pumpuojant orą per dumblą, paimtą iš upių, ežerų ir kūdrų dugno. Oras pumpuojamas ligi visas amoniakas, kaip druskų, taip ir albuminoido, pereina į azoto rūgštį. Tyrimai parodė, kad dumblas, susidaręs pilstomuose laukuose iš rezervuarų nuosėdų, paimtas ir sumaišytas su vandeniu, pilnai nitrofikuojasi per dvi paras, pumpuojant be pertraukos orą. Taip paruoštas dumblas, sumaišytas su vandeniu, iškrinta į nuosėdas per vieną valandą, ir vanduo darosi visai skaidrus. Dumblas, kuriame randasi riebalų, žemės alyvos ir kt., nitrofikuojasi labai blogai ir, pumpuojant orą per kelias paras, į nuosėdas iškrinta labai lėtai. Dumblas, paimtas iš odų dirbtuvės bendro rezervuaro, nitrofikuojasi per 15 — 20 dienų; taip paruoštas ir sumaišytas su odų dirbtuvių vandeniu greitai duoda nuosėdas, ir vanduo darosi skaidrus.

Centralinis vandens apsaugos komitetas Maskvoje 1924 m. atliko bandymus odų dirbtuvių sunaudotą vandenį aktyviu dumblu valyti.

1) Sunaudotas vanduo buvo leidžiamas iš bendros rinos per medinį rezervuarą, pripildytą ligi $^1/_3$ dalies aktyviu dumblu, per kurį pumpuojamas oras kiekyje 30 tūrių vienam vandens tūriui per valandą. Po 6 valandų išnyko visas albuminoido amoniakas, vandens oksidavimosi ypatybė sumažėjo ligi 14% pirmykščios, ir vanduo nebepuvo. Amoniakas druskų pavidale oksiduojasi lėčiau; vartojant aktyvų dumblą, vandens valymosi procesas vyksta lėčiau. Jeigu aeracija vyksta 48 valandas, tai visas amoniakas oksiduojasi į nitratus.

2) Odų dirbtuvių nuotakų vanduo buvo leidžiamas per šlakų filtrą nuolat tekančiu plonu sluoksniu; šlakai iš paviršiaus padengti aktyviu dumblu; filtruotas vanduo puvo.

3) Aktyvus dumblas buvo pavartotas koagulianto pavidale; paėmus apie $^1/_3$ tūrio dumblo nuo bendro vandens tūrio ir gerai sumaišius, dumblas išsiskyrė greit į nuosėdas, vanduo pasidarė skaidrus, bet greitu laiku pradėjo pūti.

Iš išdėstyto išeina, kad:

1) Odų gamyboje vartojamos gyvulių skūros iš įvairių pietų kraštų, kuriuose ne visuomet taisyklingai tvarkoma veterinarinė gyvulių priežiūra, o nuimtos nuo gyvulių skūros ne visuomet dezinfekuojamos, todėl odų dirbtuvių skūros gali būti priežastimi užkrėtimo limpamomis ligomis, pav., pragaro rauplėmis.

2) Skūrų į odas perdirbimas surištas su vartojimu chemiškų produktų, kurie skaldo baltymus arba jungiasi su proteininėmis odos medžiagomis;

skūroms mirkyti bei plauti ir chemiškiems procesams suvartojama daug vandens, kurs būna labai suterštas chemiškais reagentais, plaukais, riebalais, baltymais ir jų skaldymosi produktais, gerbinėmis medžiagomis, įvairiomis rūgštimis, dažais ir p.; sunaudotas vanduo drumstas, lengvai pūna; jame atsiranda daugybė mikroorganizmų; neva ytas jis negali būti leidžiamas į ežerus, upes arba kūdras bendram naudojimui, kad jų neužnuodytų.

3) Odų dirbtuvių bendrų nuotakų šarminio vandens valymas gali būti atliekamas vartojant koaguliantus $Al_2(SO_4)_3$, $Fe_2(SO_4)_3$ ir nusistovėjusį vandenį leidžiant per šlakų aerofiltrus, arba prapučiant per vandenį bendruose rezervuaruose kaminų degimo produktus (CO_2) ir vėliau leidžiant per aerofiltrus; kai kuriose dirbtuvėse sunaudotam vandeniui valyti gali būti vartojamas aktyvus dumblas su aeracija.

Literatūra:

Д. А. Вильсон. Химия кожевенного производства Перевод с английского Н. Егоркина. Москва, 1927.

Проф. А. Завадский. Кожевенное производство. Нижний-Новгород, 1923.

A. Wagner und J. Paeszler. Handbuch für die gesamte Gerberei und Lederindustrie. Leipzig, 1925.

Ullmann. Enzyklopädie der technischen Chemie. B.VI.

G. Grasser. Handbuch für gerberei-chemische Laboratorien. Leipzig, 1922.

H. Freundlich. Kapillarchemie. Leipzig, 1923.

R. Zsigmondy. Kolloidchemie. Leipzig, 1919.

H. Leymann. Milzbranderkrankungen in den Gerbereien. Genf, 1923.

P. Rolants. Les eaux usées. Paris, 1926.

B. Böhm. Gewerbliche Abwäser. Berlin, 1923.

Материалы по очистке сточных вод кожевенных заводов. Москва, 1927.

L'application de l'eau pour la fabrication des peaux. (La quantité et la constitution des eaux usées)

par Mr. le prof. J. Šimkus (résumé).

La construction microscopique des peaux d'animaux, leurs parties hystologiques et leurs propriétés chimiques. Les procès de fabrication des peaux: amollissement, éloignement des cheveux et de l'épiderme, lavage, tannage et l'achévement. La purification de l'eau usée par les méthodes: biologiques, coagulants, l'aérofiltration et le limon actif.

Inž. J. Graurogkas.

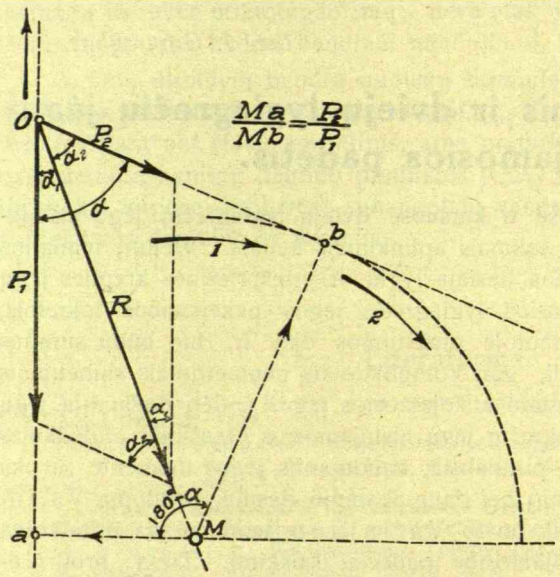
Jėgų lygiagretainis ir dviejų lygiagrečių jėgų atstojamosios padėtis.

Mechanikos vadovėliuose ir kursuose dviejų lygiagrečių jėgų atstojamoji, paprastai, yra ieškoma tolimais aplinkiniais keliais. Vienur, remiantis dviejų veikiančiųjų sulig viena tiesiąja lygių ir priešpriešinės krypties jėgų pasinaikinimo dėsniu, duotosios lygiagretės jėgos pakeičiamos tokiomis, kurių tiesiosios susikerta ribotoje plokštumos daly ir, tuo būdu suradus atstojamosios tiesiosios padėtį, gan komplikuotais geometriniais sumetimais išaiškinama dėsnis, kuris nustato atstojamosios jėgos padėtį dedamųjų jėgų atžvilgiu. Kitur dviejų lygiagrečių jėgų atstojamosios klausimas atidedamas vėlyvesniam išnagrinėjimui: pirmiausia, naudojantis jėgos momento sąvoka ir remiantis jėgų lygiagretainio bei daugiakampio dėsniu, išrodoma Varinjono momentų teorema; tik po to Varinjono teorema yra pritaikoma dviejų lygiagrečių jėgų atstojamosios padėčiai išaiškinti. Tiesa, prof. Čepinskis savo „Fizikos paskaitose", nagrinėdamas plokštumos jėgų pusiausvyros sąlygas, iš jėgų lygiagretainio betarpiškai eina prie dviejų, viena kryptimi veikiančių, lygiagrečių jėgų. Bet kadangi prof. Čepinskio vyriausis tikslas buvo išaiškinti pusiausvyros sąlygas, tai dviejų lygiagrečių, veikiančių į vieną pusę, jėgų atstojamoji, aišku, surasta ne taip, kaip ji surandama visais kitais dviejų plokštumos jėgų veikimo atvejais, būtent, ne iš grynai geometrinių lygiagretainio savybių, bet remiantis tokiomis mechanikos sąvokomis, kaip pusiausvyra ir jėgos momentas. Be to, nenušviestos lygiagretainio dedamųjų jėgų kampo nykimo aplinkybės.

Visur, kur nagrinėjamas dviejų lygiagrečių jėgų atstojamosios klausimas, nė kiek neabejojama, jog jėgų lygiagretainio dėsnis tinka visiems kampams, kurie tik gali susidaryti tarp dedamųjų jėgų. Iš tikrųjų, taikydami dviem lygiagretėms jėgoms Varinjono teoremą, tuo pačiu manome, jog kalbamoms jėgoms tinka lygiagretainio dėsnis, nes Varinjono teorema šį dėsnį suponuoja. Tat visai nesuprantama, kodėl mes, žiūrėdami į visus kitus dviejų plokštumos jėgų veikimo atvejus, kaipo į atskiras jėgų lygiagretainio dėsnio išraiškas ir visuomet betarpiškai rasdami tame dėsny duomenis, kurie nustato dviejų plokštumos jėgų atstojamosios dedamųjų atžvilgiu padėtį, nenorime panašiai suprasti lygiagrečių jėgų nuotykį ir tame pat dėsny taip pat betarpiškai įžiūrėti atstojamosios padėtį. Kaip visais kitais atvejais dviejų telpančių plokštumoje jėgų atstojamosios padėties klausimas yra tolygus geometriniam klausimui apie padėtį lygiagretainio įstri-

žainės jo kraštutinių atžvilgiu, taip lygiai klausimo esmė negali pakitėti tuo specialiniu atveju, kai jėgos yra lygiagretės.

Turint galvoj anksčiau pasakyta, aš manau, kad visų atvejų vieningumo dėliai tikslingesnis būtų žemiau dedamas lygiagrečių jėgų atstojamosios suradimo būdas.



Brėž. 1.

Sakysime, turime dvi jėgas P_1 ir P_2, kurių tiesiosios susikerta ribotoje, vadinas, toje, kur galima dar matuoti, plokštumos daly (brėž. 1).

Jėgų lygiagretainio dėsnis, be ko kito, sako mums, kad sinusai kampų, kuriuos atstojamoji jėga sudaro su dedamomis jėgomis, yra atvirkščiai proporcingi dedamosioms jėgoms: $\frac{\text{Sin}\,\alpha_1}{\text{Sin}\,\alpha_2} = \frac{P_2}{P_1}$ (1 brėž.).

To mums pakanka, kad, žinodami kampų α_1 ir α_2 sumą, juos surastume ir tokiu būdu nustatytume atstojamosios dedamųjų atžvilgiu padėtį. Lygiagretainio dėsnis lygiai tą patį duotų, sakydamas, kad iškeliavus iš kurio nors atstojamosios tiesiosios taško ir trumpiausiu keliu keliaujant į dedamųjų jėgų tiesiąsias, tenka atlikti atvirkščiai proporcingus dedamosioms jėgoms kelius ir kad kampas tarp šių kelių dapildo iki 180^0 kampą tarp dedamųjų jėgų*).

Iš tikrųjų, iš brėžinio 1 aišku, kad $\frac{Ma}{Mb} = \frac{\text{Sin}\,\alpha_1}{\text{Sin}\,\alpha_2}$. Bet $\frac{\text{Sin}\,\alpha_1}{\text{Sin}\,\alpha_2} = \frac{P_2}{P_1}$;

todėl $$\frac{Ma}{Mb} = \frac{P_2}{P_1}.$$

Leiskime, kad kampas α tarp dedamųjų jėgų P_1 ir P_2, mažėdamas, artėja prie nulio ir nyksta. Tuokart kampas $(180 - \alpha)^0$ tarp kelių nuo atstojamosios iki dedamųjų eina prie 180^0 ir šie keliai darosi priešpriešinės krypties.

Kampas α tarp dedamųjų jėgų gali nykti dėl dviejų įvairių priežasčių. Jisai gali nykti dėl to, kad keliai nuo atstojamosios iki dedamųjų

*) Kalbamus kelius trumpumo dėliai mes vadinsime keliais nuo atstojamosios iki dedamųjų.

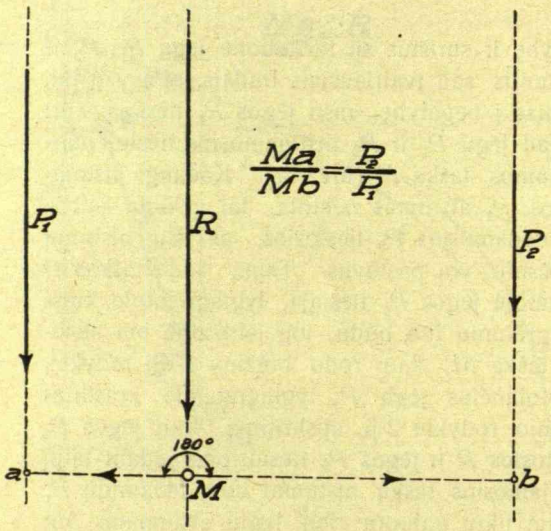
nyksta ir, vadinas, vaizduojančios dedamąsias jėgas P_1 ir P_2 lygiagretainio kraštinės eina prie susiliejimo su lygiagretainio įstrižaine, kuri vaizduoja jėgų P_1 ir P_2 atstojamąją. Bet kalbamasis kampas α gali nykti visai dėl kitos priežasties. Jisai gali nykti dėl to, kad keliams nuo įvairių atstojamosios taškų iki dedamųjų kintant, bet jiems anaiptol nenykstant, o neribotai artėjant prie tam tikrų nelygių nuliui galuotų atstumų, pats dedamųjų jėgų tiesiųjų susikirtimo taškas O, toldamas, jau nebetelpa ribotoje plokštumos daly ir eina į begalybę.

Taško O keliavimą į begalybę ir surištus su ta kelione jėgų P_1, P_2 ir R tiesiųjų judesius galima vaizduotis sau įvairiausiais būdais. Pavyzdžiui, leisime, kad taškas O, keliaudamas į begalybę, rašo jėgos P_1 tiesiąją, kuri visiškai nejuda plokštumoje, ir kad jėgų P_1 ir P_2 atstojamosios tiesioji nuolatos eina per nejudomą plokštumos tašką M (brėž. 1). Kadangi atstojamosios taško M nuo dedamosios P_1 atstumas nekinta, tai nekinta kalbamojo taško M atstumas ir nuo dedamosios P_2 tiesiosios, nes šių atstumų santykis, einant lygiagretainio dėsniu, yra pastovus. Taigi, kada taškas O tolsta ir rašo nejudomąją plokštumoje jėgos P_1 tiesiąją, lygiagretainio kraštinės ir įstrižainė eina prie lygiagretumo tuo būdu, jog įstrižainė bei atstojamosios R tiesioji sukasi apie tašką M, kaip rodo brėžiny 1-oji rodyklė, o atstumas taško M nuo vaizduojančios jėgą P_2 lygiagretainio kraštinės savo galu rašo, kaip rodo brėžinio rodyklė 2-ji, apskritimą, kurį jėgos P_2 tiesioji nuolatos liečia. Atstojamosios R ir jėgos P_2 tiesiosioms judant taip, kaip čion pasakyta, įvairių atstojamosios taškų atstumai nuo dedamųjų P_1 ir P_2, kitėdami ir eidami prie tam tikrų galuotų ribų, lygių atstumams Ma ir Mb, visą laiką lieka atvirkščiai proporcingi dedamosioms jėgoms. Taip pat ir atstumai įvairių vienos dedamosios tiesiosios taškų nuo kitos dedamosios, kitėdami, eina prie bendros ribos, būtent prie atstumo $Ma+Mb$. Iš viso kas pasakyta aišku, kad taškui O traukiantis į begalybę, jėgų lygiagretainio kraštinės, sulig kuriomis veikia jėgos P_1 ir P_2, ir lygiagretainio įstrižainė, sulig kuria veikia kalbamųjų jėgų atstojamoji, darosi lygiagretėmis ir išsidėsto vienos kitų atžvilgiu plokštumoje taip, kaip betarpiškai reikalauja lygiagretainio dėsnis. Būtent, iškeliavus iš kurio nors atstojamosios tiesiosios taško ir keliaujant į dedamųjų tiesiąsias, reikia išeiti atvirkščiai proporcingus dedamosioms jėgoms kelius ir tuos kelius tenka atlikti priešpriešinėmis kryptimis, nes kampas tarp jų $(180-\alpha)^0$ šiuo atveju virsta 180^0 kampu (žiūr. brėž. 2)

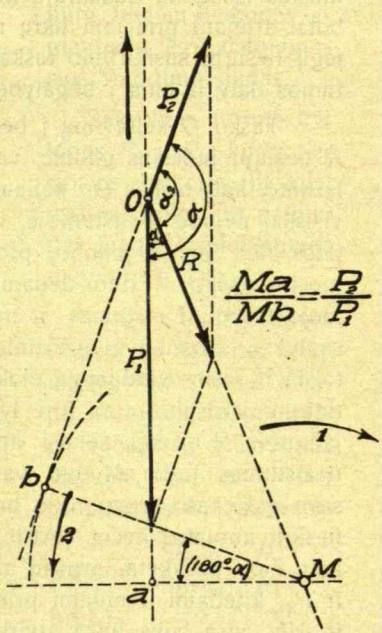
Visai analogiškai galima persitikrinti, kad jėgų lygiagretainio dėsnis betarpiškai pasako mums apie dviejų lygiagrečių, veikiančiųjų į priešingas puses, jėgų atstojamosios padėtį.

Leiskime, kad kampas α (žiūr. brėž. 3) tarp nelygių dedamųjų jėgų P_1 ir P_2, augdamas, be galo artėja prie 180^0. Tuokart kampas $(180-\alpha)^0$ tarp kelių nuo atstojamosios iki dedamųjų, nykdamas, artėja prie nulio, ir šie keliai darosi vienodos krypties. Panašiai, kaip ir pirma, kampas α tarp dedamųjų jėgų P_1 ir P_2 gali artėti prie 180^0 dėl dviejų visai skirtingų prie-

žasčių. Jisai gali artėti prie 180° dėl to, kad keliai nuo atstojamosios iki dedamųjų nyksta ir, vadinas, vaizduojančios dedamąsias jėgas P_1 ir P_2 lygiagretainio kraštinės eina prie susiliejimo su tiesiąja lygiagretainio strižainės, kuri vaizduoja jėgų P_1 ir P_2 atstojamąją.



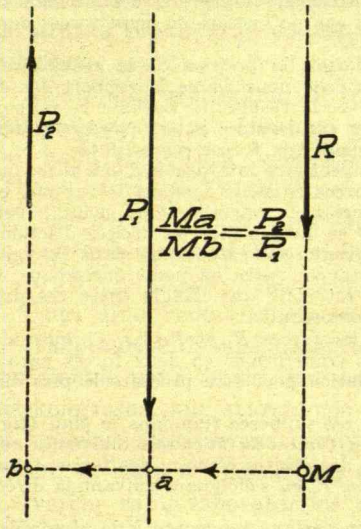
Brėž. 2.



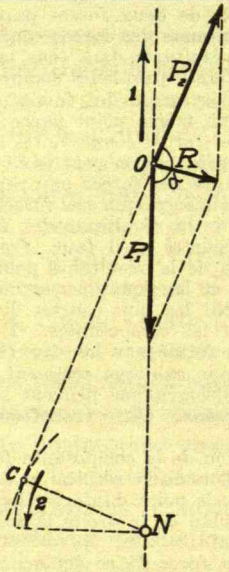
Brėž. 3.

Leiskime, kad kampas α artėja prie 180° visai dėl kitokios priežasties; sakysime, jisai eina prie 180° dėl to, kad keliams nuo atstojamosios iki dedamųjų kintant, bet jiems nenykstant, o neribotai artėjant prie tam tikrų nelygių nuliui galuotų atstumų ir visą laiką šiems keliams esant atvirkščiai proporcingiems dedamosioms jėgoms, pats dedamųjų jėgų tiesiųjų susikirtimo taškas *O*, toldamas, jau nebetelpa ribotoje plokštumos dalyje ir eina į begalybę. Ir čia taško *O* keliavimą į begalybę ir jėgų P_1, P_2 ir R tiesiųjų judesius galima vaizduotis įvairiai. Brėžiny 3-me, panašiai, kaip brėžiny 1-me, dalykas suprastas taip, jog taškas *O*, toldamas į begalybę, rašo nejudomąją plokštumoje jėgos P_1 tiesiąją, atstojamosios R tiesioji sukasi apie nejudomąjį plokštumos tašką *M*, kaip rodo brėžiny 1-oji rodyklė, o atstumas taško *M* nuo dedamosios P_2 savo galu rašo, kaip rodo brėžinio rodyklė 2-oji, apskritimą, kurį jėgos P_2 tiesioji nuolatos liečia. Atstumai įvairių atstojamosios tiesiosios taškų nuo dedamųjų P_1 ir P_2, kitėdami ir eidami prie tam tikrų galuotų ribų, lygių atstumams *Ma* ir *Mb*, visą laiką lieka atvirkščiai proporcingi dedamosioms jėgoms. Taip pat ir atstumai įvairių vienos dedamosios tiesiosios taškų nuo kitos dedamosios, kitėdami, eina prie bendros ribos, būtent prie atstumo *Mb* — *Ma*. Aišku, kad, taškui

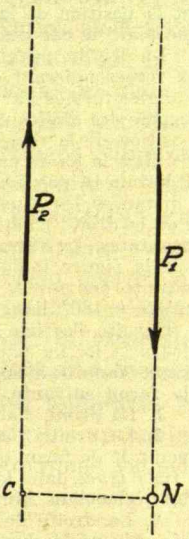
O tolstant į begalybę, jėgų lygiagretainio kraštinės, sulig kuriomis veikia dedamosios jėgos P_1 ir P_2, ir vaizduojančioji kalbamųjų jėgų atstojamąją lygiagretainio įstrižainė darosi lygiagretėmis ir išsidėsto plokštumoje taip, kaip betarpiškai reikalauja lygiagretainio dėsnis. Būtent, iškeliavus iš kurio nors atstojamosios tiesiosios taško ir keliaujant į dedamųjų tiesiąsias, reikia išeiti atvirkščiai proporcingus dedamosioms jėgoms kelius ir tuos kelius tenka atlikti viena kryptimi, nes kampas tarp jų $(180 - \alpha)^0$ virsta šituo atveju nuliu (žiūr. brėž. 4).



Brėž. 4.



Brėž. 5.



Brėž. 6.

Ypatingą atvejį turėtume, leisdami, kad parodytos brėžiny 3-me jėgos P_1 ir P_2 yra lygios. Kadangi jėgų lygiagretainio įstrižainė šiuo atveju sutampa su dedamųjų jėgų kampo pusiaukampine, tai, taškui O tolstant į begalybę ir rašant nejudomąją plokštumoje jėgos P_1 tiesiąją (žiūr. brėž. 5), kalbamoji įstrižainė, eidama prie statmenumo su pastaraja tiesiąja, visais savo taškais traukiasi į begalybę. Taigi šiuo atveju mes ribotoje plokštumos daly netenkame atstojamosios tiesiosios, ir todėl pats klausimas apie jos padėtį dedamųjų tiesiųjų atžvilgiu savaime atpuola.

Jėgos P_2 tiesiosios judesį čionai galima sau vaizduotis taip, kad atstumas tam tikro dedamosios P_1 tiesiosios taško N nuo jėgos P_2 savo galu rašo, kaip rodo brėžiny 2-ji rodyklė, apskritimą, kurį jėgos P_2 tiesioji visą laiką liečia. Aišku, jog, taškui O traukiantis į begalybę, jėgos P_2 tiesioji tampa lygiagrete jėgos P_1 tiesiajai, ir mes turime vadinamąją jėgų grutę (porą), kurios veikimas negali būti pakeistas veikimu vienos atstojamosios jėgos (žiūr. brėž. 6).

Parallélogramme des forces et position de la résultante des forces parallèles,

par M. l'ing. J. Graurogkas.

(Résumé).

Dans son article l'auteur critique les moyens artificiels servant à trouver la position de la résultante de deux forces parallèles. Il attire notre attention sur ce que la loi du parallélogramme des forces conformément interprétée définit immédiatement la position de la résultante dans tous les cas de l'action de deux forces dans le même plan, le cas des forces parallèles compris.

La loi du parallélogramme des forces définit la position de la résultante des deux forces agissant d'un même point parce qu'elle nous donne le rapport des *sinus* des angles formés par les forces composantes avec la résultante. Sachant ce rapport et la somme des angles mentionnés on peut trouver ces derniers et par conséquent définir la position de la résultante des forces par rapport aux forces composantes.

Mais la loi du parallélogramme des forces peut être interpretée d'une autre façon: elle définit la position de la résultante des forces en nous donnant le rapport entre les distances les plus courtes qu'il faut franchir en partant d'un point quelconque de la droite d'action de la résultante pour se diriger vers les droites d'action des composantes. La figure et les équations expliquent cela. *Ma* et *Mb* dans les égalités et sur la figure indiquent les plus courtes distances entre un point quelconque de la résultante des forces et les composantes. Il est clair que l'angle entre ces droites complète à 180° l'angle formé par les deux composantes.

Ensuite l'article nous explique comment les forces P_1 et P_2(fig. 1) qui suivent toujours la loi du parallélogramme peuvent se transformer en deux forces parallèles agissant dans le même sens. Cette transformation peut être produite le plus simple de la façon suivante.

1. La droite d'action de la composante *B* est supposée fixe dans le plan (fig. 1).

2. La droite d'action de la résultante des forces est supposée tournante autour du point *M* de façon que le point d'intersection des droites d'action des forces (point *O* sur fig.) trace dans le plan de la droite la force P_1 en s'éloignant suivant la direction de la flèche dans l'infini.

3. La droite de la force P_2 se déplace en restant tangeante à la circonférence tracée suivant la direction de la flèche par le rayon *Mb* (fig. 1) autour du point *M*.

Pendant tout le temps de ce mouvement les plus courtes distances entre un point quelconque de la résultante et les composantes se changent en suivant la loi du parallélogramme de façon qu'en tendant vers les limites *Ma* et *Mb* elles restent inversement proportionnelles aux forces composantes et que l'angle entre eux complète à 180° l'angle entre les composantes. Quand le point *O* se trouve dans l'infini, les forces P_1 et P_2 deviennent parallèles et de même sens. Alors les plus courtes distances entre un point quelconque de la résultante et les composantes ont les sens contraires (fig. 2). La loi du parallélogramme suivant laquelle les distances mentionnées sont inversement proportionnelles aux forces composantes, ici comme dans tous les autres cas de l'action de deux forces, agissant dans le même plan, définit immédiatement la position de la résultante des forces.

D'une manière analogique on peut transformer le parallélogramme composé de deux forces inégales P_1 et P_2 (fig. 3) de façon que l'angle entre ces forces devient égal à 180° et par conséquent elles se transforment en deux forces parallèles de sens contraires (fig. 4).

Les plus courtes distances *Ma* et *Mb* en complétant comme toujours l'angle entre les forces composantes deviennent dans ce cas de même sens et la loi du parallélograme suivant laquelle ces distances sont inversement proportionnelles aux forces composantes définit immédiatement la position de la résultante des forces.

Enfin lorsque le parallélogramme est composé de deux forces égales (fig. 5) la transformation mentionnée éloigne la droite d'action de la résultante des forces dans l'infini. Par conséquent il ne peut pas être question de la position de la résultante des forces par rapport aux forces composantes; quant à ces dernières elle deviennent parallèles et par conséquent elle forme un couple.

Prof. Pr. Jodelė.

Statybos medžiagoms priimti normos ir joms bandyti sąlygos.

Trobesių tvirtumas ir patvarumas pareina nuo daugelio įvairių faktorių: grunto tvirtumo ir vienodumo, trobesių konstrukcijos apskaičiavimo tikslumo, medžiagos tvirtumo, patvarumo, jos paruošimo būdo ir t. t.

Nelaimingi atsitikimai ir trobesių griuvimai įvyksta kai kada dėl fundamento ar grunto trūkumų ir konstrukcijos klaidų, bet yra žinomi faktai, kada katastrofų priežastimi buvo statybos medžiagos silpnumas. Statybos istorijoje užregistruota nemaža tokių nelaimingų atsitikimų, bet nėra reikalo apie juos čia kalbėti: ir be katastrofų aprašymo suprantamas statybos medžiagos tvirtumo ir patvarumo svarbumas — maži plyšiai ir lėtas įrimas žymiai kenkia trobesių patvarumui.

Taigi šiuo reikalu inžinieriai senai susirūpino, senai susiorganizavo „Tarptautinė draugija statybos medžiagoms bandyti" (L'association internationale pour l'essai des matériaux). Ši draugija šaukia tarptautinius kongresus, kur svarstomos ir nustatomos vienodos tobulesnės metodės statybos medžiagoms bandyti. Tarptautinės draugijos sprendimai skelbiami ir siūlomi visų kraštų statytojams ir laboratorijoms vadovautis. Įvairių šalių laboratorijos maždaug prisilaiko šių vienodų metodžių; todėl gali būti lyginami jų bandymų rezultatai.

Atskiroms valstybėms arba jų įstaigoms tenka nustatyti arba pasirinkti įvairių medžiagų tvirtumo ir patvarumo *normas*. Rodos, jau visos kultūringos valstybės turi savas normas statybos medžiagoms priimti. Normų dydis pareina nuo krašto gamybos išsitobulinimo: kur technika tobulesnė, ten ir normų reikalavimai didesni.

Mūsų įstaigos, kurios turi reikalo su statybos medžiagomis, susirūpino išdirbti normas įvairioms medžiagoms priimti. Geležinkelių valdyba jau 1924 metais sustatė ir paskelbė normas plytoms priimti. Čia pridedame tų normų tekstą (be pataisų):

TECHNIKOS PRISTATYMUI GELŽKELIAMS PLYTŲ SĄLYGOS.

Plytos privalo būti priruošiamos iš gerai perminkyto molio. Molis neprivalo turėti savyje: 1) sieros kolčedano, kuris pasireiškia apdeginus, atsirandant ypatingoms raudonoms dėmėms plytų paviršiuje, 2) angliarugščio kalkių (mergelio), kurios pastebimos iš paviršiaus ar perlaužus, formos atskirų baltų kalkių gabalėlių, 3) ištirpintų druskų, kurios pasireiškia apdeginus: esant druskoms kraštai plytų įgauna kitą spalvą (druskos padeda išvėjavimui plytų), arba plytų paviršiuje atsiranda dėmės (nalet).

Plytos privalo būti gerai išdegtos, turėti gerą teisingą raudoną, baltą ar geltoną spalvą (blogai išdegtosios plytos tepa rankas, sudavus kurčiai skamba, esti išblyškusios ar šviesiai raudonos spalvos), turėti teisingą formą ir didumą 25 × 12 × 6,5 cm. Jos privalo turėti aiškius, grynus ir teisingus kraštus ir stačius kampus. Plytos, kurios turėtų nudaužytus kampus ir kraštus, negali būti priimamos, nes šie nudaužimai liudija, kad medžiaga yra silpnos rūšies. Paviršius jų privalo būti šiurkštus (šorochovataja) geresniam susijungimui su statybos skiediniu, neturėti tuštumų ir plyšių, būti vienrūšios medžiagos, įlaužime turėti kiek stiklo pavydalą ir neturėti akmenų. Plytos privalo gerai tašytis, nesuskylant į netaisyklingus gabalus. Lengvai sudaužiant kūju, jos privalo turėti metališką grynąskambėsį, neturi išmirkti vandeny ir turi būti tarpuotos, sumažinimui praleidimo šilimos ir garso. Tarpumas nustatomas % nuo pradinio plytos svorio ir būtent: pasvertoji sausa plyta įleidžiama pradžioj iki pusės į vandenį, po 6 valandų visai įleidžiama vandenin ir po tolesnių 18 valandų plyta pasveriama. Normaliai degtoji plyta neturi įsigerti vandens daugiau kaip 20% — paprastoms plytoms ir nedaugiau kaip 15% — apdarinėms plytoms, skaitant iš svorio.

Statybinės plytos privalo atlaikyti slėgimą apie 170 kg/cm². Priėmimui plytos sudedamos rietuvėmis po 250 plytų (25 eilės po 10 plytų) kiekvienoje. Tarpe rietuvių paliekami tarpai ne mažiau kaip 0,80 m.

Plytų laužas (pusiau laužtosios) gali būti priimamas ne daugiau kaip 5%. Laužtos plytos dedamos atskiromis rietuvėmis.

Šitos sąlygos (normos), matyti, verstos iš rusų kalbos; vertimas ne labai nusisekęs, net antraštė sunkiai suprantama (geriau būtų pavadinti „Plytoms priimti normos"). Svarbiausias tų „sąlygų" trūkumas — tai perdidelis tvirtumo reikalavimas: „Statybinės plytos privalo atlaikyti slėgimą apie 170 kg/cm²." Šiuo reikalavimu mes peršokome ne tik rusų, bet ir vokiečių normas.

Rusų normomis[1]) reikalaujama: I rūšies plytų atsparumas slėgimui ne mažiau 100 kg/cm²; II rūšies — 80 kg/cm²; III rūšies — 60 kg/cm². Vokiečių normomis[2]) I rūšies plytų atsparumas turi būti ne mažiau 150 kg/cm²; II rūšies — 100 kg/cm².

Visiems yra žinoma, kad Didžiojo karo metu mūsų krašto plytinės buvo sunaikintos. Po karo teko taisyti suardytas ir steigti naujas plytines; o naujai įsteigtoj dirbtuvėj porą metų sunku gauti gerų, aukšto atsparumo dirbinių. Todėl ne nuostabu, kad daugumas Lietuvoje pagamintų plytų nepatenkina mūsų normų reikalavimo ir negali patekti valstybinių trobesių statybai (be Geležinkelių valdybos, ir kitos valstybinės įstaigos taiko tas pačias normas). Tuo būdu mes patys užkertame kelią savo gamybai plėstis.

Paprastose konstrukcijose, net ir didelių trobesių statyboje, toks didelis medžiagos atsparumas nėra būtinas. Rusijoje, sakysim, yra labai didelių trobesių, bažnyčių ir bokštų, o plytų tvirtumo norma buvo prieš karą tik 75 kg/cm². Inžinieriai, skaičiuodami mūrinių sienų tvirtumą, tik

---

[1]) Технические условия на приемку строительного кирпича (Промстандарт В. С Н. Х. С. С. С. Р. 29. VI. 1925).

[2]) Mauerziegelnorm nach dem preussischen Ministerialerlass vom 8. XII. 1919. (Die Regeln für die Lieferung von Mauerziegeln).

išimtinais atvejais leidžia apsloginimą 10 — 14 kg/cm², dažniausiai tik iki 7 kg/cm² (paprastai sienų apkrovimas siekia vos 3-4 kg/cm². Taigi, manyčiau, kad ir mūsų krašto plytoms užtektų mažesnių normų, pavyzdžiui, šių:

I rūšies plytų atsparumas slėgimui ne mažiau 140 kg/cm²,
II „ „ „ „ „ „ 100 kg/cm².

Kad naujai įrengta plytų dirbtuvė dažnai negali pagaminti gerų plytų, tam pavyzdžiu gali būti „Palemono" dirbtuvė; pirmus dvejus — trejus metus jos plytos vargiai pasiekdavo 140 kg/cm², o dabar jos plytų atsparumas jau daug didesnis. Kai gamyba bendrai išsitobulins, normų reikalavimai galės būti pakelti[1]).

Mes aiškiai matome, kad Geležinkelių valdybos priimtos sąlygos turi netikslumų ir trūkumų, be to, jos parašytos tokia kalba, kad sunku skaityti. Taigi siūlyčiau jų turinį pakeisti šia redakcija:

STATYBOS PLYTOMS PRIIMTI NORMOS IR JOMS BANDYTI TAISYKLĖS (PROJEKTAS).

1. Plytos turi būti pagamintos iš *tinkamo,* gerai paruošto *molio,* be kenksmingų priemaišų (kenksmingos priemaišos — kalkiniai ir kitoki akmeniukai ir kai kurios tirpstančios druskos: gipsas, piritas, šarminiai junginiai).

2. Plytos turi būti gerai *išdegtos:* vienodos spalvos, dažniausia raudonai rusvos (tamsios spalvos ir aplydytos, — perdegusios, šviesios ar nublukusios — dažnai nedadegusios; retkarčiais tam tikros molio sudėties plytos ir gerai išdegtos esti šviesios); daužant plaktuku ar beldžiant turi garsiai skambėti (barškėjimas nurodo plyšių buvimą). Perdegusių ir nedadegusių plytų galima leisti priimti ne daugiau kaip po 5%.

3. Plytos turi būti *taisyklingos formos* su sveikais kampais ir tam tikrų dydžių: 25 × 12 × 6,5 cm; dydžių svyravimas daugiau 2% toj pačioj partijoj neleistinas; atskirais atvejais gali būti priimtos ir kitų dydžių plytos, bet to paties trobesio statybai nepatogu vartoti įvairios plytos.

4. Plytos *lūžis* turi būti vienodas ir be tuštumų ir didesnių akmeniukų (10 mm); akmeniukų iki 4 mm gali būti ne daugiau kaip 3-4 visame plytos lūžy.

5. Vandens prisigėrimas (plytos *higroskopiškumas)* turi būti ne didesnis kaip 20% ir ne mažiau kaip 8% jos svorio.

---

[1]) Mūsų Statybos medžiagų laboratorijos bandymai rodo, kad 1929 metų gamybos plytos (Palemono, Gudzinskio, Vižanskio ir k.) išlaiko atsparumą 150 — 185 kg/cm² ir daugiau.

6. *Plytų tvirtumo norma* — atsparumas slėgimui I rūšies plytų (dideliems ir viešo naudojimo trobesiams) turi būti ne mažiau kaip 140 kg/cm², II rūšies (paprastiems 1-2 aukštų trobesiams ir pertvaroms) ne mažiau kaip 100 kg/cm². Mirkytų, sočiai prisigėrusių vandens, plytų tvirtumas gali sumažėti, bet ne daugiau kaip 10% palyginus su sausų plytų atsparumu. Apytikriai plytų tvirtumui pažinti leidžiama kristi plytai maždaug iš 1,5 m aukštumo ant plytų ar lentos; geros plytos neturi sudužti.

Stambesnę statybą vedant, tikslesnei plytų kokybei nustatyti iš atskirų rietuvių imami bent 6 pavyzdžiai ir siunčiami į statybos medžiagų *laboratoriją.*

Laboratorijoje daromas aprašymas ir bandymai prisilaikant šių sąlygų:

1. Plytų dydis, forma, jų svoris ir lyginamasis svoris.
2. Išdegimo laipsnis (iš spalvos ir skambėjimo).
3. Prisigėrusio vandens procentas *(higroskopiškumas);* jis surandamas šiuo būdu: reikia pasverti sausa plyta, pamerkti į vandenį taip, kad jos pusė ar bent kampas liktų nepanertas (oro pūslelėms lengviau išeiti) ir tik po 5-6 val. palaipsniui visa plyta įmerkiama arba apipilama; po 20-24 val. plyta išimama iš vandens, duodama nulašėti vandeniui ir pasveriama; vėl pamerkti ir per 5-6 val. svėrimas kartojamas, kol svoris bus pastovus — nebedidės, reiškia — plyta sočiai prisigėrė vandens; tuomet surandamas mirkytos ir sausos plytos svorių skirtumas ir išreiškiamas sausos plytos svorio procentu. Higroskopiškumas žymiai skiriasi nuo *koringumo,* kuris rodo santykį įsiskverbusio vandens ir plytos *tūrių,* o ne svorių — tikrą tuštumų procentą (30-35%).
4. Plytų tvirtumas. Pavyzdžiai paruošiami šiuo būdu: plyta piaunama piūklu pusiau[1]); dvi pusės sulipdomos (surišamos cemento skiediniu taip, kad pasidaro maždaug kūbas; to kūbo viršutinė ir apatinė plokštumos apkrečiamos cemento skiediniu, plokštumoms išlyginti ir tikslesnei kūbo formai padaryti; po 2-3 dienų, kai cemento skiedinys sukietės, šis kūbas, išmatavus jo plotą (cm²), spaudžiamas hidrauliniame ar kitokiame prese; ta jėga, tas svoris (kg), kuris sugniužina mūsų pavyzdį, padalytas iš pavyzdžio ploto, rodo plytos atsparumą, išreikštą kg/cm².
5. Kenksmingos kalkinių akmenų ir k. priemaišos surandamos žinomomis cheminio analizo metodėmis.
6. Kai kada reikalaujama sužinoti atsparumas šalčio veikimui; daromas pakartotinis užšaldymas iki 20°—25° žemiau nulio ir atšildymas iki 25 kartų; reikia pastebėti pasikeitimus ir padaryti bandymus.

Tiek medžiagai priimti normos, tiek ir joms bandyti taisyklės pareina ne tik nuo medžiagos rūšies, bet ir nuo tos medžiagos pritaikymo. Sakysim, plytos, skiriamos kanalizacijos kanalams mūryti, turi pasižy-

[1]) Atskirais atvejais dėl preso silpnumo ar dėl kitokių priežasčių leidžiama iš plytos išpiauti gabalą maždaug kūbo formos ir jį bandyti spaudžiant prese.

mėti mažu vandens priėmimu ir atsparumu rūgščių ir k. atmatų junginių veikimui; plytos, skiriamos grindims ir šaligatviams,*) turi pasižymėti atsparumu trynimui; plytos krosnims — ugniaatsparumu (1500°—1750°); dengtukai (čerpės) mažu vandens priėmimu (4%—8%), vandens nepraleidimu ir tvirtumu, kad išlaikytų žmogaus svorį. Šioms medžiagoms turėtų būti išdirbtos atskiros normos.

Vienai svarbesnių šios rūšies medžiagų pasiūlytumėm šį normų projektą.

MOLINĖMS KANALIZACIJOS DŪDOMS (VAMZDŽIAMS) PRIIMTI NORMOS.

Molinės (keramikos) kanalizacijos glaziruotos dūdos turi būti tiesios, apskritaus skerspiūvio, vienodo sienelių storumo, be plyšių, gerai išdegtos (turi gerai skambėti). Dūdos mufė turi būti padaryta išvien su dūda, o ne prilipdyta.

Molinės dūdos vartojamos šių dydžių (išmierų):

Diametras cm . .	12,5	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
Sienelių storumas cm, apie . .	1,9	2,0	2,2	2,4	2,7	3,0	3,3	3,5	3,8	4,0	4,3
Dūdų ilgis cm. . .	80—100						70—80				

Mufės vidujinis diametras = dūdos diametras + dviguba sienelė + 24 mm (12 mm tarpas paliekamas pakuloms užkimšti). Mufės sienelė storesnė už dūdos sienelę bent 3 mm.

Dūdos sienelės lūžis turi būti tankus, ne koringas; tokia šukelė virinant vandeny turi priimti vandens ne daugiau kaip 9% jos svorio. Visa sveika glaziruota dūda pamerkta vandeny per 24 val. priima vandens ne daugiau 4%. Dūdos palyva neturi tirpti ir įrti rūgščių ir šarmų tirpiniams veikiant.

Tvirtumas — išoriniam slėgimui atsparumas.

Dūdos 12,5 — 25 cm diametro išlaiko 2000 kg svorį
„ 30 — 40 „ „ „ 2500 „ „
„ 45 — 60 „ „ „ 3000 „ „

Šiam bandymui visa dūda įspraudžiama išilgai tarp dviejų brūsų ar lentų ir spaudžiama prese.

Atsparumas išvidiniam slėgimui (hidraulinis slėgimas) surandamas pumpuojant vandenį siurbliu į sandariai iš abiejų galu užkimštą kamščiais dūdą (kamsčiai iščementuojami ir iš vidaus apdengiami guminiais manžetais).

Dūdos 12,5 — 25 cm diametro išlaiko ne mažiau 4 atmosferų slėgimo
„ 30 — 60 „ „ „ „ „ 3 „ „

*) Paprastas klinkeris išlaiko 350 kg/cm², bet skiriamas gatvėms grįsti turi išlaikyti 500—900 kg/cm².

Dūdos drenažui, neglaziruotos (d = 3 — 18 cm, ilgis 30-33 cm) turi būti gerai išdegtos, be kalkių priemaišų; vandens priimti gali nedaugiau 15%.

Toms medžiagoms, kurios pas mus negaminamos, tenka pasinaudoti svetimomis normomis — arba artimiausių kaimynų, arba tos šalies, iš kur gabenama medžiaga; sakysim, portland-cementui būtų tinkamos vokiečių normos, palyginti aukštesnės ir geriau išdirbtos[1]).

Žinoma, ir dėl svetimų medžiagų, atsižvelgiant į statybos darbų svarbumą, reikalinga būtų normas reguliuoti arba koriguoti, o atskirais atvejais išdirbti tam reikalui laikines savas normas.

Sur les normes et conditions d'épreuve des matériaux de construction,

par M. le prof. P. Jodelė.

(Résumé).

L'auteur s'arrète sur le rôle important de la qualité des matériaux de construction et critique les normes de résistance des briques adoptées à présent par la Direction des chemins de fer lituaniens. La résistance exigée à la pression, savoir 170 kg/cm², semble être exagérée, et même nuisible pour la jeune industrie de la Lituanie.

L'auteur propose de la reduire à 140 kg/cm² et, conformément à cela, donne le projet de la nouvelle redaction des normes de la réception des briques ordinaires et de leur essai de laboratoire.

---

[1]) Vokiečių Susisiekimo ministerijos 1927. X. 15 priimtomis normomis reikalaujama:

portland-cemento skiedinio I : 3 atsparumas tempimui po 7 dienų 18 kg/cm², po 28 dienų — 30 kg/cm²,

skiedinio 1 : 3 atsparumas spaudimui (gniūžimui) po 7 dienų 180 kg/cm², po 28 dienų — 350 kg/cm². Pagaminti pavyzdžiai laikomi 1 dieną drėgname ore, 6 dienas vandenyje, toliau vėl ore esant 15°—20° C. Jei cementas skiriamas vandens statybai, tai pavyzdžiai tik pirmą dieną laikomi ore, o toliau visą laiką (27 d.) vandeny; jie turi parodyti atsparumą spaudimui ne mažiau 275 kg/cm².

Prof. S. Kolupaila.

Nauji hidrometrijos problemai spręsti keliai.

§ 1. Įžanga.

1925 metais „Technikos" Nr. 2 buvo išspausdinta mano pradėta dar Maskvoje 1920 metais studija apie vieną svarbią hidraulikos ir hidrometrijos problemą — vandens greičių upėje pasiskirstymo formą*). Ten bandžiau taikyti praktikai įvairias kreives, kurios galėtų atstoti eksperimentalinį, gaunamą iš hidrometrinių tyrinėjimų, *greičių grafiką*, — vandens greičio sulig vertikale kitimo kreivę, kartais vadinamą *tachoida*, arba *vertikaline tachoida*. Daugelio palyginimų rezultate radau, kad tinkamiausios hidrometrijos praktikai kreivės yra elipsas ir aukštesnių laipsnių parabolės su vertikaline ašimi.

Paskutiniais metais naujų kelių beieškant daug nuveikta hidraulikoje ir kituose artimuose moksluose. Įvairių mokslininkų buvo studijuojamas ir vandens tekėjimo mechanizmas.

Nauji darbai nuostabiai patvirtino mano spėjimus ir nurodė tikresnį kelią vienai hidrometrinei problemai spręsti. Šia tema padariau Antrajam Rusijos hidrologų kongresui Leningrade 1928 metais pranešimą „Nauji greičių tekmėje pasiskirstymo tyrinėjimai ir jų reikšmė hidrometrijai". Po įdomių matematinėje sekcijoje diskusijų referatas buvo pažymėtas rezoliucija, kuria hidrometrijos veikėjai raginami ypatingai susidomėti aukštesnių laipsnių parabolių hidrometrijos praktikai taikymu eksperimentaliniam greičių grafikui pakeisti**).

Šis straipsnis papildo mano pirmąją studiją.

§ 2. Aukštesnių laipsnių parabolė.

Atidėdami, kaip anksčiau, greičius sulig horizontaline koordinatų ašimi; o gilumus — žemyn sulig vertikaline ašimi, turėsime bendroje formoje aukštesnio laipsnio parabolės lygtis

$$v = a(H-h)^n, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

arba

$$v = a\sqrt[m]{H-h}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1')$$

---

*) S. Kolupaila. Viena hidrometrijos problema (vidutinis vertikalėje greitis) Kaunas, 1925.

**) Труды Второго Всесоюзного Гидрологического Съезда в Ленинграде 20—27 апреля 1928 г. Ленинград, 1928, ч. I; pusl. 79.

kur $m=\frac{1}{n}$; laipsnis m didesnis, kaip 2, laipsnis n — mažesnis, kaip 0,5.

Parabolės ašis (1 fig.) eina sulig vertikale, viršūnė liečia dugną. Greičiai auga aukštyn nuo dugno, pradedant nuo nulio:

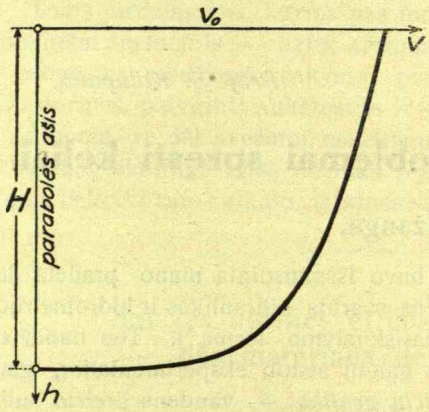


Fig. 1.

$$v_H=0;$$

ypač smarkiai auga greitis paliai dugną. Didžiausis greitis — paviršiuje:

$$v_{max}=v_0.$$

Greičių grafiko plotą rasime integruodami lygtis (1) paviršiaus $h=0$ ir dugno $h=H$ ribose:

$$\omega=\int_{h=0}^{h=H} v\,dh=\int_{h=0}^{h=H} a(H-h)^n\,dh=$$

$$=\frac{a}{n+1}\cdot H^{n+1}.$$

Vidutinis vertikalėje greitis

$$v_{mH}=\frac{\omega}{H}=\frac{a}{n+1}\cdot H^n, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

arba

$$v_{mH}=\frac{a\,m}{m+1}\sqrt[m]{H}. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2')$$

Vidutinio greičio gilumas h_v randamas turint sąlygą $v_h=v_{mH}$:

$$a(H-h_v)^n=\frac{a}{n+1}\cdot H^n,$$

$$h_v=H\left(1-\frac{1}{\sqrt[n]{n+1}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

arba

$$h_v=H\left[1-\left(\frac{m}{m+1}\right)^m\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3')$$

* * *

Parametrą a galima pakeisti, priimant žinomą paviršiaus greitį arba vidutinį vertikalėje greitį.

Paviršiuje, prie $h=0$, $v_0=aH^n$, todėl $a=\frac{v_0}{H^n}$; parabolės lygtys turės pavidalą:

$$v=\frac{v_0}{H^n}(H-h)^n=v_0\left(1-\frac{h}{H}\right)^n, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

arba

$$v=v_0\sqrt[m]{1-\frac{h}{H}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4')$$

Vidutinis vertikalėje greitis bus, sulig (2):

$$v_{mH}=\frac{v_0}{H^n}\cdot\frac{H^n}{n+1}=\frac{v_0}{n+1}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

arba $$v_{mH} = \frac{m}{m+1} \cdot v_0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5')$$

Santykis tarp vidutinio vertikalėje ir paviršiaus greičio kiekvieno laipsnio parabolei pastovus, būtent;

$$k = \frac{v_{mH}}{v_0} = \frac{1}{n+1}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

arba $$k = \frac{m}{m+1} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6')$$

* * *

Kitaip galima parabolės parametrą išreikšti v_{mH} iš lygčių (2):

$$a = (n+1) \cdot \frac{v_{mH}}{H^n}.$$

Tada $$v = (n+1)\, v_{mH} \cdot \frac{(H-h)^n}{H^n} = (n+1)\, v_{mH} \left(1 - \frac{h}{H}\right)^n, \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

arba $$v = \frac{m+1}{m} \cdot v_{mH} \sqrt[m]{1 - \frac{h}{H}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (7')$$

* * *

Taigi, bendrai

$$v = a(H-h)^n = v_0 \left(1 - \frac{h}{H}\right)^n = (n+1)\, v_{mH} \left(1 - \frac{h}{H}\right)^n,$$

arba $$v = a \sqrt[m]{h - H} = v_0 \sqrt[m]{1 - \frac{h}{H}} = \frac{m+1}{m} \cdot v_{mH} \sqrt[m]{1 - \frac{h}{H}}.$$

§ 3. Senesnieji darbai.

Kiek pavyko rasti literatūroje, aukštesnių laipsnių parabolę greičių grafikui pirmasis ėmė taikyti Bavarijos hidrotechnikas G. Lavale (1810 — 1882) dar prieš 1880 metus; jo darbų rezultatus sutvarkė ir išleido J. Rapp'as*). Lavale's lygtys mūsų priimtose koordinatose buvo tipo (4):

$$v = v_0 \left(1 - \frac{h}{H}\right)^n.$$

Laipsnio n dydį Lavale surišo su santykiu tarp gilumo ir paviršiaus greičio $H : v_0$, būtent:

---

*) J. Rapp. Uusere natürlichen Wasserläufe. Wasser-und Geschiebebewegung, Form des selbstgeschaffenen und des abgeänderten Bettes derselben, mit besonderer Berücksichtigung der Rheinkorrektion. Hydrotechnische Studien aus den Papieren des Oberbaurates Georg Lavale. Weilheim, 1883.

J. Rapp. Die Wassergeschwindigkeitsverhältnisse im Querschnitt natürlicher Wasserläufe. München, 1927, Wasserwirtschaft und Wasserkraft, H. 7 ir 8.

$$\left.\begin{aligned} &\text{kai } \frac{H}{v_0} > 2{,}5, \quad \frac{1}{n} = m = 1 + 4{,}80 \sqrt[12]{\frac{H}{v_0}}, \\ &\text{kai } \frac{H}{v_0} < 2{,}5, \quad \frac{1}{n} = m = 0{,}818 \sqrt[4]{\frac{H}{v_0}} \left(1 + 4{,}80 \sqrt[12]{\frac{H}{v_0}}\right). \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (8)$$

Pavyzdžiui, santykį $H : v_0$ atitinka laipsniai:

$\frac{H}{v_0}$	m	n
0,5	3,8	0,26
1,0	4,7	0,21
2,0	5,9	0,17
2,5	6,2	0,16
3,0	6,3	0,16
4,0	6,4	0,16
5,0	6,5	0,15

318-ai vertikalių parabolės laipsnis rastas nuo 2,8 iki 7,0; aukštesnio laipsnio, kaip 7, autoriui nepasitaikė.

Lavale's darbas labai įdomus; jis taip pat pasiūlė formulę vidutiniam greičiui

$$V_m = 23 \sqrt[36]{B^4 h_m^{17} i^{16}} = 23\, B^{0{,}111}\, h_m^{0{,}473}\, i^{0{,}445}, \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

sulig upės platumu B, vidutiniu gilumu h_m ir išilginiu nuolydžiu i; šioje formulėje *pirmą kartą* hidraulinis radiusas pakeistas vidutiniu gilumu, pritaikyta „moderniška" laipsnių forma ir visai praleistas vagos šiurkštumo koeficientas. Reikia pažymėti, kad didelė Lavale's pažanga liko savo laiku nepastebėta ir nesunaudota*). Tarp kito, Lavale vartojo tokias pat aukštesnių laipsnių paraboles greičių pasiskirstymui *sulig horizontale* išreikšti.

* * *

Savarankiškai priėjo prie *8-jo laipsnio parabolės* Šveicarijos miškininkas T. Christen'as**), kurio lygtys mūsų pažymėjimuose būtų:

$$v = c\, v_{mH} \left(1 - \frac{h}{H}\right)^{\frac{1}{8}} = c\, v_{mH} \sqrt[8]{1 - \frac{h}{H}} \quad \ldots \ldots \quad (10)$$

Koeficientas c, kuris, sulig (7), turėjo būti

$$c = n + 1 = \frac{9}{8} = 1{,}125,$$

Christen'o duodamas ryšyje su vagos šiurkštumo koeficientu k:

$$c = \frac{1}{0{,}435 \sqrt[4]{k}}; \quad \ldots \ldots \quad (11)$$

*) Žiūr.: Unterberger. Neuere Geschwindigkeitsformeln. Dresden, 1907, Zeitschrift für Gewässerkunde, VII, pusl. 10 — 15.

**) T. Christen. Das Gesetz der Translation des Wassers in regelmässigen Kanälen, Flüssen und Röhren. Leipzig, 1903.

vidutinį žemės vagai koeficientą $k=8$ atitinka $c=1{,}36$, esant didesniam šiurkštumui $k=5$, $c=1{,}54$, esant mažesniam šiurkštumui $k=10$, $c=1{,}29$. Šie skaičiai prieštarauja mūsų išvadai (7); lygčių (10) integravimas duoda perdėtus rezultatus.

* * *

Grynai empiriniu keliu priėmė *6-jo laipsnio parabolę* Šveicarijos hidrotechnikas dr. A. Strickler'is, kuris studijoje apie vidutiniam greičiui rasti formules*) bandymu nustatė stačiakampiniam neriboto platumo profiliui greičių grafiko lygtis

$$v=\frac{7}{6}k\sqrt{Hi}\sqrt[6]{H-h}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

priimdamas čia $v_{mH}=k\sqrt{Hi}$, kur k — šiurkštumo koeficientas, žemės vagoms artimas 40, i — išilginis nuolydis. Kitoms skersinio profilio formoms Strickler'is siūlė keisti koeficientą $\frac{7}{6}$, kartodamas tuo aukščiau nurodytą klaidą.

Strickler'is rado, kad 6-jo laipsnio parabolė duoda labai artimus realiems rezultatus. Jo lygtys patvirtina senai žinomas hidrometrijos specialistams praktikos taisykles, kad plačiuose profiliuose greitis paviršiuje sudaro apie $\frac{7}{6}$ vidutinio vertikalėje greičio, o tas greitis gali būti rastas vertikalėje arti 0,6 jos gilumo. Greičio kitimo forma, sulig Strickler'iu, nepareina nuo dugno šiurkštumo.

Geras aukštesnių laipsnių parabolių sutapimas su matavimo rezultatais neįtikina hidraulikos autoriteto prof. Ph. Forchheimer'io**); jis tik sutinka, kad norint turėti nulinį greitį prie dugno ir greit tekantį vanden visai arti dugno, galima to pasiekti aukštesnio laipsnio parabole.

§ 4. Nauji hidrodinaminiai tyrinėjimai.

Klausimui apie greičių arti dugno kitimą išspręsti, dėl kurio šimtmečiais ginčijosi hidraulikai, didžiausia kliutis buvo hidrometrinių instrumentų netobulumas. Geriausi instrumentai — moderniški malūnėliai - gali matuoti greitį tik 5 — 20 cm atstume nuo dugno; be to, jie duoda vidutinį to sluoksnio greitį, kuriame sukasi malūnėlio sparnai, 10 — 20 cm storio. Vartojant malūnėlį smarkaus greičių kitimo zonoje, jo sparnai tam tikru būdu integruoja juos veikiančius smūgius; manoma, kad čia nusveria didesni greičiai. Iš kitos pusės prie dugno gali būti nemaža priežasčių, kurios mažina matavimo rezultatus: žolė, akmenys, smėlys, dugno nelygumai.

Pastaraisiais metais greičių pasiskirstymas daug studijuojamas specialiose hidrodinaminėse ir aerodinaminėse laboratorijose. Šiuo klausimu rūpi-

*) A. Strickler. Beiträge zur Frage der Geschwindigkeitsformel und der Rauhigkeitszahlen für Ströme, Kanäle und geschlossene Leitungen. Bern, 1923.

**) Ph. Forchheimer. Hydraulik. Leipzig-Berlin, 1924; pusl. 101.

nasi Getingeno universiteto Hidrodinaminis institutas (Kaiser-Wilhelm-Institut für Strömungsforschung), prof. L. Prandtl'io vedamas, Acheno Aukštosios technikos mokyklos Aerodinaminis institutas, prof. Th. v. Kármán'o vedamas, Delfto (Holandijoje) Aukštosios technikos mokyklos Aerodinaminė laboratorija ir kiti. Bandymai daromi tiek su vandeniu, tiek su oru, tam tikruose vamzdžiuose ir kanaluose. Greičiai siekia 20÷40 m/sek.; jie matuojami dinamometriniais vamzdeliais (Pitot'o vamzdys) arba termoelektriniu anemometru, leidžiant elektros srovę plona viela ir observuojant jos ataušimą. Tokiais instrumentais galima ištirti greičių kitimą labai detališkai, pradedant 1 mm nuo sienelių ir dar arčiau.

Prof. Prandtl'is ir Kármán'as, pasiremdami H. Blasius'o trynimosi skysčiuose panašumo dėsniu*[1]), 1920-21 metais iškėlė hipotezę apie greičių prie sienelių „turbulentinėje" tekmėje (netvarkingas, neramus tekėjimas) sulig *7-jo laipsnio parabole* kitimą.

J. Nikuradse's atlikti Getingene bandymai su vandens greičiais iki 14 m/sek. patvirtino *7-jo laipsnio parabolės* privalumus*[2]).

Ten pat F. Dönch'as darė bandymus su oru, varomu su greičiais iki 20 m/sek. pro stačiakampainį vamzdį — prizmatinės ir pyramidalinės formos*[3]). Dönch'as tvirtina, kad jo ištirtose sąlygose geriausius rezultatus duoda *8-jo laipsnio parabolė*. Prof. L. Prandtl'is vėliau taip pat sutiko, kad kartais greičio kitimas gali sekti ne tik 7-jo, bet 8-jo ir net 9-jo laipsnio parabolę*[4]).

Vėliau J. Nikuradse papildė Dönch'o tyrinėjimus su nelygiagrečiomis tekmėmis: jis studijavo vandens tekėjimą kanale su siaurėjančiomis iki 4^0 ir platėjančiomis iki 8^0 sienelėmis ir rado, kad greičių pasiskirstymui geriau tinka 7-sis laipsnis, kaip 8-sis: nelygiagrečioms srovėms tas galioja tik arti sienelių, o lygiagrečioms beveik iki laboratorinio kanalo vidurio*[5]).

Acheno Aerodinaminiame institute greičių kitimą prie įvairaus šiurkštumo sienelių tyrinėjo K. Fromm'as (vanduo su greičiais iki 4 m/sek.)*[6]), M. Hansen'as (oras su greičiais iki 36 m/sek.)*[7]) ir W. Fritsch'as (van-

---

*[1]) H. Blasius. Das Ähnlichkeitsgesetz bei Reibungsvorgängen in Flüssigkeiten. Berlin, 1913.

*[2]) J. Nikuradse. Untersuchung über die Geschwindigkeitsverteilung in turbulenten Strömungen. Berlin, 1926.

*[3]) F. Dönch. Divergente und konvergente turbulente Strömungen mit kleinen Öffnungswinkeln. Berlin, 1926.

*[4]) L. Prandtl. Bericht über neue Turbulenzforschung. Berlin, 1926. Hydraulische Probleme. Vorträge auf der Hydrauliktagung in Göttingen am 5. und 6. Juni 1925; pusl. 5.

*[5]) J. Nikuradse. Untersuchungen über die Strömungen des Wassers in konvergenten und divergenten Kanälen. Berlin, 1929; pusl. 49.

*[6]) K. Fromm. Strömungswiderstand in rauhen Rohren. Berlin, 1926. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, B. 3.

*[7]) M. Hansen. Die Geschwindigkeitsverteilung in der Grenzschicht an einer eingetauchter Platte. Berlin, 1928. Abhandlungen aus dem Aerodynamischen Institut an der Technischen Hochschule Aachen, Heft 8.

duo su greičiais iki 3 m/sek.)*[1]). Jie įrodė, kad įvairiems sienelių šiurkštumams tinka įvairių laipsnių greičio kitimo parabolės. Fromm'as rado parabolės laipsnį apie 6,4, Hansen'as — nuo 5 iki 3, Fritsch'as rado lygioms sienelėms laipsnį arti $7 \div 8$, bangotoms arti $7 \div 7{,}5$, šiurkščioms arti $6{,}5 \div 7{,}5$, labai šiurkščioms arti $4 \div 4{,}5$, dantuotoms iki $3 \div 2$ ir net 1,6.

Kaip matome, eilė naujų tyrinėtojų užimta parabolės laipsnio studijomis, neliečiant iš esmės greičių pasiskirstymo formos, kuri, matyti, laikoma pakankamai išaiškinta.

§ 5. Aukštesnio laipsnio parabolė ir hidrometrija.

Nors įtikinančio teorinio greičių kitimo pateisinimo sulig aukštesnio laipsnio parabole dar nėra, didelis rimtos eksperimentalinės medžiagos kiekis duoda pakankamą pagrindą bandyti tą kreivę taikyti hidrometrijos praktikai.

Šį klausimą svarstydami, neužmirškime trijų svarbiausių objektų, dėl kurių hidraulikos istorijoje užregistruota daugiausia nesusipratimų: a) dugninis greitis, b) greitis prie paviršiaus, ir c) bendra grafiko forma.

Skyrium turime išnagrinėti klausimą apie parabolės taikymą žiemos metu, vandens tekėjimui po ledu.

a) Dugninis greitis.

Mūsų studijuojamos parabolės duoda prie dugno nulinį greitį:

$$v_H = 0.$$

Bet greitis auga nuo nulio prie pat dugno tiek smarkiai, kad atstume vos 1% gilumo parabolės 7-jo, pavyzdžiui, laipsnio duoda greitį artimą 0,6 v_{mH}. Tokiu būdu artimiausias prie dugno greitis, kuris gali būti pagautas malūnėlio pagalba, siekia jau 0,7 iki 0,8 v_{mH}, ką ir matome tikrenybėje.

Iš čia aišku, kad visi ginčai tarp nulinio greičio prie dugno šalininkų ir priešininkų neturėjo prasmės, bent dėl hidrometrijos; juos visus lengvai sutaikintų aukštesnio laipsnio parabolė. Inž. Lippke savo studijoje apie greičių grafiko formą duoda 6 nulinio greičio šalininkų ir 15 priešininkų pavardes*[2]), G. Traub'as tą sąrašą papildo iki 7 šalininkų ir 21 priešininko*[3]); tikrai jų buvo dar daugiau...

Suprantama, kad taisyklingas greičių grafikas, kurį galima stengtis pakeisti paprasta kreive, numato pastovų tekėjimą prizmatinėje upės vagoje. Dugno nelygumai, duobės, slenksčiai, artimi krantai, — atsiliepia greičių pasiskirstyme. Todėl ne visi matavimų rezultatai rodo taisyklingą greičių prie

*[1]) W. Fritsch. Der Einfluss der Wandrauhigkeit auf die turbulente Geschwindigkeitsverteilung in Rinnen. Berlin, 1928, ten pat.

*[2]) Lippke. Untersuchungen über die Verteilung der Wassergeschwindigkeiten in den Querschnitten der natürlichen Ströme. Dresden, 1911, Zeitschrift für Gewässerkunde, X Bd.; pusl. 245.

*[3]) G. Traub. Über die Vertikalgeschwindigkeitskurve. Dresden, 1914, Zeitschrift für Gewässerkunde, XII Bd.; pusl. 5.

dugno iki nuliui mažėjima, bet principe su nurodytu pasiskirstymu negalima nesutikti.

Nulinio greičio prie dugno sąlyga hidrometrijos praktikai nekliudo. Hidrometrija nesugeba tiksliau ištirti zoną prie pačio dugno; tiesioginiam matavimo tikslui — vandens debitui — tas ne labai svarbu, nes čia greičiai mažesni, kaip kitur.

b) Greičiai prie paviršiaus.

Parabolės aukštesnių laipsnių duoda didžiausią greitį paviršiuje:

$$v_{max} = v_0 = (n+1)\, v_{mH} = \frac{m+1}{m}\, v_{mH}.$$

Dar nuo „klasikiškų" Humphreys'o ir Abbot'o Missisipi upės tyrinėjimų (1851 — 1858 m.), atliktų gilumos plūdėmis, hidraulikų tarpe laikėsi nuomonė, kad didžiausias upėje greitis randasi ne paviršiuje, bet tam tikrame gilume. Aukščiau minėtuose Lippke's ir Traub'o sąrašuose šalininkų didžiausio greičio paviršiuje ir žemiau paviršiaus skaičiai beveik lygūs.

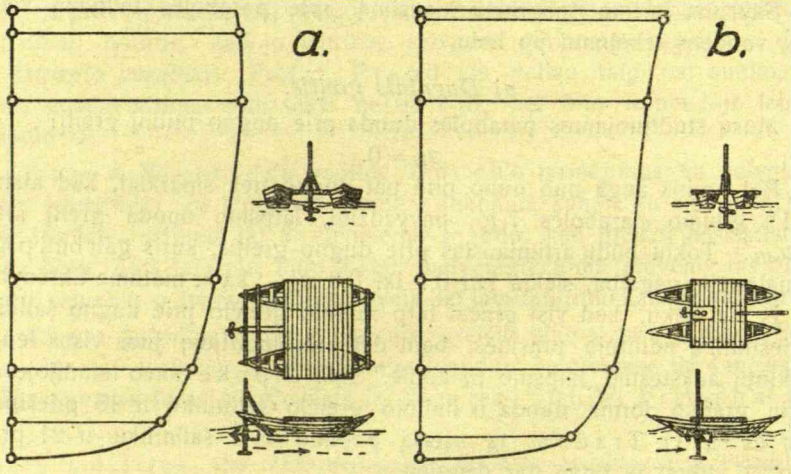


Fig. 2. Tipiški Sibiro upių greičių grafikai: a — Zejos, b — Jenisiejaus.

Vandens greičių sumažėjimą prie paviršiaus daugumas autorių mato *oro* pasipriešinime. Kiekvienas hidrometras žino, kad kartais smarkus priešingas vėjas ir didelės bangos visai neatsiliepia paviršiaus greičiuose; kitur ir prie ramaus oro greičių grafikas užsilenkia atgal, greitis prie paviršiaus aiškiai mažesnis už greitį 0,2 gilumo. Ypač nuostabu, kad tame pačiame profilyje vienu metu kai kurie grafikai atsiskiria nuo kitų savo forma.

Mūsų įsitikinimu, be galimų atsitiktinų matavimo klaidų tam reikia ieškoti priežasčių: 1) matavimo įrengime, 2) upės, ypač jos dugno, išilginiame profilyje.

Neišvengiamas *matavimo įrengimas* — valtys, pontonai, štangos, lynai — gali atsiliepti greičių pasiskirstyme ir greičių grafiko formoje, ypač prie paviršiaus. Kaipo pavyzdį, galima nurodyti atliktus 1907 — 1911 metais Sibiro upių tyrinėjimus: Zejoje malūnėlis buvo laikomas prieš pontoną, kurio paspyris mažino greitį, todėl greičių grafikai išlenkti atgal *[1]), Jenisiejuje malūnėlį nuleisdavo dviejų valčių tarpe, pontono viduryje, kur suspaustoje angoje greičiai buvo padidinti, ir greičių grafikai gavo priešingą išsilenkimą *[2]). Tų grafikų pavyzdžiai parodyti fig. 2 (*a* — Zeja, *b* — Jenisiejus).

Kaip žinoma iš hidraulikos, tekančio pro angą ar *per slenkstį* vandens čiurkšlėje greitis auga su gilumu sulig Toricelli'o dėsniu; ant pat slenksčio didžiausias greitis bus prie dugno, mažiausias — paviršiuje, atvirkščiai atviroms vagoms. Upės dugno slenkstyje galima laukti greičių sudėties, kas, suprantama, duoda išlenktą grafiką, nežiūrint oro arba vėjo pasipriešinimo, valčių kliudymo ir kitų priežasčių. Fig. 3 parodytos tokios sudėties padariniai, fig. 4 — slenksčių ir duobių upės dugne reikšmė greičių pasiskirstymui sulig vertikale.

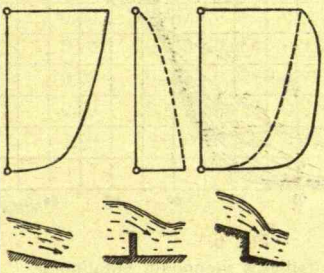


Fig. 3.
Slenksčio reikšmė greičių grafikui.

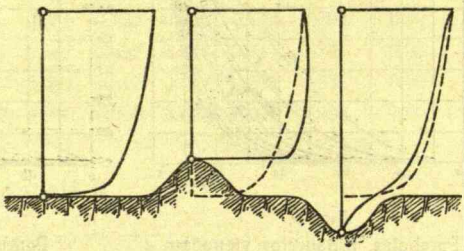


Fig. 4.
Dugno nelygumų reikšmė greičių grafikui.

Gauname išvadą, kad greičių prie paviršiaus netaisyklingas suskirstymas būna dėl pašalinių kliūčių — matavimo įrengimo, dugno nelygumų, kartais vėjo ir bangų. Pastebėta dar, kad didžiausias greitis ne paviršiuje sutinkamas dažniau prie krantų; tą patvirtina ir laboratoriniai bandymai, pav. Nikuradse's *[3]); matyti, čia sąlygų negalima laikyti normaliomis.

Išskyrus nurodytus nenormalumus, nesunku sutikti, kad normaliose sąlygose vandens greičiai auga nuo dugno ir krantų — pasipriešinimo priežasčių, o didžiausias greitis bus vertikalės paviršiuje.

---

*[1]) А. И. Фидман и А. В. Шафалович. Описание гидрометрических работ при исследованиях р. Зеи в 1907 — 1909 гг. и рр. Туры и Тобола в 1910 г. С. Петербург, 1912.

*[2]) Е. В. Близняк и А. А. Зиринг. Описание работ по определению расходов воды р. Енисея у г. Красноярска Обь-Енисейской партией в 1911 г. С. Петербург, 1913; pusl. 7.

*[3]) J. Nikuradse. Untersuchung über die Geschwindigkeitsverteilung ir t. t.; pusl. 40.

c) Bendra greičių grafiko forma.

Mūsų nurodyti hidrodinaminiai bandymai pradžioje turėjo tikslą ištirti greičių pasiskirstymą tik ploname „laminariniame“ sluoksnyje prie sienelių (paprastose sąlygose jis teturįs vos vieną-kitą milimetrą storio). Buvo manoma, kad likusioje profilio dalyje, „turbulentinėje tekmėje“ greičiai kinta kitaip, pav., visur lieka vienodi arba auga sulig tiesiąja linija. Mūsų upėms, kur „laminarinio sluoksnio“ negalima jokiais instrumentais įrodyti, tokia pažiūra visai netinka.

Tie patys bandymai privertė formalaus „laminarinio sluoksnio“ šalininkus pripažinti, kad vienos zonos greičiai „asimptotiškai pereina“ į kitos zonos greičius, tų zonų siena negali būti tiksliai apibrėžta*), ir, pagaliau, kad abiem zonoms tinka lygiai ta pati aukštesnio laipsnio parabolė... **).

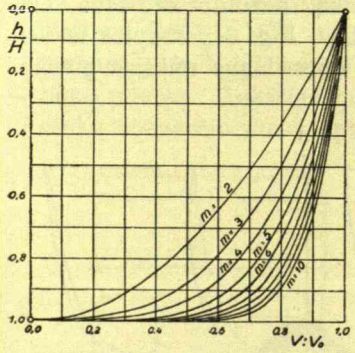


Fig. 5.
Parabolės, pritaikytos vienodam greičiui paviršiuje.

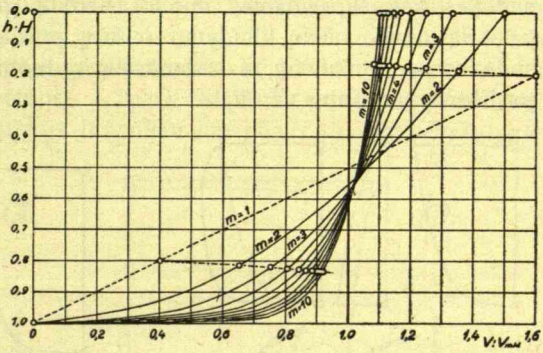


Fig. 6.
Parabolės, pritaikytos vienodam vidutiniam greičiui.

Todėl mums atrodo, kad taikant vieną parabolę visam upės gilumui mažiau prasilenkiama su tikrenybe, kaip grynai formaliai sekant neįtikinančias hidrodinamines teorijas.

Kaip buvo įrodyta pirmoje studijoje, hidrometrijos praktikai prie tam tikrų sąlygų neblogai tinka įvairios kreivės. Aukštesnio laipsnio parabolės, palyginant su kitomis kreivėmis, turi kiek privalumų. Vien keičiant laipsnį galima pasirinkti įvairios formos grafiką. Greičių atskiruose taškuose santykiai pareina vien nuo laipsnio, todėl išreiškiami labai paprastai. Plačiai hidrometrijoje vartojamos empirinės greičių santykių formulės visai gerai tomis kreivėmis pateisinamos.

Iliustracijai čia duodamos 2÷10 laipsnio parabolės, pritaikytos vertikalės gilumui $H=1$, vienodam greičiui paviršiuje (fig. 5) ir vienodam vidutiniam vertikalėje greičiui (fig. 6). Tam reikalui išskaičiuotos tabelės I ir II.

*) Žiūr., pav., M. Hansen, op. cit., pusl. 32.

**) Žiūr., pav., J. Nikuradse. Untersuchungen über die Strömungen des Wassers... 1929, pusl. 24: Septintas laipsnis tinka greitėjančioje tekmėje arti sienelių, o lygiagrečioje srovėje beveik iki laboratorinio kanalo vidurio.

Tabelė I.

$$\frac{v}{v_0} = \sqrt[m]{1 - \frac{h}{H}}.$$

$\frac{h}{H}$	$m = 2$	3	4	5	6	7	8	9	10	$\frac{h}{H}$
0,00	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,00
0,01	0,995	0,997	0,998	0,998	0,998	0,999	0,999	0,999	0,999	0,01
0,05	0,975	0,983	0,987	0,990	0,992	0,993	0,994	0,994	0,995	0,05
0,10	0,949	0,965	0,974	0,979	0,983	0,985	0,987	0,988	0,990	0,10
0,20	0,894	0,928	0,946	0,956	0,964	0,969	0,972	0,976	0,978	0,20
0,30	0,837	0,888	0,915	0,931	0,942	0,950	0,956	0,961	0,965	0,30
0,40	0,775	0,843	0,880	0,903	0,918	0,930	0,938	0,945	0,950	0,40
0,50	0,707	0,794	0,841	0,871	0,891	0,906	0,917	0,926	0,933	0,50
0,60	0,632	0,737	0,795	0,833	0,858	0,877	0,892	0,903	0,912	0,60
0,70	0,548	0,669	0,740	0,786	0,818	0,842	0,860	0,875	0,887	0,70
0,80	0,447	0,585	0,669	0,725	0,765	0,795	0,818	0,836	0,851	0,80
0,90	0,316	0,464	0,562	0,631	0,681	0,720	0,750	0,774	0,794	0,90
0,95	0,224	0,368	0,473	0,549	0,607	0,652	0,688	0,717	0,741	0,95
0,99	0,100	0,215	0,316	0,398	0,464	0,518	0,562	0,599	0,631	0,99
1,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,00

Tabelė II.

$$\frac{v}{v_{mH}} = \frac{m+1}{m} \sqrt[m]{1 - \frac{h}{H}}.$$

$\frac{h}{H}$	$m = 2$	3	4	5	6	7	8	9	10	$\frac{h}{H}$
0,00	1,500	1,333	1,250	1,200	1,167	1,143	1,125	1,111	1,100	0,00
0,01	1,492	1,329	1,247	1,198	1,165	1,141	1,124	1,110	1,099	0,01
0,05	1,462	1,311	1,234	1,188	1,157	1,135	1,118	1,105	1,094	0,05
0,10	1,423	1,287	1,218	1,175	1,146	1,126	1,110	1,098	1,088	0,10
0,20	1,342	1,238	1,182	1,148	1,124	1,107	1,094	1,084	1,076	0,20
0,30	1,255	1,184	1,143	1,117	1,099	1,086	1,076	1,068	1,062	0,30
0,40	1,162	1,125	1,100	1,084	1,071	1,062	1,055	1,050	1,045	0,40
0,50	1,061	1,058	1,051	1,045	1,039	1,035	1,032	1,029	1,026	0,50
0,60	0,949	0,982	0,994	0,999	1,001	1,003	1,003	1,004	1,004	0,60
0,70	0,822	0,893	0,925	0,943	0,955	0,962	0,968	0,972	0,975	0,70
0,80	0,671	0,780	0,836	0,870	0,892	0,908	0,920	0,929	0,936	0,80
0,90	0,474	0,619	0,703	0,757	0,795	0,822	0,844	0,860	0,874	0,90
0,95	0,335	0,491	0,591	0,659	0,708	0,745	0,774	0,797	0,815	0,95
0,99	0,150	0,287	0,395	0,478	0,542	0,592	0,633	0,666	0,694	0,99
1,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,00

Toliau patikrinkime, kiek tinka aukštesnio laipsnio parabolėms hidrometrijoje vartojamos empirinės formulės.

§ 6. Vieno taško metodė.

Lengviausioji hidrometrijos metodė paremta formule

$$v_{mH} = v_{0,6H}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

kurią, palyginus su (7) lygtimis, turime modifikuoti šiaip:

$$v_{mH} = \frac{m}{m+1}\sqrt[m]{2,5}\cdot v_{0,6H}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

arba

$$v_{mH} = \frac{1}{n+1}\cdot 2,5^n \cdot v_{0,6H} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (14')$$

Kaip matome, santykis $v_{mH} : v_{0,6H}$ pareina nuo parabolės laipsnio. Tabelėje III duodamos to santykio vertės laipsniams m nuo 2 iki 10. Greta palyginimui duotos vertės to gilumo h_v (santykyje su vertikalės gilumu H, t. y. $h_v : H$), kuriuo reikėtų pakeisti $0,6H$ formulėje (13), kad ji atitiktų parabolę; gilumas h_v rastas pagal formulę (3').

Tabelė III.

Santykio $v_{0,6H} = v_{mH}$ patikrinimas.

$m =$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{v_{0,6H}}{v_{mH}}$	0,949	0,982	0,994	0,999	1,001	1,003	1,003	1,004	1,004
$\frac{v_{mH}}{v_{0,6H}}$	1,054	1,018	1,006	1,001	0,999	0,997	0,997	0,996	0,996
$\frac{h_v}{H}$	0,556	0,578	0,590	0,598	0,603	0,607	0,610	0,613	0,614
$\frac{0,99\, v_{0,58H}}{v_{mH}}$	0,962	0,989	0,996	0,999	1,000	1,000	0,999	0,999	0,998

Tabelė aiškiai rodo, kad visos parabolės nuo 4 iki 10 laipsnio iki 1% tikslumo patenkina empirinę „vieno taško" formulę (13).

Visai tiksliai $h_v = 0,6H$ bus sąlygoje, sulig (3) ir (3'):

$$\sqrt[n]{n+1} = \left(\frac{m+1}{m}\right)^m = 2,5,$$

iš kur bandymais arba grafiškai randama: $n = 0,188$ arba $m = 5,31$.

Tokiu būdu teoretiškai geriausiai tinka „vieno taško metodei" parabolė 5,31 laipsnio; praktiškai bet kurio laipsnio tarp 4 ir 10 parabolės leidžia naudotis apytikre (13) formule.

Dr. L. Ott'as parabolių grafike (lig. 5) pastebėjo, kad visos kreivės susikerta gilumė $h = 0,58H$, kur visos duoda greičio dydį $v_{0,58H} = 1,01\, v_{mH}$.

Iš čia Ott'as siūlo tikslesnę „vieno taško metodei“ formulę:

$$v_{mH} = 0{,}99\, v_{0{,}58H}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

nors pripažįsta ir seną formulę (13) pakankamai gerą esant*). Abiem formulėms palyginti tabelėje III duoti santykiai surasto iš lygčių (14) greičio su vidutiniu vertikalėje; panašiai, kaip anksčiau, parabolės $4 \div 10$ laipsnio sutinka su formule (15) iki 1% tikslumo.

Ott'o nurodytas parabolių susikirtimas gali būti suprantamas tik apytikriai, kaip, pav., fig. 6. Tikrenybėje kiekviena parabolė turi su kitomis skirtingus kirtimo taškus. Taip, gilumas taško susikirtimo parabolių

2 ir 3	laipsnio	=	0,507 H
3 „ 4	„		0,539 „
4 „ 5	„		0,558 „
5 „ 6	„		0,570 „
6 „ 7	„		0,579 „
7 „ 8	„		0,586 „
8 „ 9	„		0,591 „
9 „ 10	„		0,599 „

Fig. 7 atvaizduotas parabolių mazgas 10 kartų stambesnėje skalėje, kaip fig. 6.

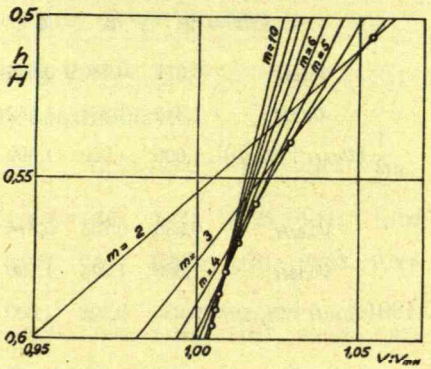


Fig. 7.

§ 7. Dviejų taškų metodė.

Labai svarbiai hidrometrijos praktikoje „dviejų“ taškų formulei

$$v_{mH} = \frac{1}{2}(v_{0{,}8H} + v_{0{,}2H}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

patikrinti, taikant aukštesnių laipsnių paraboles, medžiaga surinkta tabelėje IV.

Iš tabelės aišku, kad visos parabolės sutinka su (16) formulė iki 1% tikslumo, kas labai gerai tą formulę atestuoja,

L. Ott'as, tikrindamas dviejų taškų metodę, sudarė grafikus pussumių greičių simetriniuose gilumuose: $\frac{1}{2}(v_{xH} + v_{(1-x)H})$ ir iš mazgų tų grafikų arti $0{,}18H$ ir $0{,}82H$ pasiūlė tikslesnę formulę

$$v_{mH} = 0{,}499\,(v_{0{,}82H} + v_{0{,}18H}) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16')$$

Šios formulės patikrinimas duotas taip pat tabelėje IV; jos rezultatai dar geresni, kaip paprastos formulės (16). Formulės (16') privalumai nenusveria jos praktikoje taikymo nepatogumų; su ja daugiau darbo, kaip

*) A. Ott. Kurze Übersicht über die Verfahren und Instrumente der Hydrometrie (Hidrometrinių instrumentų ir įrengimų katalogas 101, Kempten, 1927). Taip pat autoriaus atliktame rusų vertime: А. Отт. Краткий обзор методов и приборов гидрометрии (1928). pusl. 4.

su vartojama paprastai (16). Lygiai tą patį trūkumą turi kita kartais siūloma formulė (L. Ott'o taip pat nurodyta):

$$v_{mH}=\frac{1}{2}(v_{\frac{5}{6}H}+v_{\frac{1}{6}H}), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

kuri tinka visoms parabolėms iki 1% tikslumo,

Tabelė IV.

„Dviejų taškų" formulių patikrinimas.

$m=$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$v_{0,8H}$	0,671	0,780	0,836	0,870	0,892	0,908	0,920	0,929	0,936
$v_{0,2H}$	1,342	1,238	1,182	1,148	1,124	1,107	1,094	1,084	1,076
$\frac{1}{2}(v_{0,8H}+v_{0,8H})$	1,006	1,009	1,009	1,009	1,008	1,008	1,007	1,006	1,006
$v_{0,82H}$	0,636	0,753	0,814	0,852	0,877	0,895	1,908	0,918	0,927
$v_{0,18H}$	1,358	1,248	1,190	1,153	1,129	1,111	1,097	1,087	1,078
$0{,}499(v_{0,82H}+v_{0,18H})$	0,995	0,998	1,000	1,000	1,001	1,001	1,001	1,001	1,001
xH	0,186	0,179	0,175	0,173	0,171	0,170	0,169	0,168	0,167
$(1-x)H$	0,814	0,821	0,825	0,827	0,829	0,830	0,831	0,832	0,833

Panašių formulių galima pasiūlyti dar daugiau. Tiksliai kiekvieno laipsnio parabolė turi du savo simetrinius taškus gilumuose $h_1=xH$ ir $h_2=(1-x)H$, pussumė greičių kuriuose duoda vidutinį vertikalėje greitį:

$$v_{mH}=\frac{1}{2}(v_{xH}+v_{(1-x)H}),$$

$$v_{mH}=\frac{1}{2}(a\sqrt[m]{(1-x)H}+a\sqrt[m]{xH})=\frac{a\,m}{m+1}\sqrt[m]{H},$$

iš kur

$$\sqrt[m]{1-x}+\sqrt[m]{x}=\frac{2\,m}{m+1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

Surasti gilumo dalį x galima tiktai grafiškai arba taikant diferencialinį būdą (pataisant apytikres vertes). Tabelėje IV duoti tokio skaičiavimo rezultatai. Visų nuo 2 iki 10 laipsnių parabolės turi simetrinius „dviejų taškų metodei" taškus apie $0{,}17\div0{,}18$ ir $0{,}82\div0{,}83$ vertikalės gilumo, vietoje formulėje (16) nurodomų 0,20 ir 0,80 gilumo*).

Todėl galima pasilikti prie senos (16) formulės, neišeinant iš 1% tikslumo ribų.

*) Simetrinių taškų padėtis 0,20 ir 0,80 vertikalės gilumo gaunama tik prie $m=1$ (tiesioji linija), o tada vienodai tinka bet kurie simetriniai taškai. Mano pirmoje studijoje (pusl. 19) pareikšta nuomonė, kad dviejų taškų formulę pilnai atitinka parabolė laipsnio $n=0{,}188$, yra klaidinga; tas liečia tik vieno taško metodę

§ 8. Kitos metodės.

Kaip įrodyta mano pirmoje studijoje, vad. „trijų taškų metodė" duoda blogesnių rezultatų, kaip dviejų taškų metodė; aukštesnių laipsnių parabolės tą dar kartą patvirtina; todėl smulkiau šio klausimo nenagrinėsime.

Iš kitų formulių patogi praktikoje Cunningham'o pasiūlyta

$$v_{mH}=\frac{1}{4}v_0+\frac{3}{4}v_{\frac{2}{3}H}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (19)$$

kaip žinoma, yra netiksli. Tabelėje V duodama medžiaga tuo įsitikinti: skirtumai tarp vidutinio greičio ir formulės (19) siekia $2\div 3\%$.

Tabelė V.

Formulės (19) patikrinimas.

$m=$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
v_0	1,500	1,333	1,250	1,200	1,167	1,143	1,125	1,111	1,100
$v_{\frac{2}{3}H}$	0,866	0,924	0,950	0,963	0,971	0,977	0,981	0,983	0,986
$\frac{1}{4}v_0+\frac{3}{4}v_{\frac{2}{3}H}$	1,025	1,027	1,025	1,022	1,020	1,018	1,017	1,015	1,014
$\frac{x}{H}$	0,692	0,704	0,711	0,715	0,719	0,721	0,723	0,724	0,725
$v_{\frac{5}{7}H}$	0,802	0,878	0,914	0,931	0,947	0,956	0,962	0,967	0,970
$\frac{1}{4}v_0+\frac{3}{4}v_{\frac{5}{7}H}$	0,976	0,992	0,998	1,000	1,002	1,002	1,003	1,003	1,003

Galima formulės (19) vietoje pasiūlyti jai analoginę:

$$v_{mH}=\frac{1}{4}v_0+\frac{3}{4}v_{xH}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (20)$$

ir surasti gilumo antrojo taško xH reikšmę:

$$x=H\left[1-\left(\frac{3m-1}{3(m+1)}\right)^m\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (21)$$

Tabelėje V nurodytos to gilumo reikšmės įvairiems parabolės laipsniams; kaip matyti, geriau kaip $\frac{2}{3}H$ tiktų gilumas apie $0{,}72H=\sim\frac{5}{7}H$; formulę (19) galima todėl pataisyti šiaip:

$$v_{mH}=\frac{1}{4}v_0+\frac{3}{4}v_{\frac{5}{7}H}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (22)$$

ji tiksli iki 1% visoms parabolėms nuo 3 iki 10 laipsnio (žiūr. tabelę V, apačioje).

Galima sugalvoti nemaža „dviejų taškų" formulių, kartais gan patogių praktikoje, pav., tipo

$$v_{mH}=\frac{1}{2}(v_0+v_{xH}); \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (23)$$

antrojo taško gilumas randamas iš formulės:

$$x = H\left[1 - \left(\frac{m-1}{m+1}\right)^m\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 24)$$

įvairių laipsnių parabolės turi tą tašką gilume:

$m =$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{x}{H} =$	0,889	0,875	0,870	0,868	0,867	0,867	0,866	0,866	0,866

Kaip matyti, tas gilumas artimas 0,867 arba apie $\frac{13}{15}$; todėl gan tiksli bus formulė:

$$v_{mH} = \frac{1}{2}\left(v_0 + v_{\frac{13}{15}H}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

* * *

Ypatingai svarbios praktikai formulės santykio tarp greičio paviršiuje ir vidutinio vertikalėje:

$$v_{mH} = k \cdot v_0$$

Formulės (6) ir (6′) rodo, kad koeficientas

$$k = \frac{1}{n+1} = \frac{m}{m+1}$$

kiekvieno laipsnio parabolei pastovus, būtent:

$m =$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$k =$	0,667	0,750	0,800	0,833	0,857	0,875	0,889	0,900	0,909

Šie santykiai praktikai labai paprasti ir patogūs.

§ 9. Parabolės laipsnis.

Nesudėtinės formulės ir paruoštos tabelės leidžia spręsti daug praktiškosios hidrometrijos uždavinių, tik visur reikalingas parabolės laipsnis.

Jau tos parabolės „išradėjas" G. Lavale davė visai teisingą laipsnio charakteristiką*):

„Parabolė gali būti įvairaus laipsnio. Laipsnis juo mažesnis (parabolė staigiau užsilenkia nuo viršūnės), juo šiurkštenis upės dugnas arba juo didesnis vandens greitis palyginus su gilumu, todėl, kad upės su palyginant dideliu greičiu visada kiloja stambesnį žvyrių, kaip lėtos upės. Atvirkščiai, parabolė bus juo aukštesnio laipsnio, juo didesnis vandens gilumas, palyginus su tekėjimo greičiu, todėl kad vagos šiurkštumas mažiau nujaučiamas tolesnių čiurkšlių, kurios turi beveik vienodą greitį, ir greičių grafikas artinasi prie lygiagrečios vertikalei tiesiosios".

---

*) J. Rapp. Die Wassergeschwindigkeitsverhältnisse im Querschnitt natürlicher Wasserläufe. München, 1927, Wasserkraft und Wasserwirtschaft, H. 7; pusl. 101.

Tuo remiantis Lavale davė empirinę formulę laipsnio dydžiui sulig H ir v_0 santykiu rasti (8).

Parabolės laipsnio su vagos šiurkštumu ryšį patvirtino aukščiau pažymėti Fromm'as, Hansen'as, Fritsch'as ir kiti. Bendroji jų išvada, kad lygioms sienelėms tinka laipsnis apie $6 \div 8$, šiurkščioms apie $4 \div 6$. Dar nebandyta parabolės laipsnio surišti su vartojamais vidutinio greičio formulėse „šiurkštumo koeficientais".

Pradžioje susipažinkime su parabolės laipsnio suradimo metodika.

§ 10. Parinktųjų taškų metodė.

Lengviausia surasti laipsnį vadinamąja *parinktųjų taškų metode.*

Pav., įstačius į (1) arba (1′) dvi išmatuotų gilume h_1 ir h_2 greičių v_1 ir v_2 vertes, gauname santykį:

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt[m]{\frac{H-h_1}{H-h_2}},$$

arba

$$m = \frac{\lg(H-h_1) - \lg(H-h_2)}{\lg v_1 - \lg v_2} \quad \ldots\ldots\ldots (26)$$

Tam būdui geriausia tinka greičiai $v_{0,2H}$ ir $v_{0,8H}$; šioms vertėms:

$$\frac{v_{0,2H}}{v_{0,8H}} = \sqrt[m]{4} \text{ ir } m = \frac{\lg 4}{\lg v_{0,2H} - \lg v_{0,8H}} \quad \ldots\ldots (27)$$

Laipsniui pasirinkti čia duodamos $v_{0,2H}$ ir $v_{0,8H}$ santykio įvairiems laipsniams vertės; tam pačiam tikslui paskirta nomogramos (fig. 8) žemutinė skalė.

$m =$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$v_{0,2H} : v_{0,8H} =$	2,000	1,587	1,414	1,320	1,260	1,219	1,189	1,167	1,149

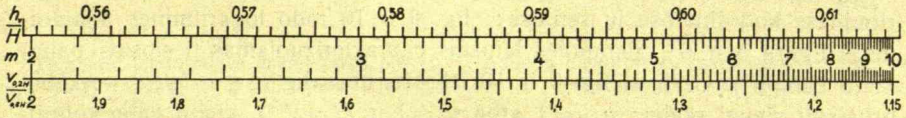


Fig. 8. Parabolės laipsnio nomograma.

Dar patogiau būtų naudotis paviršiaus greičiu v_0, bet dėl paminėtų greičių grafiko prie upės paviršiaus anomalijų atsargiau imti greitį kiek giliau, būtent $0{,}2H$ gilume.

* * *

Jei greičių grafikas yra išbrėžtas, galima taikyti kitus būdus.

Labai lengva rasti parabolės laipsnį iš vidutinio greičio gilumo h_v, kuris, kaip matyti iš lygčių (3) ar (3′), pareina tik nuo parabolės laipsnio. Grafiškai suradus h_v, sulig santykiu $h_v : H$ galima pasirinkti laipsnį tabelėje III arba nomogramos (fig. 8) viršutinėje skalėje.

Žinodami vidutinį vertikalėje greitį v_{mH} galime rasti parabolės laipsnį

iš greičio bet kuriame gilume santykyje su v_{mH}, naudojantis tabelės II medžiaga. Ypač paprastai randamas parabolės laipsnis sulig v_{mH} ir paviršiaus greičiu v_0; būtent, sulig (5):

$$v_{mH} = \frac{1}{n+1} \cdot v_0, \text{ iš čia } n = \frac{v_0}{v_{mH}} - 1, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28)$$

arba

$$v_{mH} = \frac{m}{m+1} \cdot v_0, \text{ iš kur } m = \frac{v_{mH}}{v_0 - v_{mH}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28')$$

Išvardytų būdų trūkumas yra tas, kad nustatyta sulig 1 ar 2 taškais parabolė gali blogai tikti kitiems taškams; tinkamiausią visiems matavimo rezultatams sprendimą galima rasti daug sudėtinesniais būdais, pav., *mažiausių kvadratų metode*, kurios čia vartoti beveik neapsimoka. Atsižvelgti į visus rezultatus galima vartojant gražią ir lengvą *logaritminės anamorfozos* metodę.

§ 11. Logaritminė anamorfoza.

Logaritmuojant lygtis (1) randame

$$\lg v = \lg a + n \lg (H - h), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

arba (1'):

$$\lg v = \lg a + \frac{1}{m} \lg (H - h) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29')$$

Atidėdami matavimo rezultatus sulig koordinatomis $\lg v$ ir $\lg (H - h)$, arba naudodamies specialiniu „logaritminiu" tinkliniu popieriu, pamatysime, kad parabolė logaritminėse koordinatose išsities (fig. 11 ir 12). Per eilę taškų nesunku pravesti tinkamiausią tiesiąją liniją ir sulig dviem parinktais taškais išskaičiuoti jos lygtys, surandant, pav., lygčių (29') parametrus $\lg a$ ir $\frac{1}{m}$; iš čia randami reikalingi a ir m.

Kaip išsitiesia įvairių laipsnių parabolės, gerai matyti išbrėžtose logaritminėse koordinatose jų serijose: fig. 9 ir 10 rodo logaritmines anamorfozas figūrų 5 ir 6; parabolės laipsnis charakterizuojamas tiesiosios palinkimo kampu*). Grafikai fig. 9 ir 10 išbrėžti ne sulig $\lg v$ ir $\lg(H - h)$, bet pritaikyti vienai skalei: $v_{mH} = 1$ arba $v_0 = 1$ ir $H = 1$**), kitaip, sulig koordinatomis — greičių ir gilumų santykiais: $\lg \frac{v}{v_{mH}}$ arba $\lg \frac{v}{v_0}$ ir $\lg \left(1 - \frac{h}{H}\right)$.

Iš lygčių (7) ir (7') turime santykį

$$\frac{v}{v_{mH}} = (n+1)\left(1 - \frac{h}{H}\right)^n = \frac{m+1}{m} \sqrt[m]{1 - \frac{h}{H}}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

jį logaritmuodami gauname

$$\lg \frac{v}{v_{mH}} = \lg (n+1) + n \lg \left(1 - \frac{h}{H}\right), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

*) Greičių ir gilumų skalės parinktos nevienodos (dėl aiškumo); vertikaline kryptimi logaritmai atidėti dukart smulkiau; vienodose skalėse linijų kryptis būtų statesnė.

**) Tokie pritaikyti grafikai gali būti vadinami *bedimenziniai* (vokiškai: *dimensionslos*); visi dydžiai išreikšti santykiais.

arba

$$\lg\frac{v}{v_{mH}}=\lg\frac{m+1}{m}+\frac{1}{m}\lg\left(1-\frac{h}{H}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (31')$$

Šios lygtys atvaizduotos fig. 10 eile tiesiųjų linijų įvairioms laipsnio m vertėms.

Analogiškai, santykis iš lygčių (4) ar (4'):

$$\frac{v}{v_0}=\left(1-\frac{h}{H}\right)^n=\sqrt[m]{1-\frac{h}{H}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (32)$$

virsta, logaritmuojant,

$$\lg\frac{v}{v_0}=n\lg\left(1-\frac{h}{H}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (33)$$

arba

$$\lg\frac{v}{v_0}=\frac{1}{m}\lg\left(1-\frac{h}{H}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (33')$$

Atitinkamos anamorfozos išbrėžtos fig. 9 įvairiems laipsniams m.

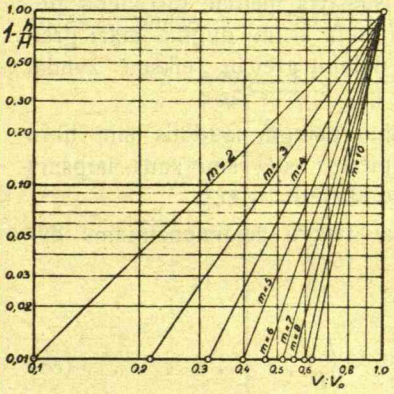


Fig. 9.
Parabolių logaritminės anamorfozos, pritaikytos vienodam greičiui paviršiuje.

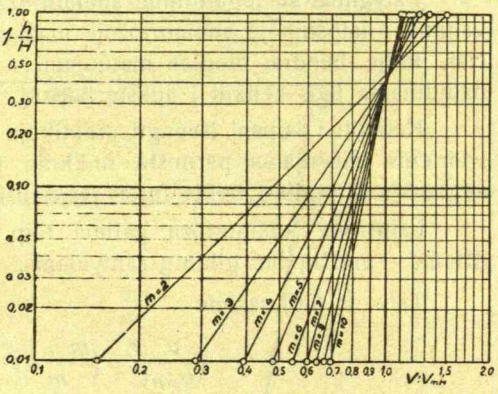


Fig. 10.
Parabolių logaritminės anamorfozos, pritaikytos vienodam vidutiniam greičiui.

Taikant praktikoje nurodytas santykių anamorfozas, kitaip, redukuojant matavimų rezultatus greičiams v_{mH} ar v_0 ir gilumui H lygiems vienetui, lengvai sulyginami įvairūs grafikai ir apibendrinamos išvados. Parabolės laipsnis lengvai randamas sulig linijos kryptimi arba tiesiogiai parenkamas, jei taškai atidėti paruoštuose, kaip fig. 9 ir 10, blankuose. Tik santykių anamorfozos neduoda parabolės parametro a, kurį tenka skaičiuoti sulig formule:

$$a=(n+1)\frac{v_{mH}}{H^n}=\frac{m+1}{m}\cdot\frac{v_{mH}}{\sqrt[m]{H}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (34)$$

arba

$$a=\frac{v_0}{H^n}=\frac{v_0}{\sqrt[m]{H}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (35)$$

§ 12. Laipsninė anamorfoza.

Kai parabolės laipsnis parinktas arba paprastu būdu išskaičiuotas, rezultatams palyginti arba greičio grafiko lygtims rasti galima sėkmingai naudotis *laipsnine anamorfoza*. Jos pagrinde yra kėlimas m laipsnin lygčių (1′) arba traukimas šaknies n laipsnio iš lygčių (1):

$$v_m = a^m (H - h) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (36)$$

Atidėdami matavimo rezultatus v_m ir $(H - h)$ parinktose koordinatose, pamatysime, kad taškai vėl susiskirsto tiesiąja linija, einančia pro tašką vertikalės dugne. Sulig bet kuriuo vienu tiesiosios tašku nesunku rasti a; pav., atskaičius v_0^m, randama

$$a^m = \frac{v_0^m}{H}; \quad a = \sqrt[m]{\frac{v_0^m}{H}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (37)$$

Palyginus su logaritmine anamorfoza, išdėstyta metodė turi vieną privalumą: laipsninėje anamorfozoje mažiau reiškia artimi dugnui maži greičiai, kurie bendrai blogiau matuojami; o didelių greičių reikšmė žymiai padidinama juos keliant į aukštą laipsnį.

Kėlimui į laipsnį išvengti praktikoje labai patogu naudotis tam tikru įvairiems laipsniams paruoštu tinkliniu popieriu; dėl smarkaus laipsnių augimo tokį popierį reikia turėti įvairiausiose skalėse.

Laipsninę anamorfozą galima taip pat taikyti bedimenziniams dydžiams — greičių bei gilumų santykiams.

Taip, iš (30) rasime

$$\left(\frac{v}{v_{mH}}\right)^m = \left(\frac{m+1}{m}\right)^m \cdot \left(1 - \frac{h}{H}\right), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (38)$$

o iš (32):

$$\left(\frac{v}{v_0}\right)^m = 1 - \frac{h}{H} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (39)$$

Šias lygtis atitinka eilė tiesiųjų, einančių per tašką $h = H$ (dugnas); lygtys (38) duoda atskirą liniją kiekvienam laipsniui m, įvairaus statumo, o lygtys (39) — vieną bendrą visiems laipsniams tiesiąją.

Lygčių (38) parametro reikšmės:

$m =$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\left(\frac{m+1}{m}\right)^m =$	2,250	2,370	2,441	2,488	2,522	2,546	2,566	2,581	2,594

Išdėstytos metodės toliau iliustruojamos skaičiavimo pavyzdžiu.

§ 13. Skaičiavimo pavyzdys.

Pavyzdžiui paimkime vienos vertikalės matavimo rezultatus (Nemune ties Birštonu): vertikalės gilumas $H = 2{,}90$ m; matuoti greičiai 5 taškuose:

Taškas	Padėtis	Taško gilumas h m	Vandens greitis v m/sek
1	prie dugno	2,83	0,538
2	$0{,}8H$	2,32	0,744
3	$0{,}6H$	1,74	0,819
4	$0{,}2H$	0,58	0,900
5	prie paviršiaus	0,05	0,922

Fig. 11 išbrėžtas greičių grafikas (punktyrinė linija). Planimetruojant rastas jo plotas $\omega = 2{,}354$ m²/sek.

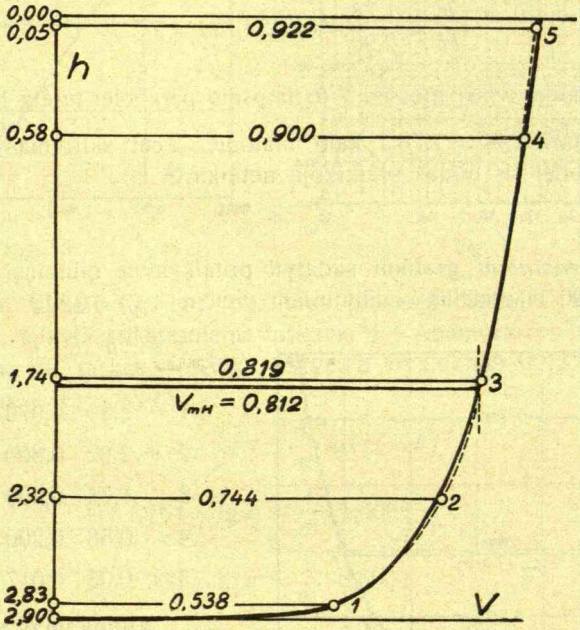


Fig. 11.

Vidutinis vertikalėje greitis

$$v_{mH} = \frac{\omega}{H} = \frac{2{,}354}{2{,}90} = 0{,}812 \text{ m/sek}.$$

Naudojantis formule (27) sulig dviem greičiais laipsnis m randamas šiaip:

$$v_{0,2H} : v_{0,8H} = 0{,}900 : 0{,}744 = 1{,}210,$$

$$m = \frac{\lg 4}{\lg 1{,}210} = \frac{0{,}602}{0{,}083} = 7{,}26,$$

arba nomogramoje (fig. 8) $v_{0,2H} : v_{0,8H} = 1{,}21$ atitinka $m = 7{,}3$.

Sulig greičiu paviršiuje, atskaitytu iš grafiko, $v_0 = 0{,}925$ ir vidutiniu vertikalėje greičiu $v_{mH} = 0{,}812$ (formulė 28′):

$$m = \frac{v_{mH}}{v_0 - v_{mH}} = \frac{0{,}812}{0{,}925 - 0{,}812} = \frac{0{,}812}{0{,}113} = 7{,}18.$$

Sulig greičiu $v_{0,2H}$ ir vidutiniu, naudojantis tabele II:

$$\frac{v_{0,2H}}{v_{mH}} = \frac{0{,}900}{0{,}812} = 1{,}109; \quad m = 6{,}9.$$

Sulig vidutinio greičio gilumu $h_v = 1{,}78$ (iš grafiko), sulig formule (3′) arba tabele III:

$$\frac{h_v}{H} = \frac{1{,}78}{2{,}90} = 0{,}613; \quad m = 9,$$

rezultatas gautas visai blogas; 7-jo laipsnio parabolei turėtų būti $\frac{h_v}{H} = 0{,}607$, arba $h = 0{,}607 \cdot 2{,}90 = 1{,}76$; kaip matome, 2 cm skirtumas tiek atsiliepia rezultate; todėl šis būdas praktikoje netinka.

* * *

Bedimenziniam grafikui sudaryti pritaikykime gilumus vertikalės gilumui $H = 2{,}90$ ir greičius — vidutiniam greičiui $v_{mH} = 0{,}812$.

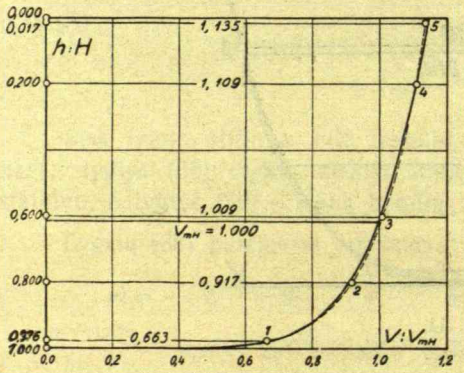


Fig. 12.

Taškas	h m	$\frac{h}{H}$	v m/sek	$\frac{v}{v_{mH}}$
1	2,83	0,976	0,538	0,663
2	2,32	0,800	0,744	0,917
3	1,74	0,600	0,819	1,009
4	0,58	0,200	0,900	1,109
5	0,05	0,017	0,922	1,135

Atitinkamas grafikas atvaizduotas fig. 12 (punktyrinė linija); jo $\omega = 1{,}000$ m²/sek. Jį lyginant su fig. 6 galima pastebėti, kiek arti jam tinka 7-jo laipsnio parabolė; fig. 12 ta parabolė išbrėžta ištisa linija; matome, kad laipsniui pasirinkti bedimenzinis grafikas labai patogus.

Logaritminei anamorfozai ruošiame logaritmus v ir $H-h$:

Taškas	$H-h$	$\lg(H-h)$	v	$\lg v$
1	0,07	$\bar{2}$,845	0,538	$\bar{1}$,731
2	0,58	$\bar{1}$,763	0,744	$\bar{1}$,872
3	1,16	0,064	0,819	$\bar{1}$,913
4	2,32	0,365	0,900	$\bar{1}$,954
5	2,85	0,455	0,922	$\bar{1}$,965

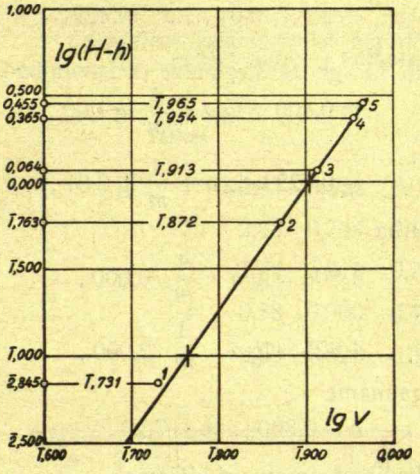


Fig. 13.

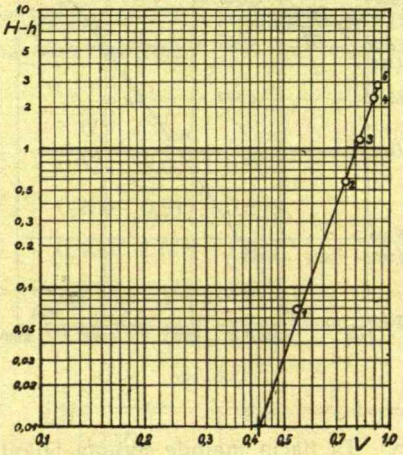


Fig. 14.

Logaritmai atidėti fig. 13; per juos pravesta tiesioji — anamorfoza; ją tenka arčiau taikyti aukštesniems taškams*). Anamorfozos lygtims surasti parenkame du taškus (brėžiny pažymėti kryžiukais) ir jų koordinatas paeiliui įstatome į lygtis (29'):

$$\lg v = \lg a + \frac{1}{m}\lg(H-h):$$

$$1)\quad \bar{1},764 = \lg a + \frac{1}{m}\cdot\bar{1},000;$$

$$2)\quad \bar{1},903 = \lg a + \frac{1}{m}\cdot 0,000;$$

iš šių lygčių randame: $\lg a = \bar{1},903$; $a = 0,800$,

$$\frac{1}{m} = \bar{1},764 - \bar{1},903 = 0,139;\quad m = 7,20.$$

*) Taškas 1 arti dugno aplenktas tiesiosios; skirtumas čia sudaro 1 cm gilumo lg 0,06 duotų ordinatą $\bar{2}$,778.

Anamorfozos lygtys bus

$$\lg v = \bar{1},903 + 0,139 \lg (2,90 - h) .$$

Greičių grafiko lygtys:

$$v = 0,800\,(2,90 - h)^{0,139} = 0,800 \sqrt[7,2]{2,90 - h} .$$

Turint paruoštą logaritminį tinklinį popierį (įvairiausiose skalėse) galima anamorfozą gauti atidedant tiesiog vertes v ir $H-h$, kaip parodyta fig. 14, su vienodu rezultatu; pav., dviejų taškų koordinatos:

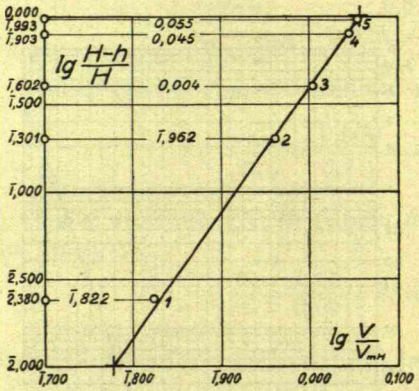


Fig. 15.

$H-h = 1,00$, $v = 0,800$;

„ 0,01, „ 0,422;

įstačius į lygtis (29′):

$$\lg 0,800 = \lg a + \frac{1}{m} \lg 1,00 ,$$

$$\lg 0,422 = \lg a + \frac{1}{m} \lg 0,01 ,$$

arba

$$\bar{1},903 = \lg a + \frac{1}{m} \cdot 0,000 ,$$

$$\bar{1},625 = \lg a + \frac{1}{m} \cdot \bar{2},000 ,$$

gauname

$$a = 0,800 ; \quad m = 7,20 .$$

Tą pačią metodę galima taikyti bedimenziniams dydžiams:

Taškas	$\frac{h}{H}$	$\frac{H-h}{H}$	$\lg\frac{H-h}{H}$	$\frac{v}{v_{mH}}$	$\lg\frac{v}{v_{mH}}$
1	0,975	0,024	$\bar{2},380$	0,663	$\bar{1},822$
2	0,800	0,200	$\bar{1},301$	0,917	$\bar{1},962$
3	0,600	0,400	$\bar{1},602$	1,009	0,004
4	0,200	0,800	$\bar{1},903$	1,109	0,045
5	0,017	0,987	$\bar{1},993$	1,135	0,055

Tų dydžių logaritminė anamorfoza duota fig. 15. Laipsniui m rasti ieškome jos kampinį parametrą, pav., sulig dviem kraštutiniais taškais:

$$\frac{1}{m} = \frac{0,057 - \bar{1},778}{0,000 - \bar{2},000} = \frac{0,279}{2,000} = 0,140 ; \quad m = 7,14 ;$$

sulig formule (35):

$$a = \frac{m+1}{m} \cdot \frac{v_{mH}}{\sqrt[m]{H}} = \frac{8,14}{7,14} \cdot \frac{0,812}{\sqrt[7,14]{2,90}} = 0,796 .$$

Bedimenzinės anamorfozos lygtys:

$$\lg \frac{v}{v_{mH}} = \lg 1{,}140 + 0{,}140 \lg \left(1 - \frac{h}{2{,}90}\right);$$

greičių grafiko lygtys:

$$\frac{v}{v_{mH}} = 1{,}140 \left(1 - \frac{h}{H}\right)^{0{,}140},$$

arba $$v = 0{,}796\,(2{,}90 - h)^{0{,}140} = 0{,}796 \sqrt[7:14]{2{,}90 - h}\,.$$

* * *

Laipsninei anamorfozai parinkime laipsnį $m = 7$. Medžiaga fig. 16 ir bedimenzinei anamorfozai fig. 17 duota šioje tabelėje:

Taškas	h	v	v^7	$\frac{H-h}{H}$	$\frac{v}{v_{mH}}$	$\left(\frac{v}{v_{mH}}\right)^7$
1	2,83	0,538	0,013	0,024	0,663	0,057
2	2,32	0,744	0,127	0,200	0,917	0,542
3	1,74	0,819	0,246	0,400	1,009	1,067
4	0,58	0,900	0,476	0,800	1,109	2,063
5	0,05	0,922	0,569	0,983	1,135	2,427

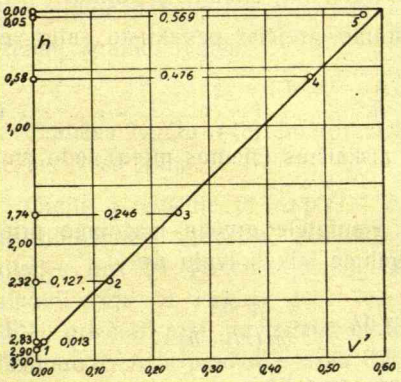


Fig. 16.

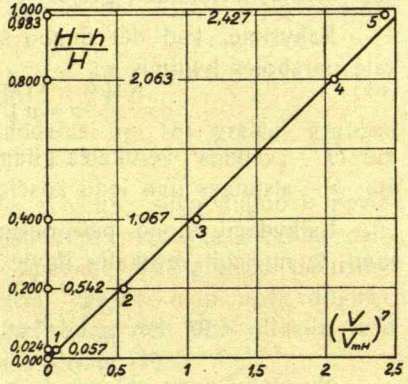


Fig. 17.

Pravedus tiesiąją fig. 16 per dugno tašką $H = 2{,}90$, randame a sulig formule (37):

$$a = \sqrt[7]{\frac{0{,}600}{2{,}90}} = 0{,}798\,,$$

anamorfozos lygtis:

$$v^7 = 2{,}070\,(2{,}90 - h)$$

ir greičių grafiko lygtis:

$$v = 0{,}798 \sqrt[7]{2{,}90 - h}\ .$$

Sulig šiomis lygtimis pravesta parabolė fig. 11 (ištisa linija); ji beveik tinka visiems matuotiems taškams; žemiau duoti palyginimui skaičiuoti sulig lygtimis ir matuoti greičiai, jų skirtumai Δv ir lyginamosios klaidos procentais.

Taškas	h	v sulig lygtimis	v iš matavimo	skirtumas Δv	$\Delta v\,\%$
1	2,83	0,546	0,538	+0,008	+1,5
2	2,32	0,738	0,744	—0,006	—0,8
3	1,74	0,815	0,819	—0,004	—0,5
4	0,58	0,900	0,900	0,000	0,0
5	0,05	0,927	0,922	+0,005	+0,5

§ 14. Žiemos grafikas.

Pabandykime dabar pritaikyti aukštesnių laipsnių parabolę upei po ledu, kai vandens srovė nujaučia pasipriešinimą ne vien dugno, bet ir ledo apačios; tekėjimo greitis mažėja artinantis prie dugno ir prie ledo. Bendrai, dugno ir ledo šiurkštumas yra nevienodi, todėl greičių sumažėjimas vyksta nevienodai; greičių grafikas retai turi simetrišką formą.

Sakysime, kad dėl dugno šiurkštumo greičiai pasiskirsto sulig vertikale parabolės lygtimis

$$v = a \sqrt[m]{H \quad h}, \qquad (1')$$

kur H — „veikiąs“ vertikalės gilumas, atskaičius (žiemos metu) ledo storumą; h – atstumas nuo ledo apačios.

Laikydami dugno pasipriešinimą vienintele greičių mažėjimo priežastimi, tą nuostolį vertikalės ilgyje dh galime laikyti lygiu dv:

$$dv = -\frac{a}{m} \sqrt[m]{(H-h)^{1-m}}\, dh = -\frac{v\, dh}{m(H-h)} \qquad (40)$$

Nuostolių suma gilumo h ir dugno tarpe bus:

$$p = \int_h^H dv = v_H - v = -v,$$

o visame vertikalės ilgyje H

$$P = \int_0^H dv = v_H - v_0 = -v_0,$$

nes, kaip žinome, $v_H = 0$.

Jei upės paviršiuje taip pat veikia pasipriešinimas, pav. oro, vėjo, ledo šiurkštumo ir t. t., tą veikimą galima išreikšti parabole k laipsnio, su vertikale ašimi ir viršūne upės paviršiuje arba ledo apačioje; tos parabolės lygtys

$$u = b\sqrt[k]{h}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (41)$$

pasipriešinimo nuostolis vertikalės elemente dh bus du, suma pasipriešinimų gilumo h ir dugno tarpe:

$$q = \int_h^H du = u_H - u,$$

suma nuostolių vertikalės ilgyje H:

$$Q = \int_0^H du = u_H - u_0 = u_H,$$

kadangi $u_0 = 0$.

Veikiant sutartinai pasipriešinimui nuo dugno ir nuo paviršiaus, suma nuostolių nuo gilumo h iki dugno bus:

$$p + q = -v + u_H - u;$$

analogiškai su išdėstytu

$$p + q = \int_h^H dv' = v'_H - v' = -v';$$

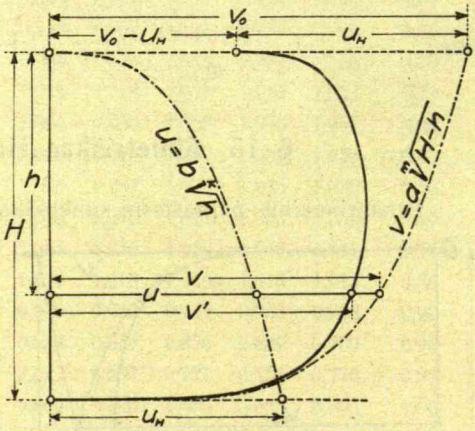


Fig. 18.

greitis gilume h bus: $v' = v - u_H + u \quad \ldots\ldots\ldots (42)$

ir greičių grafiko lygtys:

$$v' = a\sqrt[m]{H-h} - b\sqrt[k]{H} + b\sqrt[k]{h} \quad \ldots\ldots\ldots (43)$$

Grafiška lygčių (43) interpretacija duodama fig. 18; greičių grafikas išbrėžtas ištisa linija.

Greitis paviršiuje $v' = a\sqrt[m]{H} - b\sqrt[k]{H} = v_0 - u_H$, sulig dugno ir paviršiaus šiurkštumo santykiu, gali būti teigiamas ar neigiamas, tikriau dalis vertikalės bus be greičio; pirmąjį atvejį turėsime, kai greičiai paviršiuje sulaikomi vėjo ar valties, arba ledo apačia lygesnė, kaip upės dugnas; nuliniai greičiai prie paviršiaus ir net giliau būna dėl labai didelio ledo šiurkštumo žiemos pradžioje arba dėl pusiau skysto ižo.

Greičių grafikas gali būti simetriškas paviršiaus ir dugno atžvilgiu tik prie sąlygos: $a = b$, $m = k$, esant vienodiems parabolių parametrams ir laipsniams. Kaip matyti, tas gali pasitaikyti labai retai.

Taikyti praktikoje lygtis (43) labai sunku; išdėstyti anamorfozų būdai čia netinka.

Analogiškai su atvirosios vagos grafiku, vidutinį vertikalėje greitį rasime:

$$v'_{mH} = a\frac{m}{m+1}\sqrt[m]{H} - b\frac{1}{k+1}\sqrt[k]{H} \quad \ldots\ldots\ldots (44)$$

Priimant gi $v'_0 = 0$ arba $a\sqrt[m]{H} = b\sqrt[k]{H}$:

$$v' = a\sqrt[m]{H-h} - a\sqrt[m]{H} + a\sqrt[m]{H}\cdot\sqrt[k]{\frac{h}{H}} = a\sqrt[m]{H}\left(\sqrt[m]{1-\frac{h}{H}} + \sqrt[k]{\frac{h}{H}} - 1\right), \quad . \quad . \quad (45)$$

$$v'_{mH} = a\sqrt[m]{H}\left(\frac{m}{m+1} - \frac{1}{k+1}\right), \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$

arba:

$$v' = \frac{(m+1)(k+1)}{mk-1}\, v'_{mH}\left(\sqrt[m]{1-\frac{h}{H}} + \sqrt[k]{\frac{h}{H}} - 1\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (47)$$

§ 15. Simetriškas žiemos grafikas.

Panagrinėkime paprastesnį simetrišką grafiką (fig. 19); jo lygtys gaunamos iš (47), priėmus $m = k$:

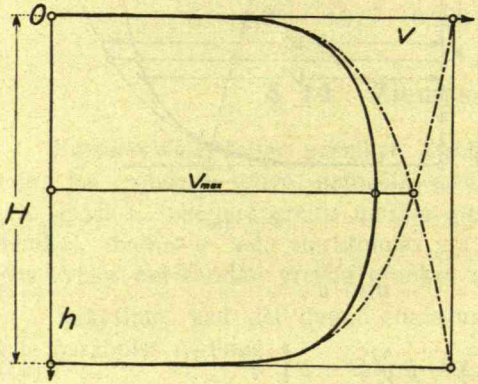


Fig. 19.

$$v' = a\left(\sqrt[m]{H-h} - \sqrt[m]{H} + \sqrt[m]{h}\right) \quad (48)$$

arba:

$$v' = a\sqrt[m]{H}\left(\sqrt[m]{1-\frac{h}{H}} + \sqrt[m]{\frac{h}{H}} - 1\right) \quad (48')$$

Vidutinis vertikalėje greitis:

$$v'_{mH} = a\,\frac{m-1}{m+1}\sqrt[m]{H} \quad . \quad . \quad . \quad (49)$$

Lygtys (48′) galima dar išreikšti šiaip:

$$v' = \frac{m+1}{m-1}\, v'_{mH}\left(\sqrt[m]{1-\frac{h}{H}} + \sqrt[m]{\frac{h}{H}} - 1\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (50)$$

Didžiausias greitis bus simetrijos ašyje, vidury vertikalės, gilume $h = \frac{1}{2}H$:

$$v'_{max} = a\sqrt[m]{H}\left(\frac{2}{\sqrt[m]{2}} - 1\right) = \frac{m+1}{m-1}\, v'_{mH}\left(2^{1-\frac{1}{m}} - 1\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (51)$$

Todėl:

$$v' = v'_{max}\,\frac{\sqrt[m]{1-\frac{h}{H}} + \sqrt[m]{\frac{h}{H}} - 1}{2^{\frac{m-1}{m}} - 1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (52)$$

Pagal lygtis (50) ir (52) parabolės 2, 3, 4, 7 ir 10 laipsnio atvaizduotos fig. 20 (vienodas vidutinis vertikalėje greitis) ir fig. 21 (vienodas didžiausias greitis). Įvairiems parabolių laipsniams išskaičiuotos tabelės VI ir VII.

Tabelė VI.

$$\frac{v'}{v'_{mH}} = \frac{m+1}{m-1}\left[\sqrt[m]{1-\frac{h}{H}} + \sqrt[m]{\frac{h}{H}} - 1\right].$$

$\frac{h}{H}$	$m=2$	3	4	5	6	7	8	9	10	$\frac{h}{H}$
0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,00
0,01	0,285	0,424	0,523	0,594	0,647	0,689	0,721	0,755	0,770	0,01
0,05	0,595	0,704	0,767	0,809	0,838	0,859	0,876	0,889	0,900	0,05
0,10	0,795	0,860	0,894	0,915	0,929	0,940	0,947	0,953	0,958	0,10
0,20	1,025	1,026	1,024	1,022	1,019	1,018	1,016	1,015	1,013	0,20
0,30	1,153	1,115	1,091	1,076	1,065	1,056	1,050	1,045	1,041	0,30
0,40	1,221	1,160	1,126	1,103	1,088	1,076	1,067	1,060	1,054	0,40
0,50	1,243	1,175	1,136	1,112	1,095	1,082	1,072	1,065	1,058	0,50
0,60	1,221	1,160	1,126	1,103	1,088	1,076	1,067	1,060	1,054	0,60
0,70	1,153	1,115	1,091	1,076	1,065	1,056	1,050	1,045	1,041	0,70
0,80	1,025	1,026	1,024	1,022	1,019	1,018	1,016	1,015	1,013	0,80
0,90	0,795	0,860	0,894	0,915	0,929	0,940	0,947	0,953	0,958	0,90
0,95	0,595	0,704	0,767	0,809	0,838	0,859	0,876	0,889	0,900	0,95
0,99	0,285	0,424	0,523	0,594	0,647	0,689	0,721	0,755	0,770	0,99
1,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,00

Tabelė VII.

$$\frac{v'}{v'_{max}} = \frac{\sqrt[m]{1-\frac{h}{H}} + \sqrt[m]{\frac{h}{H}} - 1}{2^{\frac{m-1}{m}} - 1}.$$

$\frac{h}{H}$	$m=2$	3	4	5	6	7	8	9	10	$\frac{h}{H}$
0,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,00
0,01	0,229	0,361	0,460	0,534	0,591	0,673	0,672	0,709	0,727	0,01
0,05	0,479	0,599	0,675	0,728	0,766	0,794	0,817	0,835	0,850	0,05
0,10	0,640	0,732	0,787	0,823	0,849	0,869	0,883	0,895	0,905	0,10
0,20	0,825	0,873	0,901	0,919	0,932	0,941	0,948	0,953	0,958	0,20
0,30	0,928	0,949	0,960	0,968	0,973	0,976	0,979	0,982	0,984	0,30
0,40	0,983	0,987	0,991	0,992	0,994	0,995	0,995	0,996	0,996	0,40
0,50	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,50
0,60	0,983	0,987	0,991	0,992	0,994	0,995	0,995	0,996	0,996	0,60
0,70	0,928	0,949	0,960	0,968	0,973	0,976	0,979	0,982	0,984	0,70
0,80	0,825	0,873	0,901	0,919	0,932	0,941	0,948	0,953	0,958	0,80
0,90	0,640	0,732	0,787	0,823	0,849	0,869	0,883	0,895	0,905	0,90
0,95	0,479	0,599	0,675	0,728	0,766	0,794	0,817	0,835	0,850	0,95
0,99	0,229	0,361	0,460	0,534	0,591	0,637	0,672	0,709	0,727	0,99
1,00	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,00

Padarykime dabar kaikuriuos palyginimus.

Vidutinio greičio gilumui h_v rasti reikia spręsti lygtis:

$$\sqrt[m]{1-\frac{h}{H}}+\sqrt[m]{\frac{h}{H}}=\frac{2m}{m+1}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (53)$$

analogines aukščiau pažymėtoms (18); vienodi ir rezultatai. Visos nuo 2 iki 10 laipsnių parabolės turi po du simetrišku tašku, nurodytu tabelėje IV: xH ir $(1-x)H$. Tuose taškuose $v'=v'_{mH}$; suprantama, kad tie simetriniai taškai geriausiai tinka „dviejų taškų" metodei, o kiekvienas skyrium — „vieno taško" metodei.

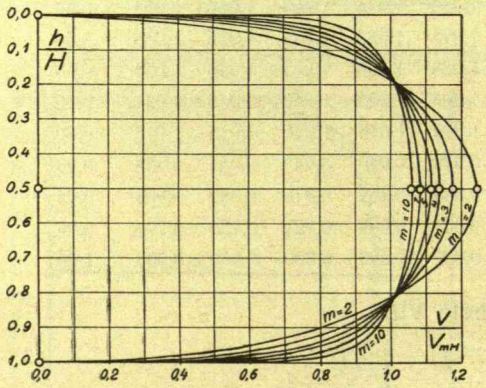


Fig. 20.

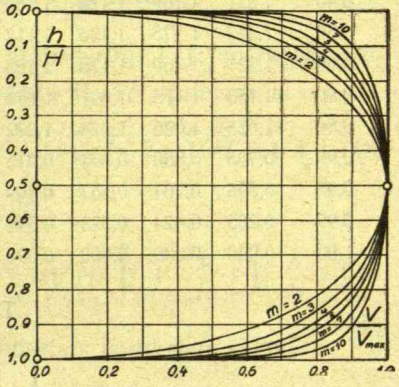


Fig. 21.

Iš kitų metodžių gali tikti praktikai tik greičio matavimas vidury „veikiančio" vertikalės gilumo $v'_{0,5H}$ ir skaičiavimas vidutinio greičio:

$$v'_{mH}=k\,v'_{0,5H} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (54)$$

Koeficiento k vertės duodamos tabelėje VIII:

$$k=\frac{v'_{mH}}{v'_{0,5H}}=\frac{m-1}{m+1}\cdot\frac{\sqrt[m]{2}}{2-\sqrt[m]{2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (55)$$

Tabelė VIII.

$m=$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$v'_{mH}:v'_{0,5H}$	0,805	0,851	0,880	0,900	0,914	0,924	0,933	0,939	0,945
$v'_{mH}:v_{mH}$	0,500	0,667	0,750	0,800	0,833	0,857	0,875	0,889	0,900
$v'_{max}:v_{max}$	0,414	0,587	0,682	0,741	0,782	0,811	0,834	0,852	0,866
$v'_{0,5H}:v_{0,5H}$	0,586	0,740	0,811	0,851	0,878	0,896	0,910	0,920	0,928

Įdomu palyginti vidutinio greičio atviroje vagoje v_{mH} ir po ledu v'_{mH} vertės prie vienodo parametro a, parabolės laipsnio m ir vertikalės gilumo H. Iš lygčių (2′) ir (49) turime:

$$v_{mH} = a\frac{m}{m+1}\sqrt[m]{H}\ ;\quad v'_{mH} = a\frac{m-1}{m+1}\sqrt[m]{H}\ ;$$

$$\frac{v'_{mH}}{v_{mH}} = \frac{m-1}{m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (56)$$

Didžiausių greičių atviroje vagoje v_{max} ir po ledu v'_{max} prie tų pačių sąlygų, sulig (1′) ir (51):

$$v_{max} = v_0 = a\sqrt[m]{H}\ ;\quad v'_{max} = a\sqrt[m]{H}\left(\frac{2}{\sqrt[m]{2}} - 1\right);$$

$$\frac{v'_{max}}{v_{max}} = 2^{\frac{m-1}{m}} - 1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (57)$$

Greičių vidury vertikalės gilumo atviroje vagoje ir žiemą santykis:

$$v_{0,5H} = a\sqrt[m]{0{,}5H} = a\sqrt[m]{H}\cdot\frac{1}{\sqrt[m]{2}}\ ;\quad v'_{0,5H} = a\sqrt[m]{H}\left(\frac{2}{\sqrt[m]{2}} - 1\right);$$

$$\frac{v'_{0,5H}}{v_{0,5H}} = 2 - \sqrt[m]{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (58)$$

Santykių (56), (57) ir (58) įvairiems laipsniams vertės duotos tabelėje VIII.

§ 16. Žiemos grafiko laipsnis.

Iš apytikrių žiemos grafiko laipsniui nustatyti metodžių panagrinėkime parinktųjų tašku metodes.

Simetriškam grafikui tas nesudaro ypatingų sunkumų.

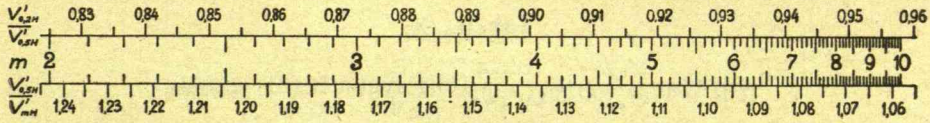


Fig. 22. Simetrišķo žiemos grafiko laipsnio nomograma.

Santykis didžiausio greičio su vidutiniu vertikalėje, sulig (51):

$$\frac{v'_{max}}{v'_{mH}} = \frac{m+1}{m-1}\left(2^{1-\frac{1}{m}} - 1\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (59)$$

Atitinkamą laipsnį m galima pasirinkti interpoliacijos keliu tabelės VI vidurinėje eilutėje:

$m =$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$v'_{max} : v'_{mH} =$	1,243	1,175	1,136	1,112	1,095	1,082	1,072	1,065	1,058

Tam pačiam tikslui paruošta nomograma (fig. 22); jos žemutinė skalė duoda laipsnį m sulig santykiu $v'_{0,5H} : v'_{mH}$.

Santykis greičių $v'_{0,2H}$ ir $v'_{0,8H}$ su didžiausiu greičiu, sulig (52):

$$\frac{v'_{0,2H}}{v'_{0,5H}} = \frac{v'_{0,8H}}{v'_{0,5H}} = \frac{\sqrt[m]{0,8} + \sqrt[m]{0,2} - 1}{2^{\frac{m-1}{m}} - 1} \quad \ldots \quad (60)$$

Laipsnį m galima pasirinkti tabelėje VII interpoliacija:

$m =$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{v'_{0,2H}}{v'_{0,5H}} = \frac{v'_{0,8H}}{v'_{0,5H}} =$	0,825	0,873	0,901	0,919	0,932	0,941	0,948	0,953	0,958

Tam tinka nomogramos (fig. 22) viršutinė skalė.

Vidutinio greičio gilumas, sulig (53), surištas vien su parabolės laipsniu. Todėl galima būtų rasti m pagal $h_v : H$ tabelėje IV:

$m =$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$h_v : H =$	0,186	0,179	0,175	0,173	0,171	0,170	0,169	0,168	0,167
	0,814	0,821	0,825	0,827	0,829	0,830	0,831	0,832	0,833

Daug sunkiau nustatyti laipsnius m ir k nesimetriškam greičių grafikui.

Šantykiai greičių $v'_{0,2H}$ ir $v'_{0,8H}$ su vidutiniu vertikalėje greičiu sulig (47):

$$\frac{v'_{0,2H}}{v'_{mH}} = \frac{(m+1)(k+1)}{mk-1}\left(\sqrt[m]{0,8} + \sqrt[k]{0,2} - 1\right) \quad \ldots \quad (61)$$

$$\frac{v'_{0,8H}}{v'_{mH}} = \frac{(m+1)(k+1)}{mk-1}\left(\sqrt[m]{0,2} + \sqrt[k]{0,8} - 1\right) \quad \ldots \quad (62)$$

Šios formulės viena kitai simetriškos; todėl išskaičiuota įvairioms m ir k vertėms viena tabelė IX, tinkama tiek (61), tiek (62) lygtims, keičiant argumentus.

Tabelė IX.

Santykiai $\frac{v'_{0,2H}}{v'_{mH}}$ ir $\frac{v'_{0,8H}}{v'_{mH}}$ sulig lygtimis (61) ir (62).

$0,2H$ m \ $k =$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	m
2	1,025	1,150	1,207	1,238	1,258	1,272	1,282	1,289	1,295	2
3	0,901	1,026	1,085	1,120	1,141	1,157	1,168	1,176	1,183	3
4	0,842	0,965	1,024	1,059	1,082	1,097	1,108	1,117	1,124	4
5	0,807	0,928	0,987	1,022	1,044	1,060	1,071	1,081	1,088	5
6	0,784	0,903	0,962	0,997	1,019	1,035	1,047	1,056	1,063	6
7	0,768	0,885	0,944	0,979	1,002	1,018	1,029	1,039	1,046	7
8	0,755	0,872	0,931	0,966	0,988	1,004	1,016	1,025	1,032	8
9	0,746	0,862	0,920	0;955	0,978	0,994	1,006	1,015	1,022	9
10	0,738	0,854	0,912	0,946	0,969	0,985	0,997	1,006	1,013	10
k										k
$0,8H$ $m =$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	

Iš tabelės galima tiesiog tuos laipsnius (fig. 23), kurioje galima iš karto atskaityti abudu laipsniu sulig greičių santykiais.

* * *

Santykiai greičių $v'_{0,2H}$ ir $v'_{0,8H}$ su greičiu vidury vertikalės $v'_{0,5H}$ sulig (45):

$$\frac{v'_{0,2H}}{v'_{0,5H}} = \frac{\sqrt[m]{0,8}+\sqrt[k]{0,2}-1}{\sqrt[m]{0,5}+\sqrt[k]{0,5}-1}, \quad (63)$$

$$\frac{v'_{0,8H}}{v'_{0,5H}} = \frac{\sqrt[m]{0,2}+\sqrt[k]{0,8}-1}{\sqrt[m]{0,5}+\sqrt[k]{0,5}-1}. \quad (64)$$

parinkti įvairias laipsnių m ir k kombinacijas, bet sunku surasti. Tam tikslui paruošta nomograma

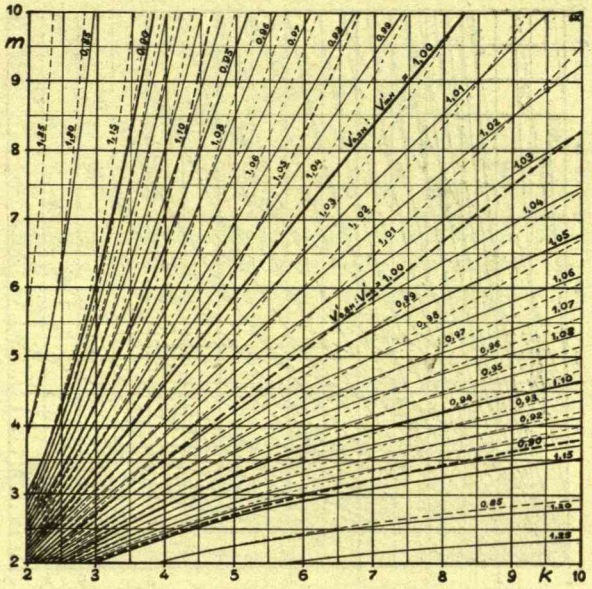


Fig. 23.
Nomograma nesimetriško grafiko laipsniams sulig santykiais $\frac{v'_{0,2H}}{v'_{mH}}$ ir $\frac{v'_{0,8H}}{v'_{mH}}$ rasti.

Įvairioms laipsnių m ir k vertėms išskaičiuota tabelė X, tinkama tiek (63), tiek (64) lygtims, keičiant argumentus.

Tabelė X.

Santykiai $\frac{v'_{0,2H}}{v'_{0,5H}}$ ir $\frac{v'_{0,8H}}{v'_{0,5H}}$ sulig lygtimis (63) ir (64).

0,2H	$k=2$	3	4	5	6	7	8	9	10	
m										m
2	0,825	0,749	0,717	0,698	0,687	0,679	0,673	0,668	0,664	2
3	0,955	0,873	0,837	0,816	0,801	0,792	0,784	0,779	0,774	3
4	1,027	0,941	0,901	0,879	0,864	0,853	0,846	0,840	0,837	4
5	1,070	0,984	0,942	0,919	0,904	0,892	0,885	0,879	0,875	5
6	1,100	1,012	0,970	0,947	0,932	0,920	0,913	0,906	0,901	6
7	1,123	1,034	0,991	0,967	0,950	0,941	0,933	0,925	0,921	7
8	1,141	1,050	1,008	0,983	0,968	0,956	0,948	0,941	0,936	8
9	1,155	1,061	1,020	0,995	0,979	0,967	0,959	0,953	0,948	9
10	1.166	1,071	1,030	1,005	0,988	0,977	0,968	0,962	0,958	10
k										k
0,8H	$m=2$	3	4	5	6	7	8	9	10	

Skaičiavimams palengvinti padaryta dar viena nomograma (fig. 24), ji duoda kartu abudu laipsniu m ir k sulig greičių santykiais, jų susikirtime.

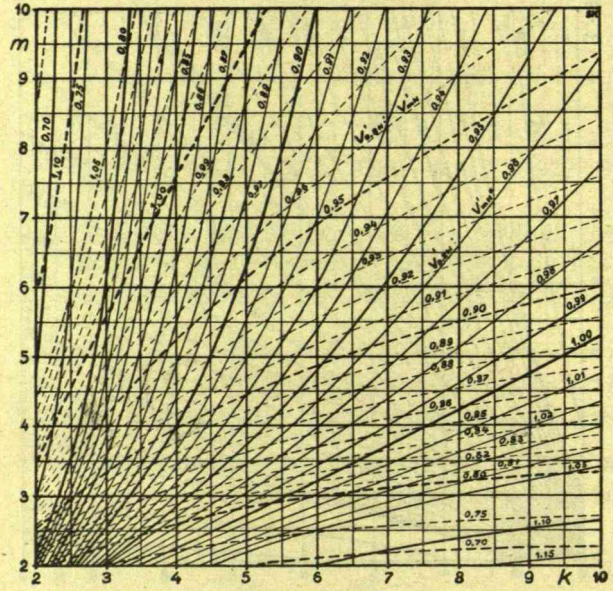


Fig. 24.
Nomograma nesimetriško grafiko laipsniams sulig santykiais $\frac{v'_{0,2H}}{v'_{0,5H}}$ ir $\frac{v'_{0,8H}}{v'_{0,5H}}$ rasti.

Be išdėstytų apytikrių metodžių galima ištirti eilę kitų, pav., sulig didžiausio greičio gilumu ir jo santykiu su vidutiniu greičiu, sulig skirtumu greičių $v_{0,2H}$ ir $v_{0,8H}$ santykyje su vidutiniu ar su didžiausiu greičiu, ir kitos. Jų kiekvienai reikia paruošti tabeles ir nomogramas. Taip pat reikėtų paruošti įvairių laipsnių kombinacijų grafikus, su kuriais lyginant bedimenzinį grafiką būtų galima parinkti tinkamiausius laipsnius. Tie uždaviniai paliekami tolimesnėms studijoms.

§ 17. Simetriško žiemos grafiko skaičiavimo pavyzdys.

Paimkime vėl vienos vertikalės žiemos matavimo rezultatus (taip pat Nemune ties Birštonu): vertikalės gilumas $H+e=3{,}05$ m; ledo storumas $e=0{,}45$ m; todėl veikiąs vertikalės gilumas $H=2{,}60$ m. Greičiai matuoti 5 taškuose:

Padėtis	Taškas	Taško gilumas nuo vandens paviršiaus $h+e$ m	Taško atstumas nuo ledo apačios h m	Taško aukštis nuo dugno $H-h$ m	Vandens greitis v' m/sek.
1	prie dugno	2,98	2,53	0,07	0,522
2	$0{,}8H$	2,53	2,08	0,52	0,808
3	$0{,}5H$	1,75	1,30	1,30	0,908
4	$0{,}2H$	0,97	0,52	2,08	0,812
5	prie ledo apačios	0,55	0,10	2,50	0,598

Fig. 25 išbrėžtas beveik simetriškas greičių grafikas (punktyrinė linija). Planimetruojant rastas jo plotas $\omega=2{,}080$ m²/sek.

Vidutinis vertikalėje greitis

$$v'_{mH} = \frac{\omega}{H} = \frac{2{,}080}{2{,}60} = 0{,}800 \text{ m/sek}.$$

* * *

Pabandykime rasti laipsnį m lygtims (48) apytikriais būdais.

Santykis maksimalinio greičio su vidutiniu:

$$\frac{v'_{0,5H}}{v'_{mH}} = \frac{0{,}908}{0{,}800} = 1{,}134;$$

tabelėje VI randamas tam santykiui atitinkamas $m = 4{,}0$; simetriškam žiemos grafikui paruoštoje nomogramoje (fig. 22), žemutinėje jos skalėje, atskaitoma $m = 4{,}04$.

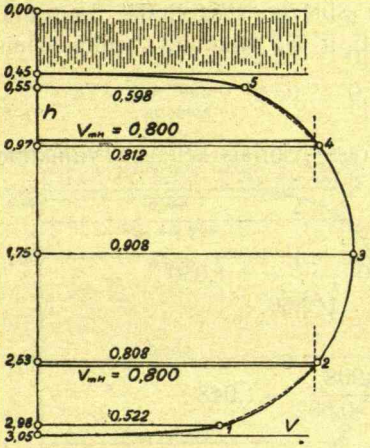


Fig. 25.

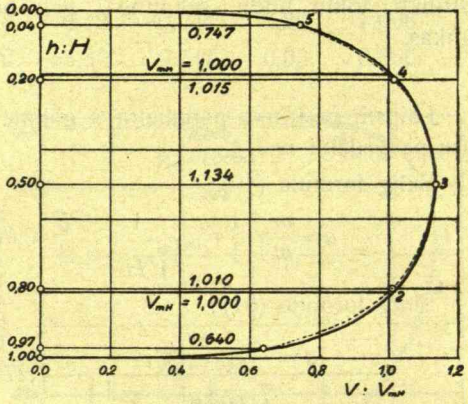


Fig. 26.

Santykis greičių $v'_{0,2H}$ ir $v'_{0,8H}$ su maksimaliniu greičiu duoda, naudojantis tabele VII arba nomogramos (fig. 22) viršutine skale:

$$\frac{v'_{0,2H}}{v'_{0,5H}} = \frac{0{,}808}{0{,}908} = 0{,}890; \quad m = 3{,}56;$$

$$\frac{v'_{0,8H}}{v'_{0,5H}} = \frac{0{,}812}{0{,}908} = 0{,}895; \quad m = 3{,}76;$$

Vidutinio greičio gilumas, iš grafiko (fig. 25): $h_v = 0{,}48$ ir 2,11 (nuo ledo apačios); $h_v : H = 0{,}185$ ir, atitinkamai, 0,811; iš tabelės IV matyti, kad toks santykis būna prie laipsnio mažesnio 2; taigi, vidutinio greičio gilumas duoda ir čia blogą rezultatą.

Pabandykime *bedimenzinį* grafiką: redukuokime gilumus veikiančiam vertikalės gilumui $H = 2{,}60$ ir greičius — vidutiniam vertikalėje greičiui $v'_{mH} = 0{,}800$:

Taškas	h	$\frac{h}{H}$	v'	$\frac{v'}{v'_{mH}}$
1	2,98	0,97	0,522	0,640
2	2,53	0,80	0,808	1,010
3	1,75	0,50	0,908	1,134
4	0,97	0,20	0,812	1,015
5	0,55	0,04	0,598	0,747

Bedimenzinis grafikas duotas fig. 26 (punktyrinė linija). Lyginant jį su fig. 20 parabolėmis, matyti, kad geriausiai jam tinka 4-jo laipsnio kreivė; fig. 26 simetrinė ketvirtojo laipsnio parabolė išbrėžta ištisa linija. Laipsniui pasirinkti, tokiu būdu, sėkmingai gali būti ir čia taikomas bedimenzinis grafikas.

* * *

Laipsnį pasirinkę parametrą a galime rasti įvairiais keliais. Priimkime mūsų pavyzdžiui $m = 4$.

Sulig formule (49):

$$a = \frac{m+1}{m-1} v'_{mH} \frac{1}{\sqrt[m]{H}} = \frac{5}{3} \cdot 0{,}800 \cdot \frac{1}{\sqrt[4]{2{,}60}} = 1{,}050.$$

Sulig formule (51):

$$a = \frac{v'_{max}}{\sqrt[m]{H}\left(\frac{2}{\sqrt[m]{2}} - 1\right)} = \frac{0{,}908}{1{,}270 \cdot 0{,}682} = 1{,}048.$$

Į visus matavimo rezultatus atsižvelgti čia tinka logaritminis kelias. Lygtis (48), kuriose žinomi H ir m, logaritmuojant, gaunama:

$$\lg v' = \lg a + \lg\left(\sqrt[m]{H-h} - \sqrt[m]{H} + \sqrt[m]{h}\right),$$

arba, trumpai: $$\lg v' = \lg a + \lg x;$$

matavimo rezultatai atidedami sulig koordinatomis v' ir x; pro juos tiesiama tinkamiausia tiesioji linija su kampiniu parametru = 1 (45° kampu) ir lengvai randama a. Šiuo keliu čia gauta*) taip pat $a = 1{,}050$.

Greičių grafiko lygtis priimame:

$$v' = 1{,}050\left(\sqrt[4]{2{,}60-h} + \sqrt[4]{h} - 1{,}270\right).$$

Šioms lygtims atsako išbrėžta fig. 25 ištisa kreivė, kuri neblogai tinka matavimo rezultatams.

*) Tabelė su skaičiavimu x ir grafikas praleisti.

§ 18. Nesimetriško žiemos grafiko skaičiavimo pavyzdys.

Daug sunkiau nustatyti nesimetriško grafiko laipsnius m ir k. Paimkime matavimo rezultatus su aiškiai išreikšta nesimetrija. Vertikalės gilumas $H+e=4{,}30$ m; ledo storumas $e=0{,}40$ m; veikiąs vertikalės gilumas $H=3{,}90$ m. Greičių grafiko plotas (fig. 27) $\omega=3{,}390$ m²/sek; vidutinis vertikalėje greitis:

$$v'_{mH}=\frac{3{,}390}{3{,}90}=0{,}869 \text{ m/sek}.$$

Taškas	Padėtis	$h+e$ m	h m	$H-h$ m	v' m/sek	$\frac{h}{H}$	$\frac{v'}{v'_{mH}}$
1	prie dugno	4,23	3,83	0,07	0,456	0,98	0,525
2	$0{,}8H$	3,52	3,12	0,78	0,820	0,80	0,944
3	$0{,}5H$	2,35	1,95	1,95	0,962	0,50	1,108
4	$0{,}2H$	1,18	0,78	3,12	0,954	0,20	1,098
5	prie ledo apačios	0,50	0,10	3,80	0,747	0,03	0,860

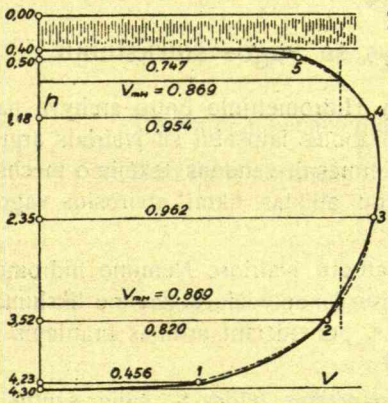


Fig. 27.

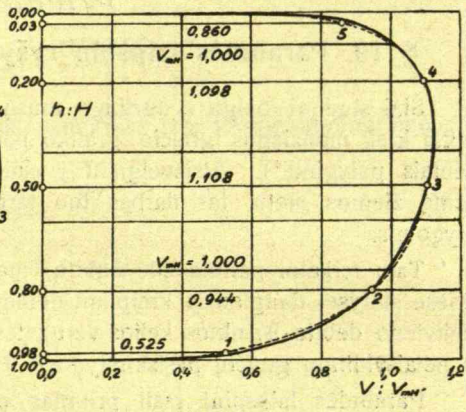


Fig. 28.

Greičių grafikas atvaizduotas fig. 27 ir 28 (bedimenzinis).

Naudojantis nomograma fig. 23, sulig

$$v'_{0,2H}:v'_{mH}=0{,}944 \text{ ir } v'_{0.8H}:v'_{mH}=1{,}098,$$

randame: $m=3{,}8$; $k=6{,}8$.

Nomogramoje fig. 24, sulig

$$\frac{v'_{0,2H}}{v'_{0\,5H}}=\frac{0{,}820}{0{,}962}=0{,}853$$

$$\text{ir } \frac{v'_{0,8H}}{v'_{0,5H}}=\frac{0{,}954}{0{,}962}=0{,}992$$

randame: $m=4{,}0$; $k=7{,}1$.

Pasirinkę laipsnius $m=4$ ir $k=7$, turėsime bedimenzinio grafiko lygtis, sulig (47):

$$\frac{v'}{v'_{mH}} = 1{,}480\left(\sqrt[4]{1-\frac{h}{H}}+\sqrt[7]{\frac{h}{H}}-1\right).$$

Grafiko parametrą a rasti galime, pav., sulig (46) formule:

$$a=\frac{v'_{mH}}{\sqrt[m]{H}\left(\frac{m}{m+1}-\frac{1}{k+1}\right)}=\frac{0{,}869}{1{,}405\cdot 0{,}675}=0{,}916.$$

Greičių grafiko lygtys gaunamos vienoje šių formų:

$$v'=1{,}288\left(\sqrt[4]{1-\frac{h}{3{,}90}}+\sqrt[7]{\frac{h}{3{,}90}}-1\right)=0{,}916\left(\sqrt[4]{3{,}90-h}+1{,}156\sqrt[7]{h}-1{,}405\right)=$$

$$=0{,}916\sqrt[4]{3{,}90-h}+1{,}060\sqrt[7]{h}-1{,}288.$$

Priedas.

§ 19. Parabolės laipsnio ryšys su vagos šiurkštumu.

Šiai studijai baigti iš turtingo mūsų Hidrometrinio biuro archyvo parinkta kiek medžiagos greičio grafiko parabolės laipsniui su įvairiais argumentais palyginti*). Atsižvelgiant į sudėtinesnį vandens tekėjimo mechanizmą žiemos metu, tas darbas tuo tarpu atliktas tiktai atvirosios vagos sąlygomis.

Tam reikalui paimta eilė debitų, matuotų įvairiose Nemuno hidrometrinėse stotyse, daugiausia kreipiant dėmesio į nuolydžio matavimo tikslumą. Kiekvieno debito išrinktos kelios vertikalės, praleidžiant artimas krantams ir su netaisyklingu greičių pasiskirstymu.

Parabolės laipsniui rasti priimtas paprastas būdas — sulig santykiu greičių $v_{0,2H}$ ir $v_{0,8H}$, naudojantis formule (27) ir nomogramos (fig. 8) žemutine skale; palyginant su kitais, šis būdas duoda neblogų rezultatų. Greičių santykis buvo paimtas vidutinis visoms vertikalėms; sulig juo rastas apytikriai vidutinis visam debitui parabolės laipsnis. Skaičiuoti skyrium kiekvienai vertikalei nebuvo tikslo todėl, kad šiurkštumo koeficientas gaunamas iš karto visam debitui, o tikrenybėje įvairios vertikalės turi nevienodą dugno šiurkštumą. Suprantama, kad taip gauti rezultatai negali pretenduoti į didelį tikslumą.

Matavimų medžiaga sutraukta tabelėje XI. Kartu su laipsnio skaičiavimo rezultatais ten duotos visos svarbesnės išvados, tame skaičiuje įvairioms formulėms šiurkštumo koeficientai.

*) Šią medžiagą rinkti ir tvarkyti padėjo mano bendradarbis technikas R. Baublys.

Tabelės pažymėjimų reikšmės:

Eil. Nr. — rezultatų eilinis numeris (plg. fig. 29),
Upė ir vieta — hidrometrinė stotis,
Matavimo data,
Deb. Nr. — debito matavimo eilinis numeris,
Q — vandens debitas, m^3/sek.,
F — skersinio profilio plotas, m^2,
$V = Q : F$ — vidutinis profilyje greitis, m/sek.,
B — skersinio profilio platumas, m,
$R = F : B$ — hidraulinis radiusas, tikriau, vidutinis profilio gilumas, m,
i — išilginis nuolydis,
c — Chézy formulės $V = c\sqrt{Ri}$ koeficientas:

$$c = \frac{V}{\sqrt{Ri}} .$$

n — Ganguillet & Kutter'io formulės

$$c = \frac{23 + \frac{0{,}00155}{i} + \frac{1}{n}}{1 + \left(23 + \frac{0{,}00155}{i}\right)\frac{n}{\sqrt{R}}}$$

šiurkštumo koeficientas, randamas tam tikroje nomogramoje,

γ — Bazin'o formulės

$$c = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}}$$

šiurkštumo koeficientas:

$$\gamma = \sqrt{R}\left(\frac{87}{c} - 1\right) .$$

k — Forchheimer'io formulės $V = kR^{0,7} i^{0,5}$ koeficientas:

$$k = \frac{V}{R^{0,7} i^{0,5}} .$$

Vert. Nr. — išrinktų vertikalių numeriai,
H — vertikalės gilumas, m,
v_{mH} — vidutinis vertikalėje greitis, m/sek.,
$v_{0,2H}$ ir $v_{0,8H}$ — greitis $0{,}2H$ ir $0{,}8H$ gilume,
Santykis — $v_{02,H} : v_{0,8H}$ kiekvienai vertikalei,
Vid. sant. — vidutinis visam debitui santykis, sulig kuriuo randamas paskutinis rezultatas:
m — greičių grafiko parabolės laipsnis.

Tabelė XI.

Parabolės laipsnio ryšys su vagos šiurkštumu.

Eil. Nr.	Upė ir vieta	Matav. data	Deb. Nr.	Q	F	V	B	R	i	c	n	γ	k	Vert. Nr.	H	v_{mH}	$v_{0,2H}$	$v_{0,8H}$	Santykis	Vid. sant.	m
1	Nemunas Alytus	1927 VIII.9	11	162,5	192,8	0,844	94	2,06	0,000 367	30,7	**0,0386**	2,64	26,6	1	1,95	0,665	0,770	0,564	1,364	1,528	**3,3**
														2	3,95	1,080	1,296	0,836	1,550		
														3	3,30	1,302	1,437	1,152	1,246		
														4	2,90	0,904	1,193	0,611	1,952		
2	„	1928 V.31	16	391,2	341,0	1,145	125	2,73	0,000 385	35,4	**0,0350**	2,42	28,9	3	1,95	1,025	1,148	0,905	1,269	1,426	**3,9**
														4	5,00	1,176	1,390	0,956	1,454		
														5	4,40	1,342	1,592	1,160	1,372		
														6	2,15	0,980	1,205	0,750	1,607		
3	„	1928 VII.16	17	185,0	209,4	0,887	103	2,03	0,000 423	30,5	**0,0386**	2,65	26,3	2	3,95	0,915	1,129	0,771	1,463	1,550	**3,2**
														3	3,60	1,165	1,320	1,011	1,305		
														4	3,00	0,920	1,168	0,710	1,642		
														5	1,10	0,434	0,594	0,332	1,789		
4	„	1928 X.25	18	250,1	261,0	0,957	117	2,23	0,000 454	30,0	**0,0400**	2,87	25,6	1	1,00	0,634	0,706	0,540	1,309	1,485	**3,6**
														2	4,40	0,939	1,160	0,759	1,529		
														3	4,20	1,295	1,380	1,165	1,183		
														4	2,80	0,806	1,070	0,558	1,918		
7	Nemunas Gastilonys	1928 VII.6	4	237,3	304,0	0,779	191	1,59	0,000 244	39,6	**0,0280**	1,51	36,1	1	1,55	0,769	0,872	0,675	1,301	1,315	**5,1**
														2	2,10	0,790	0,922	0,680	1,357		
														3	1,50	0,831	0,925	0,665	1,390		
														4	1,90	0,857	1,005	0,714	1,407		
														5	2,10	0,848	0,961	0,744	1,291		
														6	1,80	0,695	0,754	0,659	1,145		
6	Nemunas Nemunaitis	1928 VII.17	3	184,9	244,5	0,757	147	1,66	0,000 234	38,5	**0,0290**	1,62	34,8	1	2,05	0,688	0,733	0,622	1,179	1,325	**4,9**
														2	1,60	0,738	0,823	0,653	1,260		
														3	1,80	0,772	0,905	0,679	1,334		
														4	2,05	0,875	0,990	0,775	1,277		
														5	2,35	0,889	1,003	0,725	1,383		
														6	1,25	0,867	1,015	0,800	1,269		
														7	1,90	0,512	0,602	0,383	1,572		

8	Nemunas Nemaniūnai	1926 VI.26	13	211,6	281,2	0,752	136	2,06	0,000 231	34,5	**0,0342**	2,19	29,8	1	2,70	0,745	0,848	0,708	1,199	1,391	**4,2**
														2	2,70	0,903	1,043	0,819	1,275		
														3	2,85	0,858	0,987	0,754	1,310		
														4	3,20	0,828	0,952	0,744	1,280		
														5	1,60	0,578	0,785	0,420	1,870		
														6	1,90	0,620	0,738	0,523	1,410		
9	„	1927 VIII.8	21	176,2	224,8	0,785	128	1,76	0,000 234	38,6	**0,0292**	1,67	34,6	1	2,45	0,904	1,005	0,810	1,240	1,408	**4,1**
														2	2,20	0,935	1,083	0,765	1,416		
														3	2,20	0,962	1,123	0,831	1,351		
														4	2,60	1,040	1,183	0,941	1,259		
														5	1,30	0,690	0.831	0,527	1,578		
														6	1,65	0,642	0,774	0,483	1,601		
10	„	1928 IV.5	30	889,1	678,7	1,310	160	4 24	0,000 287	37,6	**0,0361**	2,74	28,1	2	4,80	1,353	1,579	1,157	1,363	1,356	**4,6**
														3	5,10	1,380	1,692	1,213	1,395		
														4	6,00	1,263	1,567	1.069	1,469		
														5	5,70	1,480	1,678	1,287	1,302		
														6	4,40	1,403	1,566	1,253	1,250		
11	„	1928 IV.27	36	572,0	518,5	1,103	152	3,43	0,000 257	37,2	**0,0350**	2,49	29,0	2	2,40	1,054	1,230	0,982	1,251	1,377	**4,3**
														3	4,00	1,133	1,290	0,990	1,302		
														4	4,70	1,217	1,420	1,050	1,352		
														5	5,20	1,157	1,390	0,908	1,530		
														6	3,50	0,992	1,190	0,820	1,450		
12	„	1928 VII.15	38	193,4	250,9	0,771	133	1,88	0,000 209	38,8	**0,0296**	1,70	34,4	1	2.60	0,825	0,940	0,700	1,342	1,374	**4,4**
														2	2,35	0,864	0,990	0,711	1,392		
														3	2,50	0,884	1,033	0,819	1,261		
														4	2,90	0,809	0,940	0,753	1,248		
														5	1,50	0,615	0,767	0,471	1,629		
														7	0,90	0,280	0,326	0,235	1,374		
13	„	1928 X.2	39	185,8	224,1	0,828	132	1,70	0,000 376	32,7	**0,0346**	2,18	29,4	1	2,70	0,820	0,945	0,750	1,260	1,430	**3,9**
														3	1,90	0,871	1,039	0,745	1,393		
														4	2,30	0,994	1,095	0,920	1,190		
														5	1,40	0,764	0,948	0,568	1,670		
														6	1,70	0,765	0,925	0,565	1,638		
14	„	1928 X.21	40	218,2	266,8	0,816	137	1,95	0,000 307	33,4	**0,0348**	2,25	29,2	2	2,90	0,814	0,924	0,692	1,334	1,320	**5,0**
														3	2,20	0,863	1,014	0,792	1,280		
														4	2,25	1,010	1,125	0,879	1,280		
														6	1,85	0,597	0,735	0,530	1,386		

Eil. Nr.	Upė ir vieta	Matav. data	Deb. Nr.	Q	F	V	B	R	i	c	n	γ	k	Vert. Nr.	H	v_{mH}	$v_{0,2H}$	$v_{0,8H}$	Santykis	Vid. sant.	m
15	Nemunas Birštonas	1926 VI.27	10	213,6	227,0	0,940	111	2,05	0,000 239	42,5	**0,0273**	1,50	36,8	1	1,95	0,714	0,760	0,655	1,160	1,283	**5,6**
														2	2,70	0,911	1,087	0,767	1,417		
														3	3,75	1,126	1,285	1,021	1,258		
														4	2,25	1,231	1,402	1,082	1,297		
														5	1,30	0,684	0,799	0,622	1,282		
16	„	1927 V.28	15	388,8	353,0	1,102	148	2,38	0,000 420	34,9	**0,0346**	2,30	29,3	2	3,40	1,237	1,340	1,150	1,166	1,317	**5,0**
														3	5,25	1,385	1,550	1,120	1,384		
														4	3,15	1,345	1,567	1,155	1,358		
														5	1,80	1,027	1,188	1,873	1,360		
17	„	1927 VII.5	16	332,5	295,0	1,129	142	2,08	0,000 377	40,3	**0,0288**	1,67	34,8	2	3,50	1,218	1,325	1,058	1,253	1,304	**5,2**
														3	4,80	1,432	1,495	1,246	1,200		
														4	3,00	1,450	1,677	1,170	1,432		
														5	1,70	0,983	1,118	0,838	1,332		
18	„	1927 VII.11	17	272,3	268,8	1,013	140	1,92	0.000 406	36,2	**0,0319**	1,94	31,9	2	3,10	1,365	1,620	1,113	1,455	1,327	**4.9**
														3	4,50	1,223	1,334	1.104	1,207		
														4	3,40	1,127	1,308	0,993	1,318		
19	„	1927 VIII.12	18	160,7	182,8	0,880	93	1,96	0,000 212	43,0	**0,0268**	1,44	37,7	1	2,00	0,725	0,810	0,722	1,121	1,302	**5,3**
														2	2,60	0,975	1,151	0,828	1,390		
														3	3,50	1,102	1,257	0,913	1,376		
														4	2,45	1,268	1,473	1,118	1,320		
20	„	1927 IX.29	19	266,4	232,0	1,150	114	2,03	0,000 358	42,7	**0,0270**	1,50	37,0	2	2,85	1,221	1,360	1,090	1,249	1,276	**5,7**
														3	3,80	1,515	1,700	1,428	1,191		
														4	2,30	1,483	1,730	1,304	1,328		
														5	0,90	0,865	0,990	0,740	1,338		
21	„	1927 XI.9	20	335,2	293,6	1,142	142	2,06	0,000 420	38,8	**0,0298**	1,80	33,6	1	0,95	0,975	1,060	0,870	1,219	1,340	**4,7**
														3	3,70	1,089	1,327	0,906	1,463		
														4	4,30	1,230	1,441	1,114	1,294		
														5	2,80	1,370	1,588	1,147	1,383		
22	„	1928 IV.26	24	610,0	489,0	1,250	151	3,24	0,000 392	35,0	**0,0368**	2,67	27,8	2	1,50	0,824	1,024	0,679	1,510	1,360	**4,5**
														3	3,85	1,253	1,389	1,111	1,249		
														4	5,90	1,422	1,584	1,229	1,290		
														5	3,80	1,430	1,678	1,238	1,356		
														6	2,80	1,285	1,500	1,080	1,390		

23	Nemunas Birštonas	1928 VI.3	25	439,3	386,6	1,138	150	2,58	0,000 362	37,2	**0,0329**	2,15	30,8	3	4,00	1,000	1,174	0,875	1,341	1,276	**5,7**
														4	5,00	1,326	1,388	1,227	1,130		
														5	3,30	1,298	1,507	1,073	1,402		
														6	1,80	1,071	1,240	1,007	1,231		
24	„	1928 VII.7	26	207,5	234,4	0,887	110	2,13	0,000 281	36,3	**0,0327**	2,04	24,4	1	2,05	0,530	0,565	0,517	1,092	1,337	**4,8**
														2	2,95	0,833	1,005	0,704	1,430		
														3	3,95	1,023	1,208	0,847	1,426		
														4	3,40	1.097	1,322	0,905	1,461		
														5	2,20	1,036	1,210	0,914	1,323		
														6	0,95	0,562	0,642	0,498	1,290		
25	„	1928 X.30	27	248,0	220,0	0,886	112	1,96	0,000 457	29,6	**0,0394**	2,71	25,9	2	1,00	0,942	1,050	0 842	1,246	1,348	**4,6**
														4	3,70	1,272	1,463	1,120	1,306		
														5	2,15	1,168	1,405	0,940	1,493		
5	Nemunas Merkinė	1927 X.2	6	229,2	278,0	0,823	132	2,10	0,000 146	47,0	**0,0247**	1,24	40,5	2	1,65	0,730	0,850	0,640	1,330	1,301	**5,3**
														4	2,50	1,075	1,248	0,932	1,338		
														5	3,10	1,055	1,155	0,924	1,250		
														6	2,75	0,735	0,819	0,637	1,285		
26	Nemunas Panemunė	1927 V.3	17	402,0	448,5	0,896	201	2,24	0,000 184	45,3	**0,0260**	1,38	37,6	1	1,45	0,722	0,810	0,651	1,243	1,297	**5,3**
														1a	2,00	0,802	0,906	0,672	1,350		
														2	2,05	0,844	0,962	0,711	1,353		
														3a	2,65	0,982	1,023	0,917	1,117		
														3	2,90	0,845	1,014	0,719	1,410		
														4	3,25	1,060	1,237	0,893	1,385		
														4a	3,40	1,125	1,230	1,020	1,205		
														5	2,80	1,079	1,195	1,002	1,195		
														5a	2,65	1,029	1,154	0,885	1,303		
														6	1,60	0,843	0,875	0,693	1,261		
														6a	1,45	0,740	0,875	0,605	1,446		
27	„	1927 IX.13	20	173,9	244,5	0,712	190	1,28	0,000 226	41,8	**0,0250**	1,22	39,8	1	1,45	0,684	0,786	0,608	1,293	1,248	**6,3**
														2	2,05	0,750	0,867	0,671	1,291		
														3	2,35	0,775	0,846	0,734	1,152		
														4	1,45	0,755	0,822	0,703	1,170		
														5	0,80	0,643	0,700	0,567	1,235		
														6	0,60	0,560	0,624	0,464	1,345		
28	„	1923 V.25	23	326,6	380,0	0,860	199	1,91	0,000 224	41,5	**0,0278**	1,53	36,5	1	1,20	0,725	0,810	0,636	1,274	1,290	5,4
														2	1,25	0,750	0,830	0,682	1,218		
														3	2,20	0,801	0,921	0,752	1,224		
														4	2,70	0,957	1,115	0,832	1,340		
														5	2,30	0,992	1,155	0,828	1,395		

Eil. Nr.	Upė ir vieta	Matav. data	Deb. Nr.	Q	F	V	B	R	i	c	n	γ	k	Vert. Nr.	H	v_{mH}	$v_{0,2H}$	$v_{0.8H}$	Santykis	Vid. sant.	m
29	Nemunas Vilkija	1926 VIII.13	4	304,0	605,2	0,502	258	2,35	0,000 050	46,8	**0,0274**	1,35	39,1	1	1,70	0,316	0,357	0,233	1,531	1,334	**4,8**
														2	2,10	0,468	0,524	0,399	1,312		
														3	2,60	0,498	0,534	0,401	1,330		
														4	2,80	0,576	0,608	0,517	1,175		
														5	3,20	0,640	0,716	0,579	1,238		
														6	2,60	0,472	0,569	0.400	1,421		
30	„	1928 VI.11	16	1815,2	1664,0	1,090	373	4,46	0,000 038	83,8	**0,0164**	0,08	61,9	3	5,00	1,120	1,215	1,022	1,188	1,177	**8,5**
														4	5,80	1,660	1,758	1,526	1,151		
														5	6,75	1,425	1,632	1,382	1,180		
														6	5,40	1,321	1,435	1,207	1,190		
31	„	1928 IV.19	18	1243,2	1269,2	0,982	320	3,97	0,000 082	54,5	**0,0245**	1,19	41,3	1	4,00	0,822	0,950	0,755	1,259	1,247	**6,3**
														2	4,60	0,965	1,070	0,846	1,264		
														3	4,90	1,128	1,220	1,084	1,124		
														4	6,50	1,170	1,309	1,006	1,180		
														6	3,15	0,827	0,957	0,711	1,346		
32	„	1928 V 23	20	536,8	796,0	0,673	226	2,99	0,000 069	47,3	**0,0276**	1,45	37,6	1	2,80	0,605	0,695	0,516	1,348	1,317	**5,0**
														2	3,40	0,672	0,786	0,605	1,300		
														3	3,80	0,750	0,873	0,665	1,312		
														4	4,10	0,802	0,923	0,718	1,287		
														5	4,30	0,790	0,912	0,682	1,338		
33	„	1928 VI.23	22	696,0	864,0	0,804	280	3,08	0,000 069	55,1	**0,0234**	1,03	44,0	1	2,85	0,540	0,572	0,474	1,209	1,243	**6,4**
														2	3,55	0,822	0,931	0,759	1,229		
														3	4,10	0,891	1,051	0,828	1,270		
														4	4,60	0,900	1,028	0,833	1,233		
														5	1,90	0,556	0,617	0,484	1,276		
34	„	1928 VII.30	23	305,7	608,0	0,504	250	2,43	0,000 058	42,5	**0,0300**	1,63	35,5	1	1,75	0,252	0,275	0,243	1,131	1,263	**5,9**
														2	2,20	0,460	0,500	0,455	1,099		
														3	2,42	0,513	0,582	0,454	1,282		
														4	2,70	0,555	0,602	0,516	1,167		
														5	3,30	0,601	0,666	0,515	1,293		
														6	3,55	0,585	0,674	0,473	1,426		
														7	2,10	0,452	0,527	0,366	1,440		

Gautus parabolės laipsnius buvo bandyta gretinti su įvairiausiais argumentais; nežiūrint mažo medžiagos tikslumo, pastebėtas aiškus parabolės laipsnio ryšys su vagos savybėmis, išreiškiamomis šiurkštumo koeficientais. Pavyzdžiui, fig. 29 vaizduoja parabolės laipsnio m santykį su Ganguillet & Kutter'io formulės šiurkštumo koeficientu n; toji formulė plačiausiai taikoma praktikoje.

Tiesioginiam dydžių m ir n proporcingumui patikrinti išskaičiuotas jų *koreliacijos koeficientas*

$$r = \frac{\Sigma(m-m_0)(n-n_0)}{\sqrt{\Sigma(m-m_0)^2(n-n_0)^2}},$$

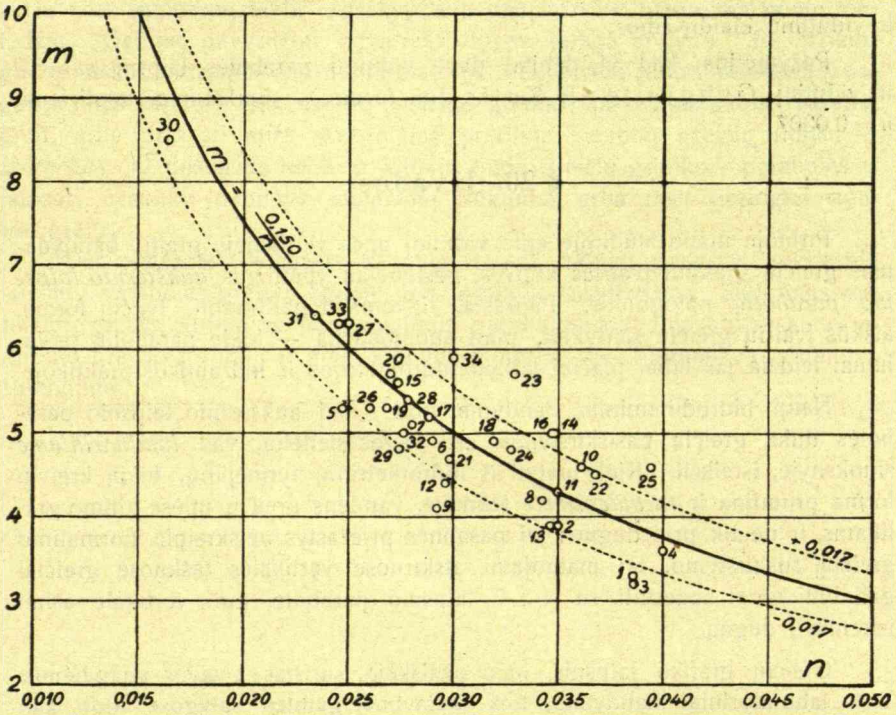


Fig. 29. Ryšys parabolės laipsnio su Ganguillet & Kutter'io formulės šiurkštumo koeficientu

kur vidutinės reikšmės: $m_0 = 5{,}0$; $n_0 = 0{,}0307$;

mūsų skaitmenims: $r = -0{,}084$.

Mažas koreliacijos koeficientas rodo, kad tiesioginio ryšio tarp sugretintų dydžių lyg ir nėra. Visai kitokie rezultatai gaunami, skaičiuojant (kreivosios linijos ryšiui) vad. *koreliacinius santykius*:

$$\eta_{|m} = 0{,}850 \pm 0{,}048,$$

$$\eta_{|n} = 0{,}837 \pm 0{,}052.$$

Aukšti rezultatai liudija, kad tarp parabolės laipsnio ir šiurkštumo esama tamprių ryšių.

Sprendžiant iš taškų susiskirstymo formos, priimkime hiperbolinį santykį tarp m ir n pagal formulę

$$m = \frac{A}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (65)$$

Vidutinis iš visų $A = mn$ rastas iš 34 rezultatų $A = 0{,}150$ su vidutine kvadratine klaida $\pm 0{,}017$. Fig. 29 išbrėžta hiperbolė, atitinkama lygtims

$$m = \frac{0{,}150}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (66)$$

ir vidutinių klaidų ribos.

Pažymėtina, kad 34 debitai davė vidutinį parabolės laipsnį $m = 5{,}0$ ir vidutinį Ganguillet & Kutter'io formulės šiurkštumo koeficientą $n = 0{,}0307$.

§ 20. Išvados.

Pirmoje mano studijoje apie vidutinį upės vertikalėje greitį, bandydamas greičių grafikui įvairias kreives, pastebėjau ypatingus *aukštesnio laipsnio parabolių* patogumus. Paprasta, tinkama logaritmuoti, lygčių forma, aiškūs įvairių greičių santykiai, plati akomodacija — tokie parabolių privalumai leidžia jas labai plačiai taikyti hidrometrijos ir hidraulikos praktikoje.

Nauji hidrodinaminiai bandymai įrodė, kad aukštesnio laipsnio parabolės tinka greičių pasiskirstymui arti vagos sienelių, vad. *laminariniame* sluoksnyje, išreikšti. Kiek matyti iš hidrometrinių tyrinėjimų, tokių kreivių forma priimtina ir *turbulentinėje* tekmėje, vandens greičių upėse kitimo grafikams, ir ne tik prie dugno: jei pašalinės priežastys neiškreipia normalinio greičių suskirstymo, tai matuojami atskiruose vertikalės taškuose greičiai gali būti gerai suderinti su $4 \div 7$ laipsnio parabole, kuri vertikale ašimi įsiremia į dugną.

Greičių grafiko laipsnis, kaip paaiškėjo, surištas su vagos ypatybėmis. Tiek laboratoriniai bandymai, tiek matavimai gamtos sąlygose rodo, kad juo dugnas lygesnis, juo aukštesnis parabolės laipsnis ($6 \div 7$); šiurkščiam dugnui tinkamesnė mažesnio laipsnio parabolė ($4 \div 5$). Čia mėginta susekti to laipsnio ryšys su vad. *vagos šiurkštumo koeficientu.*

Parabolės laipsniui iš matavimo rezultatų rasti siūlomos kelios metodės; tam paruoštos tabelės ir nomogramos. Patogu naudotis vad. *bedimenziniu grafiku*, redukuojant prie vieneto gilumus ir greičius; lyginant jį su tipiškais grafikais lengva išrinkti tinkamiausias laipsnis.

Pirmą kartą čia mėginamos parabolės lygtys greičių grafikui po ledu, žiemos sąlygose, pakeisti. Tiek simetriškam, tiek nesimetriškam greičių grafikui nurodomos skaičiavimo metodės.

Siūlomos metodės iliustruojamos pavyzdžiais.

Paruoštos tipiškų kreivių koordinatų tabelės gali būti naudingos taikant aukštesnio laipsnio paraboles hidrometrijos praktikoje. Jomis remiantis galima tikrinti vartojamas hidrometrijoje empirines formules, o taip pat sudaryti kiek norint naujų.

Parinkta greičių grafikui forma labai gerai sutinka su populiaria hidrometrijoje vidutiniam sulig vertikale greičiui rasti „dviejų taškų" formule; kaip buvo anksčiau nurodyta, visos kitos formulės duoda blogesnių rezultatų. Naudojantis duotomis išvadomis galima tos formulės koriguoti.

Siūlomos čia metodės gali turėti didelės praktikai reikšmės, jei dėl kurių nors sumetimų tektų atsisakyti nuo paprastai vartojamų matavimo metodžių. Galima, pavyzdžiui, nepasiekti dugno štanga ar lynu. Be rizikingos grafiškos ekstrapoliacijos, hidrometrija šiuo atveju neturi priemonių pagal atliktus keliuose taškuose iki pasiekto gilumo matavimus surasti vidutinį greitį arba pravesti upės skersiniame profilyje vienodų greičių linijas — *izotachas*. O nustačius tokiu ar kitokiu būdu greičių grafiko – parabolės — laipsnį, nesunku papildyti matavimo trūkumus arba rasti tiesiogiai vidutinį greitį.

Dar platesnės perspektyvos nujaučiamos taikant panašias aukštesnių laipsnių paraboles greičių visame upės profilyje suskirstymui. Suderinus vertikalinį greičių kitimą su horizontaliniu galima svajoti apie universalinę vidutinio greičio formulę ir apie kitų hidrometrijos bei hidraulikos problemų sprendimą.

Nouvelles perspectives pour solure le problème d'hydrométrie,

par M. le prof. Steponas Kolupaila.

(Résumé)

Dans une des études antérieures (1925) l'auteur a marqué les qualités particulières des paraboles du degré supérieur pour remplacer du graphique des vitesses sur la verticale. La forme simple de l'équation, le rapport clair des différentes vitesses, la grande accomodation, – ces qualités des paraboles ouvrent de vastes possibilités pour les appliquer dans la pratique d'hydrométrie et d'hydraulique.

Les plus récents expériments hydrodynamiques ont démontré, que la parabole du degré supérieur convient à exprimer la distribution des vitesses près des parois du lit. Comme il suit des études hydrométriques, la même forme peut être appliquée pour exprimer le changement des vitesses sur la verticale du courant, non seulement au fond: les vitesses jaugées dans les points séparés de la verticale peuvent être accordées avec la parabole de 4 à 7 degrés environ, si seulement des causes extérieures n'influent pas sur leur distribution normale.

Le degré du graphique des vitesses dépend des qualités du lit. Comme les expériences dans les laboratoires, aussi les jaugeages dans les conditions naturelles ont montré, que plus le fond est uni, plus le degré de la parabole est haut (6÷7); à un fond plus rude correspond un degré plus bas (4÷5). Dans ce travail on a essayé d'expliquer le rapport du degré de la parabole avec le coefficient de rugosité.

L'auteur offre différentes méthodes pour définir le degré des paraboles d'aprés les résultats de jaugeages; pour ce but sont préparées des tabelles et nomogrammes. Il est commode d'employer les graphiques sans dimensions, réduisant à l'unité les profondeurs et les vitesses. En les comparant avec les graphiques typiques il est facile de choisir le degré le plus convenant.

Dans cet ouvrage pour la première fois on a tenté d'appliquer l'équation de parabole au graphique hivernal des vitesses sous la glace; y sont données quelques méthodes de calcul du graphique symétrique ainsi que d'irrégulier.

Les méthodes offertes sont illustrées par des exemples concernant le lit ouvert et découvert.

Les tabelles des coordonnées de courbes typiques peuvent être de valeur en employant les paraboles des degrés supérieurs dans la pratique hydrométrique. Grâce à elles on peut contrôler les formules empyriques usuelles d'hydrométrie, ainsi que construire à souhait de nouvelles.

Inž. K. Vasiliauskas, e. o. profesorius.

Strypinės vienukart statiškai neišsprendžiamos fermos analitinė skaičiuotė.

Įvadas.

Strypinių statiškai neišsprendžiamų fermų skaičiavimui vartojami įvairūs būdai. Vieni jų būna pagrįsti deformacijų, kiti — potencialinės energijos sąvokomis. Iš būdų, pagrįstų potencialinės energijos sąvoka, labai yra įdomus ir analitinei skaičiuotei tinkąs Mohro būdas. Pastarasis universalus ir gali būti patogiai taikomas įvairaus reizginio fermoms. Jo išaiškinimą formoje, kurią vartoju paskaitose, kiek sutrumpinęs, čia ir esu pasiryžęs skaitytojui patiekti, taikydamasis prie strypinių vienukart statiškai neišsprendžiamų fermų.

Vaizduojamės ką tik minėto pobūdžio statiškai neišsprendžiamą strypinę fermą, padėtą bei pritvirtintą prie pastovių, deformacijai nepasiduodančių, atramų. Jos statiškas neišsprendžiamumas yra įgytas dėl atliekamojo strypo, kurs aukščiau normos įeina į fermos reizginio strypų sąstatą arba pridera kategorijai tokių pat elementų, varžančių fermos atraminių mazgų persislinkimus. Atliekamasis strypas, būdamas fermos apkrovimo įtakoje, gauna įrąžą X. Ši įrąža sudaro svarbiausią skaičiuotės objektą ir yra vadinama statiškai neišsprendžiamu dydžiu. Tam dydžiui nustatyti turime du keliu, vieną betarpį, tinkantį pastoviems apkrovimams, kitą per infliuentinę, taikytiną paslankiems sloginiams.

§ 1. Statiškai neišsprendžiamas dydis nuo pastovaus apkrovimo.

Šiam dydžiui nustatyti elgiamės šiaip: atliekamąjį strypą piauname skersai. Likę normaliniame skaičiuje strypai sudaro jau statiškai išsprendžiamą fermą, vadinamą pagrindine sistema. Kad tos sistemos būklė nepasikeistų, būtų visai tokia pat, kaip duodamoje fermoje, piūvio vietoje, plyšyje, prie atliekamojo strypo atsivėrusių galų pridedame tempiamas bei gniužiamas lygiai priešingas jėgas X, atstojančias atliekamojo strypo tikrąją įrąžą. vestų jėgų uždavinys — minėto piūvio paviršius laikyti glaudumoje, suglaustus, t. y. duoti tiems paviršiams reliatyvinį persislinkimą, lygų nuliui.

Su gauta pagrindine statiškai išsprendžiama sistema toliau darome taip. Pašaliname nuo jos visus aktyvinius apkrovimus ir anksčiau įvestas jėgas X. Šių pastarųjų vietoje prie perpiauto strypo atsiradusių ties plyšiu galų pridedame dvi lygiai priešingas pramanytas jėgas $\bar{X}=-1$. Nuo šio apkrovimo fermos strypai įgyja įrąžų $\bar{S}$. Tas įrąžas per atitinkamų strypų galus perduodame fermos mazgams. Gauname plokšmėje išsklaidytų jėgų $\bar{S}$ ir $\bar{X}=-1$ sistemą. Toji sistema yra pusiausvyroje, turi bendrą atstojamąją $R=0$. Paliekame ją laikinai ramybėje ir apsloginame pagrindinę statiškai išsprendžiamą sistemą aktyviniu apkrovimu, tuo pačiu, kurį turėjo duotoji ferma. Nuo šio apsloginimo fermos strypai gauna įrąžų S_0, duodančių ištisimų

$$\Delta s=\frac{S_0 s}{EF},$$

kur s yra strypo tikrasis ilgis, E — jo medžiagos tamprumo modulis, F — jo skersinio piūvio plotas. Parašytojo reiškinio dešiniosios pusės trupmenos skaitiklį ir vardiklį dauginame iš skersinio piūvio ploto bet kurios reikšmės F_0, kurią laikysime vienoda visiems fermos strypams. Gauname:

$$\Delta s=\frac{S_0 s\cdot F_0}{EF\cdot F_0}=\frac{S_0 s'}{EF_0}.$$

Čia: $s'=\frac{F_0}{F}s$ yra strypo redukuotas ilgis, t. y. ilgis įsivaizduoto strypo, kurs, turėdamas skersinio piūvio plotą F_0 ir tempiamas jėgos, gauna tą patį ištisimą Δs, kaip pilnas ilgis s nuo tos pat jėgos tikrame strype.

Dėl ištisimų Δs fermos mazgai persislenka, ir jų jėgos $\bar{S}$ atlieka mechaninį darbą:

$$L=\Sigma\bar{S}\Delta s=\frac{1}{EF_0}\Sigma\bar{S}S_0 s'.$$

Tuo pat metu nuo fermos tikrojo apkrovimo atliekamojo strypo piūviu gautas plyšys prasiskečia atokumu δ, ir pramanytojo apkrovimo jėgos $\bar{X}$ atlieka mechaninį darbą:

$$L'=\bar{X}\delta.$$

Kadangi jėgų $\bar{S}$ ir $\bar{X}$ sistema yra pusiausvyroje, tai $L+L'=0$. Taigi, pasinaudojus jų anksčiau parašytomis reikšmėmis, gauname:

$$\bar{X}\delta+\frac{1}{EF_0}\Sigma\bar{S}S_0 s'=0.$$

Iš čia, prisimenant jėgos $\bar{X}$ reikšmę (-1), turime:

(1) . . . . . $\delta=\frac{1}{EF_0}\Sigma\bar{S}S_0 s'.$

Norėdami duoti pagrindinei statiškai išsprendžiamai sistemai būklę, kurią turi tikroji ferma, apkrauname atliekamojo strypo piūviu gautus galus statiškai neišsprendžiamo dydžio jėgomis X. Nuo jų fermos strypai gauna įrąžų $S_x=-X\bar{S}$ ir ištisimų:

$$\Delta s_x = -\frac{X\bar{S}s}{EF} = -\frac{X\bar{S}s'}{EF_0},$$

kur $s' = \frac{F_0}{F}s$ yra anksčiau vartotas strypo redukuotas ilgis. Be to, nuo to pat apkrovimo atliekamojo strypo anksčiau minėtas plyšys prasiskečia dar nuotoliu δ_x. Dėl šių visų persislinkimų pusiausvyros jėgų $\bar{X}$ ir $\bar{S}$ sistema atlieka mechaninį darbą (imama domėn, kad $\bar{X} = -1$):

$$\Sigma\bar{S}\Delta s_x + \bar{X}\delta_x = -\frac{X}{EF_0}\Sigma\bar{S}^2 s' - \delta_x = 0.$$

Iš čia:

(1a) . . . . . $\delta_x = -\frac{X}{EF_0}\Sigma\bar{S}^2 s'.$

Atliekamojo strypo piūviu gauto plyšio prasiskėtimas turi būt visuomet lygus nuliui. Dėliai to $\delta_x + \delta = 0$. Taigi:

$$-\frac{X}{EF_0}\Sigma\bar{S}^2 s' + \frac{1}{EF_0}\Sigma\bar{S}S_0 s' = 0.$$

Iš čia:

(2) . . . . . $X = \frac{\Sigma\bar{S}S_0 s'}{\Sigma\bar{S}^2 s'}.$

Kreipiame dėmesį į šio ir taip pat 1-jo reiškinio savotiškumą. Juose vietoje paprastai vartojamų koeficientų $k = \frac{s}{EF}$ (Dehnungsvermögen) pas Mehrtens'ą*) arba tokių pat ρ pas Müller-Breslau**), turinčių išmatavimus $\frac{\text{cm}}{\text{kg}}$, čia naudojami ilgiai s', tačiau ne tikrieji, bet redukuoti, t. y. priderą piūvių F_0 strypams, turintiems ištisimus Δs tokius pat, kaip pas tikruosius yra. Toks strypų pakeitimas duoda gan vaizdingą ir patogią skaičiuotę, visai tokią pat, kaip atvejyje fermų, sudarytų iš vienodais skersiniais piūviais strypų. Prie šios paprastos skaičiuotės turime pradžioje pasiruošti. Tą atliekame šiaip: 1. Visiems fermos strypams pasirenkame vieną bendrą skaičiuojamąjį skersinio piūvio plotą F_0. 2. Sulig šiuo plotu ir naudodamies anksčiau vartota formule

(3) . . . . . $s' = \frac{F_0}{F}s$

redukuojame fermos strypų ilgius. Šį pasiruošimą ir formulės (2) sprendimą praktiškai yra patogu atlikti pagal toliau dedamas lenteles I.

---

*) Mehrtens G. Ch. Statik und Festigkeitslehre. Zweiter Band. 1910. 226-tas pusl.

**) Мюллеръ-Бреслау. Графическая статика сооруженій. Томъ II. Часть I. 1910. 19-tas puslapis.

I lentelės.

Strypas	Skersinio piūvio plotas: F cm²	Redukcijos koeficientas $F_0 : F$.	Strypo ilgis 10^2 cm: tikras s	Strypo ilgis 10^2 cm: reduk. s'	Įrąža $\bar{S}$ nuo pramanyto apkrovimo	$\bar{S}s'$ 10^2 cm	Įrąža S_0 nuo fermos tikrojo apkrovimo 10^3 kg	$S_0 \bar{S} s'$ 10^5 kgcm	$\bar{S}^2 s'$ 10^2 cm	PASTABOS
										Bendras skersinio piūvio plotas $F_0 =$
							$\Sigma =$	a	b	

Iš tų lentelių gauname $\Sigma S_0 \bar{S} s' = a$ ir $\Sigma \bar{S}^2 s' = b$. Ieškomasis statiškai neišsprendžiamas dydis sulig ja bus tat:

$$X = \frac{a}{b}.$$

§ 2. Statiškai neišsprendžiamo dydžio infliuentinė.

Paslankaus apkrovimo atveju statiškai neišsprendžiamas dydis X būna nepastovus, ir jį patogiausia skaičiuoti pasigaunant infliuentinės. Nustatysime šiai pastarajai ordinatas.

Vaizduojamės dviejų atramų strypinę vienukart statiškai neišsprendžiamą fermą. Imame jos važiuojamos dalies mazgą k. Apkrauname jį paslankia jėga $P = 1$. Sulig § 1 gauname jį atitinkantį statiškai neišsprendžiamą dydį X. Pastarasis ir bus mazgui k prideraṣ infliuentinis dydis η_{ix}. To dydžio reikšmė yra tat:

$$\eta_{ix} = \frac{\Sigma S_0 \bar{S} s'}{\Sigma \bar{S}^2 s'}.$$

Įrąžos S_0 čia turi būt gautos nuo apkrovimo $P = 1$, pastatyto ant fermos mazge k. Tų įrąžų skaičiavimą galime atlikti analitiškai šiaip:

Jėga $P = 1$, pastatyta mazge k, duoda atramines reakcijas $A = \frac{z'}{l} P = \frac{z'}{l'}$ ir $B = \frac{z}{l} P = \frac{z}{l}$, kur z ir z' mazgo k nuotoliai nuo atraminių vertikalių ir l nuotolis tarp šių pastarųjų. Įrąžos S_0 faktinai yra tų reakcijų padarinys, — visi fermos strypai, esą kairėje nuo mazgo k, gauna įrąžų nuo atraminės reakcijos A, esą dešinėje — nuo atraminės reakcijos B. Taigi kalbamas įrąžas matematiškai reiškiame:

kairiosios grupės strypams

$$S_0 = S_k = \frac{z'}{l} S_{A=1},$$

dešiniosios

$$S_0 = S_d = \frac{z}{l} S_{B=1}.$$

Čia $S_{A=1}$ ir $S_{B=1}$ yra įrąžos nuo fermos apkrovimų, duodančių atramines reakcijas $A=1$ ir $B=1$. Naudodamies įrąžomis S_k ir S_d infliuentinį dydį η_{lx} reiškiame:

$$\eta_{lx} = \frac{\overset{k}{\underset{A}{\Sigma}} S_k \bar{S} s'}{\Sigma \bar{S}^2 s'} + \frac{\overset{B}{\underset{k}{\Sigma}} S_d \bar{S} s'}{\Sigma \bar{S}^2 s'}.$$

Iš čia, pakeitus S_k ir S_d jų reikšmėmis, gauname:

$$(4) \quad \ldots\ldots \eta_{lx} = \frac{\frac{z'}{l}}{\Sigma \bar{S}^2 s'} \overset{k}{\underset{A}{\Sigma}} S_{A=1} \bar{S} s' + \frac{\frac{z}{l}}{\Sigma \bar{S}^2 s'} \overset{B}{\underset{k}{\Sigma}} S_{B=1} \bar{S} s'.$$

Sulig šiuo reiškiniu infliuentinius dydžius praktiškai skaičiuoja kaip parodyta VI lentelėse.

§ 3. Statiškai neišsprendžiamas dydis nuo temperatūros kitimų.

Aktyviniai apkrovimai, veikdami nagrinėjamas fermas, duoda statiškai neišsprendžiamus dydžius X tik dėl to, kad nuo jų fermos strypai gauna ištisimų, atsiliepiančių į atliekamojo strypo deformaciją, kuri yra suvaržyta. Ištisimų Δs strypams gali duoti ir temperatūros svyravimai. Taigi ir šie pastarieji atliekamame strype turi sukelti savąją įrąžą X_t, savąjį statiškai neišsprendžiamą dydį. Nustatysime jo didumą.

Grįžtame prie anksčiau vartotos fermos su jos pramanytu apkrovimu $\bar{X} = -1$ ir tą apkrovimą atsveriančiomis įrąžomis $\bar{S}$. Manome ją taip sutvarstytą, kad pradinėje temperatūroje t_0 jos strypai turi savo normalinius ilgius s. Tai temperatūrai pakilus iki t_1, t. y. gavus temperatūros prieauglio $t = t_1 - t_0$, strypai savo ilgius pakeičia, gaudami ilgio prieauglių $\Delta s_t = \varepsilon_t st$, kur ε_t yra temperatūrinis strypo medžiagos ištisimo koeficientas. Dėl ištisimų Δs_t atpalaiduotos sistemos įrąžos $\bar{S}$ atlieka mechaninį darbą kiekyje:

$$L_t = \Sigma \bar{S} \Delta s_t = \varepsilon_t \Sigma \bar{S} st.$$

Sulig Mohru šis vidujinių jėgų $\bar{S}$ darbas turi būt priešingai lygus išorinių jėgų $\bar{X}$ darbui, kurs reiškiamas $L_t' = \bar{X} \delta_t = -\delta_t$. Dėliai to:

$$\delta_t = \varepsilon_t \Sigma \bar{S} st.$$

Apkrovimas X_t, sulig formule (1a), duoda:

$$\delta_{xt} = -\frac{X_t}{EF_0} \Sigma \bar{S}^2 s'.$$

Dydžiai δ_t ir δ_{xt} reiškia atliekamame strype anksčiau gauto plyšio prasiskėtimus, vienas nuo temperatūros prieauglio, kitas nuo atitinkamo statiškai neišsprendžiamojo dydžio X_t. Tikroje fermoje tas prasiskėtimas lygus nuliui Taigi:

$$-\frac{1}{EF_0}\cdot X_t \Sigma \bar{S}^2 s' + \varepsilon_t \Sigma \bar{S} st = 0.$$

Iš čia ieškomas statiškai neišsprendžiamas dydis:

(5) . . . . . $X_t = \frac{\Sigma \bar{S} st}{\Sigma \bar{S}^2 s'} EF_0 \varepsilon_t.$

Ypatingu dažniausiai pasitaikomu atveju visi fermos strypai gauna vienodų temperatūros prieauglių t, ir dėliai to jam gauname:

(5a) . . . . . $X_t = \frac{\Sigma \bar{S} s}{\Sigma \bar{S}^2 s'} E\varepsilon_t \cdot F_0 t.$

Statybiniam fermoms vartojamam plienui paprastai imama:

$$E\varepsilon_t = 25 \div 24 \text{ kg/cm}^2.$$

§ 4. Strypų įrąžos ir jų infliuentinės.

Statiškai neišsprendžiamos strypinės fermos kiekvieno strypo įrąžą S galime laikyti sudėtą iš dviejų atskirų, būtent, iš įrąžos S_0, priderančios pagrindinei statiškai išsprendžiamai fermai, ir iš įrąžos S_x, gaunamos nuo atitinkamo statiškai neišsprendžiamo dydžio X. Taigi

$$S = S_0 + S_x.$$

Įrąžas S_0 gauname iš pagrindinės sistemos atitinkamu analitišku arba grafišku skaičiavimu, įrąžas gi S_x nustatome naudodamies pramanyto apkrovimo $\bar{X} = -1$ skaičiuotės rezultatais. Šį pastarąjį veiksmą atliekame šiaip: Pramanytas apkrovimas $\bar{X} = -1$ duoda strypams įrąžas $\bar{S}$. Priešingos krypties tokio pat didumo apkrovimas $X' = 1$, ten pat pridėtas, duos tiems pat strypams ir priešingų įrąžų $(-\bar{S})$. Nuo statiškai neišsprendžiamojo dydžio X tokių pat vienetų gausime minėtiems strypams įrąžas $S_x = -X\bar{S}$.

Sužinoję įrąžų S_0 ir S_x reikšmes gauname ir ieškomąsias strypų pilnas įrąžas:

(6) . . . . . $S = S_0 - X\bar{S}.$

Paslankūs apkrovimai duoda strypams įrąžas S kintamas. Jų kraštutinėms reikšmėms nustatyti vartojame infliuentines. Pastarąsias gauname vadovaudamies išvesta formule (6). Šiuo atveju ją taikome paslankiam apkrovimui $P = 1$. Formulės rezultatai, atitinką šį apkrovimą, jau ir yra ieškomieji įrąžų infliuentiniai dydžiai η. Taigi tos linės ordinatos bus:

$$\eta_i = \eta_{i0} - \bar{S}\eta_{ix},$$

kur η_0 yra infliuentinis dydis, prideraąs pagrindinei sistemai, η_x — statiškai neišsprendžiamos įrąžos infliuentinis dydis.

Taikydami išvestą reiškinį infliuentinės statybai, jį dažnai perrašome dar šitaip:

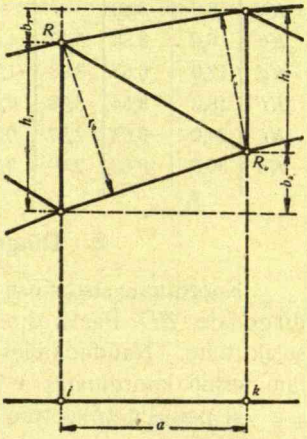
(7) . . . . . $\eta = \overline{S}\left(\frac{\eta_0}{S} - \eta_x\right)$.

Sulig šiuo reiškiniu infliuentinę sudarome tik dvinariui $\frac{\eta_0}{S} - \eta_x$. Šią infliuentinę naudojame kaip tikrąją, jos rezultatus daugindami iš $\overline{S}$.

§ 5. Skaičiavimo pavyzdys.

Anksčiau eitą statiškai neišsprendžiamų fermų skaičiavimo teoriją pritaikykime konkrečiam pavyzdžiui spręsti. Tam reikalui imame iš Mehrtens'o*) geležinę strypinę dviejų šarnyrų fermą arkos pavidalo (4^1 fig.), turinčią išmatavimus:

$l = 60{,}0$ m,
$f = 10$, m,
$H = 12{,}4$ m ir
$h = 7{,}4$ m



1 fig.

Arkos atraminiai šarnyrai sujungti styga; tą stygą laikykime atliekamu strypu ir manykime ją deformacijos atžvilgiu nepasiduodančią jėgoms. Temperatūros gi atžvilgiu ji deformuojasi kaip kiti fermos strypai.

Statiškosios skaičiuotės pagrindą sudaro atliekamojo strypo įrąža, arba, kitaip tariant, statiškai neišsprendžiamas dydis X. Šiam dydžiui turime čia sudaryti infliuentinę, naudodamies išvesta formule (4). Šiai gi formulei yra reikalingos įrąžos nuo pramanyto apkrovimo $\overline{X} = -1$ ir nuo atraminių reakcijų $A = 1$ ir $B = 1$, veikiančių fermos pagrindinę sistemą. Tas įražas norime gauti analitinės skaičiuotės keliu. Tam reikalui pradžioje turime fermos pagrindinei sistemai sužinoti Riterio taškų padėtis, t. y. jų koordinatas ir nuotolius nuo atitinkamų strypų.

1. Juostinių strypų Riterio taškai.

Juostinių strypų Riterio taškai R_o ir R_u sutampa su fermos mazgais, kurių koordinatos yra duodamos ir įrašytos lentelėse II. Tų taškų nuotoliai nuo atitinkamų strypų (1 fig.) reiškiami formulėmis:

$$r_0 = \frac{ah_i}{\sqrt{a^2 + b_k^2}} \quad \text{ir} \quad r_u = \frac{ah_k}{\sqrt{a^2 + b_i^2}},$$

*) Mehrtens G. Ch., Prof. Vorlesungen über Ingenieurwissenschaften. Statik und Festigkeitslehre. Statisch unbestimmte Tragwerke. 1912. 50 pusl.

kurioms, fermos mazgų ordinatomis naudojantis, gauname:

$$h_k = y_{ko} - y_{ku}\,;\quad h_i = y_{io} = y_{iu}\,;\quad b_i = y_{ko} - y_{io} \text{ ir } b_k = y_{ku} - y_{iu}\text{*)}.$$

Pagal tas formules skaičiuotė atlikta II lentelėse, tik vietoje r_o ir r_u duotos jų atvirkščios reikšmės $1:r$.

II lentelės.

Strypai	Riterio taško koordinatos m		h	b	$\frac{1}{r}$	Strypai	Riterio taško koordinatos m		h	b	$\frac{1}{r}$
	x	y	m	m	m^{-1}		x	y	m	m	m^{-1}
Ka	6,0	3,86	—	—	0,16667	*La*	0,0	7,40	7,40	3,86	0,16068
Kb	6,0	3,86	5,37	1,83	0,19469	*Lc*	6,0	9,23	5,37	2,79	0,20537
Kd	12,0	6,65	3,98	1,40	0,25801	*Le*	12,0	10,63	3,98	1,89	0,26343
Kf	18,0	8,54	3,08	0,99	0,32907	*Lg*	18,0	11,62	3,08	1,10	0,33009
Ki	24,0	9,64	2,57	0,59	0,40019	*Lk*	24,0	12,21	2,57	0,36	0,38981
Kn	30,0	10,00	2,40	0,19	0,41688						

2. Diagonalinių strypų Riterio taškai.

Koordinatų sistemose $\xi A \eta$ ir XOY (2 fig.) duodama fermos dalis $ABCD$ su diagonale BD. Pastarosios Riterio taškas R yra juostinių strypų BC ir AD susikirtime. Naudodamies figūros 2 geometrinėmis ypatybėmis nustatysime tam taškui koordinatas x ir y ir jo nuotolį r nuo diagonalės BD.

Iš panašių trikampių ABR ir DCR turime:

$$\xi : (\xi - a) = b : c\,.$$

Iš čia:

$$\xi = \frac{b}{b-c}\,a\,.$$

Iš panašių trikampių AGR ir AED gauname:

$$\eta : i = \xi : a\,.$$

Iš čia: $\eta = \frac{\xi}{a}\,i$, arba, pakeitus ξ jo reikšme:

$$\eta = \frac{b}{b-c}\,i\,.$$

Riterio taško nuotolį r nuo diagonalės surandame naudodamies panašiais trikampiais BCL ir BRK:

$$\frac{r_c}{r} = \frac{BC}{BR} = \frac{a}{\xi}\,.$$

*) Indeksai *o* pridera viršutiniams, *i* — apatiniams mazgams.

Iš čia: $$\frac{1}{r}=\cdot\frac{a}{r_c\xi}.$$

Vietoje r_c ir ξ įstatome jų reikšmes:

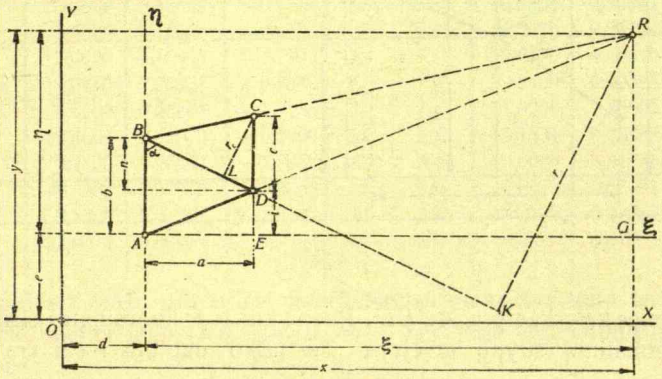
$$r_c=c\sin\alpha=\frac{ca}{\sqrt{a^2+n^2}},$$

$$\xi=\frac{b}{b-c}a.$$

Gauname: $$\frac{1}{r}=\frac{\sqrt{a^2+n^2}}{a}\cdot\frac{b-c}{bc}=\frac{\sqrt{a^2-n^2}}{a}\cdot\left(\frac{1}{c}-\frac{1}{b}\right).$$

Riterio taško koordinatos lygiagretėje sistemoje XOY bus:

$$x=d+\xi \text{ ir } y=e+\eta.$$



2 fig.

Naudodamies išvestomis formulėmis ir prisilaikydami tvarkos, parodytos lentelėse III, diagonaliniams strypams pagaliau nustatome Riterio taškų koordinatas ir jo nuotolio r atvirkščiąsias reikšmes.

III lentelės.

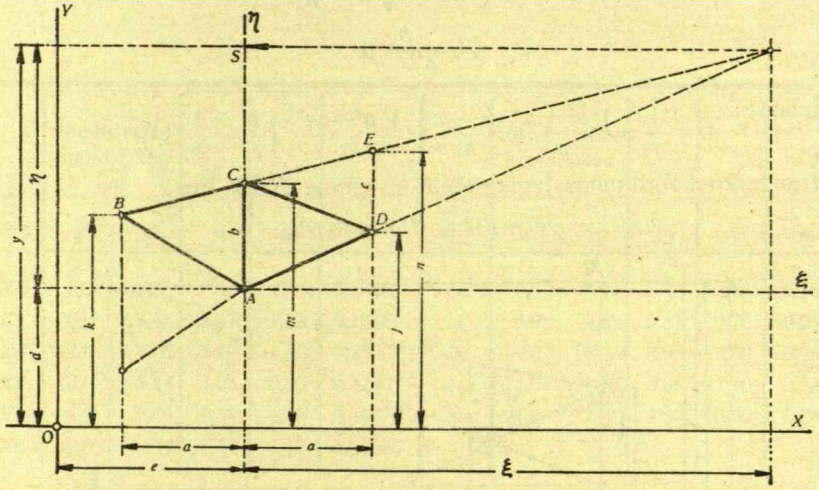
Strypai	b m	c m	i m	n m	d m	e m	Koordinatos x m	Koordinatos y m	$\frac{1}{r}$ m^{-1}
ab	7,40	5,37	3,86	3,54	0,00	0,00	21,8720	14,0710	0,059313
cd	5,37	3,98	2,79	2,58	6,00	3,86	29,1799	14,6386	0,070793
ef	3,98	3,08	1,89	2,09	12,00	6,65	38,5333	15,0080	0,077745
gi	3,08	2,57	1,10	1,98	18,00	8,54	54,2353	15,1831	0,067849
kn	2,57	2,40	0,36	2,21	24,00	9,64	114,7059	15,0823	0,029374

3. Vertikalinių strypų Riterio taškai.

Lygiagretėse koordinatų sistemose $\xi A\eta$ ir XOY (3 fig.) turime fermos dalį su vertikaliniu strypu AC. Jo Riterio taškas R yra juostinių strypų

BC ir AD susikirtime. Iš fermos mazgų C ir A ordinatų gauname strypo AC ilgį b. Atkarpos DE ilgį c skaičiuojame pasigaudami mazgų B ir C ordinatų; tai skaičiuotei tinka formulė:

$$c = n - j = (2m - k) - j .$$



3 fig.

Naudodamies keturkampiu $ACED$, Riterio taško R koordinatas skaičiuojame, kaip diagonalinių strypų atvejyje. To taško nuotolis r čia yra lygus ξ. Ordinatų x ir y ir taip pat dydžių $\frac{1}{r}$ skaičiavimo rezultatai patalpyti IV lentelėse.

IV lentelės.

Strypai	b m	c m	i m	e m	d m	Riterio taško koordinatos m		$\frac{1}{r}$ m^{-1}
						x	y	
bc	5,37	4,41	2,79	6,00	3,86	39,56250	19,46656	0,029795
de	3,98	3,49	1,89	12,00	6,65	60,73470	22,00143	0,020519
fg	3,08	2,97	1,10	18,00	8,54	186,00000	39,34000	0,005952
ik	2,57	2,80	0,36	24,00	9,64	— 43,04630	5,61722	0,014915

Nustatę fermos strypams Riterio taškų koordinatas ir dydžius $\frac{1}{r}$ einame prie įrąžų skaičiuotės.

4. Strypų įrąžos nuo pramanyto apkrovimo $\bar{X} = -1$.

Atliekamu strypu pasirinkta fermos styga. Ją tat piauname skersai ir piūvyje pridedame dvi lygiai priešingas pramanytas jėgas $\bar{X} = -1$ (4^1 fig.).

Tos jėgos sulig Riterio taškais duoda momentus $M = 1 \cdot y = y$. Taigi atitinkamų strypų įrąžos bus:

$$\bar{S} = y \cdot \frac{1}{r}.$$

Sulig ta formule ir atliekame įrąžų skaičiuotę, talpydami ją V lentelėse. Be to, tos įrąžos gautos brėžinyje (4² fig.) grafiškai.

V lentelės.

Strypai		y m	$\frac{1}{r}$ m^{-1}	$\bar{S}$	Strypai		y m	$\frac{1}{r}$ m^{-1}	$\bar{S}$
Kb	*Kb'*	3,8600	0,19469	— 0,7516	*Le*	*Le'*	10,6300	0,26343	+ 2,8003
Ka	*Ka'*	3,8600	0,16667	— 0,6433	*ef*	*e'f'*	15,0090	0,07774	+ 1,1663
La	*La'*	7,4000	0,16068	+ 1,1890	*Ki*	*Ki'*	9,6400	0,40019	— 3,8569
ab	*a'b'*	14,0710	0,05931	+ 0,8346	*fg*	*f'g'*	39,3400	0,00595	— 0,2342
Kd	*Kd'*	6,6500	0,25801	— 1,7158	*Lg*	*Lg'*	11,6200	0,33009	+ 3,8356
bc	*b'c'*	19,4666	0,02979	— 0,5800	*gi*	*g'i'*	15,1831	0,06785	+ 1,0302
Lc	*Lc'*	9,2300	0,20537	+ 1,8956	*Kn*	*Kn'*	10,0000	0,41688	— 4,1688
cd	*c'd'*	14,6386	0,07079	+ 1,0363	*ik*	*i'k'*	5,6172	0,01491	+ 0,0838
Kf	*Kf'*	8,5400	0,32907	— 2,8103	*Lk*	*Lk'*	12,2100	0,38981	+ 4,7596
de	*d'e'*	22,0014	0,02052	— 0,4514	*kr*	*k'n'*	15,0823	0,02937	+ 0,4430

Strypui nn' įrąžą nustatome naudodamies pusiausvyrumu fermos mazgo, kuriame sueina jėgos Kn, Kn' ir nn'. Šių jėgų vertikalinių projekcijų suma duoda:

$$\bar{S} = nn' = -(Kn + Kn') \sin \alpha.$$

Čia α yra strypų Kn ir Kn' kampas su abscisų ašimi. Šio kampo sin yra:

$$\sin \alpha = \frac{(12{,}40 - 12{,}21)}{\sqrt{6{,}0^2 + (12{,}40 - 12{,}21)^2}} = \frac{0{,}19}{6{,}003} = 0{,}03165.$$

Taigi strypo nn' įrąža nuo apkrovimo $\bar{X} = -1$, bus:

$$\bar{S} = 2 \cdot 0{,}03165 \cdot 4{,}1688 = 0{,}2639.$$

5. Strypų įrąžos nuo A = 1.

Sulig Riteriu šios įrąžos reiškiamos:

$$S_{A=1} = \frac{M}{r} = \frac{1.x}{r} = \frac{x}{r}.$$

Jų skaičiuotė pagal tą formulę atlikta VII lentelėse analitiškai ir brėžinyje (4 fig.) grafiškai.

6. Statiškai neišsprendžiamo dydžio infliuentinė.

Turėdami fermos strypų įrąžas $\bar{S}$, $S_{A=1}$ ir $S_{B=1}$ ir naudodamies 4-tąja formule nustatome statiškai neišsprendžiamo dydžio infliuentinei or-

VI len

Mazgai k	Strypai	F cm²	$\frac{F_0}{F}$	Strypų ilgiai 10^2 cm s	s'	Įrąžos $\overline{S}$	$S_{A=1}$	$\overline{S}s'$ 10^2 cm
	Kb	30	1,0000	6,27	6,270	— 0,7515	— 1,1681	— 4,71190
	Ka	30	1,0000	7,40	7,400	— 0,6433	— 1,0000	— 4,76042
	La	200	0,1500	7,13	1,070	+ 1,1890	0,0000	+ 1,27223
	ab	30	1,0000	6,97	6,970	+ 0,8346	+ 1,2973	+ 5,81716
1	—							
	Kd	70	0,4286	6,16	2,640	— 1,7158	— 3,0961	— 4,52971
	bc	30	1,0000	5,37	5,370	— 0,5800	— 1,1788	— 3,11460
	Lc	180	0,1667	6,62	1,104	+ 1,8956	+ 1,2322	+ 2,09274
	cd	50	0,6000	6,53	3,918	+ 1,0363	+ 2,0657	+ 4,06022
2	—							
	Kf	120	0,2500	6,08	1,520	— 2,8103	— 5,9233	— 4,27166
	de	30	1,0000	3,98	3,980	— 0,4514	— 1,2462	— 1,79657
	Le	120	0,2500	6,30	1,575	+ 2,8003	+ 3,1612	+ 4,41047
	ef	70	0,4286	6,35	2,722	+ 1,1668	+ 2,9958	+ 3,17603
3	—							
	Ki	170	0,1765	6,03	1,064	— 3,8569	— 9,6022	— 4,10374
	fg	20	1,5000	3,08	4,620	— 0,2342	— 1,1072	— 1,08200
	Lg	60	0,5000	6,10	3,050	+ 3,8356	+ 5,9416	+ 11,69858
	gi	70	0,4286	6,32	2,709	+ 1,0302	+ 3,6798	+ 2,79081
4	—							
	Kn	190	0,1579	6,00	0,947	— 4,1688	— 12,5064	— 3,94785
	ik	20	1,5000	2,59	3,855	+ 0,0838	— 0,6420	+ 0,32305
	Lk	40	0,7500	6,01	4,507	+ 4,7596	+ 9,3554	+ 21,45152
	kn	30	1,0000	6,39	6,390	+ 0,4430	+ 3,3694	+ 2,83077
5	—							
	Kn'	190	0,1579	6,00	0,947	— 4,1688	— 12,5064	— 3,94785
	i'k'	20	1,5000	2,57	3,855	+ 0,0838	+ 1,5369	+ 0,32305
	Lk'	40	0,7500	6,01	4,507	+ 4,7596	+ 14,0332	+ 21,45152
	k'n'	30	1,0000	6,39	6,390	+ 0,4430	— 1,6069	+ 2,83077
	nn'	20	1,5000	2,40	3,600	+ 0,2639	+ 0,7917	+ 0,95004
6	—							
	Ki'	170	0,1765	6,03	1,064	— 3,8569	— 14,4032	— 4,10374
	f'g'	20	1,5000	3,08	4,620	— 0,2342	+ 0,7500	— 1,08200
	Lg'	60	0,5000	6,10	3,050	+ 3,8356	+ 13,8638	+ 11,69858
	g'i'	70	0,4286	6,32	2,709	+ 1,0302	+ 0,3911	+ 2,79081
7	—							
	Kf'	120	0,2500	6,08	1,520	— 2,8103	— 13,8209	— 4,27166
	d'e'	30	1,0000	3,98	3,980	— 0,4514	+ 0,0151	— 1,79657
	Le'	120	0,2500	6,30	1,575	+ 2,8003	+ 12,6446	+ 4,41047
	e'f'	70	0,4286	6,35	2,722	+ 1,1668	+ 1,6689	+ 3,17603
8	—							
	Kd'	70	0,4286	6,16	2,640	— 1,7158	— 12,3845	— 4,52971
	b'c'	30	1,0000	5,37	5,370	— 0,5800	— 0,6089	— 3,11460
	Lc'	180	0,1667	6,62	1,104	+ 1,8956	+ 11,0900	+ 2,09274
	c'd'	50	0,6000	6,53	3,918	+ 1,0363	+ 2,1818	+ 4,06022
9	—							
	Kb'	30	1,0000	6,27	6,270	— 0,7515		— 4,71190
	Ka'	30	1,0000	7,40	7,400	— 0,6433		— 4,76042
	La'	200	0,1500	7,13	1,070	+ 1,1890		+ 1,27223
	a'b'	30	1,0000	6,97	6,970	+ 0,8346		+ 5,81716

$\Sigma \overline{S}^2 s' = 486{,}7739 \cdot 10^2 =$

telės.

$\overline{S}^3 s'$ 10^2 cm	$S_{A=1}\overline{S}s'$ 10^2 cm	$\sum_A^k S_{A=1}\overline{S}s'$ 10^2 cm	$\frac{\left(\frac{z'}{l}\right)}{\Sigma \overline{S}^2 s'}$	$\frac{\left(\frac{z'}{l}\right)}{\Sigma \overline{S}^2 s'} \Sigma S_{A=1}\overline{S}s'$	$\frac{\left(\frac{z}{l}\right)}{\Sigma \overline{S}^2 s'} \Sigma S_{B=1}\overline{S}s'$	η_{l_x}	Strypai	Mazgai k
3,5410	+ 5,5040						*Kb*	
3,0624	+ 4,7604						*Ka*	
1,5127	—						*La*	
4,8550	+ 7,5466						*ab*	
		17,8110	1,8489	0,03293	0,25799	0,29093	—	1
7,7721	+ 14,0244						*Kd*	
1,8065	+ 3,6715						*bc*	
3,9670	+ 2,5787						*Lc*	
4,2076	+ 8,3872						*cd*	
		46,4728	1,6434	0,07638	0,47911	0,55549	—	2
12,0046	+ 25,3023						*Kf*	
0,8110	+ 2,2389						*de*	
12,3506	+ 13,9424						*Le*	
3,7043	+ 9,5148						*ef*	
		97,4712	1,4380	0,14017	0,64459	0,78477	—	3
15,8277	+ 39,4049						*Ki*	
0,2534	+ 1,1980						*fg*	
44,8711	+ 69,5083						*Lg*	
2,8751	+ 10,2696						*gi*	
		217,8520	1,2326	0,26852	0,67744	0,94589	—	4
16,4578	+ 49,3734						*Kn*	
0,0271	— 0,2074						*ik*	
102,1007	+ 200,6876						*Lk*	
1,2540	+ 9,5380						*kn*	
		477,2436	1,0272	0,49022	0,49100	0,98122	—	5
16,4578	+ 49,3734						*Kn'*	
0,0271	+ 0,4965						*i'k'*	
102,1007	+ 301,0335						*Lk'*	
1,2540	— 4,5488						*k'n'*	
0,2507	+ 0,7521						*nn'*	
		824,4503	0,8217	0,67744	0,26852	0,94589	—	6
15,8277	+ 59,1070						*Ki'*	
0,2534	— 0,8115						*f'g'*	
44,8711	+ 162,1868						*Lg'*	
2,8751	+ 1,0915						*g'i'*	
		1045,9241	0,6163	0,64459	0,14017	0,78477	—	7
12,0046	+ 59,0382						*Kf'*	
0,8110	— 0,0271						*d'e'*	
12,3506	+ 55,7686						*Le'*	
3,7042	+ 5,3005						*e'f'*	
		1166,0043	0,4109	0,47910	0,07638	0,55549	—	8
7,7721	+ 56,0982						*Kd'*	
1,8065	+ 1,8965						*b'c'*	
3,9670	+ 23,2085						*L'c'*	
4,2076	+ 8,8586						*c'd'*	
		1256,0661	0,2054	0,25799	0,03293	0,29093	—	9
3,5410							*Kb'*	
3,0624							*Ka'*	
1,5127							*La'*	
4,8550							*a'b'*	

$= \frac{10^5}{2{,}0544}$ cm

dinatas. Atitinkama skaičiuotė atlikta VI lentelėse, kurioms strypų ilgiai ir skersinių piūvių plotai imti iš Mehrtenso.

VII lentelės.

Strypai	x m	$\frac{1}{r}$ m^{-1}	$S_{A=1}$	Strypai	x m	$\frac{1}{r}$ m^{-1}	$S_{A=1}$
Kb	6,0000	0,19469	— 1,1681	*Lk*	24,0000	0,38981	+ 9,3554
Ka	6,0000	0,16667	— 1,0000	*kn*	114,7059	0,02937	+ 3,3694
La	0,0000	0,16068	0,0000	*Kn'*	30,0000	0,41688	— 12,5064
ab	21,8720	0,05931	+ 1,2973	*i'k'*	103,0463	0,01491	+ 1,5369
Kd	12,0000	0,25801	— 3,0961	*Lk'*	36,0000	0,38981	+ 14,0332
bc	39,5625	0,02979	— 1,1788	*k'n'*	— 54,7059	0,02937	— 1,6069
Lc	6,0000	0,20537	+ 1,2322	*Ki'*	36,0000	0,40019	— 14,4032
cd	29,1799	0,07079	+ 2,0657	*f'g'*	— 126,0000	0,00595	+ 0,7500
Kf	18,0000	0,32907	— 5,9233	*Lg'*	42,0000	0,33009	+ 13,8636
de	60,7347	0,02052	— 1,2462	*g'i'*	5,7647	0,06785	+ 0,3911
Le	12,0000	0,26343	+ 3,1612	*Kf'*	42,0000	0,32907	— 13,8209
ef	38,5333	0,07775	+ 2,9958	*d'e'*	— 0,7340	0,02052	+ 0,0151
Ki	24,0000	0,40019	— 9,6022	*Le'*	48,0000	0,26343	+ 12,6446
fg	186,0000	0,00595	— 1,1072	*e'f'*	21,4667	0,07774	+ 1,6689
Lg	18,0000	0,33009	+ 5,9416	*Kd'*	48,0000	0,25801	— 12,3845
gi	54,2353	0,06785	+ 3,6798	*b'c'*	20,4375	0,02979	— 0,6089
Kn	30,0000	0,41688	— 12,5064	*Lc'*	54,0000	0,20537	+ 11,0900
ik	— 43,0463	0,01491	— 0,6420	*c'd'*	30,8201	0,07079	+ 2,1818

Fermos strypui *nn'* įrąža surandama kaip pereitame straipsnyje:

$$S_{A=1} = 0{,}03165\,(12{,}5064 + 12{,}5064) = 0{,}7917.$$

Įrąžos nuo apkrovimo $B = 1$ gaunamos simetriškai lygios.

7. Statiškai neišsprendžiamos sistemos įražos nuo naudingo apkrovimo.

Nagrinėjamoji ferma pridera geležiniam tiltui, kurs sloginamas vienodai išskirstytu sloginiu. Užėmus tuo sloginiu visą tiltą fermos mazgams suteikiame apkrovimo po 20 t važiuojamosios dalies mazge. Sužinokime, kokias įražas gauna strypai nuo šio naudingo apsloginimo.

Pilna bet kurio fermos strypo įrąža yra reiškiama (žiūr. formulę (6)):

$$S = S_0 - X\bar{S}.$$

Įrąža S_0, prideranti pagrindinei statiškai išsprendžiamai sistemai, gali būt išreikšta ir žinomomis įrąžomis $S_{A=1}$ ir $S_{B=1}$. Tuo tikslu per strypą, kurio įrąžą S_0 turime sužinoti, išvedame Riterio piūvį. Tas piūvis fermos naudingą apkrovimą skiria į dvi grupi — dešiniąją ir kairiąją. Surandame atramines reakcijas A tik nuo dešiniosios ir B tik nuo kairiosios tų grupių. Apkrovimo dešinioji grupė per savo reakciją A duoda įrąžai S_0 savo dalį

$AS_{A=1}$, kairioji per savo reakciją B—kitą dalį $BS_{B=1}$. Tas dalis sudėję gauname pagrindinės statiškai išsprendžiamos sistemos pilną įrąžą

$$S_0 = AS_{A=1} + BS_{B=1}.$$

Šia reikšme pasinaudoję pagaliau gauname:

$$(8) \ldots\ldots\ldots S = AS_{A=1} + BS_{B=1} - X\bar{S}.$$

Norėdami sulig šia formule skaičiuoti strypų įrąžas, turime nustatyti Riterio įvairiems piūviams grupių reakcijas A ir B. Tą atliekame lentelėse VIII. Jose R_d ir R_k yra dešiniosios bei kairiosios apkrovimo grupių atstojamosios, r_d ir r_k tų atstojamųjų nuotoliai nuo atitinkamų atramų.

VIII lentelės.

Riterio piūvio tarpas	R_d t	R_k t	$\frac{r_d}{l}$	$\frac{r_k}{l}$	$A = \frac{R_d r_d}{l}$ t	$B = \frac{R_k r_k}{l}$ t
p	180	0	0,50		90	0
r	160	20	0,45	0,10	72	2
s	140	40	0,40	0,15	56	6
t	120	60	0,35	0,20	42	12
u	100	80	0,30	0,25	30	20
u'	80	100	0,25	0,30	20	30
t'	60	120	0,20	0,35	12	42
s'	40	140	0,15	0,40	6	56
r'	20	160	0,10	0,45	2	72
p'	0	180		0,50	0	90

Be to, nustatome statiškai neišsprendžiamą dydį, atitinkantį imtą naudingą apkrovimą. Tą atliekame naudodamies infliuentiniais dydžiais η_{ix}, gautais VI lentelėse.

$$X = \Sigma P\eta = 20 \cdot (2 \cdot 0{,}29093 + 2 \cdot 0{,}55549 + 2 \cdot 0{,}78477 + 2 \cdot 0{,}94589 + + 0{,}98122) = 20 \cdot 6{,}13538 = 122{,}71 \text{ t}.$$

Turėdami dydžius A, B ir X skaičiuojame fermos strypų įrąžas S, prisilaikydami joms anksčiau išvestos formulės. Ši skaičiuotė atlikta lentelėse IX. Dėl simetriško apkrovimo ir simetriškos fermos, jos dešiniosios pusės strypai gauna tokių pat įtempimų, kaip atitinkami strypai iš kairiosios pusės.

8. Arkos šarnyro gulsčias persislinkimas.

Skaičiuojamos arkos styga, jungianti jos šarnyrus, priimta jėgų atžvilgiu deformacijai nepasiduodanti. Dėliai to kalbamų šarnyrų reliatyvinis persislinkimas nuo bet kurio fermos apkrovimo turi būti lygus nuliui. Tą geo-

IX lentelės.

Įrąžos	$S_{A=1}$	$S_{B=1}$	$\bar{S}$	Apkrovimo grupių atraminės reakcijos t		$AS_{A=1}$ t	$BS_{B=1}$ t	$X\bar{S}$ t	S t
				A	B				
Kb	— 1,1681	—	— 0,7515	90	0	— 105,129	—	— 92,229	— 12,900
Ka	— 1,0000	—	— 0,6433			— 90,000	—	— 78,939	— 11,061
La	0,0000	—	+ 1,1890			—	—	+ 145,902	— 145,902
ab	+ 1,2973	—	+ 0,8346			+ 116,766	—	+ 102,414	+ 14,352
Kd	— 3,0961	— 12,3845	— 1,7158	72	2	— 222,919	— 24,769	— 210,546	— 37,142
bc	— 1,1788	— 0,6089	— 0,5800			— 84,874	— 1,218	— 71,172	— 14,920
Lc	+ 1,2322	+ 11,0900	+ 1,8956			+ 88,718	+ 22,180	+ 232,609	— 121,711
cd	+ 2,0657	+ 2,1818	+ 1,0363			+ 148,730	+ 4,364	+ 127,164	+ 25,930
Kf	— 5,9233	— 13,8209	— 2,8103	56	6	— 331,705	— 82,925	— 344,852	— 69,778
de	— 1,2462	+ 0,0151	— 0,4514			— 69,787	— 0,091	— 55,391	— 14,487
Le	+ 3,1612	+ 12,6446	+ 2,8008			+ 177,027	+ 75,868	+ 343,625	— 90,730
ef	+ 2,9958	+ 1,6689	+ 1,1663			+ 167,765	+ 10,013	+ 143,178	+ 34,600
Ki	— 9,6022	— 14,4032	— 3,8569	42	12	— 403,292	— 172,838	— 473,280	— 102,850
fg	— 1,1072	+ 0,7500	— 0,2342			— 46,502	+ 9,000	— 28,751	— 8,751
Lg	+ 5,9416	+ 13,8638	+ 3,8356			+ 249,547	+ 166,366	+ 470,666	— 54,753
gi	+ 3,6798	+ 0,3911	+ 1,0302			+ 154,552	+ 4,693	+ 126,416	+ 32,829
Kn	— 12,5064	— 12,5064	— 4,1688	30	20	— 375,192	— 250,128	— 511,553	— 113,767
ik	— 0,6420	+ 1,5369	+ 0,0838			— 19,260	+ 30,738	+ 10,283	+ 1,195
Lk	+ 9,3545	+ 14,0332	+ 4,7596			+ 280,662	+ 280,664	+ 584,050	— 22,724
kn	+ 3,3694	— 1,6069	+ 0,4430			+ 101,082	— 32,138	+ 54,361	+ 14,583
nn'	+ 0,7917	+ 0,7917	+ 0,2639	30	20	+ 23,751	+ 15,834	+ 32,383	+ 7,202

metrinę ypatybę išnaudokime infliuentinei X patikrinti, nes ji (ypatybė) gali pasitvirtinti tik tuo atveju, kai įrąžų S skaičiavimui būna naudojami teisingai išskaičiuoti X. Tą patikrinimą čia atliksime taip: duodamą fermą apkrausime vienodai išskirstytu sloginiu, kaip pereitame straipsnelyje. Nuo to apkrovimo gausime fermos strypams įrąžas, išskaičiuotas IX lentelėse. Be to, atpalaiduotą pagrindinės sistemos šarnyrą (pavyzdžiui, kairįjį) apkraukime gulsčia pramanyta jėga $\bar{X} = -1$, ta pačia, kurią jau anksčiau naudojome. Gausime strypams jau žinomas įrąžas $\bar{S}$. Toliau pritaikykime formulę 1, kuri, atsižvelgiant į vartojamus dydžius, čia bus:

$$\delta = \frac{1}{EF_0} \Sigma \bar{S} S s' .$$

Praktiškas šios formulės sprendimas atliktas tabeliariniu būdu, kaip parodyta X lentelėse.

Iš tų lentelių turime fermos abiem pusėm:

$$\Sigma S\bar{S}s' = -2 \cdot 3{,}618 + 6{,}687 = -0{,}549 \cdot 10^5 \text{ kgcm}.$$

Taigi šarnyro ieškomasis persislinkimas:

$$\delta = -\frac{1}{EF_0} \cdot 0{,}549 \cdot 10^5 = -\frac{0{,}549 \cdot 10^5}{2{,}1 \cdot 10^6 \cdot 30} = -\frac{1}{1148} \text{ cm}.$$

Praktiškai šis persislinkimas ir gautas artimas nuliui.

X lentelės.

Strypai	$\bar{S}s'$ 10^2 cm	S 10^3 kg	$S\bar{S}s'$ 10^5 kg cm	Strypai	$\bar{S}s'$ 10^2 cm	S 10^3 kg	$S\bar{S}s'$ 10^5 kg cm
Kb	— 4,71190	— 12,900	+ 60,783	*ef*	+ 3,17603	+ 34,600	+ 109,896
Ka	— 4,76042	— 11,061	+ 52,655	*Ki*	— 4,10374	— 102,850	+ 422,070
La	+ 1,27223	— 145,902	— 185,621	*fg*	— 1,08200	— 8,751	+ 9,469
ab	+ 5,81716	+ 14,352	+ 83,488	*Lg*	+ 11,69858	— 54,753	— 640,532
Kd	— 4,52971	— 37,142	+ 168,242	*gi*	+ 2,79081	+ 32,829	+ 91,619
bc	— 3,11460	— 14,920	+ 46,470	*Kn*	— 3,94785	— 113,767	+ 449,135
Lc	+ 2,09274	— 121,711	— 254,709	*ik*	+ 0,32305	+ 1,195	+ 0,386
cd	+ 4,06022	+ 25,930	+ 105,281	*Lk*	+ 21,45152	— 22,724	— 487,464
Kf	— 4,27166	— 69,778	+ 298,068	*kn*	+ 2,83077	+ 14,583	+ 41,281
de	— 1,79657	— 14,487	+ 26,027			$\Sigma =$	— 3,618
Le	+ 4,41047	— 90,730	— 400,162	*nn'*	+ 0,92844	+ 7,202	+ 6,687

9. Važiuojamosios dalies mazgų įlinkiai.

Norėdami sužinoti važiuojamosios dalies mazgui k įlinkį nuo fermos apkrovimo, tą mazgą apkrauname vertikaline pramanyta jėga $\bar{P} = 1$. Šis sloginys duoda atramines reakcijas $A = \frac{Pz'}{l} = \frac{z'}{l}$ ir $B = \frac{Pz}{t} = \frac{z}{l}$, kur z ir z' mazgo k nuotoliai nuo atraminių vertikalių. Visi fermos strypai, esą kairėje pusėje nuo mazgo k, gauna įražų $\bar{S} = S_k = AS_{A=1} = \frac{z}{l} S_{A=1}$, dešinieji strypai — įrąžų $\bar{S} = S_d = RS_{B=1} = \frac{z}{l} S_{B=1}$. Prie šių įrąžų reikia priskaityti dar jėga $\bar{S}_p = 1$, prideranti pakabai, kuria apkrovimas persiduoda fermai iš važiuojamosios dalies mazgo k.

Žinodami pramanyto ir tikrojo apkrovimų įrąžas $\bar{S}$ ir S ir naudodamies išvadžiojimais, analoginiais vartotiems § 1, nustatome mazgo k ieškomąjį įlinkį δ_k:

$$(9) \ldots \delta_k = \frac{1}{EF_0} \Sigma \bar{S}Ss' = \frac{1}{EF_0} \left[\sum_A^k S_k S s' + \sum_k^B S_d S s' + \bar{S}_p S_p s' \right].$$

XI lentelės.

Mazgai k	Strypai	Strypų redukuoti ilgiai $s'\cdot 10^2$ cm	$S_{A=1}$	S 10^3 kg	$S_{A=1}Ss'$ 10^5 kg cm	$\sum_A^k S_{A=1}Ss'$ 10^5 kg cm	$\frac{z'}{l}\sum_A^k S_{A=1}Ss'$ 10 kg cm	$\frac{z}{l}\sum_k^B S_{B=1}Ss'$ 10^5 kg cm	$EF_0\,\delta$ 10^5 kgcm	Ilinkiai δ cm.
	Kb	6,270	— 1,1681	— 12,900	+ 94,4794					
	Ka	7,400	— 1,0000	— 11,061	+ 81,8514					
	La	1,070	0,0000	—145.902	+ 0,0000					
	ab	6,970	+ 1,2973	+ 14,352	+ 129,7733					
1	pr	3,860		+ 29,000	**77,20**	306,104	275,494	138,262	490,956	0,779
	Kd	2,640	— 3,0961	— 37,141	+ 303,5878					
	bc	5,370	— 1,1788	— 14,920	+ 94,4459					
	Lc	1,104	+ 1,2322	—121,711	— 165,5694					
	cd	3,918	+ 2,0697	+ 25,930	+ 209,8621					
2	rs	6,650		+ 20,000	**133,00**	748,430	598,744	277,593	1009,337	1,602
	Kf	1,520	— 5,9233	— 69,778	+ 628,2406					
	de	3,980	— 1,2462	— 14,487	+ 71,8538					
	Le	1,575	+ 3,1613	— 90,730	— 451,7348					
	ef	2,722	+ 2,9958	+ 34,600	+ 282,1480					
3	st	8,540		+ 20,000	**170,80**	1278,938	895,257	471,807	1537,864	2,441
	Ki	1,064	— 9,6022	—102,850	+1050,7918					
	fg	4,620	— 1,1072	— 8,751	+ 44,7637					
	Lg	3,050	+ 5,9416	— 54,753	— 992,2270					
	gi	2,709	+ 3,6798	+ 32,829	+ 327,2586					
4	tu	9,640		+ 20,000	**192,80**	1709,525	1025,715	879,151	2097,646	3,330
	Kn	0,947	—12,5064	— 113,767	+1347,4058					
	ik	3,855	— 0,6420	+ 1,195	— 2,9575					
	Lk	4,507	+ 9,3554	— 22,724	— 958,1529					
	kn	6,390	+ 3,3694	+ 14,583	+ 313,9789					
5	uu'	10,000		+ 20,000	**200,00**	2409,789	1204,895	1225,422	2630,317	4,175
	Kn'	0,947	—12,5064	—113,767	+1347,4058					
	$k'i'$	3,855	+ 1,5379	+ 1,195	+ 7,0846					
	Lk'	4,507	+14,0332	— 22,724	—1437,2396					
	$k'n'$	6,390	— 1,6069	+ 14,583	— 149,7396					
	nn'	3,600	+ 0,7917	+ 7,202	+ 20,5266					
6	$t'u'$	9,640		+ 20,000	**192,80**	2197,827	879,131	1025,715	2097,646	3,330
	Ki'	1,064	—14,4032	—102,850	+1685,6091					
	$f'g'$	4,620	+ 0,7500	— 8,751	— 30,3222					
	Lg'	3,050	+13,8638	— 54,753	—2315,2075					
	$g'i'$	2,709	+ 0,3911	+ 32,829	+ 34,7820					
7	$s't'$	8,540		+ 20,000	**170,80**	1572,689	471,807	895,257	1537,864	2,441
	Kf'	1,520	—13,8209	— 69,778	+1465,8806					
	$e'd'$	3,980	+ 0,0151	— 14,487	— 0,8706					
	Le'	1,575	+12,6446	— 30,730	—1806,9108					
	$f'e'$	2,722	+ 1,6689	+ 34,600	+ 157,1790					
8	$r's'$	6,650		+ 20,000	**133,00**	1387,967	277,593	598,744	1009,337	1,602
	Kd'	2,640	—12,3845	— 37,142	+1214,3609					
	$b'c'$	5,370	— 0,6089	— 14,920	+ 48,7853					
	Le'	1,104	+11,0900	—121,711	—1490,1511					
	$c'd'$	3,918	+ 2,1818	+ 25,930	+ 221,6571					
9	$p'r'$	3,860		+20,0000	**77,20**	1382,619	138,262	275,494	490,956	0,779

Iš čia: $$\delta_k = \frac{1}{EF_0}\left[\frac{z'}{l}\sum_A^k S_{A=1} Ss' + \frac{z}{l}\sum_k^B S_{B=1} Ss' + S_p s'\right].$$

Sulig šiuo reiškiniu, keisdami jame k, skaičiuojame analitiškai visų važiuojamosios dalies mazgų įlinkius.

Skaičiuotė atlikta lentelėse XI.

Pastaba prie XI lentelių: Dėl rezultatų $S_{A=1}$ ir $S_{B=1}$ simetriškos lygybės lentelėse praleistos skiltys su reikšmėmis $S_{B=1}$, $S_{B=1} Ss'$ ir $\sum_k^B S_{B=1} Ss'$. Rezultatai $\frac{z}{l}\sum_k^B S_{B=1} Ss'$ gauti iš skiltelės $\frac{z'}{l}\sum_A^k S_{A=1} Ss'$. Šulelio $\sum_A^k S_{A=1} Ss'$ skaičiai gauti, sudėjus kairiosios gretimos skilties rezultatus, išskyrus stambiai atspausdintus skaičius. Pastarieji reiškia formulės δ_k narius $S_p s'$ ir turi būt pridėti prie atitinkamos eilutės skaičių, reiškiančių dydžius $\frac{z'}{l}\sum_A^k S_{A=1} Ss'$ ir $\frac{z}{l}\sum_k^B S_{B=1} Ss'$. Tą atlikę, gauname rezultatus $EF_0\delta$.

Fermos didžiausias įlinkis yra $\delta = 4{,}175$ cm. Reiškiant angos ilgiu l sudaro tai:

$$\delta = \frac{4{,}175}{l}\cdot l = \frac{4{,}175}{6000} l = \frac{1}{1437} l.$$

Geležinių pakabų, laikančių važiuojamąją dalį, skersinio piūvio plotas priimtas lygus 30 cm². Dėliai to pakabų redukuoti ilgiai s' sutampa su tikraisiais.

10. Įrąžos nuo fermos vienodo įkaitimo.

Nagrinėjamoji ferma sutvarstyta prie 10° temperatūros. Po to ši pastaroji yra visose dalyse vienodai pakilus iki 40°. Reikia sužinoti, kokio didumo įrąžų yra gavę jos strypai.

Nuo temperatūros pakilimo $40^0 - 10^0 = 30^0$ ferma gauna statiškai neišsprendžiamą dydį

$$X_t = \frac{\Sigma \bar{S} s}{\Sigma \bar{S}^2 s'} E\varepsilon_t F_0 t.$$

Šiam reiškiniui imame:

$E\varepsilon_t = 25$ kg/cm², $F_0 = 30$ cm², $t = 30^0$ ir $\Sigma \bar{S}^2 s' = 486{,}7739 \cdot 10^2$ cm $= \frac{1}{2{,}0544} 10^3$ m.

Taigi: $$E\varepsilon_t F_0 t = 25 \cdot 30 \cdot 30 = 22500 \text{ kg} = 22{,}5 \text{ t}$$ ir

$$X_t = \frac{22{,}5 \cdot 2{,}0544}{10^3} \Sigma \bar{S} s = 0{,}04622 \Sigma \bar{S} s.$$

Kadangi $\Sigma \bar{S}^2 s'$ čia išreikšta metrais, tai ir $\Sigma \bar{S} s$ turi būt tais pat išmatavimais gauta. Ši pastaroji suma dedamose XII lentelėse taip ir išskaičiuota.

XII lentelės.

Strypai	s m	$\bar{S}$	$\bar{S}s$ m	Strypai	s m	$\bar{S}$	$\bar{S}s$ m
	Viršutinė juosta				Sieniniai strypai		
Ka	7,40	— 0,6433	— 4,7604	*ab*	6,97	+ 0,8346	+ 5,8172
Kb	6,27	— 0.7516	— 4,7125	*cd*	6,53	+ 1,0363	+ 6,7670
Kd	6,16	— 1,7158	— 10,5693	*ef*	6,35	+ 1,1663	+ 7,4060
Kf	6,08	— 2,8103	— 17,0866	*gi*	6,32	+ 1,0302	+ 6,5109
Ki	6,03	— 3,8569	— 23,2571	*kn*	6,39	+ 0,4430	+ 2,8308
Kn	6,00	— 4,1688	— 25,0128	*bc*	5,37	— 0,5800	— 3,1146
		$\Sigma\bar{S}s$	— 85,3987	*de*	3,98	— 0,4514	— 1,7966
	Apatinė juosta			*fg*	3,08	— 0,2342	— 0,7213
La	7,13	+ 1,1890	+ 8,4776	*ik*	2,57	+ 0,0838	+ 0,2154
Lc	6,62	+ 1,8956	+ 12,5489	*nn'*	2,40	+ 0,2639	+ 0,3167
Le	6,30	+ 2,8003	+ 17,6419			$\Sigma\bar{S}s$	+ 24,2315
Lg	6,10	+ 3,8356	+ 23,3972		Šarnyrų styga		
Lk	6,01	+ 4,7596	+ 28,6052				
		$\Sigma\bar{S}s$	+ 90,6708		60,00	— 1,0000	— 60,0000

XII lentelės, išskyrus eilutę, liečiančią stygą, išplėstos tik pusei fermos. Visa ieškomoji sandaugų $\bar{S}s$ suma bus tat:

$$\Sigma\bar{S}s = 2\,(90{,}6708 + 24{,}2315 - 85{,}3987) - 60{,}000\,.$$

Iš čia: $$\Sigma\bar{S}s = -\,0{,}9928\ \text{m}\,.$$

Taigi: $$X_t = -\,0{,}04622 \cdot 0{,}9928 = -\,0{,}0459\ \text{t}\,.$$

Pagaliau ieškomosios strypų įrąžos bus: $S = -\,0{,}0459 \times \bar{S}\ \text{t}$.

11. Įrąžos nuo fermos nevienodo įkaitimo.

Nagrinėjamoji ferma nevaržomai sutvarstyta temperatūroje 10°. Po to ji įkaitinta tiek, kad ši pastaroji pakilo viršutinėje juostoje iki 45°, apatinėje iki 25° ir sieniniuose strypuose iki 35°. Kokio didumo gautos nuo to strypų įrąžos.

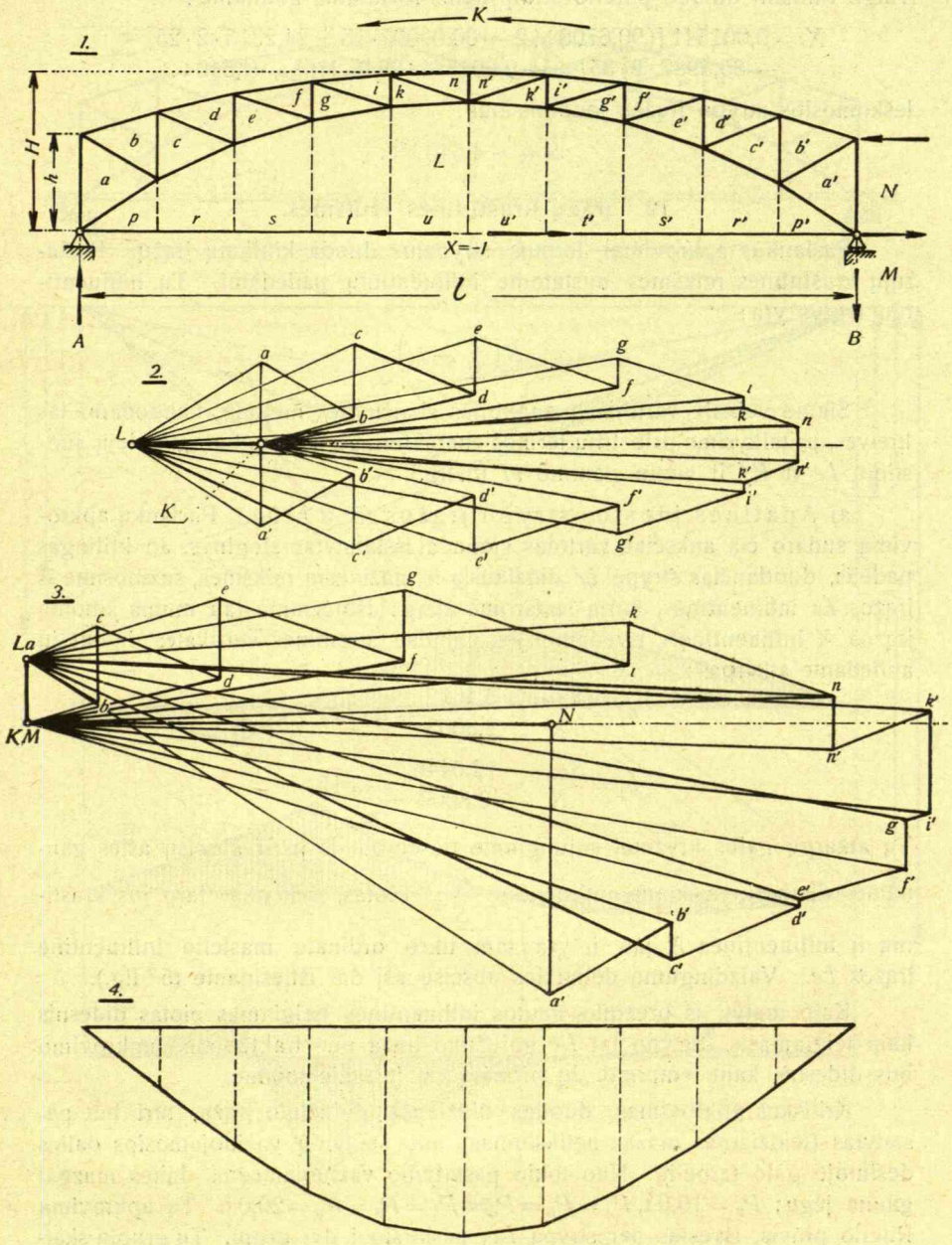
Priskyrus stygą prie apatinės juostos, statiškai neišsprendžiamą dydį, gauname:

$$X_t = \frac{E\varepsilon_t F_0}{\Sigma\bar{S}^2 s'}\,[t_v \Sigma\bar{S}_v s + t_a \Sigma\bar{S}_a s + t_s \Sigma\bar{S}_s s]\,.$$

Indeksai v pridera viršutiniams, a apatiniams ir s sieniniams strypams.

Čia: $$\frac{EF_0\varepsilon_t}{\Sigma\bar{S}^2 s'} = \frac{25 \cdot 30 \cdot 2{,}0544}{10^3 \cdot 10^3} = 0{,}001541\ \text{t/m}\,,$$

$t_v = 45 - 10 = 35^0$, $t_a = 25 - 10 = 15^0$ ir $t_s = 35 - 10 = 25^0$.



4 fig.

Taigi, imdami domėn pereito straipsnelio rezultatus gauname:

$$X_t = 0{,}001541\,[(90{,}6708 \times 2 - 60{,}0000) \cdot 15 + 24{,}2315 \cdot 2 \cdot 25 - \\ - 85{,}3987 \cdot 2 \cdot 35] = -0{,}001541 \cdot 2946{,}21 = -4{,}540\,\text{t}.$$

Ieškomosios strypų įrąžos tonomis bus:

$$S = -4{,}540\,\bar{S}\,\text{t}.$$

12. Įrąžų kraštutinės reikšmės.

Paslankūs apkrovimai fermos strypams duoda kintamų įrąžų. Pastarųjų kraštutines reikšmes nustatome infliuentinių padedami. Tų infliuentinių lygtys yra:

$$\eta_i = \bar{S}\left(\frac{\eta_{i0}}{S} - \eta_{ix}\right).$$

Šiame veikale vartojamą analitinės skaičiuotės metodą, naudodami tas kreives, pritaikysime prie trijų fermos charakteringų strypų, būtent dviejų juostinių *Le* ir *Kf* ir vieno sieninio *ef* (5 fig.).

a) Apatinės juostos strypo įrąžos (5^1 ir 5^2 fig.). Paslankų apkrovimą sudaro čia anksčiau vartotas vienodai išskirstytas sloginys. Jo kritingas padėtis, duodančias strype *Le* didžiausią ir mažiausią reikšmes, sužinosime iš įrąžos *Le* infliuentinės, kurią sudarome šiaip: išbrėžiame jau mums žinomą įrąžos *X* infliuentinę. Išvedame jos galuose atramines vertikales ir ant jų atidedame atkarpas:

$$a_1 = \frac{S_{A=1}}{\bar{S}} = \frac{3{,}1612}{2{,}8003} = 1{,}122,$$

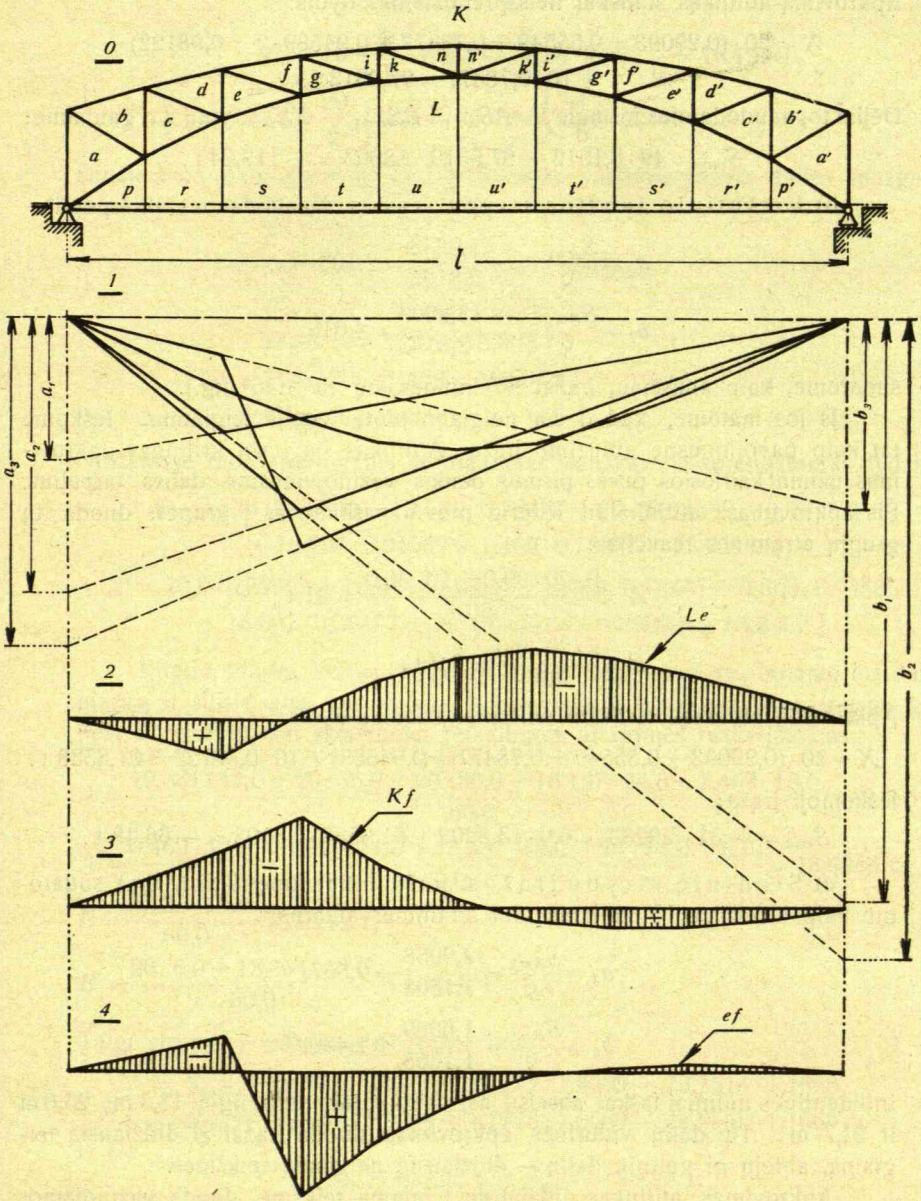
$$b_1 = \frac{S_{B=1}}{\bar{S}} = \frac{12{,}6446}{2{,}8003} = 4{,}515.$$

Tų atkarpų galus kryžmai sujungiame tiesėmis. Iš jų ir abscisų ašies gauname trikampį, reiškiantį infliuentinę $\frac{\eta_{i0}}{S}$. Plotas, išsitenkąs tarp jos kraštinių ir infliuentinės *X* jau ir yra tam tikro ordinatų mastelio infliuentinė įrąžos *Le*. Vaizdingumo dėliai jos abscisų ašį dar ištiesiname (5^2 fig.).

Kaip matyti iš brėžinio, gautos infliuentinės neigiamas plotas didesnis kaip teigiamasis. Strypo tat *Le* gniužimo įrąža nuo traktuojamo apkrovimo bus didesnė, kaip tempimo. Jų pirmąją čia ir skaičiuojame.

Kritiškas apkrovimas, duodąs didžiausią gniužimo įrąžą, turi būt pastatytas (leidžiamas mažas netikslumas) ant septynių važiuojamosios dalies dešiniojo galo tarpelių. Nuo tokio pastatymo važiuojamosios dalies mazgai gauna jėgų: $P_3 = 10{,}0\,\text{t}$, $P_4 = P_5 = P_6 = P_7 = P_8 = P_9 = 20{,}0\,\text{t}$. Tą apkrovimą Riterio piūvis, išvestas per strypą *Le*, paskirsto į dvi grupi. Tų grupių skaičiuotei reikalingos atraminės reakcijos bus: $B = 0$ ir

$$A = \frac{6 \cdot 20{,}0 \cdot 21 + 10 \cdot 42}{60} = 49{,}0\,\text{t}.$$


K
0
a
b
c
d
e
f
g
i
k
n
n'
k'
i'
g'
f'
e'
d'
c'
b'
a'
L
p
r
s
t
u
u'
t'
s'
r'
p'
l
1
a3
a2
a1
b3
b1
b2
Le
2
Kf
3
4
ef

5 fig.

Apkrovimą atitinkąs statiškai neišsprendžiamas dydis:

$$X = 20 \cdot (0{,}29093 + 0{,}55549 + 0{,}78477 + 0{,}94589 \cdot 2 + 0{,}98122) + \\ + 10 \cdot 0{,}78477 = 97{,}9313 \text{ t}.$$

Dėliai to, naudodamies formule $S = AS_{A=1} + BS_{B=1} - X\bar{S}$, strypui Le gauname:

$$S_{min} = 49 \cdot 3{,}1612 - 97{,}9313 \cdot 2{,}8003 = -119{,}34 \text{ t}.$$

b) Viršutinio juostos strypo įrąžos. Naudodamies atkarpomis

$$a_2 = \frac{S_{A=1}}{\bar{S}} = \frac{-5{,}9233}{-2{,}8103} = 2{,}108 \text{ ir}$$

$$b_2 = \frac{S_{B=1}}{\bar{S}} = \frac{-13{,}8209}{-2{,}8103} = 4{,}918$$

sudarome, kaip anksčiau, įrąžai Kf infliuentinę (5^1 ir 5^3 fig.).

Iš jos matome, kad ir čia neigiami plotai viršija teigiamus. Ieškome tat kaip pavojingesnę gniužimo įrąžą. Atitinkąs šią įrąžą kritingas apkrovimas užima kairiosios pusės pirmus penkis važiuojamosios dalies tarpelius. Šis apkrovimas, atitinkamu Riterio piūviu paskirstytas į grupes, duoda tų grupių atramines reakcijas:

$$A = \frac{2 \cdot 20 \cdot 39{,}0 + 10 \cdot 30{,}0}{60} = 31 \text{ t},$$

$$B = \frac{2 \cdot 20 \cdot 9{,}0}{60} = 6{,}0 \text{ t}.$$

Apkrovimą atitinkąs statiškai neišsprendžiamas dydis:

$$X = 20 \cdot (0{,}29093 + 0{,}55549 + 0{,}78477 + 0{,}94589) + 10 \cdot 0{,}98122 = 61{,}3538 \text{ t}.$$

Ieškomoji įrąža:

$$S_{min} = -31 \cdot 5{,}9233 - 6{,}0 \cdot 13{,}8209 + 61{,}3538 \cdot 2{,}8103 = -66{,}48 \text{ t}.$$

c) Sieninio strypo įrąžos. Įrąžų infliuentinę (5^1 ir 5^4 fig.) sudarome kaip anksčiau. Naudojame tam atramines atkarpas:

$$a_3 = \frac{S_{A=1}}{\bar{S}} = \frac{2{,}9958}{1{,}1668} = 2{,}567,$$

$$b_3 = \frac{S_{B=1}}{\bar{S}} = \frac{1{,}6689}{1{,}1668} = 1{,}430.$$

Infliuentinės nuliniai taškai abscisų ašį skiria į tris dalis ilgių 13,3 m, 25,0 m ir 21,7 m. Tų dalių vidurinės apkrovimas duoda įrąžai ef didžiausią teigiamą, abiejų gi galinių dalių — didžiausią neigiamą reikšmes.

Apkrovimas, atitinkąs didžiausią teigiamą reikšmę, duoda važiuojamos dalies mazgams jėgas:

$$P_2 = \frac{20}{6} \cdot \frac{(18{,}0 - 13{,}3)^2}{2 \cdot 6} = 6{,}136 \text{ t},$$

$$P_3 = 10 + \frac{20}{6} \cdot (18{,}0 - 13{,}3) \cdot 3{,}65 \cdot \frac{1}{6} = 19{,}531 \text{ t},$$

$$P_4 = P_5 = 20{,}0 \text{ t},$$

$$P_6 = 10 + \frac{20}{6} \cdot (38{,}3 - 36{,}0) \cdot 4{,}85 \cdot \frac{1}{6} = 16{,}197 \text{ t},$$

$$P_7 = \frac{20}{6} \cdot (38{,}3 - 36{,}0)^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = 1{,}469 \text{ t}.$$

Didžiausios neigiamos įrąžos apkrovimas važiuojamosios dalies mazgams duoda jėgas:

$$P'_1 = 20{,}0 \text{ t},$$
$$P'_2 = 10 + (10 - 6{,}136) = 13{,}864 \text{ t},$$
$$P'_3 = 20 - 19{,}531 = 0{,}469 \text{ t},$$
$$P'_6 = 10 - 6{,}197 = 3{,}803 \text{ t},$$
$$P'_7 = 20 - 1{,}469 = 18{,}531 \text{ t},$$
$$P'_8 = P'_9 = 20{,}0 \text{ t}.$$

Nustatome tuos apkrovimus atitinkančius statiškai neišsprendžiamus dydžius:

$$X = 6{,}136 \cdot 0{,}55549 + 19{,}531 \cdot 0{,}78477 + 20 \cdot (0{,}94589 + 0{,}98122) + 16{,}197 \cdot 0{,}94589 + 1{,}469 \cdot 0{,}78477 = 73{,}7514 \text{ t},$$

$$X' = 20{,}0 \cdot 0{,}29093 + 13{,}864 \cdot 0{,}55549 + 0{,}469 \cdot 0{,}78477 + 3{,}803 \cdot 0{,}94589 + 18{,}531 \cdot 0{,}78477 + 20 \cdot (0{,}55549 + 0{,}29093) = 48{,}9562 \text{ t}.$$

Riterio piūvis, kertąs strypą *ef*, išeina tarp 2 ir 3 važiuojamosios dalies mazgų ir skiria abu vartojamus apkrovimus į dešiniąsias ir kairiąsias grupes. Tų grupių šiai skaičiuotei reikalingos atraminės reakcijos bus:

$$A = \frac{19{,}531 \cdot 42{,}0 + 20 \cdot 36{,}0 + 20 \cdot 30{,}0 + 16{,}197 \cdot 24{,}0 + 1{,}469 \cdot 18{,}0}{60{,}0} = 42{,}5912 \text{ t},$$

$$A' = \frac{0{,}469 \cdot 42{,}0 + 3{,}803 \cdot 24{,}0 + 18{,}531 \cdot 18{,}0 + 20\,(12{,}0 + 6{,}0)}{60{,}0} = 13{,}4088 \text{ t},$$

$$B = \frac{6{,}136 \cdot 12{,}0}{60{,}0} = 1{,}2272 \text{ t},$$

$$B' = \frac{20 \cdot 6{,}0 + 13{,}864 \cdot 12{,}0}{60{,}0} = 4{,}7728 \text{ t}.$$

Taigi strypo *ef* ieškomosios įrąžos bus:

$$S_{max} = 42{,}5912 \cdot 2{,}9958 + 1{,}2272 \cdot 1{,}6689 - 73{,}7514 \cdot 1{,}1668,$$
$$S_{min} = 13{,}4088 \cdot 2{,}9958 + 4{,}7728 \cdot 1{,}6689 - 48{,}9562 \cdot 1{,}1668.$$

Iš čia

$$S_{max} = 43{,}59 \text{ t ir } S_{min} = -8{,}99 \text{ t}.$$

Le calcul analytique d'une ferme en treuillis statiquement indéterminée,

par M. le prof. K. Vasiliauskas.

(Résumé).

L'article contient une méthode originale proposée par l'auteur pour la résolution de la dite question. La méthode est basée sur l'application des formules de Mohr pour l'énergie potentielle acquise par la ferme sous l'action d'une charge quelconque. Les efforts principals des barres sont calculés en fonction des trois forces extérieures suivantes: les deux réactions des appuis $A=1$ et $B=1$ et une charge quelconque $\bar{X}=-1$. Les efforts $S_{A=1}$, $S_{B=1}$ et $\bar{S}$ qui en résultent dans les barres suffisent complètement pour trouver toutes les quantités necéssaires pour le calcul de la ferme, savoir:

1) La ligne d'influence pour l'effort statiquement indéterminé. La formule (4) sert pour son calcul analytique; son application est montré dans la table VI.

2) Les efforts des barres provenant de la charge arbitraire constante, calculés au moyen de la formule (8) et de la table IX.

3) Les efforts maxima et minima, dus aux charges mobiles; ces efforts sont calculées pour les trois barres caractéristiques de la ferme.

4) Les efforts dus au changement de la température.

5) La ligne des soubaissemets élastiques de la voie principale, selon la formule (9) et la table XI.

Pour simplifier le calcul, les barres réelles aux sections variées sont remplacées par les barres fictives à sections constantes, en reduisant convénablement, selon la formule (3), la longueur de chaque barre. Grâce à cette procédure le calcul statique de la ferme devient plus simple et ne diffère pas du calcul de la ferme ayant des barres à section constante.

La théorie, exposée brièvement, est accompagnée d'un calcul détaillé de la ferme composée d'un arc en treillis à deux charnières, reliées par une barre horizontale.

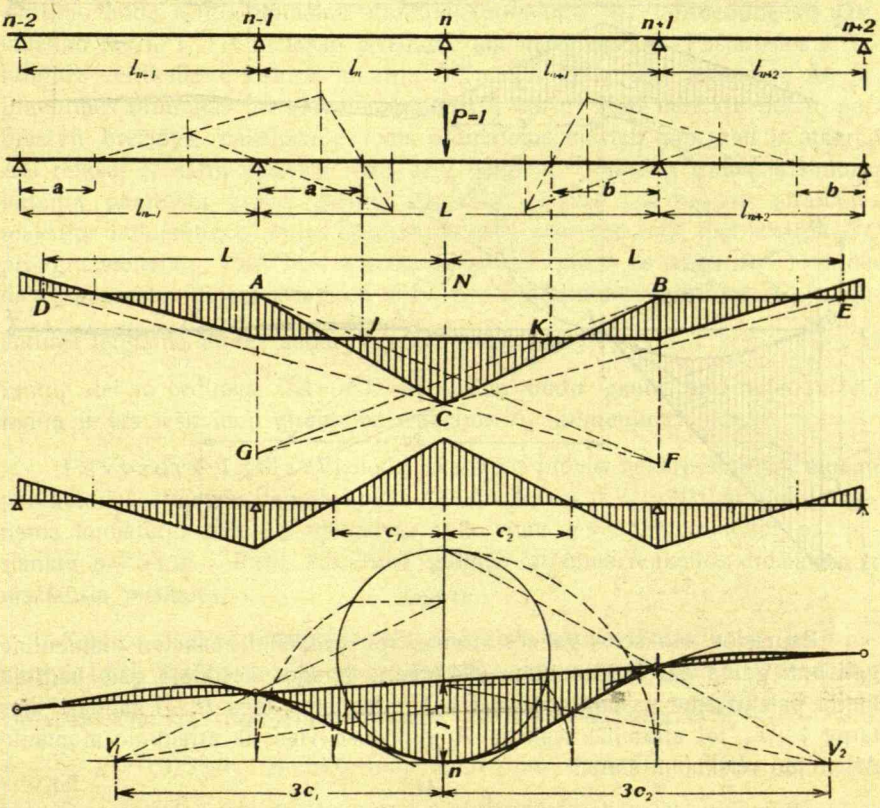
K. Vasiliauskas, inž., e. o. profesorius.

Apskritimo būdas statybos statikoje.

(„Technikos“ Nr. 1, 2 ir 3 tęsinys).

3. Atraminių reakcijų infliuentinės.

Turime nekarpytą vienodų skersinių piūvių daugelio atramų siją. Jos atramos n reakcijai reikia sudaryti infliuentinė (įtakinė). Tuo tikslu tą atramą pašaliname (93 brėž.). Gautai daugelio atramų sijai, turinčiai pra-

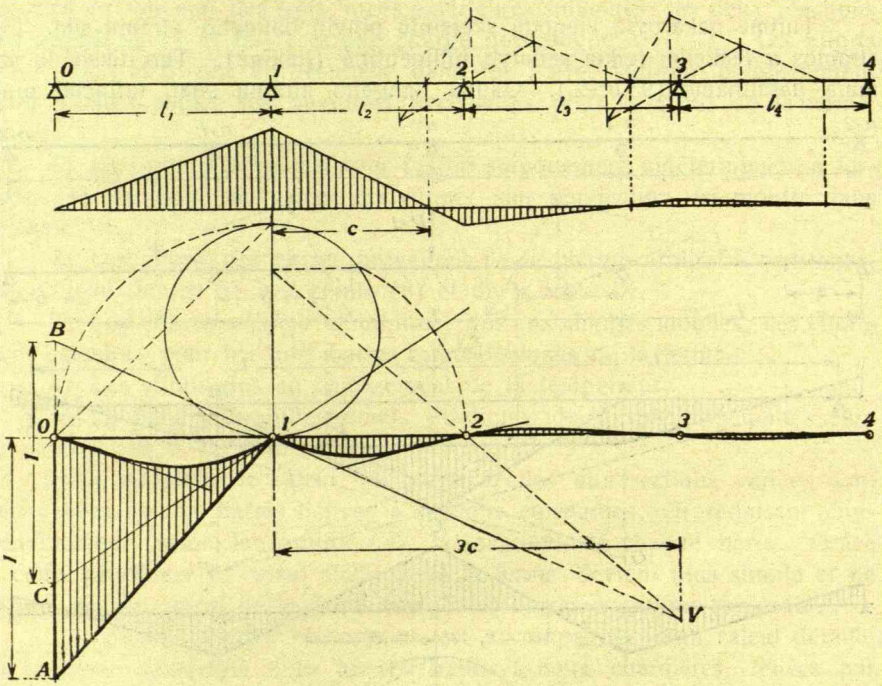


93 brėž.

plėstą angą nuo $n-1$ iki $n+1$, nustatome pastovius taškus kairiuosius kairėje ir dešiniuosius dešinėje sijos pusėje. Pašalintos atramos piūvyje apkrauname siją jėga $P=1$. Praplėstai angai, kaip paprastai dviejų atramų

sijai, sudarome lenkimo momentų diagramą trikampio ACB pavidalo. Sekdami § 20-to straipsnelį e, tą diagramą, kaip 80-ame brėžinyje, uždarome ir išplečiame iki abiejų nekarpytos sijos galų. Gautą lenkimo momentų diagramą verčiame fiktyviniu apkrovimu, susidedančiu iš ištisos eilės trikampių. Brėžinyje parodytu apskritimo būdu sudarome įlinkių kreivę, atitinkančią tikrąjį apkrovimą $P=1$. Ši įlinkių kreivė yra gaunama iš ištisos eilės sudurstytų kubinių parabolių. Iš išvadžiojimų, panašių į naudotuosius § 17², įsitikiname, kad gautoji kreivė yra drauge ir ieškomosios atraminės reakcijos infliuentinė (įtakinė). Šiuo pastaruoju atveju ji gauna aukščių mastelį tokį, kad po atrama n jos ordinata prilygsta vienetui:

$$\eta_{ln}=1.$$



94 brėž.

Paprastos, lanksčios galinės atramos (pavyzdžiui 0) reakcijos infliuentinė gali būti gauta dar ir šiuo būdu (94 brež.). Iš sijos dešiniojo galo kairiojo linkui paleidžiame paslankią jėgą $P=1$. Kol toji jėga $P=1$ randasi sijos tarpe $1 \div r$, tol atraminė reakcija A_0 priklauso vien tik atraminio momento M_1 ir juo reiškiama šiaip:

$$A_0=\frac{M_1}{l_1}.$$

Vadinas, ieškomosios infliuentinės (įtakinės) kiekviena ordinata po sijos tarpu $1 \div r$ yra l_1 kartų žemesnė, kaip tas pats dydis pas atraminio momento M_1 infliuentinę.

Paslankiai jėgai $P=1$ veikiant sijos tarpą $1 \div 0$, nagrinėjamai atramos 0 reakcijai gauname reiškinį:

$$A_0 = A_{(0)0} + \frac{M_1}{l_1} .$$

Iš jo sprendžiame, kad po sijos tarpu $0 \div 1$ ieškomosios infliuentinės ordinatos yra lygios algebrinei sumai ordinatų, priderančių dviem kitom infliuentinėm, būtent: infliuentinei $A_{(0)0}$, reiškiančiai paprastos dviem atramom sijos 0 : 1 reakciją, ir infliuentinei, vaizduojančiai anksčiau minėtą dalmenį $\frac{M_1}{l_1}$.

Padarytais išvadžiojimais naudodamies, infliuentinę A_0 sudarome šiaip: Atraminį piūvį 1 apkrauname lygiai priešingais momentais $M_1 = 1$ ir, pasigaudami pastovių taškų, išbrėžiame lenkimo momentų diagramą, susidedančią iš eilės trikampių. Tą diagramą verčiame fiktyviniu apkrovimu. Apskritimo būdu iš jos gauname atraminių momentų M_1 infliuentinę su užsilaužimo tašku 1. Iš to taško išvedame abi liečiamąsias. Pastarosios iš atraminės vertikalės 0 išskiria atkarpą $BC = l_1$. Gautosios momentų M_1 infliuentinės ordinatas privalome sumažinti l_1 kartų. Kad nereiktų dėl to perbraižyti brėžinys, pakeičiame toms ordinatoms mastelį taip, kad ir atkarpa BC reikštų l_1 kartų mažesnį dydį, t. y. vienetą. Vadinas, gautą iš sudurtų kubinių parabolių kreivę galime išnaudoti tiesiog ieškomosios atraminės reakcijos infliuentinei, jei jos ordinatų mastelį pakeisim taip, kad atkarpa BC prilygtų vienetui. Prie šios kreivės neigiamo ploto po anga $0 \div 1$ pridedame paprastos dviem atramom sijos $0 \div 1$ atraminės reakcijos $A_{(0)}$ infliuentinės teigiamą plotą, sudarytą tame pat mastelyje, kaip ir kreivė $\frac{M_1}{l_1}$, ir turintį dėl to ordinatą $0A = BC = 1$. Tuo būdu gauta brėžinyje raižyta figūra ir yra ieškomoji atraminės reakcijos A_0 infliuentinė.

Pavyzdys LXVI. Vienodų skersinių piūvių nekarpyta sija, einanti per keturias atramas, dengia angas $l_1 = l_3 = 6{,}0$ m ir $l_2 = 10{,}0$ m. Ji sloginama nuolatiniu vienodai išskirstytu apkrovimu $g = 2$ t/m ir tokiu pat paslankiu $p = 5$ t/m. Rasti kairiosios galinės atramos reakcijos didžiausią ir mažiausią reikšmes.

Sprendimas. Naudodamies pastoviais taškais, išskaičiuotais kaip pavyzdyje LXII, išbrėžiame fiktyvinių apkrovimų diagramą (95 brėž.). Jos reliatyviniai aukščiai yra: po 1-mąja atrama $h_1 = h$ ir po 2-ąja atrama $h_2 = \frac{b}{l_2 - b} h = \frac{2{,}38}{7{,}62} h = 0{,}3123 h$. Iš fiktyvinių apkrovimų apskritimo būdu gauname kubines paraboles. Nustatome toms parabolėms ir visai infliuentinei A_0 ordinatų vienetą Δ, kurio kampe $B1C$ tilpsta $\frac{1}{l_1}$:

$$\angle B1C = \frac{1}{l_1}\Delta = \frac{h_1(l_1 + l_2)}{2} \cdot \frac{2}{3} - \frac{h_2 l_2}{2} \cdot \frac{1}{3} = \left(\frac{16}{3} - \frac{0{,}3123 \cdot 10}{6}\right) h .$$

Iš čia, imant $l_1 = 6{,}0$, turime:

$$\Delta = 28{,}877\, h = \frac{h}{0{,}03463}\ (\mathrm{m}^2).$$

Tais vienetais reiškiame kubinių parabolių aukščio bazes:

Angai $0 \div 1$:

$$z_0 = \frac{l_1 h}{2} \cdot \frac{2}{3} l_1 \cdot \frac{1}{\Delta} = \frac{h l_1^2}{3\Delta} = \frac{36 \cdot 0{,}03463}{3} = 0{,}4156.$$

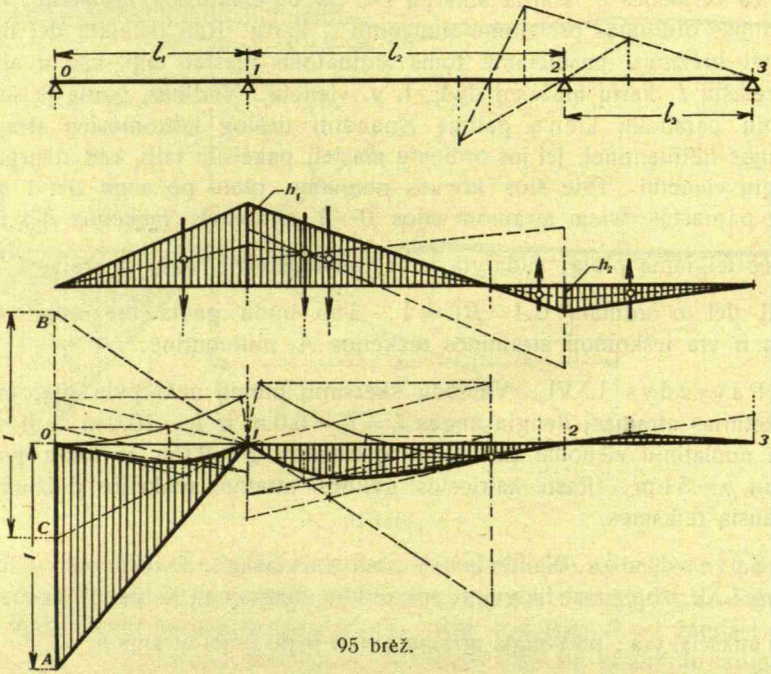
Angai $1 \div 2$:

$$z_2 = \frac{h l_2^2}{3\Delta} = \frac{100 \cdot 0{,}03463}{3} = 1{,}1543,$$

$$z_1 = \frac{h_2 l_2^2}{3\Delta} = \frac{0{,}3123 \cdot 100 \cdot 0{,}03463}{3} = 0{,}3605.$$

Angai $2 \div 3$:

$$z_3 = \frac{h_2 l_3^2}{3\Delta} = \frac{0{,}3123 \cdot 36 \cdot 0{,}03463}{3} = 0{,}1298.$$



95 brėž.

Skaičiuojame infliuentinės plotus:

Angai $0 \div 1$:

$$F'_1 = -l_1 z_0 \omega_\mu = -6{,}0 \cdot 0{,}125 \cdot 0{,}4156 = -0{,}3117\ \mathrm{m},$$

$$F'_2 = \frac{l_1 \cdot 1}{2} = \frac{6{,}0 \cdot 1}{2} = 3{,}0\ \mathrm{m},$$

$$F_1 = F'_2 + F'_1 = 3{,}0 - 0{,}3117 = 2{,}6883\ \mathrm{m}.$$

Angai $1 \div 2$:

$$F_2 = -l_2 \omega_\mu (z_2 + z_1) = -10{,}0 \cdot 0{,}125 (1{,}1543 - 0{,}3605) = -0{,}9922 \text{ m}.$$

Angai $2 \div 3$:

$$F_3 = l_3 \omega_\mu z_3 = 6{,}0 \cdot 0{,}125 \cdot 0{,}1298 = 0{,}0974 \text{ m}.$$

Atraminės reakcijos A_0 ieškomosios reikšmės:

$$A_{max} = (g+p)(F_1 + F_2) + gF_2 = 7 \cdot (2{,}6883 + 0{,}0974) - 2 \cdot 0{,}9922 = 17{,}516 \text{ t},$$
$$A_{min} = g(F_1 + F_2) + (g+p)F_2 = 2 \cdot (2{,}6883 + 0{,}0974) - 7 \cdot 0{,}9922 = -1{,}374 \text{ t}.$$

Pavyzdys LXVII. Pereito pavyzdžio sijai sudaryti 1-mosios atramos reakcijai infliuentinę ir sulig ja rasti didžiausią ir mažiausią reikšmes (96 brėž.).

Sprendimas. Sulig bendru ieškomosios infliuentinės statybos būdu atramą 1 pašaliname. Gautos trijų atramų 0, 2 ir 3 sijos pastovių taškų nuotoliai bus:

$$a_2 = 0, \quad b_3 = 0 \text{ ir } b_2 = \frac{l_2 + l_3}{3 + \frac{l_3}{l_2 + l_3} \cdot 2} = \frac{16}{3 + 2 \cdot \frac{6}{16}} = \frac{64}{15} \text{ m}.$$

Pašalintos atramos piūvyje dedame jėgą $P = 1$ ir, naudodamies 65-a formule, nustatome atraminį momentą M'_2:

$$M'_2 = -\frac{64}{15(10+6)} \cdot \frac{(10+6)+6}{(10+6) - \frac{64}{15}} M_{(0)1} = -0{,}5 M_{(0)1},$$

kur $M_{(0)1}$ yra paprastos dviem atramom sijos $0 \div 2$ lenkimo momentas, prideręs piūviui 1. To pat piūvio nekarpytos sijos lenkimo momentas M_1 bus:

$$M_1 = M_{(0)1} + \frac{l_1}{l_1 + l_2} M'_2 = M_{(0)1} - 0{,}5 \cdot \frac{6}{16} \cdot M_{(0)1} = \frac{13}{16} M_{(0)1}.$$

Naudodamies momentais M'_2 ir M_1 išbrėžiame visos nekarpytos trijų atramų sijos lenkimo momentų diagramą. Ją verčiame fiktyvinių apkrovimų plotu, turinčiu atraminėse vertikalėse šiuos reliatyvinius aukščius:

$$h_0 = 0,$$
$$h_1 = \frac{13}{16} M_{(0)1} = h,$$
$$h_2 = -\frac{1 \cdot 16}{2 \; 13} h = -\frac{8}{13} h.$$

Iš fiktyvinių apkrovimų apskritimo būdu gauname atraminės reakcijos A_1 infliuentinę. Pastarosios ordinatų vienetas Δ, vaizduojąs piūvio 1 įlinkį, bus:

$$\Delta = \frac{l_2}{l_1 + l_2} \cdot \frac{h l_1^2 \cdot 2}{2 \cdot 3} + \frac{l_1}{l_1 + l_2} \cdot \frac{h l_2^2 \cdot 2}{2 \cdot 3} - \frac{l_1}{l_1 + l_2} \cdot \frac{8 h l_2}{13 \cdot 2} \cdot \frac{l_2}{3} = \frac{l_1 l_2}{3(l_1 + l_2)} (l_1 + l_2 - \frac{4}{13} l_2) h.$$

Iš čia: $$\Delta = \frac{6 \cdot 10}{3 \cdot 16} (6 + 10 - \frac{4}{13} \cdot 10) h = 16{,}1539 h = \frac{h}{0{,}0619} (\text{m}^2).$$

Kubinių parabolių aukščio bazės yra:

Angai $0 \div 1$:

$$z_0 = \frac{h l_1^2}{3\Delta} = \frac{36 \cdot 0{,}0619}{3} = 0{,}7428 .$$

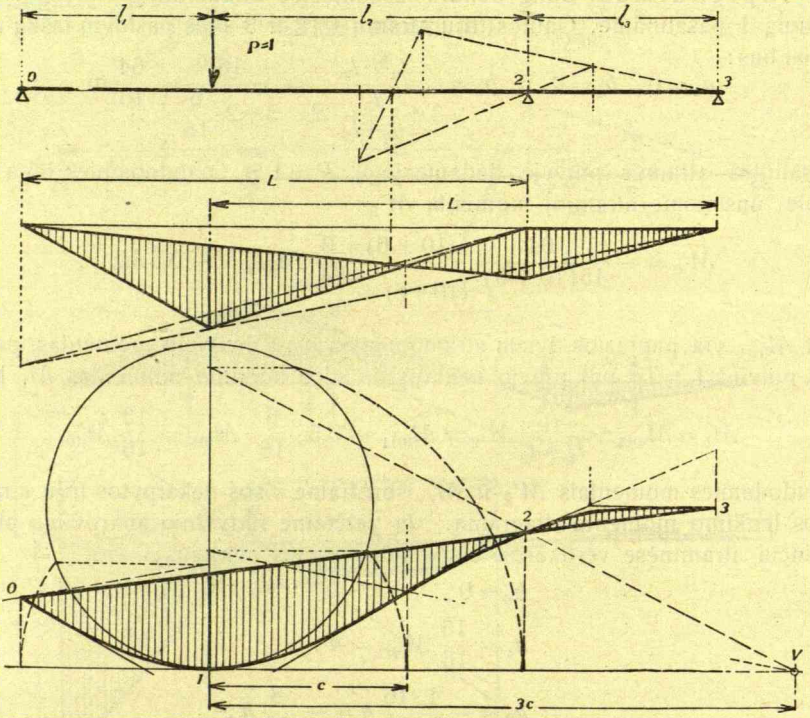
Angai $1 \div 2$:

$$z_2 = \frac{h l_2^2}{3\Delta} = \frac{100 \cdot 0{,}0619}{3} = 2{,}0633 ,$$

$$z_1 = -\frac{8 h l_2^2}{13 \cdot 3\Delta} = -\frac{8 \cdot 100 \cdot 0{,}0619}{39} = -1{,}2697 .$$

Angai $2 \div 3$:

$$z_3 = -\frac{8 h l_3^2}{13 \cdot 3\Delta} = -\frac{8 \cdot 36 \cdot 0{,}0619}{39} = -0{,}4572 .$$



96 brėž.

Influentinės plotai:

Angai $0 \div 1$:

$$F_1 = \frac{l_1}{2} + l_1 z_0 \omega_\mu = 3{,}0 + 6 \cdot 0{,}125 \cdot 0{,}7428 = 3{,}5571 \text{ m} .$$

Angai $1 \div 2$:

$$F_2 = \frac{l_2}{2} + l_2 \omega_\mu (z_2 + z_1) = 5{,}0 + 10 \cdot 0{,}125 \cdot (2{,}0633 - 1{,}2697) = 5{,}9920 \text{ m} .$$

Angai 2 ÷ 3:

$$F_3 = l_3 \omega_\mu z_3 = -6{,}0 \cdot 0{,}125 \cdot 0{,}4572 = -0{,}3429 \text{ m}.$$

Atraminės reakcijos A_1 ieškomosios reikšmės:

$$A_{max} = (g+p)(F_1+F_2)+gF_3 = 7 \cdot (3{,}5571 + 5{,}9920) - 2 \cdot 0{,}3429 = 66{,}158 \text{ t},$$

$$A_{min} = g(F_1+F_2)+(g+p)F_3 = 2 \cdot (3{,}5571 + 5{,}9920) - 7 \cdot 0{,}3429 = 16{,}698 \text{ t}.$$

4. Mastelių derinimas.

Analizuodami nekarpytų sijų skersinių jėgų ir lenkimo momentų infliuentines randame jas (infliuentines) sudėtas iš dviejų, gretimoms atramoms priderančių, lenkimo momentų infliuentinių. Šių infliuentinių ordinatos čia turi būti sudedamos bei atimamos. Grafinėje vaizduotėje jos tat turi būt išbrėžtos viename mastelyje. Nuo to (97 brėž.) atkarpos AB ir DE, išsitenkančios tarp liečiamųjų, išeinančių iš užsilaužimų C ir G, ir tų liečiamųjų kampai ACB ir DGE turi būt lygūs. Šie kampai, kaip atraminės deviacijos, fiktyvinio apkrovimo reliatyviniais intensyvumais h_{n-1} ir h_n gali būt išreikšti šiaip*):

$$\angle ACB = \frac{1}{3} h_{n-1}(l_{n-1}+l_n) - \frac{1}{6} \cdot \frac{a_{n-1} h_{n-1}}{l_{n-1} - a_{n-1}} l_{n-1} - \frac{1}{6} \cdot \frac{b_n h_{n-1}}{l_n - b_n} l_n =$$

$$= \frac{1}{6} h_{n-1} \left[l_{n-1} \left(2 - \frac{a_{n-1}}{l_{n-1} - a_{n-1}}\right) + l_n \left(2 - \frac{b_n}{l_n - b_n}\right)\right].$$

Iš 62-os formulės turime:

$$a_n = \frac{l_n}{3 + \frac{l_{n-1}}{l_n}\left(2 - \frac{a_{n-1}}{l_{n-1} - a_{n-1}}\right)}.$$

Iš jos gauname:

$$l_{n-1}\left(2 - \frac{l_n}{l_{n-1} - a_{n-1}}\right) = l_n \left(\frac{l_n}{a_n} - 3\right).$$

Todėl:

$$\angle ACB = \frac{1}{6} h_{n-1} \left[l_n \left(\frac{l_n}{a_n} - 3\right) + l_n \left(2 - \frac{b_n}{l_n - b_n}\right)\right].$$

Iš čia:

$$\angle ACB = \frac{1}{6} h_{n-1} l_n^2 \frac{l_n - a_n - b_n}{a_n (l_n - b_n)}.$$

Analoginiu būdu kampui DGE gauname:

$$\angle DGE = \frac{1}{6} h_n l_n^2 \frac{l_n - a_n - b_n}{b_n (l_n - a_n)}.$$

Vienodų kalbamųjų mastelių atveju atraminių momentų M_{n-1} ir M_n infliuentinių kampai ACB ir DGE būna lygūs. Dėliai to:

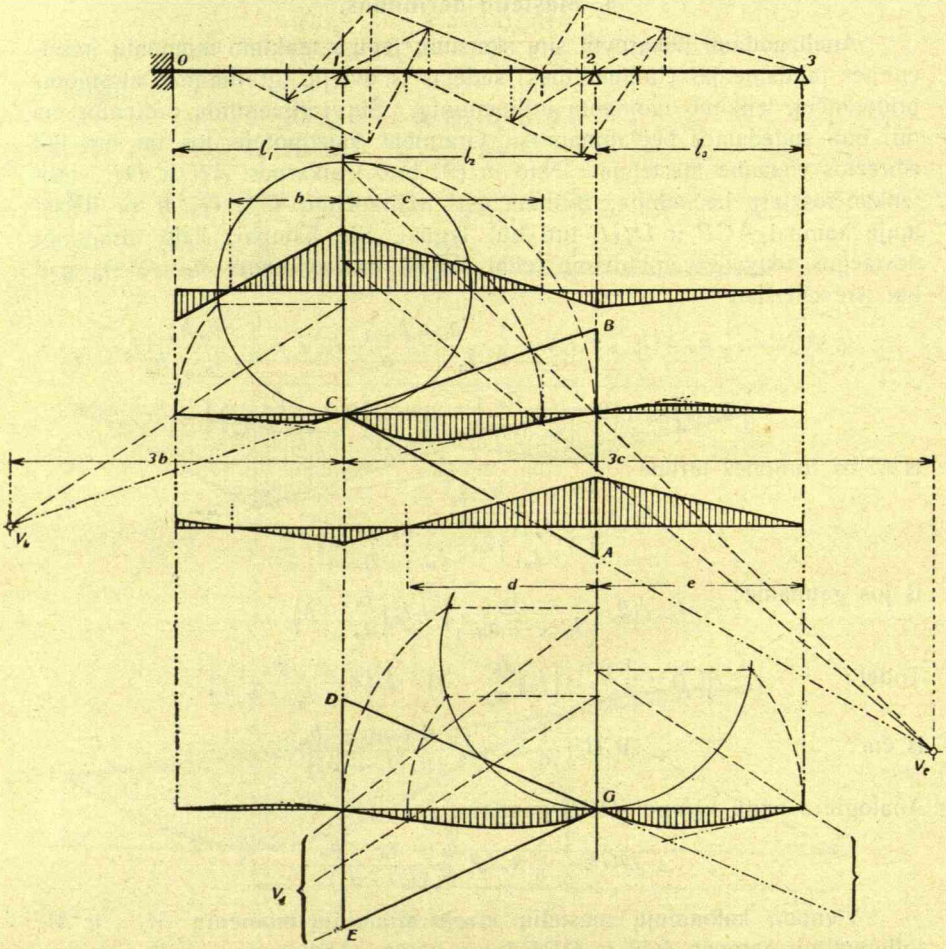
$$\frac{1}{6} h_{n-1} l^2_n \frac{l_n - a_n - b_n}{a_n (l_n - b_n)} = \frac{1}{6} h_n l_n^2 \frac{l_n - a_n - b_n}{b_n (l_n - a_n)}.$$

Iš čia:

$$(68) \quad \cdots \cdots \cdots \quad h_n = \frac{b_n (l_n - a_n)}{a_n (l_n - b_n)} h_{n-1}.$$

*) Indeksai $n-1$ ir n atitinka brėžinio pažymėjimus skaitmenimis 1 ir 2.

Atraminių momentų infliuentinių statybai fiktyviniai apkrovimai būna vartojami didžiausiais intensyvumais h_{n-1} ir h_n. Šių intensyvumų svarbios tik reliatyvinės reikšmės. Jų vienai tat galime pasirinkti bet kurią reikšmę bei atkarpą, o kitai reikšmė turi būt išskaičiuota padedant išvestam 68-tajam reiškiniui. Taip suderinti fiktyviniai apkrovimai duoda ne tik vienodų atkarpų AB ir DE, bet ir vienodų mastelių infliuentines M_{n-1} ir M_n.



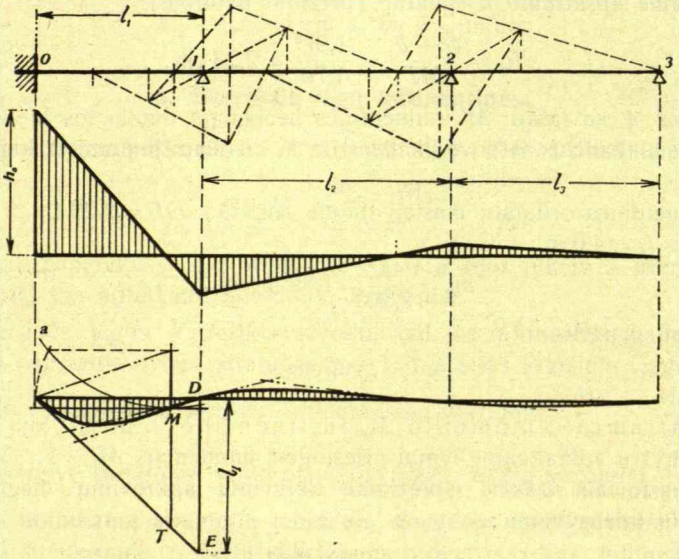
97 brėž.

Kaip matyti iš 68-tos formulės, simetriškų pastovių taškų angos, derinant mastelių atžvilgiu jų atraminių momentų infliuentines, gauna fiktyvinių apkrovimų reliatyvinius intensyvumus lygius, nes šiuo atveju $b_n = a_n$, $l_n - a_n = l_n - b_n$ ir todėl:

$$h_n = h_{n-1}.$$

Pavyzdys LXVIII. Vienodų skersinių piūvių sija dengia angas $l_1 = 4{,}0$ m, $l_2 = 6{,}0$ m ir $l_3 = 5{,}0$ m. Jos kairysis galas įtvirtintas. Išbrėžti viename ordinatų mastelyje atraminių momentų infliuentines.

Sprendimas. Ieškomųjų infliuentinių turime čia tris, būtent: M_0, M_1 ir M_2. Jas iš eilės ir sudarome.



98 brėž.

1. Atraminio momento M_0 infliuentinė.

Nustatome angų pastovius taškus grafiškai brėžinyje 98-me ir čia analitiškai:

$$a_1 = \frac{1}{3} l_1 = 1{,}33 \text{ m},$$

$$a_2 = \frac{l_2}{3 + \frac{l_1}{l_2}\left(2 - \frac{a_1}{l_1 - a_1}\right)} = \frac{6{,}0}{3 + \frac{4}{6} \cdot 1{,}5} = 1{,}50 \text{ m},$$

$$a_3 = \frac{l_3}{3 + \frac{l_2}{l_3}\left(2 - \frac{a_2}{l_2 - a_2}\right)} = \frac{5{,}0}{3 + \frac{6}{3}\left(2 - \frac{1{,}5}{4{,}5}\right)} = 1{,}00 \text{ m},$$

$$b_3 = 0,$$

$$b_2 = \frac{l_2}{3 + \frac{l_3}{l_2}\left(2 - \frac{b_3}{l_3 - b_3}\right)} = \frac{6{,}0}{3 + \frac{5}{6} \cdot 2} = 1{,}286 \text{ m},$$

$$b_1 = \frac{l_1}{3 + \frac{l_2}{l_1}\left(2 - \frac{b_2}{l_2 - b_2}\right)} = \frac{4{,}0}{3 + \frac{6}{4}\left(2 - \frac{1{,}286}{4{,}714}\right)} = 0{,}72 \text{ m}.$$

Pastovių taškų pasigaudami sudarome fiktyvinių apkrovimų diagramą, atitinkančią sijos piūvio 0 tikrąjį apkrovimą $M_0 = 1$. Tos diagramos didžiausią intensyvumą vaizduojame atkarpa $h_0 = 2{,}10$ cm.

Naudodamies angos $0 \div 1$ fiktyvinio apkrovimo svorio centrais, kaip uždavinyje LXII, pasirenkame infliuentines taškų, atitinkančių atramines vertikales 0 ir 1, liečiamąsias, nustatome infliuentinės tašką M ir liečiamąją. Skaičiuojame apskritimo a spindulį (brėžinio natūroje):

$$R_1 = \frac{l_1 - b_1}{MT} = \frac{1{,}97^2}{1{,}70} = 2{,}28 \text{ cm}.$$

Apskritimas a su taško M infliuentinės liečiamąja duoda tos kreivės visus taškus, išsitenkančius tarp vertikalių 0 ir 1. Toliau ji pratęsta kaip 89-me brežinyje.

Infliuentinės ordinatų mastelį duoda atkarpa $DE = 2{,}20$ cm, vaizduojanti tarpą $l_1 = 4{,}0$ m:

$$m_2 = \frac{4{,}0}{2{,}20} = 1{,}82 \text{ m/cm}.$$

Jos abscisų mastelis:

$$m_1 = \frac{5}{3} \text{ m/cm}.$$

2. Atraminio momento M_1 infliuentinė (97 brėž.). Siją kerpame per atramą 1 ir apkrauname lygiai priešingais momentais $M_1 = 1$. Vadovaudamies pastoviais taškais išbrėžiame fiktyvinių apkrovimų diagramą su aukščiausiu intensyvumu:

$$h_1 = \frac{b_1(l_1 - a_1)}{(l_1 - b_1)a_1} h_0 = \frac{0{,}72 \cdot 2{,}67}{3{,}28 \cdot 1{,}33} \cdot 2{,}10 = 0{,}92 \text{ cm}.$$

Apskritimo spindulys (brėžinio natūroje) bus (žiūr. § 21-mo straipsnį 1-mą):

$$r_2 = \frac{2{,}10}{0{,}92} \cdot \frac{R_1}{3} = 1{,}74 \text{ cm}.$$

Tuo apskritimu ir taškais V_b ir V_c naudodamies ir sekdami 88-tą brėžinį sudarome angoms $0 \div 1$ ir $1 \div 2$ ieškomąją infliuentinę. Ją pratęsiame, kaip pavyzdyje LXII, iki sijos galui.

Atkarpa $AB = 3{,}30$ cm reiškia ilgį $l_2 = 6{,}0$ m. Taigi infliuentinės ordinatų mastelis bus:

$$m_2 = \frac{6{,}0}{3{,}30} = 1{,}82 \text{ m/cm}.$$

Abscisų mastelis yra: $m_1 = \frac{5}{3}$ m/cm.

3. Atraminio momento M_2 infliuentinė (97 brėž.).

Atitinkamo fiktyvinio apkrovimo didžiausias intensyvumas bus:

$$h_2 = \frac{b_2(l_2 - a_2)}{(l_2 - b_2)a_2} h_1 = \frac{1{,}29 \cdot 4{,}50}{4{,}71 \cdot 1{,}50} \cdot 0{,}92 = 0{,}758 \text{ cm}.$$

Apskritimo spindulys brėžinio natūroje bus (žiūr. § 21-mo straipsnį 1-mą):

$$r_3 = \frac{0{,}920}{0{,}758} \cdot 1{,}74 = 1{,}22 \cdot 1{,}74 = 2{,}24 \text{ cm}.$$

Šis apskritimas duoda ieškomąją momento M_2 įnfliuentinę, turinčią ordinatų ir abscisų mastelius, kaip pas tokias pat kreives, anksčiau sudarytąsias. Būtent:

$$m_2 = 1{,}82 \text{ m/cm} \text{ ir } m_1 = \frac{5}{3} \text{ m/cm}.$$

5. Skersinių jėgų infliuentinės.

Angos n bet kurio piūvio T skersinė jėga (99 brėž.) reiškiama:

$$K = K_0 + \frac{M_n - M_{n-1}}{l_n}.$$

Čia K_0 yra paprastos dviejų atramų $n-1$ ir n sijos piūvio T skersinė jėga, M_{n-1} ir M_n yra atitinkami atraminiai momentai.

Skersinės jėgos K reiškinys rodo, kad jos infliuentinę galime laikyti sudėtą iš paprastos dviem atramom $n-1$ ir n sijos skersinių jėgų K_0 infliuentinės ir tokios pat kreivės, priderančios skirtumui $\frac{M_n}{l_n} - \frac{M_{n-1}}{l_n}$. Šią pastarąją kreivę sudarome samprotaudami šiaip. Skirtumo nariai $\frac{M_n}{l_n}$ ir $\frac{M_{n-1}}{l_n}$ vaizduoja atitinkamų atraminių momentų savotiškas infliuentines, turinčias, palyginus su tikromis, l_n kartų sumažintas ordinatas. Tas infliuentines galėtume gauti apskritimo būdu iš fiktyvinių apkrovimų, turinčių suderintus kaip anksčiau didžiausius intensyvumus $h'_{n-1} = \frac{h_{n-1}}{l_n}$ ir $h'_n = \frac{h_n}{l_n}$.

Taigi ir šie nauji intensyvumai turi patenkinti formulę:

$$h'_n = \frac{b_n(l_n - a_n)}{(l_n - b_n)\, a_n} h'_{n-1}.$$

Naudojantis superpozicijos dėsniu skirtumo $\frac{M_n}{l_n} - \frac{M_{n-1}}{l_n}$ infliuentinę turime gauti iš naujo fiktyvinio apkrovimo, lygaus abiejų anksčiau minėtų apsloginimų skirtumui. Taigi tas naujas fiktyvinis apkrovimas atraminėse vertikalėse $n-1$ ir n privalo turėti šiuos didžiausius intensyvumus:

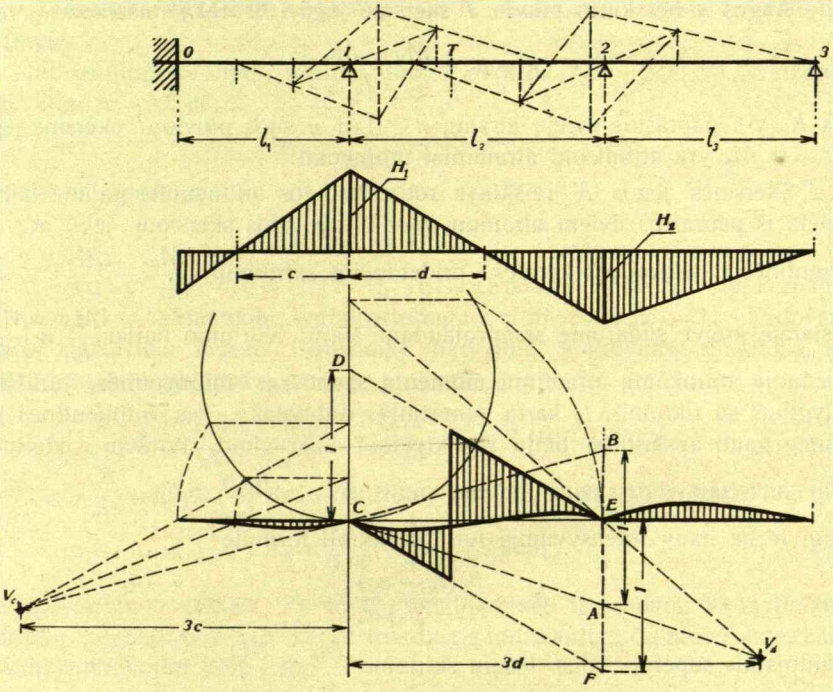
$$H_{n-1} = -h'_{n-1} - \frac{a_n}{l_n - a_n} h'_n = -\frac{l_n}{l_n - b_n} \cdot h'_{n-1},$$

$$H_n = h'_n + \frac{b_n}{l_n - b_n} h'_{n-1} = \frac{b_n}{l_n - b_n} \cdot \frac{l_n}{a_n} \cdot h'_{n-1}.$$

Tų reiškinių antrąjį dalijame iš pirmojo. Po atitinkamų suprastinimų gauname:

(69) . . . . . $H_n = -\frac{b_n}{a_n} H_{n-1}$.

Naudodamies intensyvumais H_{n-1} ir H_n, suderintais sulig šiuo reiškiniu, išbrėžiame fiktyvinių apkrovimų diagramą, sudėtą iš trikampių. Ją tat atitinka kreivė, sudurstyta iš kubinių parabolių. Ši kreivė turi užsilaužimų po atramomis $n-1$ ir n. Iš tų užsilaužimų išeina po dvi liečiamąsias. Užsilaužimo C liečiamosios iš vertikalės n išskiria atkarpą AB, lygią dalmeniui $\frac{l_n}{l_n}=1$; užsilaužimo E tokios pat tiesės iš vertikalės $n-1$ išskiria atkarpą, kuri reiškia tą patį dalmenį. Taigi, naudodamies minėtomis atkarpomis, nustatome dvinario $\frac{M_n}{l_n}-\frac{M_{n-1}}{l_n}$ influentinės ordinatoms mastelį. Tame



99 brėž.

pat mastelyje išbrėžiame ir skersinės jėgos K_0 influentinę. Pastarąją pridedame prie kiek ankstėliau sudarytosios. Gauname ieškomųjų skersinių jėgų K influentinę raižyto ploto pavidalo (99 brėž.).

Pavyzdys LXIX. Vienodų skersinių piūvių sija dengia angas $l_1=4{,}0$ m, $l_2=6{,}0$ m ir $l_3=5{,}0$ m. Ji apkrauta ištisai nuolatiniu vienodai išskirstytu sloginiu $g=1{,}2$ t/m ir paslankiu $p=3{,}6$ t/m. Sijos kairysis galas nejudomai įtvirtintas. Antros angos piūviui T reikia nustatyti kraštutines skersinės jėgos reikšmes. Piūvio T nuotolis nuo artimiausios kairiosios atramos yra $z=2{,}4$ m.

Sprendimas. Antros angos pastovių taškų nuotoliai nuo artimiausių atramų (žiūr. LXVIII pavyzdį) yra: $a_2 = 1{,}50$ m ir $b_2 = 1{,}286$ m. Taigi atitinkami suderinti intensyvumai bus:

$$H_2 = -\frac{b_2}{a_2} H = -\frac{1{,}286}{1{,}50} H = -0{,}8573\, H_1 .$$

Išbrėžiame tokio santykio didžiausių intensyvumų fiktyvinių apkrovimų diagramą (99 brėž.) ir ja naudodamies sudarome dvinariui $\frac{M_n}{l_n} - \frac{M_{n-1}}{l_n}$ infliuentinę. Tos infliuentinės atkarpa AB, brėžinio natūroje lygi 2,18 cm, vaizduoja vienetą. Taigi infliuentinės ordinatų mastelis bus:

$$m_2 = \frac{1}{2{,}18} = 0{,}458 \text{ 1/cm} .$$

Tame mastelyje išbrėžiame ir infliuentinę K_0, turinčią realę reikšmę tik po sijos anga $n = 2$. Gavę pilną ieškomųjų skersinių jėgų infliuentinę ir, norėdami skaičiuoti jos elementus analitiškai, nustatome jos ordinatoms vienetą Δ:

$$\Delta = l_2(\vartheta_1 + \vartheta_2) = \left[\left(\frac{H_2 l_2}{2} \cdot \frac{2}{3} - \frac{H_1 l_2}{2} \cdot \frac{1}{3}\right) + \frac{H_2 l_3}{2} \cdot \frac{2}{3}\right] l_2 =$$

$$= (2H_2 - H_1 + \tfrac{5}{3} H_2) \cdot 6{,}0 = (2 \cdot 0{,}8573 - 1{,}0 + \tfrac{5}{3} \cdot 0{,}8573) \cdot 6{,}0 H_1 = 12{,}86 H_1 .$$

Infliuentinės kubinių parabolių aukščio bazės, tais vienetais išreikštos, bus:

Angai $0 \div 1$:

$$z_0 = \frac{H_1 l_1^2}{3\Delta} = \frac{16{,}0}{3 \cdot 12{,}86} = 0{,}4148 ,$$

$$z_1 = -\frac{a_1}{l_1 - a_1} \cdot \frac{H_1 l_1^2}{3\Delta} = -\frac{1}{2} z_0 = -0{,}2074 .$$

Angai $1 \div 2$:

$$z_1 = \frac{H_2 l_2^2}{3\Delta} = -0{,}8573 \cdot \frac{36{,}0}{3 \cdot 12{,}86} = -0{,}8000 ,$$

$$z_2 = \frac{H_1 l_2^2}{3\Delta} = \frac{36{,}0}{3 \cdot 12{,}86} = 0{,}9331 .$$

Angai $2 \div 3$:

$$z_3 = \frac{H_2 l_3^2}{3\Delta} = -0{,}8573 \cdot \frac{25{,}0}{3 \cdot 12{,}86} = -0{,}5555 .$$

Infliuentinės plotai:

Angai $0 \div 1$:

$$F_1 = l_1 (z_0 + z_1) \omega_\mu = \frac{4{,}0 \cdot 0{,}2074}{8} = 0{,}1037 \text{ m} .$$

Angai $1 \div 2$:

Iki piūvio T ($\xi = 0{,}4$):

$$F'_2 = -\frac{2{,}4^2}{2 \cdot 6{,}0} + l_2 (z_1 \omega'_\mu + z_2 \omega_\mu) = -0{,}48 + 6{,}0 \cdot (0{,}9331 \cdot 0{,}0512 -$$

$$- 0{,}8000 \cdot 0{,}0368) = -0{,}3700 \text{ m} .$$

Už piūvio T ($\xi = 0{,}6$):

$$F_2'' = \frac{3{,}6^2}{2 \cdot 6{,}0} + l_2(z_1 \omega_\mu + z_2 \omega'_\mu) = 1{,}08 + 6{,}0 \cdot (0{,}9331 \cdot 0{,}0738 - $$
$$- 0{,}8000 \cdot 0{,}0882) = 1{,}0698 \text{ m}.$$

Angai 2 ÷ 3:

$$F_3 = l_3 z_3 \omega_\mu = -5{,}0 \cdot 0{,}5555 \cdot 0{,}125 = -0{,}3472 \text{ m}.$$

Skersinės jėgos ieškomosios reikšmės:

$$K_{max} = g\Sigma F + p(F_1 + F''_2) = 1{,}2(0{,}1037 - 0{,}3700 + 1{,}0698 - 0{,}3472) +$$
$$+ 3{,}6 \cdot (0{,}1037 + 1{,}0698) = 4{,}772 \text{ t}.$$

$$K_{min} = g\Sigma F + p(F'_2 + F_3) = 1{,}2 \cdot 0{,}4563 - 3{,}6 \cdot (0{,}3700 + 0{,}3472) =$$
$$= -2{,}034 \text{ t}.$$

Skaičiuotės rezultatus patikriname Klapeirono lygčių būdu.

Sijos tikrasis apkrovimas, atitinkąs K_{max}, duoda minėtoms lygtims apkrovimo narius šių didumų:

$$N_0 = \frac{(g+p)l_1^3}{24} = \frac{4{,}8 \cdot 64}{24} = 12{,}8 \text{ tm}^2,$$

$$N_1 = 12{,}8 + \frac{gl_2^3}{24} + \frac{1}{3}\omega'_\mu l_2^3 p = 12{,}8 + \frac{1{,}2 \cdot 216}{24} + \frac{0{,}07380}{3} \cdot 216 \cdot 3{,}6 =$$
$$= 42{,}729 \text{ tm}^2,$$

$$N_2 = \frac{g(l_2^3 + l_3^3)}{24} + \frac{1}{3}\omega_\mu l_2^3 p = \frac{1{,}2(216 + 125)}{24} + \frac{0{,}08820}{3} \cdot 216{,}0 \cdot 3{,}6 =$$
$$= 39{,}911 \text{ tm}^2.$$

Klapeirono lygtys:

$$\begin{cases} 8M_0 + 4M_1 = -6 \cdot 12{,}800, \\ 4M_0 + 20M_1 + 6M_2 = -6 \cdot 42{,}729, \\ 6M_1 + 22M_2 = -6 \cdot 39{,}911, \end{cases}$$

Iš jų gauname: $M_2 = -8{,}34$ tm ir $M_1 = -9{,}33$ tm.

Paprastos dviejų atramų sijos skersinė jėga:

$$K_0 = \frac{gl_2}{2} + \frac{pz'^2}{2l} - gz = \frac{1{,}2 \cdot 6{,}0}{2} + \frac{3{,}6 \cdot 3{,}6^2}{2 \cdot 6} - 1{,}2 \cdot 2{,}4 = 4{,}608 \text{ t}.$$

Taigi piūvio T didžiausia skersinė jėga bus:

$$K_{max} = K_0 + \frac{M_2 - M_1}{l_2} = 4{,}608 + \frac{9{,}33 - 8{,}34}{6{,}0} = 4{,}773 \text{ t}.$$

Sijos apkrovimas, atitinkąs K_{min}, duoda:

$$N_0 = \frac{gl_1^3}{24} = \frac{1{,}2 \cdot 64}{24} = 3{,}20 \text{ tm}^2,$$

$$N_1 = 3{,}2 + \frac{1{,}2 \cdot 216}{24} + \frac{1}{3} \cdot 0{,}0512 \cdot 216 \cdot 3{,}6 = 27{,}27 \text{ tm}^2,$$

$$N_2 = \frac{1{,}2 \cdot 216}{24} + \frac{4{,}8 \cdot 125}{24} + \frac{1}{3} \cdot 0{,}0368 \cdot 216 \cdot 3{,}6 = 45{,}34 \text{ tm}^2.$$

Klapeirono trijų momentų lygtys:

$$\begin{cases} 8M_0 + 4M_1 = -6\cdot 3{,}20, \\ 4M_0 + 20M_1 + 6M_2 = -6\cdot 27{,}27, \\ 6M_1 + 22M_2 = -6\cdot 45{,}34. \end{cases}$$

Iš jų gauname: $M_1 = -4{,}878$ tm ir $M_2 = -11{,}035$ tm.

Paprastos dviejų atramų sijos skersinė jėga:

$$K_0 = \frac{1{,}2\cdot 6{,}0}{2} + \frac{3{,}6\cdot 2{,}4\cdot 4{,}8}{6} - 2{,}4\,.\,4{,}8 = -1{,}008 \text{ t}.$$

Ieškomoji skersinė jėga:

$$K_{min} = K_0 + \frac{M_2 - M_1}{l_2} = -1{,}008 - \frac{11{,}035 - 4{,}878}{6{,}0} = -2{,}034 \text{ t}.$$

6. Lenkimo momentų infliuentinė.

Vaizduojamės vienodų skersinių piūvių siją, dengiančią r angų. Jos angoje n (sulig 100-tuoju brėžiniu $n = 2$) imame skersinį piūvį T, nutolusį nuo artimiausių atramų atokumais z ir z'. Šiam piūviui pridera lenkimo momentas M. Pastarajam sudarysime apskritimo būdu infliuentinę.

Piūvio T lenkimo momento reiškinys yra:

$$M = M_0 + \frac{z'}{l_n} M_{n-1} + \frac{z}{l_n} M_n .$$

Dėliai to momento infliuentinis dydis, kaip momentas nuo paslankios jėgos $P = 1$, bus.

(70) . . . . . $\eta_i = \eta_{i(0)} + \frac{z'}{l_n}\eta_{i\,n-1} + \frac{z}{l_n}\eta_{i\,n}$.

Čia:

η_{i0} — yra piūvio T lenkimo momento infliuentinis dydis, prideraąs angai n, kaip paprastai dviejų atramų sijai,

$\eta_{i\,n-1}$ ir $\eta_{i\,n}$ — atraminių momentų M_{n-1} ir M_n infliuentiniai dydžiai.

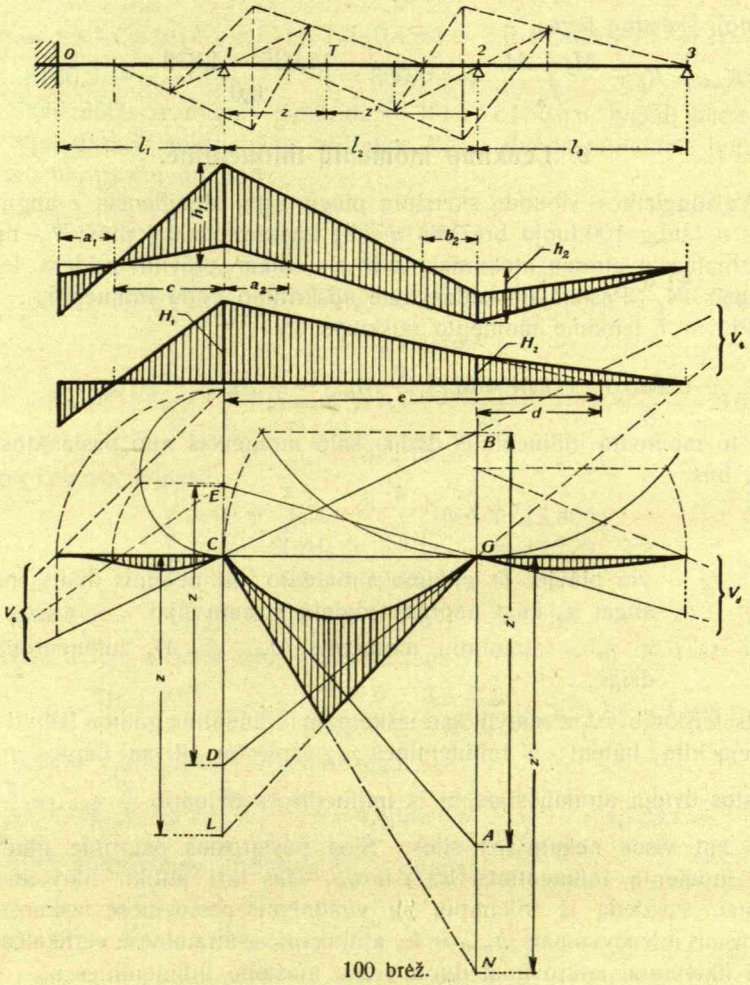
Iš reiškinio 70-to matyti, kad ieškomąją infliuentinę galime laikyti sudėtą iš dviejų kitų, būtent: iš infliuentinės η_{i0}, išplėstos tik ant angos n, kaip paprastos dviejų atramų sijos, ir iš infliuentinės dvinario $\frac{z'}{l_n}\eta_{i\,n-1} + \frac{z}{l_n}\eta_{i\,n}$, išplėsto ant visos nekarpytos sijos. Šios pastarosios pagrinde glūdi atraminių momentų infliuentinės $\eta_{i\,n-1}$ ir $\eta_{i\,n}$. Jas turi atitikti fiktyviniai apkrovimai, susidedą iš trikampių su viršūnėmis pastoviuose taškuose ir su didžiausiais intensyvumais h_{n-1} ir h_n atitinkamose atraminėse vertikalėse. Kad minėti fiktyviniai apkrovimai duotų vieno mastelio infliuentines $\eta_{i\,n-1}$ ir $\eta_{i\,n}$, didžiausi fiktyvinių apkrovimų intensyvumai h_{n-1} ir h_n turi būt suderinti sulig 68-a formule šiaip:

$$h_n = \frac{(l_n - a_n)}{a_n}\cdot\frac{b_n}{l_n - b_n}\cdot h_{n-1} .$$

Dvinario $\frac{z'}{l_n}\eta_{n-1}+\frac{z}{l_n}\eta_n$ infliuentinė dydžių η_{n-1} ir η_n vartoja tik dalis $\frac{z'}{l_n}$ ir $\frac{z}{l_n}$. Dėliai to tą infliuentinę turi atitikti trikampiniai sloginiai su šiais didžiausiais atraminėse vertikalėse intensyvumais:

$$H_{n-1}=\frac{z'}{l_n}h_{n-1}-\frac{z}{l_n}\cdot\frac{a_n}{l_n-a_n}\cdot h_n=\frac{z'-b_n}{l_n-b_n}h_{n-1},$$

$$H_n=\frac{z-a_n}{l_n-a_n}h_n.$$



100 brėž.

Šių intensyvumų santykis, imant galvon sąryšį tarp h_n ir h_{n-1} (68-oji form.) bus:

$$\frac{H_n}{H_{n-1}}=\frac{z-a_n}{l_n-a_n}\cdot\frac{l_n-b_n}{z'-b_n}\cdot\frac{h_n}{h_{n-1}}=\frac{b_n}{a_n}\cdot\frac{z-a_n}{z'-b_n}.$$

Iš čia: $$\frac{H_n}{H_{n-1}} = \frac{b_n}{a_n} \cdot \frac{u}{u'},$$

kur $u = z - a_n$ ir $u' = z' - b_n$ yra piūvio T nuotoliai nuo angos n pastovių taškų. Iš išvesto santykio turime:

(71) . . . . . $H_n = \frac{b_n}{a_n} \cdot \frac{u}{u'} \cdot H_{n-1}$.

Šis reiškinys leidžia fiktyviniam apkrovimui pasirinkti atraminių vertikalių $n-1$ ir n intensyvumų reliatyvines reikšmes ir, naudojantis pastoviais taškais, išbrėžti visą fiktyvinių apkrovimų diagramą, atitinkančią dvinario $\frac{z'}{l_n} \eta_{n-1} + \frac{z}{l_n}$ infliuentinę (100 brėž.). Toji diagrama susideda iš eilės trikampinių ir trapecinių sloginių, sukrautų ant paprastų dviejų atramų sijų $0 \div 1$, $1 \div 2$,.... $(n-1) \div n$,.... $(r-1) \div r$. Tuos sloginius atitinką nauji lenkimo momentai sudaro kreivę, sudurstytą iš eilės kubinių parabolių. Ši kreivė turi užsilaužimų C ir G po atramomis $n-1$ ir n. Ji vaizduoja anksčiau minėto dvinario infliuentinę. Jos užsilaužimų liečiamosios iš priešingų atraminių vertikalių išskiria atkarpas, kurios čia vaizduoja angos $(n-1) \div n$ ilgio l_n dalis $\frac{z}{l_n} \cdot l_n = z$ ir $\frac{z'}{l_n} l_n = z'$. Taigi brėžinio atkarpa $ED = z$ ir atkarpa $AB = z'$. Tuo naudodamies nustatome išbrėžtos infliuentinės ordinatų mastelį. Pasigaudami atkarpų $CL = DE = z$ ir $GN = AB = z'$, tame pat mastelyje išbrėžiame angai $(n-1) \div n$ piūvio T lenkimo momentų infliuentinę η_0. Šios ir dvinario $\frac{z'}{l_n} \eta_{n-1} + \frac{z}{l_n} \eta_n$ algebrinė suma, atvaizduota brėžinyje raižytu plotu, jau ir yra nekarpytos sijos piūvio T lenkimo momentų infliuentinė su abscisų ašimi, sudurstyta iš kubinių parabolių (100 brėž.). Šios ašies statyba atlikta apskritimo būdu.

Ypatingas atvejis. Piūvis T sutampa su vienu iš pastoviųjų taškų, pav. K.

Šiuo atveju $u' = 0$. Dėliai to, jei intensyvumai H_n duoti galinę reikšmę, intensyvumui H_{n-1} reikia imti reikšmę, lygią nuliui. Nuo to taip fiktyvinis apkrovimas, taip jį atitinkanti infliuentinė po sijos kairiaisiais tarpais iki atramai $n-1$ visai išnyksta. Tose sijos dalyse tilpę tikrieji apkrovimai piūvio T, sutampančio su dešiniuoju angos $(n-1) \div n$ pastoviu tašku K, lenkimo momentams jokios įtakos neturi (101 brėž.).

Pavyzdys LXX: Vienodų skersinių piūvių sija dengia angas $l_1 = 4{,}0$ m, $l_2 = 6{,}0$ m ir $l_3 = 5{,}0$ m. Sijos kairysis galas nejudomai įtvirtintas. Antros angos piūviui T nustatyti didžiausią ir mažiausią lenkimo momentus nuo nuolatinio, vienodai išskirstyto apkrovimo $g = 1{,}2$ t/m ir paslankaus $p = 3{,}6$ t/m. Piūvio T nuotoliai nuo artimiausių atramų yra $z = 2{,}4$ m ir $z' = 3{,}6$ m.

Sprendimas. Antrosios angos pastovių taškų nuotoliai $a_2 = 1{,}500$ m ir $b_2 = 1{,}286$ m. Piūvio T nuotoliai nuo tų taškų bus:

$$u = z - a_2 = 2{,}400 - 1{,}500 = 0{,}900 \text{ m ir}$$
$$u' = z' - b_2 = 3{,}600 - 1{,}286 = 2{,}314 \text{ m}.$$

Tarp fiktyvinio apkrovimo pirmosios ir antrosios atraminių vertikalių intensyvumų turime sąryšį:

$$H_2 = \frac{1{,}286}{1{,}500} \cdot \frac{0{,}900}{2{,}314} H_1 = 0{,}333\,45\, H_1 .$$

Intensyvumui H_1 imame atkarpą, lygią 12 mm; intensyvumui H_2 sulig tuo tenka imti atkarpą, lygią $0{,}333\,45 \cdot 12 = 4{,}00$ mm. Naudodamies šiomis intensyvumų reliatyvinėmis reikšmėmis išbrėžiame fiktyvinių apkrovimų diagramą. Apskritimo būdu iš jos gauname dvinarius $\frac{z'}{l_2}\eta_1 + \frac{z}{l_2}\eta_2$ infliuentinę. Pastarosios užsilaužimų C ir G liečiamosios iš priešingų atraminių vertikalių išskiria atkarpas $DE = z = 4{,}00$ cm ir $AB = z' = 6{,}00$ cm. Dėliai to infliuentinės ordinatų mastelis bus:

$$m_2 = \frac{2{,}40}{4{,}00} = \frac{3{,}60}{6{,}00} = 0{,}60 \text{ m/cm}.$$

Jos abscisų mastelis $m_1 = \frac{5}{3}$ m/cm. Naudodamies atkarpomis AB ir ED po anga $1 \div 2$ išbrėžiame infliuentinę η_0. Raižytoji brėžinio dalis ir yra piūvio T lenkimo momentų infliuentinė, turinti teigiamą plotą po anga $1 \div 2$ ir neigiamą angose $0 \div 1$ ir $2 \div 3$. Tų plotų reikšmes galima būtų gauti grafiškai iš brėžinio. Tačiau siekdami didesnio tikslumo, jas čia skaičiuosime analitiškai. Tuo tikslu nustatome ordinatų vienetą:

$$\Delta = \frac{1}{z}\left[\frac{1}{2} H_2 (l_2 + l_3) \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} H_1 l_2 \cdot \frac{1}{3}\right] l_2 = \frac{l_2}{z}\left[\frac{1}{3} \cdot 0{,}333\,45 \cdot 11{,}0 + \frac{1}{6} \cdot 6{,}0\right] H_1 =$$
$$= 2{,}5(1{,}2225 + 1) H_1 = 5{,}556\, H_1 \text{ (m)}.$$

Arba iš kitos sąlygos:

$$\Delta = \frac{1}{z'}\left[\frac{1}{2} H_1 (l_1 + l_2) \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} H_2 l_2 \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} H_1 l_1 \cdot \frac{1}{3}\right] l_2 = \frac{l_2}{z'}\left[\frac{1}{3} \cdot 10{,}0 + \right.$$
$$\left. + 0{,}333\,45 - \frac{1}{3}\right] H_1 = 5{,}556\, H_1 \text{ (m)}.$$

Šiais vienetais reiškiame kubinių parabolių aukščio bazes:

Angai $0 \div 1$:

$$z_0 = \frac{H_1 l_1^2}{3\Delta} = \frac{16{,}0}{3 \cdot 5{,}556} = 0{,}9600 \text{ m},$$

$$z_1 = -\frac{1}{2} z_0 = -0{,}4800 \text{ m}.$$

Angai $1 \div 2$:

$$z_1 = \frac{H_2 l_2^2}{3\Delta} = \frac{0{,}333\,45 \cdot 36{,}0}{3 \cdot 5{,}556} = 0{,}7201 \text{ m},$$

$$z_2 = \frac{H_1 l_2^2}{3\Delta} = \frac{36{,}0}{3 \cdot 5{,}556} = 2{,}1598 \text{ m}.$$

Angai $2 \div 3$:

$$z_3 = \frac{H_2 l_3^2}{3\Delta} = \frac{0{,}333\,45 \cdot 25{,}0}{3 \cdot 5{,}556} = 0{,}5001 \text{ m}.$$

Infliuentinės plotai:

Po anga $0 \div 1$:

$$f_1 = -l_1(z_0 + z_1)\omega_\mu = -\frac{4{,}0\,(0{,}96 - 0{,}48)}{8} = -0{,}2400 \text{ m}^2.$$

Po anga $1 \div 2$:

$$f_2 = \frac{zz'}{2} - \frac{l_2(z_1 + z_2)}{8} = \frac{2{,}4 \cdot 3{,}6}{2} - \frac{6{,}0(0{,}7201 + 2{,}1598)}{8} =$$

$$= 2{,}1601 \text{ m}^2.$$

Po anga $2 \div 3$:

$$f_3 = -l_3 z_3 \omega_\mu = -\frac{5{,}0 \cdot 0{,}5001}{8} = -0{,}3126 \text{ m}^2.$$

Piūvio T lenkimo momento kraštutinės reikšmės:

$$M_{max} = g(f_1 + f_2 + f_3) + pf_2 = 1{,}2 \cdot (2{,}1601 - 0{,}2400 - 0{,}3126) +$$
$$+ 3{,}6 \cdot 2{,}1601 = 1{,}2 \cdot 1{,}6075 + 3{,}6 \cdot 2{,}1601 = 9{,}705 \text{ tm}.$$

$$M_{min} = g(f_1 + f_2 + f_3) + p(f_1 + f_3) = 1{,}2 \cdot 1{,}6075 - 3{,}6(0{,}2400 +$$
$$+ 0{,}3126) = -0{,}060 \text{ tm}.$$

Rezultatus patikriname Klapeirono lygčių būdu.

Sijos apkrovimas, atitinkąs M_{max}, duoda toms lygtims apkrovimo narius:

$$N_0 = \frac{gl_1^3}{24} = \frac{1{,}2 \cdot 64{,}0}{24} = 3{,}2 \text{ tm}^2,$$

$$N_1 = 3{,}2 + \frac{(g+p)l_2^3}{24} = 3{,}2 + \frac{4{,}8 \cdot 216{,}0}{24} = 46{,}4 \text{ tm}^2,$$

$$N_2 = \frac{4{,}8 \cdot 216{,}0}{24} + \frac{1{,}2 \cdot 125{,}0}{24} = 49{,}45 \text{ tm}^2.$$

Klapeirono lygtys:

$$\begin{cases} 8M_0 + 4M_1 = -6 \cdot 3{,}2, \\ 4M_0 + 20M_1 + 6M_2 = -6 \cdot 46{,}4, \\ 6M_1 + 22M_2 = -6 \cdot 49{,}45, \end{cases}$$

Iš jų gauname: $M_1 = -11{,}4817$ tm, $M_2 = -10{,}3550$ tm.

Ieškomojo lenkimo momento didžiausioji reikšmė:

$$M_{max} = \frac{1}{2}(g+p)zz' + \frac{z'}{l_2}M_1 + \frac{z}{l_2}M_2 = 2{,}4 \cdot 2{,}4 \cdot 3{,}6 - 0{,}6 \cdot 11{,}4817 -$$
$$- 0{,}4 \cdot 10{,}3550 = 9{,}705 \text{ tm}.$$

Rezultatas sutinka su anksčiau gautu iš infliuentinės.

Angai $2 \div 3$:

$$z_3 = \frac{H_2 l_3^2}{3\Delta} = \frac{0{,}333\,45 \cdot 25{,}0}{3 \cdot 5{,}556} = 0{,}5001 \text{ m}.$$

Infliuentinės plotai:

Po anga $0 \div 1$:

$$f_1 = -l_1(z_0 + z_1)\omega_\mu = -\frac{4{,}0\,(0{,}96 - 0{,}48)}{8} = -0{,}2400 \text{ m}^2.$$

Po anga $1 \div 2$:

$$f_2 = \frac{zz'}{2} - \frac{l_2(z_1 + z_2)}{8} = \frac{2{,}4 \cdot 3{,}6}{2} - \frac{6{,}0(0{,}7201 + 2{,}1598)}{8} =$$

$$= 2{,}1601 \text{ m}^2.$$

Po anga $2 \div 3$:

$$f_3 = -l_3 z_3 \omega_\mu = -\frac{5{,}0 \cdot 0{,}5001}{8} = -0{,}3126 \text{ m}^2.$$

Piūvio T lenkimo momento kraštutinės reikšmės:

$$M_{max} = g(f_1 + f_2 + f_3) + pf_2 = 1{,}2 \cdot (2{,}1601 - 0{,}2400 - 0{,}3126) +$$
$$+ 3{,}6 \cdot 2{,}1601 = 1{,}2 \cdot 1{,}6075 + 3{,}6 \cdot 2{,}1601 = 9{,}705 \text{ tm}.$$

$$M_{min} = g(f_1 + f_2 + f_3) + p(f_1 + f_3) = 1{,}2 \cdot 1{,}6075 - 3{,}6(0{,}2400 +$$
$$+ 0{,}3126) = -0{,}060 \text{ tm}.$$

Rezultatus patikriname Klapeirono lygčių būdu.

Sijos apkrovimas, atitinkąs M_{max}, duoda toms lygtims apkrovimo narius:

$$N_0 = \frac{gl_1^3}{24} = \frac{1{,}2 \cdot 64{,}0}{24} = 3{,}2 \text{ tm}^2,$$

$$N_1 = 3{,}2 + \frac{(g+p)l_2^3}{24} = 3{,}2 + \frac{4{,}8 \cdot 216{,}0}{24} = 46{,}4 \text{ tm}^2,$$

$$N_2 = \frac{4{,}8 \cdot 216{,}0}{24} + \frac{1{,}2 \cdot 125{,}0}{24} = 49{,}45 \text{ tm}^2.$$

Klapeirono lygtys:

$$\begin{cases} 8M_0 + 4M_1 = -6 \cdot 3{,}2, \\ 4M_0 + 20M_1 + 6M_2 = -6 \cdot 46{,}4, \\ 6M_1 + 22M_2 = -6 \cdot 49{,}45, \end{cases}$$

Iš jų gauname: $M_1 = -11{,}4817$ tm, $M_2 = -10{,}3550$ tm.

Ieškomojo lenkimo momento didžiausioji reikšmė:

$$M_{max} = \frac{1}{2}(g+p)zz' + \frac{z'}{l_2}M_1 + \frac{z}{l_2}M_2 = 2{,}4 \cdot 2{,}4 \cdot 3{,}6 - 0{,}6 \cdot 11{,}4817 -$$
$$- 0{,}4 \cdot 10{,}3550 = 9{,}705 \text{ tm}.$$

Rezultatas sutinka su anksčiau gautu iš infliuentinės.

Po anga $1 \div 2$:

$$f_2 = \frac{zz'}{2} - l_2 z_1 \omega_\mu = \frac{4{,}714 \cdot 1{,}286}{2} - \frac{6 \cdot 2{,}5718}{8} = 1{,}1023 \text{ m}^2 .$$

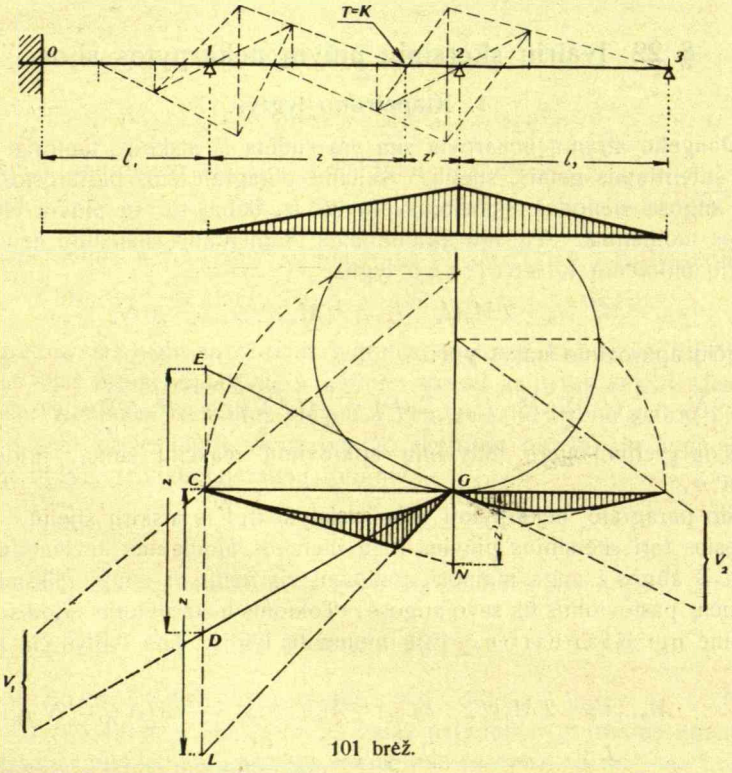
Po anga $2 \div 3$:

$$f_3 = -l_3 z_3 \omega_\mu = -\frac{5 \cdot 1{,}7860}{8} = -1{,}1162 \text{ m}^2 .$$

Piūvio T ieškomieji lenkimo momentai:

$$M_{max} = g(f_1 + f_2 + f_3) + p f_2 = 1{,}2 \cdot (1{,}1023 - 1{,}1162) + 3{,}6 \cdot 1{,}1023 = 3{,}952 \text{ tm} .$$

$$M_{min} = g(f_1 + f_2 + f_3) + p(f_1 + f_3) = -1{,}2 \cdot 0{,}0139 - 3{,}6 \cdot 1{,}1162 = -4{,}035 \text{ tm} .$$



101 brėž.

Gautus rezultatus tikriname Klapeirono lygčių būdu, kurios čia yra visai identiškos pereitame pavyzdyje vartotoms ir duoda šiuos atraminius momentus:

Atvejyje apkrovimo, kurs duoda M_{max}:

$$M_1 = -11{,}4817 \text{ tm} \quad \text{ir} \quad M_2 = -10{,}355 \text{ tm} .$$

Atvejyje apkrovimo, atitinkančio M_{min}:

$$M_1 = -2{,}7267 \text{ tm} \quad \text{ir} \quad M_2 = -9{,}02 \text{ tm} .$$

Atitinkamai šiems atraminiams momentams gauname:

$$M_{max}=\frac{1}{2}(p+g)zz'+\frac{z'}{l_2}M_1+\frac{z}{l_2}M_2=2{,}4\cdot 4{,}714\cdot 1{,}286-\frac{1{,}286}{6{,}0}\cdot 11{,}4817-$$
$$-\frac{4{,}714}{6{,}0}\cdot 10{,}355=3{,}953\text{ tm}.$$

$$M_{min}=\frac{1}{2}gzz'+\frac{z'}{l_2}M_1+\frac{z}{l_2}M_2=0{,}6\cdot 4{,}714\cdot 1{,}266-\frac{1{,}286}{6{,}0}\cdot 2{,}7217-$$
$$-\frac{4{,}714}{6{,}0}\cdot 9{,}02=-4{,}034\text{ tm}.$$

Rezultatai labai artimi anksčiau gautiems infliuentiniu būdu.

§ 22. Įvairių skersinių piūvių nekarpytos sijos.

1. Klapeirono lygtys.

Daugelio atramų nekarpyta sija yra sudėta iš atskirų, tampriai sudurtais ir sutvirtintais galais, sijelių. Išeitame paragrafe šios pastarosios turėjo visose angose vienodus skersinius piūvius ir, dėliai to, tų piūvių vienodus inercijos momentus. Tų sijų atraminiams momentams skaičiuoti naudojame šias trijų momentų Klapeirono lygtis:

$$M_{n-1}l_n+2M_n(l_n+l_{n+1})+M_{n+1}l_{n+1}=-6N_n.$$

Tų lygčių apkrovimo narys yra:

$$N_n=\frac{1}{3}\left(l_n^2\sum_n^{n-1}\mu P+l^2_{n+1}\sum_n^{n+1}\mu P\right)+\frac{1}{3}\left(l_n^3\sum_n^{n-1}\omega_\mu g+l^3_{n+1}\sum_n^{n+1}\omega_\mu g\right).$$

Jis reiškia gretimų angų fiktyvinių apkrovimų reakcijų sumą, priderančią atramai n.

Šio paragrafo nekarpytoji sija sustatyta irgi iš atskirų sijelių. Tačiau pastarosios turi skersinius piūvius ir jų inercijos momentus nevienodus. Tie dydžiai iš angos į angą mainosi, gaudami vis naujų ir naujų reikšmių, pasiliekančių pastoviomis tik savo angose. Tokioms nekarpytoms sijoms spręsti vartosime irgi Klapeirono trijų momentų lygtis. Tos lygtys čia atrodys šiaip:

(72) $\cdot\cdot\cdot\quad M_{n-1}l'_n+2M_n(l'_n+l'_{n+1})+M_{n+1}l'_{n+1}=-6(N'_{n1}+N'_{n2}).$

Čia: $l'_n=\frac{J}{J_n}l_n$, $l'_{n+1}=\frac{J}{J_{n+1}}l_{n+1}$ yra redukuoti, sulig visai sijai bendru inercijos momentu J, sijelių $(n-1)\div n$ ir $n\div(n+1)$ ilgiai.

$N'_{n1}=\frac{J}{J_n}\frac{1}{3}\left(l_n^2\sum_n^{n-1}\mu P+l_n^3\sum_n^{n-1}\omega_\mu g\right)$ ir $N'_{n2}=\frac{J}{J_{n+1}}\frac{1}{3}\left(l^2_{n+1}\sum_n^{n+1}\mu P+\right.$
$\left.+l^3_{n+1}\sum_n^{n+1}\omega_\mu g\right)$ yra angų $(n-1)\div n$ ir $n\div(n+1)$ fiktyvinių apkrovimų redukuotos reakcijos, priderančios minetų angų bendrai atramai n.

Šias sijos fiktyvinių apkrovimų reakcijas galima išreikšti dar ir šiaip:

$$N'_{n1} = \frac{1}{3} l'^2_n \sum_n^{n-1} \mu \left(\frac{l_n}{l'_n} P \right) + \frac{1}{3} l'^3_n \Sigma \omega_\mu \left[\left(\frac{l_n}{l'_n} \right)^2 g \right],$$

$$N'_{n2} = \frac{1}{3} l'^2_{n+1} \Sigma \mu \left(\frac{l_{n+1}}{l'_{n+1}} P \right) + \frac{1}{3} l'^3_{n+1} \Sigma \omega_\mu \left[\left(\frac{l_{n+1}}{l'_{n+1}} \right)^2 g \right].$$

Įvedę paženklinimus:

$$P' = \frac{l_n}{l'_n} P = \frac{J_n}{J} P \text{ ir taip pat } P' = \frac{l_{n+1}}{l'_{n+1}} P = \frac{J_{n+1}}{J} P,$$

$$g' = \left(\frac{l_n}{l'_n} \right)^2 g = \left(\frac{J_n}{J} \right)^2 g \text{ ir taip pat } g' = \left(\frac{l_{n+1}}{l'_{n+1}} \right)^2 g = \left(\frac{J_{n+1}}{J} \right)^2 g,$$

gauname:

$$N'_{n1} = \frac{1}{3} l'^2_n \Sigma \mu P' + \frac{1}{3} l'^3_n \Sigma \omega_\mu g',$$

$$N_{n2} = \frac{1}{3} l'^2_{n+1} \Sigma \mu P' + \frac{1}{3} l'^3_{n+1} \Sigma \omega_\mu g'.$$

Tų fiktyvinio apkrovimo reakcijų sumą žymime raide N'_n:

$$N'_n = N'_{n1} + N'_{n2}.$$

Su šiuo apkrovimo nariu anksčiau naudotos Klapeirono lygtys atrodys:

(73) $\cdot \cdot \cdot \cdot M_{n-1} l'_n + 2M_n (l'_n + l'_{n+1}) + M_{n+1} l'_{n+1} = -6N'_n.$

Sugretinę šias lygtis su 72-omis lygtimis, matome, kad ir įvairių piūvių nekarpytas sijas momentų atžvilgiu galime spręsti kaip tokias pat sijas, turinčias visur vienodus skersinius piūvius. Tam reikalui turime įvairių piūvių nekarpytas sijas privesti prie vieno bendro skersinio piūvio, jų angų ilgius pakeičiant ilgiais, redukuotais sulig formule:

$$l'_n = \frac{J}{J_n} l_n.$$

Drauge su tuo turi but redukuoti ir angų apkrovimai, naudojant tam formules:

$$P' = \frac{J_n}{J} P \text{ ir } g' = \left(\frac{J_n}{J} \right)^2 g.$$

Pavyzdys LXXII. Nekarpytoji sija dengia angas $l_1 = 3{,}0$ m, $l_2 = 5{,}0$ m ir $l_3 = 4{,}0$ m. Jos dešinysis galas nejudomai įtvirtintas atramoje. Angų skersiniai piūviai turi inercijos momentus santykio $J_1 : J_2 : J_3 = 1 : 3 : 2$. Sija apkrauta ištisai nuolatiniu, vienodai išskirstytu sloginiu $g = 1$ t/m ir pirmose dviejose angose paslankiu, vienodai išskirstytu sloginiu $p = 3$ t/m. Išskaičiuoti sijos atraminius momentus.

Sprendimas. Privedame siją (102 brėž.) prie vieno skersinio piūvio, turinčio inercijos momentą $J = J_2$. Gauname redukuotus angų ilgius:

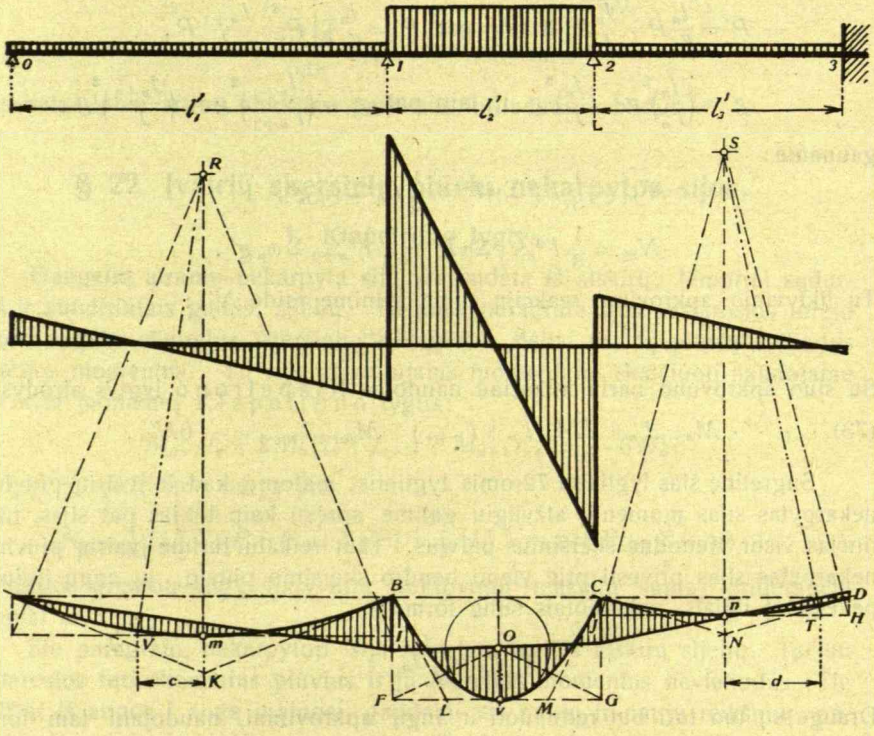
$$l'_1 = \frac{J_2}{J_1} l_1 = 3{,}0 \cdot 3 = 9{,}0 \text{ m}, \quad l'_2 = \frac{J_2}{J_2} l_2 = 5{,}0 \text{ m ir } l'_3 = \frac{J_2}{J_3} l_3 = \frac{3}{2} \cdot 4{,}0 = 6{,}0 \text{ m}.$$

Vienodai išskirstytų sloginių redukuoti intensyvumai:

Angai $0 \div 1$: $g'_1 = (\frac{1}{3})^2(1+3) = \frac{4}{9}$ t/m.

Angai $1 \div 2$: $g'_2 = (\frac{3}{3})^2(1+3) = 4$ t/m.

Angai $2 \div 3$: $g'_3 = (\frac{2}{3})^2 \cdot 1 = \frac{4}{9}$ t/m.



102 brėž.

Skaičiuojame Klapeirono lygčių apkrovimo narius N':

$$N'_1 = \frac{g'_1 l'^3_2 + g'_2 l'^3_2}{24} = \frac{4 \cdot 729 - 4 \cdot 125 \cdot 9}{9 \cdot 3 \cdot 8} = 34{,}3333 \text{ tm}^2,$$

$$N'_2 = \frac{g'_2 l'^3_2 + g'_3 l'^3_3}{24} = \frac{4 \cdot 125 \cdot 9 + 4 \cdot 216}{9 \cdot 3 \cdot 8} = 24{,}8333 \text{ tm}^2,$$

$$N'_3 \frac{g'_3 l'^3_3}{24} = \frac{4 \cdot 216}{9 \cdot 3 \cdot 8} = 4{,}0 \text{ tm}^2.$$

Klapeirono lygtys:

$$\begin{cases} 28M_1 + 5M_2 = -6 \cdot 34{,}3333, \\ 5M_1 + 22M_2 + 6M_3 = -6 \cdot 24{,}8333, \\ 6M_2 + 12M_3 = -6 \cdot 4{,}0. \end{cases}$$

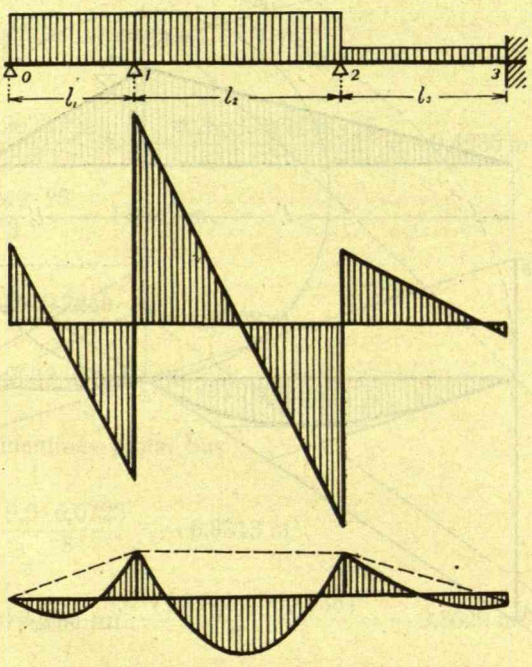
Iš jų gauname:

$$M_1 = -6{,}3688 \text{ tm}, \quad M_2 = -5{,}5345 \text{ tm} \text{ ir } M_3 = 0{,}7672 \text{ tm}.$$

Tais rezultatais naudodamies sudarome redukuotai sijai skersinių jėgų ir lenkimo momentų diagramas (102 brėž.). Brėžinyje 103-me tos pat diagramos išbrėžtos neredukuotai sijai. Momentų diagramos ordinatos gautos tos pačios, skersinės jėgos gautos čia ne redukuotos, bet tikros.

2. Atraminių momentų infliuentinė.

Nekarpytos sijos kiekvienas atraminis momentas turi savo infliuentinę su abscisų ašimi, lygia ir lygiagrečia duodamai sijai, ir ordinatomis, reiškiančiomis atitinkamus atraminius momentus. Tos ordinatos gali būt gautos ir naudojantis pereitame straipsnelyje minėtomis Klapeirono lygtimis. Toms lygtims vartojome ten vietoje tikrų redukuotus ilgius l' ir taip pat redukuotus apkrovimus P' ir g'. Panašiai elgsimės ir čia; vietoje nekarpytos įvairių skersinių piūvių sijos imsime redukuotą sijį, turinčią visur vienodus skersinius piūvius. Jos važiuojama dalimi paleisime paslankią jėgą $P=1$ ir, eitu pereitame paragrafe apskritimo būdu, sudarysime atraminiam momentui M_n infliuentinę. Ši infliuentinė nėra ieškomoji, nes jos ordinatos pridera paslankiai jėgai $P=1$, o ne jėgai $P' = \frac{J_n}{J} P$, vartotai Klapeirono lygtyse. Tačiau ja irgi galime naudotis atraminiam momentui M_n skaičiuoti; tuo tikslu jos atskirų angų ordinatas prieš vartodami turime padauginti iš angai priderančio daugiklio $m = \frac{l_n}{l'_n} = \frac{J_n}{J}$. Taigi, sulig šia netiesiogine infliuentine tikrasis rezultatas bus gautas vartojant formulę:

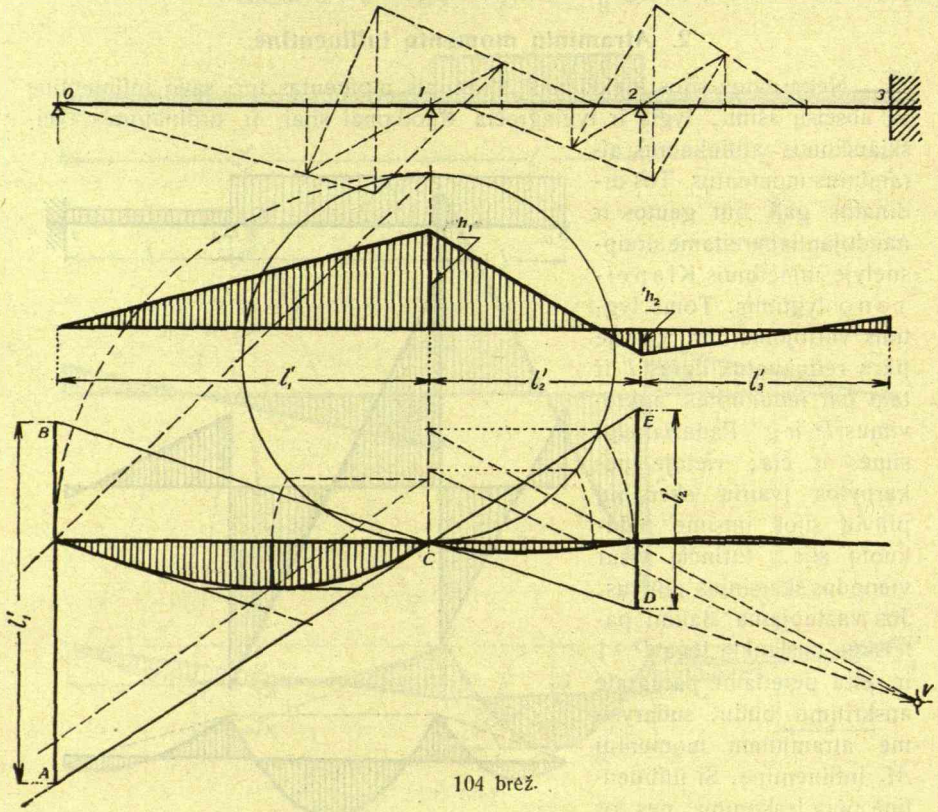


103 brėž.

$$M_n = \Sigma P m \eta_1 + \Sigma q m^2 f,$$

kur η_1 — yra netiesioginės infliuentinės ordinatos, f — tos infliuentinės plotai po vienodai išskirstytais sloginiais, q — tų sloginių intensyvumai.

Pavyzdys LXXIII. Nekarpytoji sija dengia angas $l_1 = 3{,}0$ m, $l_2 = 5{,}0$ m ir $l_3 = 4{,}0$ m. Jos dešinysis galas nejudomai įtvirtintas atramoje. Angų skersiniai piūviai turi inercijos momentus santykio $J_1 : J_2 : J_3 = 1 : 3 : 2$. Sija apkrauta savuoju svoriu $g = 1{,}0$ t/m ir paslankiu sloginiu $p = 3{,}0$ t/m. Infliuentinės būdu rasti atraminiam momentui M_1 kraštutines reikšmes.



104 brėž.

Sprendimas, Privedame siją prie bendro skersinio piūvio, turinčio inercijos momentą $J = J_2$; nuo to angų teoretiniai ilgiai tampa (104 brėž.):

$$l'_1 = 3 \cdot 3{,}0 = 9{,}0 \text{ m}, \quad l'_2 = 5{,}0 \text{ m} \text{ ir } l'_3 = \frac{3}{2} \cdot 4{,}0 = 6{,}0 \text{ m}.$$

Skaičiuojame redukuotos sijos pastovių taškų nuotolius nuo atitinkamų atramų:

$$b'_3 = \frac{1}{3} l'_3 = \frac{1}{3} \cdot 6{,}0 = 2{,}0 \text{ m},$$

$$b'_2 = \frac{l'_2}{3 + \frac{l'_3}{l'_2}\left(2 - \frac{b'_3}{l'_3 - b'_3}\right)} = \frac{5{,}0}{3 + \frac{6{,}0}{5{,}0}(2 - 0{,}5)} = 1{,}042 \text{ m}.$$

Fiktyvinio apkrovimo atraminiai intensyvumai bus:

$$h_1 = h;\ h_2 = -\frac{b'_2}{l'_2 - b'_2} h = -\frac{1{,}042}{3{,}958} h = -0{,}2633h \text{ ir } h_3 = -\frac{1}{2} h_2 = 0{,}1316h.$$

Vadovaudamies šiais intensyvumais, nustatome atraminio momento M_1 influentinei ordinatų vienetą:

$$\Delta = \vartheta_1 + \vartheta_2 = \frac{h(l'_1 + l'_2)}{2} \cdot \frac{2}{3} - \frac{0{,}2633 h l'_2}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{h}{0{,}2249} \text{ (m)}.$$

Kubinių parabolių aukščio bazės:

Angai $0 \div 1$:

$$z_0 = \frac{h l'^2_1}{3\Delta} = \frac{81 \cdot 0{,}2249}{3} = 6{,}0723 \text{ m}.$$

Angai $1 \div 2$:

$$z_1 = \frac{h_2 l'^2_2}{3\Delta} = -\frac{0{,}2633 \cdot 25}{3\Delta} h = -\frac{0{,}2633 \cdot 0{,}2249 \cdot 25}{3} = -0{,}4935 \text{ m},$$

$$z_2 = \frac{h l'^2_2}{3\Delta} = \frac{0{,}2249 \cdot 25}{3} = 1{,}8742 \text{ m}.$$

Angai $2 \div 3$:

$$z_2 = \frac{h_2 l'^2_3}{3\Delta} = \frac{0{,}1316 \cdot 0{,}2249 \cdot 36}{3} = 0{,}3558 \text{ m},$$

$$z_3 = \frac{h_3 l'^2_3}{3\Delta} = -\frac{0{,}2633 \cdot 0{,}2249 \cdot 36}{3} = -0{,}7106 \text{ m}.$$

Netiesioginės, redukuotos infliuentinės plotai bus:

Po anga $0 \div 1$:

$$f'_1 = -l'_1 z_0 \omega_\mu = \frac{9{,}0 \cdot 6{,}0723}{8} = -6{,}8313 \text{ m}^2.$$

Po anga $1 \div 2$:

$$f'_2 = -l'_2 (z_1 + z_2) \omega_\mu = -\frac{5{,}0 \cdot (1{,}8742 - 0{,}4935)}{8} = -0{,}8629 \text{ m}^2.$$

Po anga $2 \div 3$:

$$f'_3 = -l'_3 (z_2 + z_3) \omega_\mu = \frac{6{,}0(0{,}7106 - 0{,}3558)}{8} = 0{,}2665 \text{ m}^2.$$

Infliuentinės ordinatų daugikliai:

$$m_1 = \frac{l_1}{l'_1} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3},\quad m_2 = 1 \text{ ir } m_3 = \frac{l_3}{l'_2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

Tikrosios infliuentinės plotai:

$$f_1 = m_1^2 f'_1 = -\frac{1}{9} \cdot 6{,}8313 = -0{,}7590 \text{ m}^2,$$

$$f_2 = m_2^2 f'_2 = -1 \cdot 0{,}8629 = -0{,}8629 \text{ m}^2,$$

$$f_3 = m_3^2 f'_3 = \frac{4}{9} \cdot 0{,}2665 = 0{,}1184 \text{ m}^2.$$

Atraminio momento M_1 ieškomosios reikšmės:

$$M_{max} = g(f_1 + f_2 + f_3) + p(f_1 + f_2) = 1{,}0(0{,}1184 - 0{,}7590 - 0{,}8629) - \\ - 3{,}0(0{,}7590 + 0{,}8629) = -6{,}3692 \text{ tm}.$$

$$M_{min} = g(f_1 + f_2 + f_3) + pf_3 = 1{,}0(0{,}1184 - 0{,}7590 - 0{,}8629) + 3{,}0 \cdot 0{,}1184 = \\ = -1{,}1483 \text{ tm}.$$

3. Lenkimo momentų infliuentinė.

Angos n piūvio T lenkimo momentas yra reiškiamas šia formule:

$$M = M_{(0)} + \frac{z'}{l_n} M_{n-1} + \frac{z}{l_n} M_n.$$

Pritaikysime ją prie redukuotos daugelio atramų sijos, apkrautos paslankia jėga $P = 1$. Gausime ištisą eilę rezultatų, patenkinančių lenkimo momentų infliuentinę. Tačiau iš jos gaunami lenkimo momentai nors ir pridera piūviui T, nėra ieškomieji, nes skaičiuodami jos ordinatas vartojome jėgas $P = 1$, o ne P', kaip to reikalavo Klapeirono lygtys. Bet gi ir iš tos netiesioginės lenkimo momentų infliuentinės galėsime gauti tikrus infliuentinius dydžius, jei jos ordinatas padauginsime iš daugiklių, iš kurių privalėjome, bet dar nėsame padauginę paslankaus apkrovimo $P = 1$, t. y. iš dydžių $m_1 = \frac{l_1}{l'_1}$ (pirmos angos ordinatoms), $m_2 = \frac{l_2}{l'_2}$ (antros angos tiems pat dydžiams) ir t. t. Skaičiuodami tikrosios infliuentinės plotus tuos pačius daugiklius turėsime naudoti ir abscisoms. Dėliai to tikriesiems infliuentiniams dydžiams ir plotams gausime formules:

$$\eta_i = m\eta'_i \text{ ir } f = m^2 f',$$

kur η'_i ir f' yra netiesioginės, redukuotai sijai priderančios, infliuentinės ordinatos ir plotai, $m = \frac{l}{l'}$ yra anksčiau įvesti daugikliai. Tų daugiklių kiekviena anga turi savąjį.

Pavyzdys LXXIV. Pereito pavyzdžio sijos antroje angoje duodamas piūvis T, nutolęs nuo atramų atstumais $z = 3{,}0$ m ir $z' = 2{,}0$ m. Išskaičiuoti to piūvio lenkimo momentų didžiausią ir mažiausią reikšmes nuo apkrovimų $g = 1{,}0$ t/m ir $p = 3{,}0$ t/m.

Sprendimas. Sijos angų redukuoti ilgiai ir redukuotų angų pastovių taškų nuotoliai, išskaičiuoti sulig žinomomis formulėmis, bus šie: $l'_1 = 9{,}0$ m, $l'_2 = 5{,}0$ m, $l'_3 = 6{,}0$ m, $a'_1 = 0$, $a'_2 = 0{,}758$ m, $b'_3 = 2{,}0$ m ir $b'_2 = 1{,}042$ m. Piūvio T (105 brėž.) nuotoliai nuo artimiausių pastovių taškų yra:

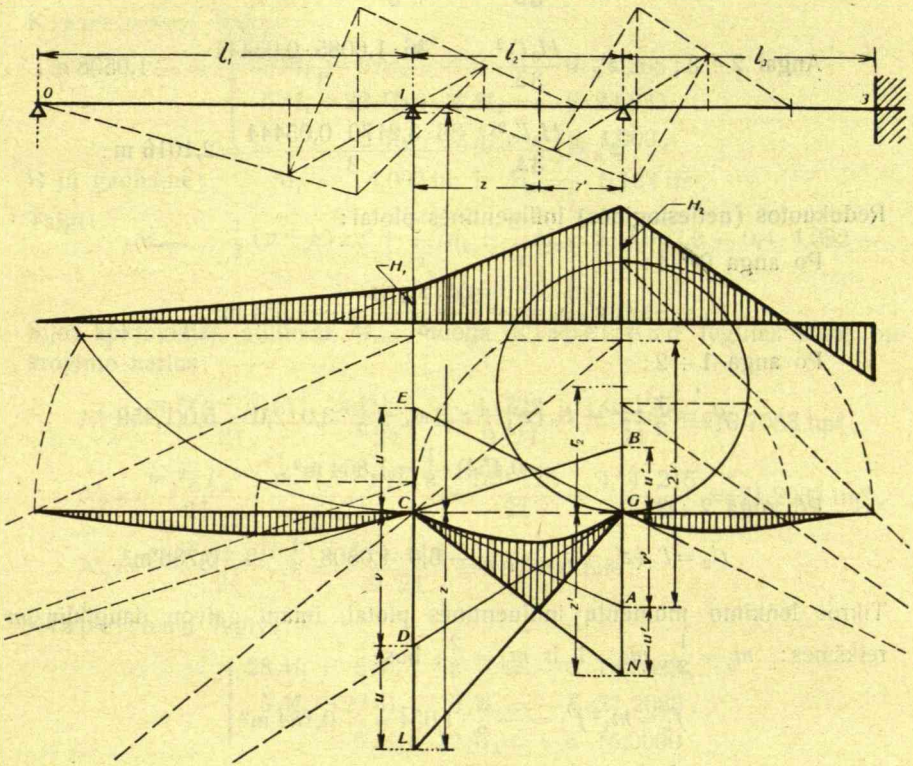
$$u = z - a'_2 = 3{,}0 - 0{,}758 = 2{,}242 \text{ m},$$
$$u' = z' - b'_2 = 2{,}0 - 1{,}042 = 0{,}958 \text{ m}.$$

Fiktyvinio apkrovimo, atitinkančio redukuotą infliuentinę, atraminiai intensyvumai bus:

$$H_2 = \frac{b'_2}{a'_2} \cdot \frac{u}{u'} H_1 = \frac{1{,}042 \cdot 2{,}242}{0{,}758 \cdot 0{,}958} H = 3{,}2170 H_1 ,$$

$$H_0 = 0 \quad \text{ir} \quad H_3 = -\frac{1}{2} H_2 = -1{,}6085 H_1 .$$

Tos pat infliuentinės ordinatų vienetas bus:



105 brėž.

$$\Delta = \frac{l'_2}{z}\left[H_2(l'_2 + l'_3)\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3} + H_1 l'_2 \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{2} H_3 l'_3 \frac{1}{3}\right] = \frac{5{,}0}{3{,}0}\left[3{,}2170 \cdot 11 \cdot \frac{1}{3} + \right.$$

$$\left. + 5{,}0 \cdot \frac{1}{6} - 1{,}6085 \cdot 6 \cdot \frac{1}{6}\right] H_1 = 18{,}368 H_1 ,$$

Arba kitaip:

$$\Delta = \frac{l'_2}{z'}\left[\frac{1}{2} H_1 (l'_1 + l'_2)\cdot\frac{2}{3} + \frac{1}{2} H_2 l'_2 \cdot \frac{1}{3}\right] = \frac{5{,}0}{2{,}0}\left[14 \cdot \frac{1}{3} + 3{,}2170 \cdot 5 \cdot \frac{1}{6}\right] H_1 =$$

$$= 18{,}369 H_1 .$$

Imame $\Delta = 18{,}368 H_1 = \frac{H_1}{0{,}05444}$ ir skaičiuojame kubinių parabolių aukščio bazes:

Angai $0 \div 1$: $z'_0 = \frac{H_1 l'^2_1}{3\Delta} = \frac{81 \cdot 0{,}05444}{3} = 1{,}470$ m.

Angai $1 \div 2$: $z'_1 = \frac{H_2 l'^2_2}{3\Delta} = \frac{25 \cdot 3{,}217 \cdot 0{,}05444}{3} = 1{,}459$ m,

$z'_2 = \frac{H_1 l'^2_2}{3\Delta} = \frac{25 \cdot 0{,}05444}{3} = 0{,}4537$ m.

Angai $2 \div 3$: $z'_2 = \frac{H_3 l'^2_3}{3\Delta} = -\frac{36 \cdot 1{,}6085 \cdot 0{,}05444}{3} = -1{,}0508$ m,

$z'_3 = \frac{H_2 l'^2_3}{3\Delta} = \frac{36 \cdot 3{,}2170 \cdot 0{,}05444}{3} = 2{,}1016$ m.

Redukuotos (netiesioginės) infliuentinės plotai:

Po anga $0 \div 1$:

$$f'_1 = -l'_1 z'_0 \omega_\mu = -\frac{9{,}0 \cdot 1.470}{8} = -1{,}654 \text{ m}^2.$$

Po anga $1 \div 2$:

$$f'_2 = \frac{1}{2} z z' - l'_3 (z'_1 + z'_2) \omega_\mu = \frac{1}{2} \cdot 3{,}0 \cdot 2{,}0 - 5{,}0(1{,}459 + 0{,}454) \cdot \frac{1}{8} = 1{,}804 \text{ m}^2.$$

Po anga $2 \div 3$:

$$f'_3 = l'_3 (z'_2 + z'_3) \omega_\mu = -6{,}0 \cdot 1{,}0508 \cdot \frac{1}{8} = -0{,}788 \text{ m}^2.$$

Tikros lenkimo momentų infliuentinės plotai, imant galvon daugiklių m reikšmes: $m_1 = \frac{1}{3}$, $m_2 = 1$ ir $m_3 = \frac{2}{3}$, bus:

$$f_1 = m_1^2 f'_1 = -\frac{1}{9} \cdot 1{,}654 = -0{,}184 \text{ m}^2,$$

$$f_2 = m_2^2 f'_2 = 1 \cdot 1{,}804 = 1{,}804 \text{ m}^2,$$

$$f_3 = m_3^2 f'_3 = -\frac{4}{9} \cdot 0{,}788 = -0{,}350 \text{ m}^2.$$

Ieškomosios lenkimo momentų reikšmės:

$$M_{max} = g(f_1 + f_2 + f_3) + p f_2 = 1{,}0(1{,}804 - 0{,}184 - 0{,}350) + 3{,}0 \cdot 1{,}804 = 6{,}682 \text{ tm}.$$

$$M_{min} = g(f_1 + f_2 + f_3) + p(f_1 + f_3) = 1{,}0(1{,}804 - 0{,}184 - 0{,}350) - 3{,}0(0{,}184 + 0{,}350) = -0{,}332 \text{ tm}.$$

Patikrinimo dėliai tuos pačius rezultatus išskaičiuokime Klapeirono lygčių būdu. Tų lygčių apkrovimo nariai, atitinką M_{max}, yra:

$$N'_1 = \frac{m_1^2 g l'^3}{24} + \frac{m_2^2 (g+p) l'^3_2}{24} = \frac{1 \cdot 729}{9 \cdot 24} + \frac{4 \cdot 125}{24} = 24{,}208 \text{ tm}^2,$$

$$N'_2 = \frac{m_2^2 (g+p) l'^3_2}{24} + \frac{m_3^2 g l'^3_3}{24} = \frac{4 \cdot 125}{24} + \frac{4 \cdot 216}{9 \cdot 24} = 24{,}833 \text{ tm}^2,$$

$$N'_3 = \frac{m_3^2 g l'^3_3}{24} = \frac{4 \cdot 216}{9 \cdot 24} = 4{,}000 \text{ tm}^2.$$

Klapeirono lygtys:

$$\begin{cases} 28 M_1 + 5 M_2 = -6 \cdot 24{,}208, \\ 5 M_1 + 22 M_2 + 6 M_3 = -6 \cdot 24{,}833, \\ 6 M_2 + 12 M_3 = -6 \cdot 4{,}000, \end{cases}$$

Iš jų gauname: $M_1 = -4{,}092$ tm ir $M_2 = -6{,}134$ tm,

Taigi: $$M_{max} = \frac{1}{2}(p+g) z z' + \frac{z'}{l_2} M_1 + \frac{z}{l_2} M_2 = 2 \cdot 3{,}0 \cdot 2{,}0 - 0{,}4 \cdot 4{,}092 - 0{,}6 \cdot 6{,}134 = 6{,}683 \text{ tm}.$$

Sijos apkrovimas, atitinkąs M_{min}, duoda Klapeirono lygtims šiuos apkrovimo narius:

$$N_1 = \frac{m_1^2 (p+g) l'^3_1}{24} + \frac{m_2^2 g l'^3_2}{24} = \frac{4 \cdot 729}{9 \cdot 24} + \frac{1{,}0 \cdot 125}{24} = 18{,}7083 \text{ tm}^2,$$

$$N_2 = \frac{m_2^2 g l'^3_2}{24} + \frac{m_3^2 (p+g) l'^3_3}{24} = \frac{1{,}0 \cdot 125}{24} + \frac{4 \cdot 4 \cdot 216}{9 \cdot 24} = 21{,}2083 \text{ tm}^2,$$

$$N_3 = \frac{m_3^2 (p+g) l'^3_3}{24} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 216}{9 \cdot 24} = 16{,}0000 \text{ tm}^2.$$

Klapeirono lygtys:

$$\begin{cases} 28 M_1 + 5 M_2 = -6 \cdot 18{,}7083, \\ 5 M_1 + 22 M_2 + 6 M_3 = -6 \cdot 21{,}2083, \\ 6 M_2 + 12 M_3 = -6 \cdot 16{,}0000. \end{cases}$$

Jas išsprendę, gauname:

$M_1 = -3{,}425$ tm ir $M_2 = -3{,}270$ tm.

Ieškomoji lenkimo momento reikšmė:

$$M_{min} = \frac{1}{2} g z z' + \frac{z'}{l_2} M_1 + \frac{z}{l_2} M_2 = 0{,}5 \cdot 3{,}0 \cdot 2{,}0 - 0{,}4 \cdot 3{,}425 - 0{,}6 \cdot 3{,}270 = -0{,}332 \text{ tm}.$$

4. Atraminės reakcijos ir skersinės jėgos.

Atraminėms reakcijoms ir skersinėms jėgoms spręsti redukuotos sijos metodas darosi nepatogus. Tuos dydžius skaičiuoti būna lengviau pasigaunant atraminių momentų, gautų Klapeirono lygčių būdu. Šiais momentais atraminės reakcijos A ir skersinės jėgos K reiškiamos šiaip:

$$A = A_0 + \frac{M_{n-1} - M_n}{l_n} + \frac{M_{n+1} - M_n}{l_{n+1}},$$

$$K = K_0 + \frac{M_n - M_{n-1}}{l_n}.$$

Čia:

A_0 yra atraminė reakcija, prideranti atramai n ir gaunama nuo aktyvinių apkrovimų, veikiančių paprastas dviejų atramų sijeles n ir $n+1$.

K_0 yra angos n, kaip paprastos dviejų atramų sijos, piūviui T priklausanti skersinė jėga.

Pavyzdys LXXV. Pavyzdžio LXXII nekarpytos sijos atramai 1 nustatyti atraminę reakciją.

Sprendimas. Iš pavyzdžio LXXII turime $M_0 = 0$, $M_1 = -6{,}369$ tm ir $M_2 = -5{,}534$ tm. Ieškomoji atraminė reakcija bus tat:

$$A_1 = \frac{1}{2}(p+g)(l_1+l_2) + \frac{6{,}369}{3{,}0} - \frac{5{,}534 - 6{,}369}{5{,}0} = 18{,}290 \text{ t}.$$

Pavyzdys LXXVI. Tos pat sijos piūviams, susiglaudžiantiems su atrama 1, išskaičiuoti skersines jėgas.

Sprendimas. Naudodamies pereitame pavyzdyje parašytais atraminiais momentais, gauname:

Pirmai angai: $K_1 = \frac{1}{2}(1+3)\cdot 3{,}0 + \frac{6{,}369}{3{,}0} = 8{,}123$ t,

antrai angai: $K_2 = \frac{1}{2}(1+3)5{,}0 + \frac{6{,}369 - 5{,}534}{5{,}0} = 10{,}167$ t.

Abiejų surastųjų skersinių jėgų suma turi būt lygi pereitame pavyzdyje išskaičiuotai atraminei reakcijai. Tas tikrenybėje ir yra:

$$K_1 + K_2 = 8{,}123 + 10{,}167 = 18{,}290 \text{ t}.$$

Pabaiga.

Nekarpytų sijų statiškąja skaičiuote šį mokslinį etiudą autorius ir baigia, manydamas, kad būtų pravartu išsitarti kiek ir dėl kaikurių bendrų klausimų, kurie liečia šį veikalą.

Pirmas ir gal svarbiausias klausimas yra, kiek veikalo turinys originalus ir ką naujo jis duoda. Šiuo klausimu autoriaus nuomonė yra ši. Veikalo turinį galima laikyti originaliu tik kiek, kiek jis atitinka patį veikalo pavadinimą. Sulig tuo aprašytąjį ir daugeliu išspręstų pavyzdžių išaiškintąjį metodą, kuriuo padedami gauname iš apskritimų įvairaus laipsnio paraboles, lenkimo momentų diagramas, deformacijų kreives ir įvairių ieškomųjų dydžių infliuentines, laikysime nauju. Tą metodą išrutuliojant ir išplečiant jo

pritaikymus, autoriui teko susidurti ir skaitytoją supažindyti su kai kuriais statybinės statikos žinomais dėsniais bei sąvokomis, būtent: su fiktyviniais apkrovimais ir jų vaidmeniu sijų deformacijose, su nekarpytų sijų pastoviais taškais, su mazginių momentų išskirstymo dėsniu ir pagaliau su Klapeirono trijų momentų lygtimis. Veikalo vietos, kuriose duodamos žinios apie šiuos statybinės statikos faktus, turinio atžvilgiu nėra originalios. Joms medžiaga imta iš įvairių įgarsėjusių autorių, pavyzdžiui: Otto Mohr'o, S. Timošenko, Fridricho Bleich'o, P. Chudiakov'o, A. Strassner'io ir M. Fischer'io. Semdamas savo veikalui žinias ir iš šių mokslininkų ir populizatorių, autorius jas savaip stengėsi suprasti ir išdėstyti. Dėliai to jų kai kurios įgijo kiek ryškesnę bei tobulesnę formą. Tą gali patvirtinti nors šie du punktai.

1. Nekarpytoji daugelio atramų sija, turinti kas anga vis kitus ir kitus skersinius piūvius, autoriaus pilnai pakeičiama nauja tokia pat sija, turinčia visose angose vienodus skersinius piūvius. Tam reikalui veikale ne tik sijos angų teoretiniai ilgiai, bet ir jų aktyviniai apkrovimai pakeičiami naujais tokiais pat redukuotais dydžiais. Nuo to sijos statiškoji skaičiuotė žymiai susiprastina.

2. Veikalo paragrafe 20-d, pasigaunant Strassner'iu*), yra išnagrinėti du grafiški būdai, kaip daugelio atramų nekarpytose sijose gauti angų pastovius Riterio taškus J ir K. Tų būdų *pirmasis* (74 ir 75 brėž.) — taikytinas specialiai įvairių piūvių sijoms, *antrasis* (76 ir 77 brėž.) — vienodų skersinių piūvių sijoms. Anksčiau išeitame posmelyje minėtas sijų redukcijos metodas pašalina reikalą naudotis *pirmuoju* būdu ir nekarpytos įvairių skersinių piūvių sijos atveju, nes ir jai užtenka antrojo būdo, kurs paprasčiau taikomas kaip pirmasis. Nekarpytoms sijoms tat, turinčioms kas anga naują skersinį piūvį, angų pastovių taškų nustatymas gali būt atliekamas, vartojant antrąjį būdą, šiaip: sakyto pobūdžio nekarpytą įvairių skersinių piūvių siją redukuojame į vienodąpiūvę. Šiai pastarajai nustatome antruoju būdu angų pastovius taškus J ir K. Po to redukuotą siją grąžiname į pirmykščią būklę, saugodami, kad taškai J ir K angose nepakeistų savo reliatyvinių padėčių. Gauname vėl įvairių skersinių piūvių nekarpytą siją su taškais J ir K, Įrodysime, kad šie taškai ir bus duotosios sijos angų pastovūs taškai.

Redukuotos sijos angų teoretiniai ilgiai yra:

$$(72)\quad \cdots \quad l'_1 = \frac{J}{J_1} l_1,\ l'_2 = \frac{J}{J_2} l_2,\ l'_3 = \frac{J}{J_3} l_3, \ldots . l'_n = \frac{J}{J_n} l_n .$$

Jos angoms *kairiųjų* pastovių taškų padėtį nustato ši bendro pobūdžio formulė, spręstina pradėjus nuo kairiosios galinės angos:

$$a' = \frac{l'_n}{3 + \frac{l'_{n-1}}{l'_n}\left(2 + \frac{a'_{n-1}}{l'_{n-1} - a_{n-1}}\right)} .$$

*) Strassner A., Ing. Berechnung statisch unbestimmter Systeme. 1921.

Ir čia:

$$a' = \frac{l'_n}{3 + \frac{\frac{J}{J_{n-1}} l_{n-1}}{\frac{J}{J_n} l_n} \left(2 - \frac{\frac{l_{n-1}}{l'_{n-1}} \cdot a_{n-1}}{\frac{l_{n-1}}{l'_{n-1}} (l'_{n-1} - a'_{n-1})}\right)}.$$

Pagaliau:

$$a'_n = \frac{l'_n}{3 + \frac{J_n}{J_{n-1}} \cdot \frac{l_{n-1}}{l_n} \left(2 - \frac{a_{n-1}}{l_{n-1} - a_{n-1}}\right)}.$$

Grąžindami redukuotą siją į pirmykščią būklę, angos n teoretinį ilgį l'_n turime sutrumpinti iki l_n. Kad ir po to tos angos taškų J ir K reliatyvinė padėtis pasiliktų ta pati, kaip ir redukuotos sijos, atstumą a'_n turime sutrumpinti iki a_n toje pat proporcijoje, kaip tat padarėme sumažindami teoretinį angos ilgį l'_n iki l_n. Dėliai to:

$$a_n = \frac{l_n}{l'_n} a'_n.$$

Įstačius čia vietoje a'_n jo anksčiau parašytą reikšmę, gausime:

$$a_n = \frac{l_n}{3 + \frac{J_n}{J_{n-1}} \cdot \frac{l_{n-1}}{l_n} \left(2 - \frac{a_{n-1}}{l_{n-1} - a_{n-1}}\right)}.$$

Šis reiškinys atitinka formulę 62-ą ir rodo, kad angų taškai J yra kairieji pastovūs taškai. Tokiu pat būdu įsitikiname, kad ir taškai K pridera tokios pat kategorijos dešiniųjų taškų grupei.

Antras klausimas, kurį iš skaitytojo autorius laukia, bus apie tai, kodėl veikalas daugeliu atžvilgių išėjo nevienodas, margas. Šis klausimas bus priimtas, kaip teisingas priekaištas veikalo netobulumui. Jo neatremdamas iš esmės, autorius pasiteisins ypatingai sunkiomis aplinkybėmis, kuriose jam šį darbą teko vykdyti. Pirma, pats autorius, pradėdamas spausdinimą, turėjo per maža šioje srityje prityrimo. Antra, dėl susikaupimo ir naujų minčių išplėtojimo autoriui teko dirbti, pradėjus 1922 metais, periodiškai nutraukiant darbą. Trečia, spausdinimo pradžioje tiek spaustuvės, tiek cinkografijos buvo mažai tinkamos matematinei spaudai, ir dėl specialistų stokos laukė iš autorių nurodymų iš sričių, kuriose pačios turėjo būt kompetentingos.

Nežiūrint šių ir kitų, daugiausia korektūros, neapsižiūrėjimų, autorius šį veikalą leidžia ir atskiru leidiniu, tikėdamasis, kad jame iškeltos naujos mintys nustelbs minėtus netobulumus ir nors kiek prisidės prie statybinės statikos vartojamų skaičiuotės metodų ištobulinimo.

Reziumė.

Statybinėje statikoje pasitaikomas kvadratines ir kubines paraboles autorius gauna iš apskritimų. Tam reikalui vartojamas savotiškas metodas, vadinamas apskritimo būdu. Pastarasis plačiai išnagrinėtas ypač pritaikymo atžvilgiu. Statybinėje statikoje juo pasiekiama šių patogumų:

1. Sijoms, apkrautoms vienodai išskirstytais trapeciniais ir trikampiniais sloginiais, gražiai ir patogiai gaunamos lenkimo momentų kreivės su jų liečiamomis ir charakteringais taškais. Tos kreivės susideda iš antrojo bei trečiojo laipsnio parabolių, ir jas atitinka apskritimai, turį spindulius, lygius išskirstytų sloginių tam tikrų intensyvumų atvirkščioms reikšmėms.

2. Sijoms, apkrautoms momentais arba jėgomis apskritimo būdu iš fiktyvinių apkrovimų, tolygių momentų diagramoms, patogiai gaunamos elastinės bei įlinkių kreivės su jų taškais ir liečiamomis.

3. Statiškai neišsprendžiamoms vienaluomėms sijoms ir rėmams iš fiktyvinių apkrovimų patogiai sudaromos įvairių ieškomųjų dydžių infliuentinės.

4. Apskritimo būdas dažniausiai skiriamas statyti kubinėms parabolėms, atitinkančioms trikampinius ir trapecinius apkrovimus. Tinkamai sutvarkytos bendrųjų infliuentinių dydžių lentelės leidžia toms kreivėms ordinatas ir plotus gauti ir analitiškai su labai dideliu tikslumu. Reikalingos tam aukščio bazės gaunamos iš atitinkamų fiktyvinių apkrovimų.

Taikydamas apskritimo būdą tamprių bei palaidų atramų sijoms skaičiuoti, autorius vartoja žinomas momentų išskirstymo taisykles ir Riterio pastovius taškus. Tačiau ir šioje srityje įnešamas savotiškumas, liečiąs ypač įvairių skersinių piūvių daugelio atramų sijas. Tas sijas autorius pakeičia vienodapiūvėmis, atitinkamai redukuodamas ir atskirų angų apkrovimus. Dėliai to gaunamas labai paprastas būdas ir įvairių skersinių piūvių daugelio atramų sijoms nustatyti pastovius taškus.

La méthode de la circonférence dans la statique des constructions,

par M. le prof. K. Vasiliauskas.

Résumé.

L'auteur construit les paraboles du second et du troisième degré dans les procédés de la statique appliquée aux constructions à l'aide de la circonférence. Sa méthode originelle, dite *la méthode de la circonférence*, est développée, ayant en vue les applications pratiques, et possède des avantages suivants:

1. Pour les poutres portant les charges profilées en triangle ou en trapèze on trouve aisement la courbe des moments fléchissants avec les tangeantes et les points caractèristiques. Ces courbes se composent des paraboles du 2-ème et du 3-ème degré, auxquelles correspondent les cercles dont les rayons sont inversement proportionnels à l'intensité de la charge à l'environ du point donné.

2. Pour les poutres actionnées par les forces ou moments quelconqus, la méthode de la circonférence se basant sur *la charge fictive* correspondante à la diagramme des moments, conduit facilement à la courbe élastique avec ses tangeantes dans tous les points.

3. Pour les poutres continues statiquement indéterminées et pour les cadres la même méthode des charges fictives et de la circonférence permets d'établir facilement les courbes influentes de divers quantités cherchées.

4. La méthode des circonférences s'adopte le plus souvent à la construction des paraboles cubiques des moments, provenant des charges triangulaires ou trapezoïdales. Le calcul analytique plus precis de ces courbes s'effectue à l'aide des tables des quantités influentes. Les bases nécessaires pour les ordonnées sont tirés de charges fictives correspondantes.

En adoptant la méthode de la circonférence au calcul des poutres aux appuis élastiques ou surbaissés, l'auteur se sert d'un procédé original dans le cas des poutres à section variable reposant sur plusieurs appuis. Il remplace une pareille poutre par une autre *à section constante*, en réduisant convenablement la charge des travées; de cette manière il arrive à établir simplement les points constants d'une poutre à section variable posée sur plusieurs appuis.

Stud. techn. Jurgis Jankauskas.

Nuolatinės srovės šuntinio variklio ekonominė formulė.

Technikoje, visose beveik mašinose vyksta energijos transformacija. Energija gaunama daugiausia iš kuro: anglies, naftos, durpių ir t. t., bet ši energijos atsarga yra apribota.

Ekvipotencialinė kuro energija vartojama labai neekonomiškai; todėl kyla klausimas, kur ieškoti kuro ar kitų energijos šaltinių šilimai ir darbui gaminti, kai pasaulinė kuro atsarga bus sunaudota.

Jau ieškoma įvairių priemonių tai nelaimei atitolinti, tuo tikslu stengiamasi pakelti mašinų naudingumo koeficientas, sumažinti energijos transformavimo nuostoliai, prisiartinti prie teoretinių koeficientų ir sąlygų.

Taupydami energiją anglai ir amerikiečiai stato garo katilus su kritišku slėgimu ir temperatūra (374^0); prancūzai vietoje benzininių dirba gazogeneratorinius automobilius ir t. t.

Ryšyje su energijos ekonomijos klausimu šiame straipsnyje autorius bando nustatyti patogiausią šuntinio elektros variklio apkrovimą, kad gautų darbo maksimumą, eikvojant elektrinės energijos minimumą; tam surandama srovės jėga, prie kurios motoro darbas bus naudingiausias.

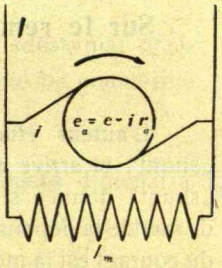
Naudingas motoro galingumas (wattais)

$$A_n = e_a(i - i_0), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

kur e_a – motoro priešveikianti saviindukcijos elektrovaromoji jėga, matuojama voltais.

i — srovė, kuri eina per besisukantį inkarą, matuojama amperais,

i_0 — srovė, kuri eina per inkarą, kai motoras sukasi be apkrovimo, kitaip tariant, srovė, kuri suvartojama paties motoro nenaudingoms kliūtims nugalėti, kaip Foucault'o srovės, trynimas pakakliuose ir t. t.



Iš tinklo motoras gauna energijos (wattais)

$$A_t = e_t(i + i_m) \ldots\ldots\ldots (2)$$

kur e_t — pridėtas prie bornų įtempimas, i_m — srovė, kuri eina per magnetus.

Padalinę (1) reiškinį iš (2), gauname naudingo darbo koeficientą:

$$\eta = \frac{A_n}{A_t} = \frac{e_a(i - i_0)}{e_t(i + i_m)}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

čia kintamieji dydžiai yra srovė i ir priešveikiąs įtempimas e_a; bet

$$e_a = e_t - ir_a, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

kur r_a — inkaro ominis (armatūros) pasipriešinimas.

Įstatykime (4) reiškinį į lygtis (3):

$$\eta_1 = \frac{(e_t - ir_a)(i - i_0)}{e_t(i + i_m)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)\ ^1)$$

Suraskime tokią srovę, prie kurios motoras veiks naudingiausiai; tam suraskime (5) funkcijos maksimumą, prilyginę nuliui išvestinę $\frac{d\eta_1}{di}$:

$$\frac{d\eta_1}{di} = \frac{e_t(i+i_m)[(e_t - ir_a) + (i - i_0)(-r_a)] - (e_t - ir_a)(i - i_0)e_t}{e_t^2(i+i_m)^2} = 0$$

$$(i+i_m)(e_t - 2ir_a + i_0 r_a) - e_t i + i^2 r_a + i_0 e_t - i i_0 r_a = 0 \quad \ldots\ldots \quad (6)$$

Priimkime $$e_t = i_{max} r_a, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

nes motorui nesisukant, per jo inkarą eina srovė i_{max} sulig Ohmo dėsniu

$$i_{max} = \frac{e_t}{r_a},$$

$$i^2 + 2i_m i - i_{max} i_m - i_{max} i_0 - i_m i_0 = 0;$$

gavome paprastas kvadratines lygtis su vienu nežinomuoju i:

$$i^2 + 2i_m i - [i_{max}(i_m + i_0) + i_m i_0] = 0.$$

$$i = -i_m \pm \sqrt{i_m^2 + i_{max}(i_m + i_0) + i_m i_0},$$

$$i = -i_m \pm \sqrt{i_m(i_m + i_0) + i_{max}(i_m + i_0)} = -i_m \pm \sqrt{(i_m + i_{max})(i_m + i_0)},$$

bet $$i_m + i_{max} = J_{max}, \quad i_m + i_0 = J_{min};$$

kadangi i_0 yra minimalinė srovė, tai

$$i = -i_m \pm \sqrt{J_{max} \cdot J_{min}}, \text{ bet } i + i_m = J; \text{ tai } J = +\sqrt{J_{max} \cdot J_{min}} \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

Šaknį paėmėme su teigiamu ženklu, nes neigiamų srovių (amperažo) motore nėra. Srovę i_0 galima suskaičiuoti teoretiškai, arba tiesiog gauti praktiškai, paleidus neapkrautą motorą ir išmatavus srovę, kuri eis per inkarą.

Vadinasi, ekonomiškiausias šuntinio variklio darbas bus prie tokio apkrovimo, kai einanti per motorą srovė J bus lygi vidutiniam geometriniam iš J_{max} (sustabdyto motoro srovė) ir J_{min} (laisvai judančio motoro srovė).

Sur le rendement maximum des machines électriques,

par M. *Georges Jankauskas.*

(Résumé).

L'auteur étudie théoriquement le rendement des moteurs système „shunt" et arrive au résultat suivant: l'exploitation d'une machine électrique „shunt" donnée se fera dans les conditions les plus économiques au point de vue de la dépense de l'énergie, lorsque, pour un voltage donné, l'ampérage du courant est la moyenne géometrique entre l'ampérage maximum, répondant au cas lorsque l'ancre du moteur est en repos, et l'ampérage minimum, quand l'ancre tourne follement.

---

[1]) Ši formulė duota veikale: A. Thomälen. Kurzes Lehrbuch der Elektrotechnik Leipzig, 1922; pusl. 137.

Prof. Dr. inž. ir fil. Otto Folkas.

Pastaba prie K. Šliūpo darbo „Dinaminis būdas Young'o moduliui nustatyti".

A Note on K. Šliupas' Dynamical Method
of determining Young's Modulus,
by Prof. Dr. Otto Volk.

Šiuo norėčiau padaryti pastabą dėl „Technikos" 3 Nr. įdėto p. K. Šliūpo darbo matematiškų pagrindų. Autorius ten įveda išdėstymą pavidalo:

$$t = \Sigma A l^x r^y Y^z J^u \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

sulig l, r, Y ir J laipsniais, taigi begaline eilute, kurią reikia susumuoti. Kad tokią eilutę galima įvesti, šių laikų mokslas dar nėra įrodęs; per daug komplikuotos aplinkybės, nes atsiranda labai daug sumavimo galimybių; bet čia ne vieta tai plačiau dėstyti.

Tuo tarpu p. Šliūpas jokio sumavimo x, y, z, u rodikliais neduoda, nes autorius betarpiai ima rodiklius kaip konstantas, dėl to sumavimo galimybė visai atkrinta. Lygtyje (3) sumos ženklas Σ visai atmetamas. Aišku, kad tuo visas matematiškas įrodymas daromas nereikalingas, o formulos (3) ir (4) lieka neįrodytais tarimais, kuriuos reikėtų matematiškai pagrįsti visai kitokiu būdu.

Jei eilutės (1) įvedimas ir matematiški autoriaus išdėstymai pasirodo nepagrįsti, tai tokios pat vertės yra įvedimas reiškinio be sumavimo ženklo, t. y.

$$t = A l^x r^y Y^z J^u ,$$

nes jam trūksta vienareikšmingumo. Pav., dešiniosios pusės dimenzija nepasikeis, jei įvesti daugiklį $\sin\left(\frac{l}{r}\right)$, $\cos\left(\frac{l}{r}\right)$ ar bet kokia $\left(\frac{l}{r}\right)$ funkciją $f\left(\frac{l}{r}\right)$:

$$t = A l^x r^y Y^z J^u \cos\left(\frac{l}{r}\right),$$

$$t = A l^x r^y Y^z J^u f\left(\frac{l}{r}\right).$$

Tai rodo, kad pažymėtas įvedimas nėra būtinas ir kad dimenzija pati savaime dar nepateisina formulų (3) ir (4).

Prieš autoriaus įrodymą galima šį tą pasakyti ir grynai fizikos sumetimais.

Iš vieno bandymo nustatyta koeficiento c reikšmė: $c = 1/3$. Kokie to bandymo daviniai? Jie neduoti, o būtų labai reikalingi. Be to, reikėtų atlikti eilė bandymų, kurie įrodytų formulos (4) teisingumą. Tokių bandymų nenurodyta.

Eksperimentalinis formulos (4) tyrimas nėra matematiko uždavinys; užtenka įrodyti, kad jos pagrindan padėtas išdėstymas nepamatuotas.

„Technikos“ redakcija, dėdama prof. dr. O. F o l k o kritiką, žemiau duoda vietos prof. K. Š l i ū p u i ginti savo poziciją.

K. Šliūpas.

Atsakymas prof. dr. O. Folkui.

Repply to Prof. Dr. Volk's Note, by K. Šliūpas.

Mane džiugina faktas, kad p. O. Folkas teikėsi perskaityti mano straipsnį apie Young'o modulio dinaminiu būdu nustatymą, nors su juo nesutiko. Fizikai ir matematikai yra dažnai draugiškoj kolizijoj — kitaip ir negali būti. Matematikai kuone visuomet pripratę spręsti uždavinius idealizuotomis aplinkybėmis ir gerai išaiškintomis priemonėmis, o fizikai ir technikai turi spręsti uždavinius, kurių sąlygų negali įidealinti: jie turi reikalo su gyvenimo klausimais, kuriems tučtuojau reik duoti bent apytikrį, o vis dėlto vartotiną sprendimą.

Prie dalyko. Sumavimo ženklą lygty (3) išmečiau todėl, kad fizikoje dažnai, kaip rodo prityrimas, prie nepainių eksperimentų užtenka paimti iš eilutės vieną tipišką terminą. Ar tas leistina, ar ne, galutinai pasako rezultato pritaikymas eksperimentams. Fizikams tik eksperimentas yra galutinis arbitras, ir jis viską mums normuoja. Lygiai tą patį daro Levy straipsnyje „Dynamical Simularity"[1]). Tik eksperimentas irgi pasako, ar praleidom įvesti funkcijos $\left(\frac{l}{r}\right)$ ar kokios kitos funkcijos daugiklį, ar ne.

Čia reik pasakyti, kad fizikoj labai daug yra neaiškaus, tačiau reikia darbas dirbti. Pavyzdžiui, nėra žinomos dimenzijos dielektrinės konstantos tuščioj erdvėj k ir magnetinio permeabiliškumo tuščioj erdvėj μ. O vis dėlto žinome

$$\left[\frac{1}{\sqrt{k\mu}}\right] = \left[\frac{L}{T}\right].$$

Vadinasi, atskirai nežinome k ir μ dimenzijų, o tam tikroj jų kombinacijoj turime greičio dimenziją. Man čia netenka aiškinti, kokį lemiantį vaidmenį šis sąryšis yra suvaidinęs elektromagnetinėj šviesos teorijoj...

Dėl konstantos c nustatymo. Nustačius periodą iš 100 švytavimų, r iš 40 matavimų, rūpestingai kelioliką kartų nustačius vielos ilgį ir lazdutės inercijos momentą, o paėmus Young'o modulį nustatytą Searle'o tiksliu būdu tai pačiai vielai, konstanta c eksperimento tikslumo ribose ištiesų gaunama $\frac{1}{3}$. Tą patvirtino 150 su viršum eksperimentų, studentų

[1]) Dictionary of Applied Physics. London, 1922, Vol. I, p. 80.

mūsų laboratorijoje atliktų su vielomis iš įvairių medžiagų, įvairių dydžių ir su įvairios inercijos lazdutėmis. Dabar dirbamas diplominis darbas šioje srityje.

Pagaliau, Cambridge'o profesorius G. F. C. Searle pranešė man[1]), kad jis mano formulę patikrino matematiniu keliu. Tokiu būdu mano formulė pergyveno priekaištą, šiam metodui p. Ehrenfest-Afanassjewa'os[2]) daromą.

Šitas metodas turi labai rimtų priešininkų, kaip Norman Campbell[3]), bet jo šalininkų tarpe yra Rayleigh, Poynting, Thomson ir Bridgman. Vartoja jį ir Einstein ir Jeans.

Baigdamas pacituosiu žodžius Edgaro Buckingham'o, kurį dar 1915 metais Rayleigt skatino varyti toliau jo tyrimus šitoje srityje[3]):

„Iš anksto numatyti visas klaidas, kokių galima būtų padaryti dimenzijų vardu — reikalinga visažinančiojo galia, bet daugumas fizikų gana paprastų įgimtų gabumų rado dimenzijų metodą tiek naudingą, jog ramiai prisiima riziką. Jųjų išganymo nerasi formalėje logikoje, nei diferencinėse lygtyse, nei argumentuose apie tam tikrų kiekių dimenzijas, kurias galima visuomet įvairiais būdais išreikšti, bet, kaip implikuoja Dr. Campbell, paprastame fizikiniame šaltame prote".

---

[1]) Laiške 1927. IX. 19.
[2]) Philosophical Magazine, Jan. 1926, p. 257.
[3]) Phil. Mag. July 1924, p. 141.

MOKSLO KONGRESAI.

CONGRÈS SCIENTIFIQUES.

Tarptautinis okeanografijos, hidrografijos ir hidrologijos kongresas Sevilijoje 1929 m. gegužės mėn. 1—7 d.

Congreso Internacional de Oceanografía, Hidrografía marina e Hidrología continental, Sevilla, 1 — 7 mayo 1929.

Kongreso Sevilijoje vyriausias tikslas buvo bandymas įkurti tikrai pasaulinė hidrologų sąjunga. Po pasaulinio karo susidarę keli įvairių valstybių susijungimai neapsisaugojo nuo svetimos mokslui ir technikai šovinistinės politikos. Ispanijos vyriausybė, pasinaudodama didžiosios Ibero - amerikaniškos parodos proga, pasiėmė iniciatyvą sujungti viso pasaulio hidrologus be jokių skirtumų ir pakvietė į kongresą visų kultūrinių valstybių specialistus.

Kongresą atidarė naujuose „Plazza d' España" rūmuose Ispanijos infantas Don Carlos; vienam posėdžių pirmininkavo ministeris - pirmininkas gen. Primo de Rivera. Kongreso tikrasis pirmininkas buvo jo organizatorius prof. Odón de Buen, Madrido Okeanografijos instituto direktorius. Kongreso sekretorius — prof. Rafael de Buen, to instituto vicedirektorius.

Kongreso dalyviai (apie 150 asmenų) atstovavo 33 valstybėms; jų tarpe buvo žymių hidrologų ir okeanografų, keliolika hidrografinių biurų vedėjų.

Posėdžiai ėjo dviem visai skirtingomis sekcijomis: jūrų ir kontinentalinės hidrologijos. Jūrų hidrologijos sekcijai pirmininkavo p. E. Fichot, Prancūzijos jūrų hidrografinės tarnybos vedėjas; dar buvo prezidiume prof. A. Defant, Berlyno Jūrų instituto direktorius, J. A. Valstybių ir Peru atstovai. Kontinentalinės hidrologijos sekcijos prezidiumą sudarė pirmininkas p. B. Wade, anglas, tyrinėjimų Egipte vedėjas, sekretorius — prof. G. de Marchi, Italijos Centralinės hidrografinės tarnybos direktorius, ir vicepirmininkas — prof. J. Smetana, Prahos Hidrologinio instituto direktorius.

Kongresas svarstė eilę pagrindinių techniškų klausimų ir klausė atskirų narių referatų.

Svarbiausi jūrų sekcijos referatai: inž. Courtier'o Naujos metodės jūrų reljefui tirti; prof. Borowik'o — Vislos veikimas Dancigo įlankoje; prof. Pic-

cotti — jūrų vandens sūrumas ir tankumas; jų tyrimo metodės; prof. Helland-Hansen'o — okeanų temperatūros variacijos; prof. Defant'o — okeanų cirkuliacija; inž. Courtier'o — bendradarbiavimas leidime tarptautinio žemėlapio (milioninės skalės) ir t. t.

Kontinentalinės hidrologijos sekcijoje žymiausi referatai: inž. Sanchez'o — klimatologinių tyrimų Meksikoje taikymai; p. Filatti — sausumo Meksikoje studijos; dr. Lenz'o — limnologijos turinys ir jo padariniai, p. Gorceix'o — termoelektrinis zondas, prof. Smetana — bandymai su modeliais ir jų analogijos dėsniai, inž. Laurent'o — nuolatinės hidroelektrinių įmonių kontrolės tarnyba Prancūzijoje, prof. Magrini — formavimas barų ir deltų, inž. Melli — požemio vandenys, prof. Borowik'o — Vislos nuotakio svyravimų periodai, prof. Kolupailos — upių nuotakis užšalimo metu, prof. De Marchi — hidrologinių tyrinėjimų terminologijos suvienodijimas, p. Krueger'io — Grenlandijos ledynai, inž. Kreitmann'o — žuvų žala hidroelektrinėms instaliacijoms ir kt.

Abiejų sekcijų bendri buvo tik 3 iškilmingi posėdžiai.

Kongresas po gyvų diskusijų pažymėjo savo darbą keliomis rezoliucijomis, liečiančiomis naujas tyrinėjimų metodes, tarptautinio žemėlapio reikalus, kaikurių tarptautinių studijų organizavimą ir tolesnį kontaktą. Kongresas nutarė rinktis ir ateityje.

Kongreso rūmuose buvo įregta hidrologinių instrumentų paroda, kur dalyvavo Prancūzija, Italija, Ispanija, dalimi Vokietija, Anglija, Danija ir Švedija.

Posėdžių pertraukose įvyko ekskursijos:

1) senų romėnų iškasenų Sevilijos apylinkėse ir naujo Sevilijos vandentiekio žiūrėti,

2) autobusais plentu per Andaluziją į Jerez'ą, vyno gamybos centrą,

3) garlaiviu — pažiūrėti Gvadalkviviro upės, Alfonso XIII laivininkystės kanalo ir įvairių jo įrengimų.

Kongresui pasibaigus jo dalyviai dalyvavo Ibero-amerikaniškos parodos Sevilijoje atidaryme ir galėjo matyti dalį įrengtų paviljonų.

*

* *

Mano dalyvavimas Sevilijos kongrese turėjo tikslą nustatyti kontaktą su pasaulio hidrologais; tas neblogai pavyko. Mano referatas buvo ilgai diskutuotas ir pažymėtas (viena iš šešių) rezoliucija; jis spausdinamas kongreso darbuose.

Be gražios progos pamatyti tolimą Ispaniją su jos skirtinga gamta, galėjau susipažinti su jos kultūriniu gyvenimu; lankiau muziejus, parodas, teatrus (bulių imtynių neišskiriant), įstaigas. Madride padariau vizitą Hidrografiniam biūrui ir Susisiekimo institutui *(Escuela especial de ingenieros de caminos, canales y puertos* — Specialinė plentų, kanalų ir uostų inžinierių mokykla). Institute man buvo parodyti kabinetai, laboratorijos, auditorijos ir visa tvarka.

Prof. S. Kolupaila.

Pasaulinių energijos konferencijų dalinė sesija Barcelonoje 1929 m. gegužės mėn. 15—23 d.

Conferencia mundial de la energía. Sesión especial de Barcelona 15 a 23 de mayo de 1929.

Pasaulinės energijos konferencijos siekia dviejų tikslų: 1) jos jungia visus energijos tiekimo sričių (jėgos ir šilumos gaminimas, skirstymas ir taikymas) specialistus, palengvinant jiems susirinkti bendrai su mokslo ir ūkio veikėjais pasikeisti žiniomis apie pažangą ir patyrimus; ypatingo dėmesio kreipiama energijos tiekimo ekonominėms sąlygoms; 2) tos konferencijos padeda informuoti plačią visuomenę apie energijos ūkio reikalus, raginti dėmesį prie sparčios technikos pažangos ūkiui ir administracijai reikšmės vertinimo; konferencijose dalyvauja ne vien technikai, bet ekonomistai, valstybės vyrai ir kiti su energijos ūkiu surišti asmenys.

Nuolatiniai uždaviniai taip užfiksuoti Konferencijų „konstitucijoje“:

Pasaulinių energijos konferencijų tikslas yra ištirti, kaip energijos versmės galėtų būti sunaudoti tautiniams ir tarptautiniams tikslams:

a) studijuojant potencialinius kiekvieno krašto — vandens jėgos, naftos ir mineralinio kuro — išteklius;

b) palyginant moksliškus patyrimus žemės ūkio pažangos, irigacijos ir transporto (sauskeliais, vandens ir oro keliais) srityse;

c) šaukiant visų specialybių inžinierių ir ekonominių bei industrialinių studijų žinovų konferencijas;

d) renkant žinias iš energijos vartotojų ir gamintojų;

e) ruošiant konferencijas apie techniško mokslo įvairiose šalyse pažangą;

f) svarstant finansinę ir ekonominę tautinės ir tarptautinės pramonės būklę;

g) organizuojant nuolatinę įstaigą pagrindinėms žinioms apie energiją rinkti ir informacijoms tiekti.

Pirmoji konferencija įvyko Londone 1924 metais. Antroji šaukiama Berlyne 1930 metais. Tų plenarinių konferencijų tarpe susirinko dalinės sesijos: vandens jėgos ir vandens kelių klausimams skirta Bazelyje 1926 m., kuro konferencija Londone 1928 m., vandens energijos naudojimo — Barcelonoje ir energijos suvartojimo — Tokio 1929 m.

Pagrindinis Barcelonos sesijos klausimas buvo pilnas vandens tekmių sunaudojimas *(Aprovechamiento integral de las corrientes de agua)*.

Programa buvo suskirstyta klausimais: A. bendros hidrologinės problemos, B. techniškos sunaudojimo problemos, C. ekonominės ir finansinės problemos, D. juridinės problemos, E. hidrotechnikiniai įrengimai, apsauga nuo vandens.

Konferenciją sukvietė Ispanijos Tautinis energijos komitetas. Dalyvavo daugiau kaip 100 delegatų iš 28 kraštų.

Referatų buvo patiekta apie 100; išspausdinti prieš konferenciją, jie skaitomi nebuvo, tik diskutuojami. Dėl nedidelio, palyginant su Londono ir Bazelio konferencijomis, dalyvių skaičiaus, diskusijos buvo labai gyvos ir įdomios.

Pažymėtini referatai: T. Freytag'o ir H. Dreyer'io — vandenų naudojimas, F. Schaffernak'o — upės vagos morfologija, F. Cebrián'o — Ebro slėnio foronominis tinklas (specialioms hidrologinėms studijoms) ir hidrografinis režimas, J. D. Quilez'o — pliuviometrinės studijos ir potvynių prognozas, M. L. Pardo — visuotinio Ebro upės sunaudojimo projektas, F. Caballero — reguliuojamųjų rezervuarų įrengimo reikšmė, L. Bonamico — Italijos hidrografinė tarnyba, M. Ganassini — integralinis vandens energijos ištekliaus naudojimas, K Otsubo — Šiaurės Japonijos vandens jėgos, K. Pomianowski'o — kraštutinių debitų tikimybė ir jų periodiški ciklai, A. Rundo — sausmečių hidrologiniai efektai, G. Černilov'o — vandens jėgos išteklius Rusijoje ir jo studijos, A. Ogijevski'o — upių debito svyravimų hidrologinis prognozas; V. Gluškov'o — upės nešamos medžiagos studijos ir vagos morfologija, M. Serrander'io ir R. Lindqvist'o — ežerų reguliavimas Švedijoje, A. Harry — vandens jėgos naudojimas Šveicarijoje, E. Terradas'o — kanalai tuneliuose, D. Mayoral'io — sunkiųjų baražų konstrukcija, E. Granda — filtracija per užtvankas, J. G. Lacassa — Ebro slėnio baražų konstrukcija, C. Machin'o — užtvankų griuvimai ir jų tipai, C. Arellano — kanalai ir šliūzai, E. Meléndez'o — dugniniai šliūzai, L. de Fuentes'o — slenkščiai, R. Jiménez del Yerro — slėgimo tuneliai, C. Sáenz'o — geologijos svarbumas hidroelektrinių stočių projektams, J. X. Embún — miškų ryšys su hidrotechnikiniais darbais, M. L. Pardo — upių kilnojamos medžiagos sulaikymas, I. Aleksandrov'o — užtvankų pastovumo geologinės sąlygos, E. Bliznjak'o — didelių baražų studijų pagrindiniai klausimai, A. Winter'o ir P. Lauman'o — Dniepro hidroelektrinė stotis, M. L. Pardo — reguliavimo ekonomiškumas, A. Petri — elektra Vokietijos žemės ūkyje, O. Herbatschek'o — daržų elektrinis šildymas, dirbtinis augalų apšvietimas, J. G. Gimeno ir L. S. Roca — elektros industrijos Ispanijoje rentabiliškumas, M. L. Pardo — privatinių interesų kooperacija, Ebro upės „hidrografinės sindikalinės konfederacijos" organizacija, P. Martin'o — ekonominiai santykiai tarp industrijos ir žemės ūkio instaliacijų, F. T. M. Kissel'io — elektra Naujoje Zelandijoje, J. Černy — tarptautinių normų vandens koncesijoms įgyti projektas, R. Winkel'io — hidrotechnikinių bandymų vertė, A. Smrček'o — baražų apsaugojimas nuo paplovimo, V. G. Antón'o — potvynių problema, P. W. Werner'io — užtvankos modelio hidrauliniai bandymai.

Konferenciją atidarė gen. Barrera gegužės mėn. 15 d. Barcelonos rotušės istoriškoje salėje. Prezidiumą sudarė Ispanijos Tautinio energijos komiteto vadovybė (prezidentas prof. D. Mayoral, sekre-

torius prof. P. G. Quijano) ir užsienių delegacijų žymiausi nariai. Paeiliui įvyko 6 įvairiems klausimams paskirti posėdžiai, nesiskirstant sekcijomis. Po bendro generalinio referento pranešimo, kuriuo buvo charakterizuojami visi referatai, prasidėdavo diskusijos 5 oficialiomis kalbomis.

Posėdžių protarpiais buvo ruošiami oficialūs banketai, vizitai ir kitos iškilmės. Gegužės mėn. 17 d. konferencijos dalyviai automobiliais aplankė garsųjį Montserrato vienuolyną (kalnuose, 35 km nuo Barcelonos). Konferencijai pasibaigus buvo suorganizuotos tolimos ekskursijos į Ebro slėnio hidroelektrines stotis ir po visą Ispaniją.

Man teko nelauktai dalyvauti Barcelonos konferencijoje, grįžtant iš Sevilijos kongreso. Man buvo leista įteikti referatą apie žiemos debito skaičiavimo metodes ir jį asmeniškai referuoti; referatas pažymėtas prezidiumo pasiūlyta rezoliucija.

Abiejuose Ispanijos konferencijose buvau vienintelis Pabaltijo kraštų atstovas. Todėl turėjau lyg jiems visiems atstovauti ir tiekti reikalingų informacijų.

Vokietijos Tautinio energijos komiteto prezidijumas prašė mane raginti Lietuvos inžinierius ir kitus specialistus gausingai dalyvauti Antroje plenarinėje konferencijoje, kuri paskirta Berlyne 1930 metų birželio 16—25 d.

Berlyno konferencijos programa labai plati: kietas kuras, skystas kuras, dujos, garo jėga, degimo jėga, vandens jėga, mechaniškas energijos transportavimas, elektra (gaminimas, skirstymas, vartojimas industrijoje, susisiekime, namų ir žemės ūkyje), energijos ūkis ir teisė, normavimas, specialistų ruošimas, statistika. Numatomos ekskursijos į visas Vokietijos dalis.

Prof. *S. Kolupaila.*

Ketvirtasis moksliškosios darbo organizacijos tarptautinis kongresas Paryžiuje 1929 m. birželio mėn. 19—23 d.

IV Congrès international de l'organisation scientifique du travail, à Paris, 19—23 juin 1929.

Taisyklingos darbo organizacijos mokslas žmogaus darbui tirti naudojasi gamtos mokslų būdais: tiesioginiu matavimu, pastabumu, analizu, eksperimentu, sinteziu ir kit. Tie tyrimai liečia visas be išimties, tiek fiziško, tiek intelektualinio darbo sritis. Tikslas — neardant žmogaus sveikatos, pasiekti aukščiausio darbo našumo įvairiose visuomenės ir valstybinėse įstaigose, pramonės ir prekybos įmonėse. Dabartiniu metu darbo organizacijos tyrimams visuose kraštuose įsteigta akademijų, institutų, mokyklų ir p. *(Masarykova Academie Prâce* — Prahoje, *l'Ecole nouvelle d'administration et d'affaires*—Paryžiuje, *National Institute of Industrial Psychology, Industrial Fatigue Research Board, Institute of Works and Costs Accountants* — Londone, prie *Reichskuratorium für Wirtschaftlichkeit:* a) *Ausschuss für wirtschaftliche Verwaltung,* b) *Ausschuss für wirtschaftliche Fertigung,* c) *Ausschuss für Arbeitszeitermittelung* — Berlyne, *Ente nazionale italiano per l'organizzazione scientifica del lavoro* — Romoje, *Instytut Organizacji Pracy* — Varšuvoje, *Comité national d' organisation scientifique* — Briuselyje, *Institut d'efficacité* — Amsterdame, eilė institutų ir draugijų Š. A. J. V. ir kituose kraštuose). Prie Tautų Sąjungos Ženevoje įsteigtas *Bureau International du Travail.* Taisyklingos organizacijos katedros ir laboratorijos įsteigtos visose aukštose technikos ir komercijos mokyklose. Daugumas stambesnių privatinių įmonių turi savas laboratorijas.

Taisyklingos organizacijos tyrimų būdams suderinti, daviniams palyginti, su naujais būdais susipažinti, *Masarykova Academie Prâce* sukvietė 1924 m. Pirmąjį taisyklingos darbo organizacijos tarptautinį kongresą. Kongreso pabaigoje buvo išrinktas nuolatinis taisyklingos organizacijos tarptautinis komitetas. Antras kongresas įvyko 1925 m. Briuselyje, trečias — 1927 m. Romoje. Kongreso buvo sudarytas *Racionalizacijos Institutas* iš Š. A. J. V. taisyklingos organizacijos institutų, tarptautinio darbo biuro Ženevoje ir tarptautinio taisyklingos organizacijos komiteto atstovų. Paskutinis ketvirtas taisyklingos darbo organizacijos kongresas įvyko Paryžiuje 1929 metais. Kongrese dalyvavo daugiau kaip 1000 atstovų iš 35 valstybių. Kongreso prezidentu buvo Prancūzijos vidaus reikalų ministeris p. André T a r d i e u ir generaliniu komisaru p. Maurice F o u l d.

Birželio m. 19 d. Sorbonos amfiteatre kongresas buvo atidarytas dalyvaujant valstybės prezidentui p. Gaston D o u m e r g u e. Už prezidiumo stalo buvo ir ponia T a y l o r, Frideriko T a y l o r o našlė. Kong-

reso darbas buvo padalytas į šešias sekcijas: I. Pramonės gamyba — gamybos standartų nustatymas, laiko matavimas, priruošimas, apyskaitų ir savikainų tvarkymas, žmogaus faktoriaus reikšmė, II — Žemės ūkio gamyba — darbų paskirstymas, darbo mokesnis, pabūklai, apyskaitų tvarkymas, darbininkų parinkimas, III. Prekyba — rinka, rinkos konjunktūra ir prognozas, savikainos, taisyklingi užpirkimai ir pardavimai, IV. Administracija — valdymo tyrimai, įmonių valdymas, kontrolė, viešų įstaigų valdymas, V. Naminis ūkis — taisyklingas namų tvarkymas, maistas, apyskaitų tvarkymas, nuovargis, VI. Bendrieji dalykai — taisyklingas organizacijos dėstymas aukštesniosiose mokyklose, terminologija, statistika, propaganda. Sekcijų posėdžiams buvo pavestos auditorijos *Conservatoire National des Arts et Métiers* ir patalpos *Palais de la Matualité*, Saint-Martin gatvėje. Du kartu buvo bendri posėdžiai. Pranešimų pristatyta apie 150 keturiomis kalbomis. Pranešėjams, kurių spausdinti referatai kongreso metu buvo įteikti dalyviams, duota po 5 minutės turiniui trumpai referuoti; tiek pat laiko buvo duodama kritikai. Kai kurie pranešimai buvo iliustruojami ekrane ir net filmomis. Iškilmingame kongreso uždarymo posėdyje p. Cook, Amerikos *Taylor Society* draugijos pirmininkas, perskaitė Amerikos *Darbininkų federacijos* atsišaukimą į kongresą. Juo darbininkai reiškia savo pritarimą kongresui, pripažįsta taisyklingos organizacijos ypatingą ūkišką verčių kūrybai reikšmę ir pageidauja toje srityje bendradarbiauti su mokslininkais. Kitą V kongresą nutarta kviesti 1932 m. Amsterdame.

Trumpas pranešimų sąrašas.

Gamybos sekcijoje: Tayloro sistemos stambioje metalų (Schneiderio) dirbtuvėje taikinimas — inž. M. Reyo (Prancūzija) pranešimas; mažoje įmonėje gamybos kontrolė — komerc. inž. R. Caussinés (Belgija); amatininkų gamybos racionalizacija — dr. Bandato (Austrija); nuolatinio vadovavimo įmonės darbų organizavimas — M. Durando (Prancūzija); grandinės pavidalo darbų organizacija — inž. E. Hymanso (Belgija); srovinio darbo *(Fliessarbeit)* našumas — prof. Sachsenbergo (Vokietija); moderniniai gamybos būdai — H. A. Lincolno (Š. A. J. V.); darbo mokesnio planavimo biuras — P. Keene (Anglija); darbo būdų standarizavimas — G. J. Stegemerteno (Š. A. J. V.); darbams būtino laiko tyrimai — inž. Hudlerio (Čekoslovakija); automobilių gamybos normavimas — inž. V. Piselli (Italija); taisyklinga tekstilinių įmonių organizacija — prof. F. Seracky (Čekoslovakija); gamybos štandartų nustatymas Suomijoje, Rumunijoje, Vengrijoje; gamybos standarizavimas Skodos dirbtuvėse; skyrių savarankiškumas dirbtuvėse T. ir A. Bata (Čekoslovakija); kryžkelių stoties *Réseau de l'Est* organizacija — inž. M. Rabourdino (pranešimas iliustruotas diagramomis); geležinkelių dirbtuvių darbų racionalizavimas — inž. J. Wagnerio (Lenkija); normų taikinimas geležinkelių lokomotivams — inž. Iltgeno (Vokietija); normų taikinimas geležinkelių vagonams — inž. Kleino (Vokietija).

Žemės ūkio sekcijoje: Masaryko Akademijos tyrimai žemės ūkio darbams taisyklingai organizuoti — prof. M. Brdliko (Čekoslovakija) pranešimas; paruošimas ir darbų žemės ūkyje paskirstymas — inž. agr. Wurth-Micha (Belgija);

pieninių organizacija — dr. A. Javal ir agr. J. Faugeraso (Prancūzija); javų kultūros darbų analizas — agr. J. Faugeraso; taisyklinga pašaro gamybos organizacija — H. E. Kiefero ir A. J. Masono (Š. A. J. V.); taisyklinga pieno gamybos organizacija — H. W. Jefferso (Š. A. J. V.); žemės ūkio knygų vedyba Austrijoje, Vokietijoje, Čekoslovakijoje.

Prekybos sekcijoje: Rinkos analizas — G. D. Oldso (Š. A. J. V.); prekybos racionalizavimas — dr. Folzo (Vokietija); pardavėjų psichiškos ypatybės — K. Hacklio (Austrija); rinkos tyrimas — prof. L. Marcho (Prancūzija); išlaidų kontrolė, mažinimas ir planavimas — d-ro L. Engelio (Vokietija); darbo organizacija Italijos prekybos įmonėse.

Administracijos sekcijoje: Valdymas įmonių iš atstumo — inž. E. Landauero (Belgija); įmonės reorganizavimas ir tvarkymas — L. Urwicko (tarptautinio racionalizacijos instituto direktorius); pagrindiniai valdymo organizacijos principai — inž. A. Lamouches (Prancūzija); taisyklingos organizacijos administratyvėms įstaigoms pritaikymas — E. Czarneckio (Lenkija); viešų įstaigų taisyklingas knygų vedimas — Soqueto (Prancūzija); organizacijos Š. A. J. V. viešų įstaigų pažanga — Gary ir Dodds.

Namų ūkio sekcijoje: Naminių darbų taisyklinga organizacija ir įkainavimas — P. Bernèges (Prancūzija); maisto išlaidos — dr. F. Auslenderės (Austrija); naminės mašinos — H. Margisienės (Vokietija); naminių išlaidų standarizavimas — A. Edwardsaitės (S. A. J. V.); naminių žemės ūkio darbų taisyklingas tvarkymas — L. Kuessner — Gerhard (Vokietija).

Bendrų dalykų sekcijoje: Psichoanalizo taikymas profesijai parinkti — dr. Allendry (Prancūzija); profesionalinių studijų racionalizavimas — dr. R. Zimmlerio (Čekoslovakija); psichotechnikos taikymas profesijai parinkti — dr. W. Simano (Čekoslovakija); tarptautinis racionalizacijos institutas — L. Urwicko; taisyklingos organizacijos studijos Amerikos universitetuose — prof. Hotchkinso (Š. A. J. V.); taisyklinga intelektualinio darbo organizacija — prof. S. Čachotino (Italija); darbas ir nuovargis — prof. A. Niceforo (Italija); taisyklinga miestų organizacija — E. Pauleto (Peru), ir kiti.

Bendriems posėdžiams pasibaigus buvo organizuotos ekskursijos į Prancūzijos įmones ir įstaigas: Paryžiaus miesto įstaigas, Lenso kasyklas, Nanteso verfes, Nancy metalo dirbtuves ir elektros stotį, Havilando porceliano dirbtuves, Limogeso metalurgijos ir metalo dirbtuves, Bordeaux vyno gamybą, Blauvilles kryžkelio stoties organizacijai pažinti, Bertrandfosse — Plailly (Oise) žemės ūkio dominijas ir t. t.

Prof. *J. Šimkus.*

Technikos fakulteto CHRONIKA.

Fakulteto personalas.

1928 — 29 akad. metais Technikos fakulteto mokomąjį personalą sudarė 4 ordinariniai profesoriai: P. Čechavičius, P. Jankauskas, P. Jodelė ir J. Šimkus, 7 ekstraordinariniai profesoriai: S. Grinkevičius, S. Kolupaila, V. Mošinskis, M. Songaila, J. Šimoliūnas, J. Šliogeris ir K. Vasiliauskas, 7 docentai: J. Čiurlys, S. Dirmantas, V. Gorodeckis, A. Graurogkas, J. Jankevičius, A. Lange ir J. Mašiotas, 5 privatdocentai: F. Dobkevičius, S. Kairys, P. Markūnas, A. Putrimas ir T. Šulcas, 4 vyresnieji asistentai: A. Glodenis, S. Olendskis, M. Spiridavičius ir V. Verbickis, 2 asistentai J. Gabrys ir V. Landsbergis, 3 vyresnieji laborantai J. Indriūnas, L. Kaulakis ir J. Vidmantas ir 1 laborantas V. Vilutis. Fakultete dėstė, be to, Aukštųjų karo technikos kursų lektoriai pulk. A. Bobinskis ir maj. inž. A. Jurskis.

Fakulteto dekanu buvo prof. K. Vasiliauskas, sekretorium—prof. S. Kolupaila.

1928 — 29 metais o. prof. P. Jodelė buvo Universiteto rektorium. Pradėdamas rektoriaus pareigas eiti iškilmingame imatrikuliacijos posėdyje 1928. IX. 15 prof. Jodelė skaitė tradicinę paskaitą tema: Cementas ir jo gamybos sąlygos Lietuvoje.

*
* *

Mokomajame Technikos fakulteto personale per 1928 — 29 metus įvyko šie pakeitimai:

1) Doc. S. Grinkevičius pakeltas nuo 1928. XII. 19 e. o. profesorium.

2) Inž. J. Gabrys paskirtas nuo 1928. X. 1 tiltų katedros asistentu.

3) Elektrotechnikos kat. lab. L. Kaulakis pakeltas nuo 1928. X. 1 vyr. laborantu.

4) Stud. P. Drąsutis paskirtas nuo 1928. X. 1 elektrotechnikos katedros laborantu.

5) Statybinės mechanikos katedros vyr. lab. J. Indriūnas pakeltas nuo 1928. V. 1 asistentu.

6) Inž. V. Merkys paskirtas nuo 1929. VII. 1 hidrotechnikos katedros asistentu.

7) Elektrotechnikos katedros vyr. lab. L. Kaulakis, grįžęs iš užsienių mokslo komandiruotės, pakeltas nuo 1929. X. 1 asistentu.

8) Architektūros katedros asistentas V. Landsbergis, jo prašymu, nuo 1929. X. 1 atleistas.

*
* *

1928 — 29 metais studijavo užsieniuose fakulteto stipendiatai L. Kaulakis (Ciuriche ir Paryžiuje) ir K. Krišč iukaitis (Paryžiuje).

*
* *

1929 metų sausio - vasario mėn. prof. M. Songaila atliko mokslo kelionę į Alžirą ir Tunisą, susipažindamas su senų romėnų kolonijų iškasinėjimo darbais.

Fakulteto deleguoti į mokslo kongresus: prof. J. Šimkus — į IV Tarptautinį moksliškos darbo organizacijos kongresą Paryžiuje ir prof. S. Kolupaila — į Tarptautinį okeanografijos, hidrografijos ir hidrologijos kongresą Sevilijoje. Delegatų apyskaitos spausdinamos šiame „Technikos" tome.

Fakulteto patalpos.

1929 metų pavasarį Universitetui perduoti buv. Valstybės spaustuvės rūmai, vad. Didieji Un-to rūmai. Technikos fakultetas, nuomojęs tuose rūmuose jau nuo 1927 metų patalpą braižykloms, gavo vietos perkelti dalį įstaigų ir auditorijų iš I rūmų.

Dabar Technikos fakulteto patalpos išskirstytos trijuose rūmuose:

I Un-to rūmuose (Duonelaičio ir Mickevičiaus g. kampe, I aukšte) liko: Organinės cheminės technologijos laboratorija, Taikomosios mechanikos kabinetas, Kelių ir tiltų kabinetas, diplomantų braižykla, vyr. semestrų braižykla ir 2 auditorijos, naudojamos kartu su Teisių fakultetu.

II Un-to rūmuose (Gedimino ir Duonelaičio g. kampe, I aukšte) tilpsta: Elektrotechnikos laboratorija, Mechaninė medžiagų atsparumo laboratorija, Statybinių medžiagų laboratorija, Neorganinės cheminės technologijos laboratorija.

Didžiuose Un-to rūmuose (buv. Valstybės spaustuvė, Gedimino ir Duonelaičio g. kampe, III aukšte) yra: Dekanato raštinė, Biblioteka, Geodezijos kabinetas, 2 auditorijos, Architektūros ir statybos kabinetas, Paišybos salė, 2 braižyklos ir Hidrotechnikos kabinetas.

Numatoma fakultetą perkelti į pastatytus Vėsulavoje Fizikos-chemijos instituto rūmus, kartu su Mat. gamtos fakulteto laboratorijomis.

Fakulteto klausytojai.

Technikos fakulteto klausytojų (neskaitant išstojusių dėl įvairių priežasčių) per 1928 - 29 metus buvo:

rudens semestre 400 stud. ir 5 laisv. klaus., iš viso 405 klaus.

pavasario semestre 370 stud. ir 4 laisv. klaus., iš viso 374 klaus.

*

* *

1928 — 29 metais baigė fakultetą 9 asmens: 1 su statybos inžinieriaus diplomu, 8 su technologijos inžinieriaus diplomu.

1929. X. 28 baigė dar 6 statybos inžinieriai. Viso baigė 29 inžinieriai: 17 statybos ir 12 technologijos.

Fakulteto darbai.

Iš svarbiausių Technikos fakulteto 1928 — 29 metais spręstų klausimų pažymėtini:

1) Nauji Un-to statuto projektai ir tuo klausimu memorandumai.
2) Laboratorijų sujungimo sumanymas.
3) Lietuvos Politechnikos steigimo ir jos militarizavimo projektas.
4) Karo inžinieriaus laipsniui įgyti įstatymo projektas.
5) Statybos įstatymo projektas.

1928 — 29 metais Technikos fakulteto išleista:

1) Fakulteto organo *„Technikos“* Nr. 4, 12 lankų didumo, susidedąs iš 8 originalinių mokslo straipsnių, chronikos ir bibliografijos. Skyrium išleisti straipsniai:

2) Priv. doc. T. Šulco Potencialinė ir kinetinė energija,

3) Prof. J. Šimkaus Psichotechnika ir jos reikšmė darbo tvarkymui,

4) Inž. B. Kolosovo Geležinkelių tiltų projektavimo klausimu,

5) Arch. V. Landsbergio Liaudies namų uždaviniai ir jų projektavimas,

6) Prof. K. Vasiliausko Dviejų šarnyrų vienaluomiai rėmai,

7) Doc. J. Čiurlio Technikinio darbo organizacijos Vokietijoje žymiausios naujienos,

8) Prof. S. Kolupailos Žiemos debito skaičiavimas.

Mokslo vadovėliai išleisti šie:

9) Prof. S. Grinkevičiaus Mediniai tiltai,

10) Prof. P. Jankausko Teoretinės mechanikos kurso I dalis (Statika).

Ne fakulteto leidiniuose buvo įdėti mokomojo personalo darbai:

11) Prof. P. Jodelės Cementas ir jo gamybos sąlygos Lietuvoje (Kosmos, X, Nr. 4 ir Lietuvos Universitetas 1928 - 29 mokslo metais),

12) Prof. J. Šimkaus Chemijos karas (Mūsų Žinynas, XIV — XV).

14) Prof. S. Kolupailos Nemuno kilpa — Lietuvos elektrifikacijos klausimu (Kosmos, X, Nr. 5),

15) Prof. S. Kolupailos Die Berechnung der Winterabflussmengen ir Flügelprüfanstalt bei Kaunas und derer Arbeitsmetoden (II Baltische hydrologische und hydrometrische Konferenz, Tallinn),

16) Prof. S. Kolupailos Hidrometrinis metraštis 1925 — 1927 (Hidrometrinis biūras),

17) Prof. S. Kolupailos Vandens matavimo stotys (Žemėtvarka ir Melioracija, II, Nr. 3),

18) Doc. J. Čiurlio Vokietijos automotricų gamyba (Sąsieka.II, Nr. 11),

19) Doc. J. Jankevičiaus Lietuvos platieji geležinkeliai 1919 — 1927 metais (Lietuvos Ūkis, 1928, Nr.9),

20) Inž. J. Gabrio Lietuvos plentai 1918 — 1928 metų laikotarpy (Sąsieka, II, Nr. 9),

21) Inž. J. Gabrio Lietuvos keliai ir reikalingos jiems lėšos. (Sąsieka, II, Nr. 10),

22) Inž. J. Gabrio Naujausieji keliai ir gatvės (Saviv., Nr. 11—66),

23) Inž. J. Gabrio Naujų plentų tiesimo klausimu (Sąsieka, II, Nr.12)

24) Inž. J. Gabrio Naujausieji asfalto keliai ir jų pritaikymo Lietuvoje klausimas (Sąsieka, II, Nr. 2 ir 3).

25) Inž. J. Gabrio Naujas Latvijos kelių įstatymas (Savivaldybė, Nr. 10 — 65),

26) Inž. J. Gabrio Kiek kaštuoja Lietuvai reikalingi nauji plentai (Savivaldybė, Nr. 12 — 67),

27) Inž. J. Gabrio Dėl naujai projektuojamų plentų statybos ir jų suskirstymo apskritimis (Savivaldybė, Nr. 3 — 70),

Technikos fakulteto diplominiai projektai.

1929. I. 30 viešame Technikos fakulteto posėdyje, dalyvaujant Švietimo ministeriui inž. K. Šakeniui ir Un-to rektoriui prof. P. Jodelei, įvyko 5 diplominių projektų gynimas, Patiekti šie projektai:

1) Juozo Indriūno — elektrifikuoto popierio fabriko,

2) Petro Steikūno — Klaipėdos miesto elektros stoties,

3) Boriso Indurskio — Šiaulių rajoninės elektros stoties,

4) Nikalojaus Birulio — Sodžiaus tipo valcinio gelžbetoninio malūno,

5) Jono Jasiukaičio — Vandens higienos rūmų.

Fakultetas, įvertinęs projektus ir jų gynimą, suteikė p. Jasiukaičiui dipl. statybos inž., kitiems — dipl. technologijos inž. laipsnį.

*
* *

1929. VI. 12 įvyko kitas diplominių projektų gynimas, dalyvaujant Švietimo ministeriui ir Un-to rektoriui. Projektai:

1) Kazio Klimausko — Garvežių remonto dirbtuvių,

2) Juozo Barzdos - Bradausko — Kauno tramvajaus,

3) Albino Ramanausko — Panevėžio miesto elektros stoties,

4) Jurgio Koroliovo — Rytų Lietuvos elektrifikacijos.

Visiems diplomantams suteiktas diplomuoto technologijos inžinieriaus laipsnis.

*
* *

Trečias (nuo pradžios septintas) diplominių projektų gynimas įvyko 1929. X. 28 Didžiuose Un-to rūmuose, dalyvaujant Švietimo ministeriui inž. K. Šakeniui ir daugeliui svečių. Ginti projektai:

1) Kazio Rimkaus — Nemuno kilpos vandens energijos naudojimo,

2) Juozo Losinskio — Kauno uosto ir Nemuno bei Neries reguliavimo,

3) Juozo Dragašiaus — Pelningų namų Kaune,

4) Kazio Germano —Kurhauzo Palangoje,

5) Aleksandro Katchės — Telšių - Kretingos geležinkelio tilto per Akmeną,

6) Geršono Rozentalio — Gelžbetoninio tilto per Nevėžį ties Raudondvariu.

Fakultetas visiems diplomantams suteikė diplomuoto statybos inžinieriaus laipsnį.

Technikos fakulteto ryšiai su užsieniais.

Norėdamas nustatyti kontaktą su užsienio aukštomis technikos mokyklomis ir specialiomis įstaigomis, fakultetas pasiūlė 153 jų keistis leidiniais ir pradžiai išsiuntė joms organo „Technikos" keturius pirmuosius tomus. Padėkoję už siuntinį, dauguma mokyklų bei įstaigų atsiuntė savo leidinių; kaikurios pradėjo siųsti savo metraščius ir kitus periodinius leidinius. Žemiau dedamas tų įstaigų sąrašas ir gaunamų periodinių leidinių santrauka.

Aukštosios technikos mokyklos ir specialios įstaigos,
su kuriomis Technikos fakultetas keičiasi leidiniais.

Latvijoje:

1. Latvijas Universitāte, Inženierzinātņu fakultāte.
2. „ „ Mechanikas fakultāte.
3. „ „ Architekturas fakultāte.

Estijoje:

4. Tartu Ülikooli. Tartu.
5. H. Tallinna Tehnikum. Tallinn.
6. Sisevete Uurimise Büroo. Tallinn.

Suomijoje:

7. Tekniska Högskolan. Helsingfors.

Švedijoje:

8. K. Tekniska Högskolan. Stockholm.
9. Statens Meteorologisk-Hydrografiska Anstalt. Stockholm.

Norvegijoje:

10. Norges Tekniske Höiskole. Trondhjem

Vokietijoje:

11. Technische Hochschule. Aachen.
12. Technische Hochschule. Berlin—Charlottenburg.
13. Technische Hochschule Carolo-Wilhelmina. Braunschweig.
14. Technische Hochschule. Breslau.
15. Technische Hochschule. Darmstadt.
16. Sächs. Technische Hochschule. Dresden.
17. Technische Hochschule. Hannower.
18. Technische Hochschule Fridericiana. Karlsruhe.
19. Technische Hochschule. Stuttgart.
20. Technische Hochschule. München.
21. Hindenburg-Polytechnikum. Oldenburg i O.
22. Landwirtschaftliche Hochschule. Bonn-Poppelsdorf.
23. Universität. Königsberg i. Pr.
24. Verein Deutscher Ingenieure. Berlin.
25. Landesanstalt für Gewässerkunde. Berlin.
26. Staatl Materialprüfungsamt. Berlin — Dahlem.

Dancige:

27. Technische Hochschule. Danzig.

Danijoje:

28. Den Polytekniske Laereanstalt. Kjøbenhavn.
29. Bureau International pour l'Exploration de la Mer. Kjøbenhavn, Hellerup.

Holandijoje:

30. Technische Hoogeschool. Delft.

D. Britanijoje:

31. Imperial College of Science and Technology. London, S. Kensington.
32. The Institut of Civil Engineers. London, Westminster.
33. University of Leeds. Faculty of Technology. Leeds.
34. The Royal Technical College. Glasgow, Scottland.
35. University of Liverpool. Faculty of Engineering. Liverpool.
36. Department of Scientific and Industrial Research. London.
37. British Museum Library. London, Bloomsbury.
39. University of Sheffield. The Faculty of Engineering. Sheffield.

Belgijoje:

39. Université de Liège. Faculté Technique. Liège.
40. Association Internationale Permanente des Congrès de Navigation. Bruxelles.

Francüzijoje:

41. École Nationale des Ponts et Chaussées. Paris.
42. École Supérieure d'Électricité. Paris.
43. École Spéciale d'Architecture. Paris.
44. École Centrale des Arts et Manufactures. Paris.
45. École Polytechnique. Paris.

Ispanijoje:

46. Escuela Especial de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Madrid.
47. Escuela Central de Ingenieros Industriales. Madrid.
48. Escuela Superior de Arquitectura. Madrid.
49. Escuela de Ingenieros Industriales. Bilbao.
50. Escuela Superior de Arquitectura. Barcelona.
51. Escuela de Ingenieros Industriales. Barcelona.

Portugalijoje:

52. Instituto Superior Técnico. Lisboa.
53. Universidade do Porto. Faculdade Tecnica. Porto.

Italijoje:

54. R. Scuola d'Ingegneria. Bologna.
55. R. Scuola d'Ingegneria. Torino.
56. R. Scuola d'Ingegneria (Politechniko). Milano.
57. Scuola d'Ingegneria. Napoli.
58. R. Scuola d'Ingegneria. Padova.
59. R. Scuola d'Ingegneria. Pisa.
60. Scuola degli Ingegneri. Palermo.
61. R. Scuola di Architettura. Roma.

Šveicarijoje:

62. Eidg. Technische Hochschule. Zürich.
63. École d'Ingénieurs. Lausanne.

Austrijoje:

64. Technische Hochschule. Wien.
65. Technische Hochschule. Graz.
66. Hochschule für Bodenkultur. Wien.

Čechoslovakijoje:

67. České Vysoké Učeni Technicke. Praha.
68. Deutsche Technische Hochschule. Prag.
69. Česká Vysoká Škola Technická. Brno.
70. Deutsche Technische Hochschule. Brünn.
71. Ministerstvo Veřejných Prací. Praha.

Vengrijoje:

72. Magyar királyi József-Műegyetem. Budapest.

Jugoslavijoje:

73. Technische Fakultät der Universität. Beograd.
74. Kr. Tehnička Visoka Škola. Zagreb.
75. Univerza v Ljubljani. Tehniške fakultete. Ljubljana.

Grekijoje:

76. Ἐθνικὸν Μετρόβιον Πολυτεχνεῖον. Ἀθῆναι.

Turkijoje:

77. Sanaji mekteb-i-alisi. Stambul.

Rumunijoje:

78. Şcoala Politechnică. Bucureşti.
79. Şcoala Politechnică. Timişoara.

Rusijoje (S.S.S.R.):

80. Политехнический Институт. Ленинград.
81. Институт Инженеров Путей Сообщения. Ленинград.
82. Технологический Иистигут. Ленинград.
83. Институт Гражданских Инженеров. Ленинград.
84. Электротехнический Институт. Ленинград.
85. Горный Институт. Ленинград.
86. Военно-Инженерная Академия. Ленинград.
87. Московское Высшее Техническое Училище. Москва.
88. Московский Институт Инженеров Транспорта. Москва.
89. Московский Межевой Институт. Москва.
90. Тимирязевская Сельско-Хозяйственная Академия. Москва, Петровско-Разумовское.
91. Политехнический Институт. Иваново-Вознесенск.
92. Нижегородский Гос. Университет. Механический факультет. Нижний-Новгород.
93. Київський Політехнічний Інститут. Київ.

94. Київський Інститут Народнього Господарства. Київ.
95. Харьківский Технологічний Інститут. Харків.
96. Горный Институт. Днепропетровск.
97. Одесский Политехнический Институт. Одесса.
98. Донской Политехнический Институт. Новочеркасск.
99. Кубанский Политехнический Институт. Краснодар.
100. Уральский Политехнический Институт. Свердловск.
101. Сибирский Технологический Институт. Томск.
102. Средне-Азиатский Госуд. Университет. Инженерно-Мелиорационный факультет. Ташкент.
103. Государственный Гидрологический Институт. Ленинград.
104. Научно-Мелиорационный Институт. Ленинград.
105. Центральное Гидрометеорологическое Бюро. Ленинград.
106. Русское Техническое Общество. Ленинград.

Chinijoje:

107. Tungchi Technische Hochschule. Woosung bei Shanghai.
108. The National Institute of Technology. Peking, West City.

Japonijoje:

109. Tokyo Imperial University. Faculty of Engineering. Tokyo.
110. Kyushu Imperial University. College of Engineering. Fukuoka.
111. Kyōto Imperial University. Department of Engineering. Kyōto.

Indijoje:

112. College of Engineering. Madras.

Holandijos Ost Indijoje:

113. Technische Hoogeschool. Bandoeng, Java.

Palestinoje:

114. Hatechnion Haiwri. Haifa.

Pietų Afrikoje:

115. University of the Witwatersrand. Milner Park, Johannesburg, Transvaal.
116. University of Cape Town. Cape Town.

Šiaurės Amerikos Jungtinėse Valstybėse:

117. The Polytechnic Institute of Brooklyn. Brooklyn, N. Y.
118. Worcester Polytechnic Institute. Worcester, Mass.
119. Rensselaer Polytechnic Institute. Troy, N. Y.
120. California Institute of Technology. Passadena, Cal.
121. The Harvard Engineering School. Cambridge, Mass.
122. Carnegie Institute of Technology. Pittsburgh, Pa.
123. Iowa State College of Agriculture and Mechanic Arts. Ames, Iowa.
124. University of Michigan. Ann Arbor, Mich.
125. University of California. College of Civil Engineering, Berkeley, Cal

126. Northwestern University. College of Engineering. Evanston, Jll.
127. University of Cincinnati. College of Engineering and Commerce. Cincinnati, Ohio.
128. University of Missouri. Columbia, Miss.
129. The Ohio State University. Columbus, Ohio.
130. University of Iowa. Iowa City, Iowa.
131. Cornell University. Ithaca, N. Y.
132. University of Pittsburgh. School of Engineering. Pittsburgh, Pa.
133. Washington University. School of Engineering. Saint Louis, Miss.
134. Leland Stanford Junior University. Palo Alto, Cal.
135. The Pennsylvania State College. School of Engineering, State College, Pa.
136. University of Jllinois. College of Engineering. Urbana, Jll.
137. Purdue University. Lafayette, Ind.
138. University of Kansas. School of Engineering. Lawrence, Kans.
139. University of Nebraska. Lincoln, Nebr.
140. University of Wisconsin. Madison, Wis.
141. University of Minnesota. College of Engineering and Architecture. Minneapolis, Minn.
142. West Virginia University. College of Engineering and Mechanical Arts. Morgantown, W. Va.
143. Columbia University of the City of New York. School of Engineering. New York.
144. University of Pennsylvania. Towne Scientific School. Philadelphia, Pa.
145. United States Geological Survey. Washington, D. C.

Kanadoje:

146. University of Toronto. Toronto.
147. University of Manitoba. Faculty of Engineering and Architecture. Winnipeg.
148. University of Saskatchewan. Faculty of Civil Engineering. Saskatoon.

Brazilijoje:

149. Escola Polytechnica. Rio de Janeiro.
150. Escola Polytechnica. São Paulo.
151. Faculdade de Engenharia do Paraná. Curityba, Paraná.

Peru:

152. Escuela de Ingenieros. Lima.

Čili:

153. Instituto de Ingenieros. Santiago.

Technikos fakultetui atsiunčiamų periodinių leidinių pavadinimai.

1) I. A. O. Nachrichten. Oldenburg, Hindenburg-Polytechnikum.
2) Department of Scientific and Industrial Research. Technical Papers. London.
3) Bulletin de la Société Française des Électriciens. Paris.
4) Le Maître d'Oeuvre. Paris.
5) Anuario de la Escuela Especial de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos. Madrid.
6) Annali della R. Scuola d'Ingegneria di Padova. Padova.
7) Pubblicazioni della R. Scuola d'Ingegneria di Pisa. Pisa.
8) Bulletin scientifique de l'Ecole polytechnique de Timişoara.
9) Известия Технологического Института им. Ленинградского Совета Р. К. и К. Д. Ленинград.
10) Труды Московского Межевого Института. Москва.
11) Наукові Записки Харківського Технологічного Інституту. Харків.
12) Известия Сибирского Технологического Института. Томск.
13) Записки Горного Института. Ленинград.
14) Вестник Металлопромышленности. Научно-технический орган Главного Управления Металлической Промышленности. Москва.
15) Известия Научно-Мелиорационного Института. Ленинград.
16) Вісти Київського Політехнічного Інституту. Київ.
17) Известия Центрального Гидрометеорологического Бюро. Ленинград.
18) Memoirs of the College of Engineering, Kyushu Imperial University, Fukuoka, Japan.
19) Journal of the Faculty of Engineering, Tokyo Imperial University. Tokyo.
20) Bulletin of the Terrestrial Electric Observatory. Palo Alto, California.
21) The Pennsylvania State College. Engineering Experiment Station. Bulletins. Pennsylvania.
22) The Pennsylvania State College Bulletin. The School of Engineering. Pennsylvania.
23) U. S. Geological Survey. Bulletins. Washington.
24) U. S. Geological Survey. Professional Papers. Washington.
25) Leland Stanford Junior University Publications. California.
26) Iowa State College of Agriculture and Mechanic Arts, Official Publications. Ames, Iowa.
27) Boletin de Minas, Industrias y Construcciones. Escuela de Ingenieros, Lima, Peru.
28) Tallinna Tehnikumi juures asuva Riiklise Katsekoja Teated. Tallinn.

Techniškosios literatūros naujienos.

Hidraulikos, hidrologijos ir hidrotechnikos literatūra.

Surinko prof. S. Kolupaila.

L. Lichtenstein. *Grundlagen der Hydromechanik.* Berlin, 1929, 507 pusl.

Teorinės hidromechanikos kursas.

L. Prandtl und O. Tietjens. *Hydro- und Aeromechanik.* Berlin, 1929, Erster Band, 238 pusl.

Prof. Prandtl'io Getingene paskaitos, dr. Tietjens'o išleistos. Pirmasis tomas paskirtas skysčių pusiausvyrai ir judėjimui be trinties.

Н. Н. Павловский. *Гидравлика.* Ч. I. Ленинград, 1929, 379 pusl.

Turtinga rusų hidraulikos literatūra gavo naują įdomų kursą, kuris nemaža skiriasi nuo kitų vadovėlių. Po hidrostatikos autorius duoda hidrodinamikos pagrindus ir iš karto dėsto hidrauliškus pasipriešinimus ir slėgimo nuostolius judomame skysčiuje; tuo realizuojama nauja kurso išdėstymo sistema; numatomoje antroje dalyje bus visi praktiški hidraulikos taikymai. Kursas labai platus.

А. Н. Ахутин. *Сборник задач по гидравлике.* Москва. 1928; 158 pusl.

А. Н. Ахутин. *Примеры гидравлических расчетов* в области неравномерного движения воды в открытых руслах. Москва, 1928, 167 pusl.

Du nedideli rinkiniai hidraulikos uždavinių su sprendimais. Labai tinka statybininkams.

V. Ducmanis. *Hidraulika un hidrogratija.* Riga, 1927, 256 pusl.

Kultūrtechnikų mokykloms vadovėlis latvių kalba. Hidraulika, hidrometrija, hidrologija — elementariškai išdėstytos.

(Н. Н. Павловский и А. И. Шварц). *Таблицы для построения кривых подпора и спада в руслах с прямым уклоном ($i > 0$).* Ленинград, 1929, 69 pusl.

Tabelės paspyrio kreivei taisyklingose vagose skaičiuoti sulig prof. Bachmetjevo lygtimis, panašiomis Bresse formulei, bet tinkamomis įvairiai profilio formai.

F. Bundschu. *Angewandte Hydraulik.* Berlin. 1929, 75 pusl.

Trumpas hidraulikos vadovėlis su savotišku terminų ir formulių traktavimu.

G. de Marchi. *Ricerche sperimentali sulle dighe tracimanti.* Roma, 1928, 42 pusl.

Čiurkšlės tyrinėjimai slenksčiuose, atlikti Pizos Inžinierijos mokyklos Hidrauliniame institute.

С. А. Советов. *Курс общей гидрологии.* Ленинград. 1939, 311 pusl.

Bendrosios hidrologijos vadovėlis, skirtas Gamtos fakultetui, kalpo fizinės geografijos dalis. Turinys: vandens apyvarta atmosferoje, požemio vandenys, upės, okeanai ir jūros, ežerai, ledynai ir ledas. Prof. Sovietovas žinomas Nevos ir Onegos ežero studijomis. Vadovėlis skaitomas lengvai.

P. Otockij. *Režim podzemních vod* a jeho závislost od ovzdušných činitelů. Praha, 1926, 399 pusl.

Žymaus rusų hidrologo prof. Otockio veikalas: Грунтовые воды и леса, 1905 naujai išleistas čechiškai. Skyriai: studijų organizacija, dirvožemio šilima ir požemio van-

dens, atmosferinis slėgimas ir požemio vandens, požemio vandens ir drėgmens, šulinių vandens šuolis pavasaryje, manometrinės studijos; plati santrauka francūzų kalba.

А. Д. Дубах. *Жизнь реки (Общая потамология).* Горы-Горки, 1925, 149 pusl.

Upių hidrologijos vadovėlis.

E. Montagné et L. Barbillion. *La mesure des débits et l'aménagement des usines hydrauliques.* Paris, 1927, 201 pusl.

Turinys: Hidrometrinių tyrinėjimų tikslas, horizontų ir debitų spėjimas. Vandens skaitikliai ir matuotojai. Upių debito matavimo metodės. Cheminė mefodė. Slenksčiai, angos; uždarų kanalų matavimas, matuotojas Venturi. Malūnėliai ir kiti instrumentai.

H. Mettler. *Probleme und Konstruktionen aus der Hydrometrie.* Zürich, 1927, 48 pusl. ir 17 tab.

Turinys: Hidrotechnikos uždaviniai. Grafiškas debito suradimas sulig skersiniu profiliu ir nuolydžiu. Dvigubas profilis. Debito ir paspyrio kreivių konstrukcija. Garavimas ir nuotakis. Vandens apyvarta ir darbas. Ežerų balansas. Ežerų reguliavimas. Vandens ištekėjimas

W. A. Liddell. *Stream Gaging.* New York, 1927, 238 pusl.

Naujas praktiškosios hidrometrijos vadovėlis anglų kalba. Turinys: Įvadas. Vandens tekėjimas upėse. Greičių pasiskirstymas atvirose angose. Hidrometrinės stotys. Vandens matavimo stotys. Skersinis profilis. Plūdės. Malūnėliai. Malūnėlių taravimas. Malūnėlių charakteristika. Matavimas malūnėliu. Debito matavimas slenksčio pagalba ir sulig nuolydžiu. Debito kreivės sudarymas ir naudojimas. Ledo įtaka vandens tekėjimui. Uždaviniai.

Б. А. Аполлов и М. А. Лукашин. *Практическая гидрометрия твердого расхода потоков.* Тифлис, 1929, 383 pusl.

„Kieto debito" hidrometrija — vadovėlis upių kilnojamam smėliui matuoti ir studijuoti. Praktikai šios studijos įgyja vis didesnės reikšmės. Turinį sudaro: Bendrosios žinios apie sąnašų judėjimą. Kieto upių debito studijų lauko darbų vykdymas. Pasvertų ir ištirptų vandeny medžiagų observacija. Pasvertų medžiagų pasiskirstymo upės profilyje studijos. Vilkomų upės dugne sąnašų observacijos. Dugno nuosėdų tyrimas. Vietinės laboratorijos darbų instrukcija. Mechaninis analizas. Fiziškai-chemiško vandens, pasvertų medžiagų ir dugno gružo tyrimas. Kieto debito tyrimo medžiagos suvartojimas.

S. Kolupaila. *Hidrometrinis metraštis 1925—1927.* Kaunas, 1929, XLVIII+407 pusl. (litogr.). Vandens kelių tarnybos Hidrometrinio biuro leidinys.

Antras didesnis Hidrometrinio biuro leidinys, išleistas dėl nedidelio tiražo litografijos būdu. Turinys: Iš Hidrometrinio biuro istorijos. Vandens matavimo stočių aprašymas (įkūrimas, konstrukcija, nulio altitudės, reperiai ir jų altitudės, observacijų medžiaga, observatoriai). Vandens matavimo stočių fotografijos (31). Vandens horizontų matavimo medžiaga 1925, 1926 ir 1927 metų — 176 tabelės ir 48 grafikai. Matuotų vandens debitų sąrašai (iki 1929.I.1): 328 debito matavimo rezultatai 19 hidrometr. stotyse, 196 sporadiškų matavimų, 31 rezultatas senų matavimų, viso 555 debitai; toks sąrašas skelbiamas pirmą kartą. Debito kreivės 8 svarbiausioms hidrometrinėms stotims. 1926 metų potvynio vaizdai. Darbų vaizdai. Nemuno ir Neries 1925—1927 metų vandens debitai (kiekvienai dienai 5 hidrometrinėse stotyse); 15 tabelių. 1925, 1926 ir 1927 hidrologinių metų charakteristika. Vidutinių ir kraštutinių horizontų palyginimas. Vidutiniai 1920—1928 metų hidromoduliai. Debito ir hidromodulio pasikeitimai svarbiausiose vietose.

Priedai: I. Šešupės ekspedicinis tyrinėjimas. II. Dzūkijos ežerų tyrinėjimas. III. Drėgmenų matavimo rezultatai: medžiaga 29 Lietuvos, 18 Latvijos ir 69 Lenkijos meteorologinių stočių; pirmą kartą išskaičiuotas nuotakio koeficientas: 1925 — 0,297, 1916 — 0,390, 1927 —

0,368. IV. Nemuno ties Kaunu matavimai 1913—1916 (papildymas medžiagos 1877—1913 ir 1916—1925, anksčiau išspausdintos); nauja 1877 - 1928 metų rezultatų santrauka.

Į metraštį įdėta daug darbo. Reikia išreikšti pageidavimą, kad Hidrometrinis biuras leistų ir toliau savo metraštį.

S. Kolupaila. *Lietuvos vandens matavimo stotys.* Kaunas, 1929, VIII+32+XVI pusl. (litogr.). Iš „Hidrometrinio metraščio 1925—1927".

Vandens matavimo stočių aprašymas su fotografijomis ir dvi vandens matavimo stočių prižiūrėtojams instrukcijos.

Compte rendu. II-ème Conférence Baltique d'hydrologie. Berichterstattung. II Baltische hydrologische Konferenz. Tallin, 1928.

Antrosios Pabaltijo hidrologų konferencijos, su dideliu pasisekimu įvykusios Taline ir Tartu 1928 metų birželio mėn. 17—22 d., apyskaitą sudaro 35 brošiūros — protokolai, nutarimai ir referatai:

1) II Baltische hydrologische und hydrometrische Konferenz. *Verhandlungen und Beschlüsse.* 32 pusl.

2) A. Wellner. *Das hydrometrische Büro Estlands* (Sisevete uurimise büroo). 12 pusl.

3) E. Blomqvist. *Die hydrographischen Untersuchungen in Finnland.* 9 pusl.

4) A. Wallén. *Rapport présenté à la II-ème Conférence Baltique d'hydrologie et d'hydrométrie.* 10 pusl.

5) T. Zubrzycki. *L'état actuel des travaux hydrographiques en Pologne.* Varsovie, 1928, 7 pusl.

6) T. Zubrzycki. *Allgemeine Betrachtungen über das hydrographische Netz Polens und seiner Nachbargebiete.* 12 pusl.

7) J. Kark. *Hydrogeologische Verhältnisse Estlands.* 8 pusl.

8) A. Rammul. *Über die Trinkwasserverhältnisse in Estland.* 7 pusl.

9) В. Е. Ляхницкий. Гидрологические работы при производстве портовых исследований на морях СССР в методологическом отношении. 26 pusl.

10) В. Е. Ляхницкий. Изыскания в устьях р. Невы и в Финском заливе для целей портостроения, а также в связи с проблемой защиты Ленинграда от наводнений. 20 pusl.

11) V. E. Timonoff. *La profondeur d'un port.* 4 pusl.

12) A. Wichmann. *Hydrographische Vorarbeiten für Hafenanlagen an der estländischen Küste.* 12 pusl.

13) V. Schmulders. *Eisverhältnisse im Rigaschen Meerbusen.* 8 pusl.

15) В. Ахматов. О гидрографических работах, выполненных Гидрографическим Управлением за последние годы на Финском заливе. 5 pusl.

15) L. Kollis. *Sur les méthodes d'établissement d'une relation mathématique entre la hauteur et de débit des cours d'eau.* 14 pusl.

16) E. Tilzen. *Fälle der Unzulänglichkeit gewöhnlicher Wassermengenkurven.* 9 pusl.

17) A. Wellner. *Über den Winterabflussvorgang der Narowa.* 18 pusl.

18) S. Kolupaila. *Die Berechnung der Winterabflussmengen* 19 pusl.

19) S. Kolupaila *Flügelprüfanstalt bei Kaunas und derer Arbeitsmetoden.* 5 pusl.

20) E. Leppik. *Studium der Geschiebe-und Sinkstoffbewegung in Flussläufen unter besonderer Betrachtung derselben in der Narowa.* 18 pusl.

21) A. Born. *Erhebungen über Sinkstoff-und Geschiebeführung in Flussläufen mit besonderer Berücksichtigung des Weichselstromes in seinem Unterlaufe.* 16 pusl.

22) M. Matakiewicz. *Sur l'uniformisation des méthoden de la détermination des coefficients c dans la formule de Chézy.* 4 pusl.

23) A. Tammekann. *Das Relief und die Abflussverhältnisse in Estland.* 5 pusl.

24) A. Vitols. *Une solution possible du problème concernant l'écoulement des eaux pluviales d'un plan incliné.* 23 pusl.

25) A. Vitols. *Ueber den Einfluss der Trägkeitskräfte in dem Versickerungsprozesse des auf die Erdoberfläche gelangenden flüssigen Wassers.* 15 pusl.

26) A. Wellner. *Kennzeichnende Zahlenwerte einiger Abflussgebiete Estlands* 15 pusl.

27) A. Lepik. *Die Abflussnormen der Bodenentwässerung Estlands.* 12 pusl.

28) K. Frisch. *Die Beziehung zwischen Niederschlag und Abfluss im Flussgebiete des Embachs.* 8 pusl.

29) P. Stakle. *Resultate der Wassermengenmessungen und die Abflusseinheiten in den Flussgebieten Lettlands.* 46 pusl.

30) T. Zubrzycki. *Über die periodischen Wasserstandsschwankungen an Polens fliessenden Gewässern.* 7 pusl.

31) E. Blizniak. *L'établissement des facteurs hydrologiques dans les calculs hydrotechniques.* 4 pusl.

32) V. E. Timonoff. *Le rôle des laboratoires hydrotechniques dans le domaine de l'hydrologie.* 6 pusl.

33) V. E. Timonoff. *Le formulaire d'une rivière.* 4 pusl.

34) E. Tilzen. *Die hydraulischen Grundlagen der Senkung des Peipussees um 0,3 m.* 11 pusl.

35) K. Keltser. *Die Wasserkraftanlage Linnamägi am Fluss Jaggowal.* 11 pusl.

Труды Второго Всесоюзного Гидрологического Съезда в Ленинграде 20—27 апреля 1928 г. Ч. I. Ленинград, 1928, 133 pusl.

Pirmas tomas — su protokolais ir rezoliucijomis. Tomas su referatais dar spausdinamas.

А. В. Огієвський. *Питання гидрології за кордоном.* Київ, 1929, 124 pusl.

Apyskaita apie mokslo komandiruotę į Vokietijos, Austrijos ir Francūzijos hidrografines įstaigas.

J. Smetana. *Organisation et travaux du service hydrologique national en Tchécoslovaquie.* Prague, 1926, 8 pusl.

A. Melli. *Il servizio idrografico italiano.* Roma, 1928, 13 pusl.

S. Kolupaila. *Vandens matavimo stotys.* Tipai, konstrukcijos, uždaviniai. Kaunas, 1929, Žemėtvarka ir Melioracija, II, Nr. 3, pusl. 5—24.

P. S. Sanchez. *Estudio hidrologico de la Republica Mexicana.* Tacubaya, 1928, 14 pusl. ir 17 tab.

С. Комарницький. *Гидрометричний щорічник.* Київ, 1828, 134 pusl.

Ukrainos Hidrometrinio biuro metraštis, išleistas labai gražiai.

J. Smetana. Hydrologická zpráva. Annuaire hydrologique 1924. 1. Strážky a teploty vzduchu. Praha, 1928, 279 pusl. ir 4 žemėlapiai.

Čechoslovakijos Hidrologinio instituto metraštis; 1 dalis — drėgmens ir oro temperatūra.

В. Н. Грамматин. *Нормы осушения на торфяных почвах.* Новгород, 1929, 36 pusl.

Eidg. Amt für Wasserwirtschaft. *Die Regulierung des Rheins zwischen Basel und Strassburg.* Bern, 1929, 15 pusl. ir 32 tab.

Reino žemam vandeniui reguliavimo tarp Badeno ir Francūzijos projektas. Rinkinys gražiai atliktų brėžinių.

A. Smrček. *Laboratoř vodních staveb při České vysoké škole technické v Brně.* Praha, 1923, 28 pusl. ir 8 tab.

Brno Aukštosios Technikos mokyklos hidrotechnikinės laboratorijos aprašymas.

A. Smrček. *Wilsonova přehrada na řece Tennesee, Alabama, U. S. A.* Praha, 1929, 18 pusl.

Mūrinės užtvankos paplovimo tyrinėjimas hidrotechnikinėje laboratorijoje.

J. Černý. *Comment compléter la législation sur le régime des eaux aux point de vue technique et économique.* Prague, 1927, 116 pusl. ir *Supplement*, 1929, 8 pusl.

J. Černý. *Anleitung, wie die Projekte zu Gesuchen um wasserrechtliche Bewilligung ausgestalten sein sollen.* Praha, 1929, 82 pusl.

Čechų Politechnikos Prahoje prof. Černy vandens naudojimo koncesijoms tiekt sąlygų suvienodinimo projektas.

Е. В. Близняк, ред. *Нормы для проектирования гидротехнических сооружений.* Москва, 1929, 88 pusl. Госуд. Научно-Эксперим. Инст. Сооружений.

A. Hruschka. *Druckrohrleitungen der Wasserkraftwerke.* Entwurf, Berechnung, Bau und Betrieb. Wien und Berlin, 1929, 283 pusl.

F Brock. *Energie und Energiewirtschaft.* Wien, 1929, 39 pusl.

Turinys: Energijos apibrėžimas. Šilimos ekvivalentas. Energijos pastovumo ir pasikeitimo dėsnis. Energijos matavimas. Energijos pasikeitimas. Energijos ūkis. Energijos pareikalavimas. Energijos versmių sunaudojimas ir naujų versmių suradimas. Saulės energijos sunaudojimas. Inžinieriaus uždaviniai.

S. Kolupaila. *Nemuno kilpa.* Lietuvos elektrifikacijos klausimu. Kaunas, 1929, Kosmos X, Nr. 5, 32 pusl.

Turinys: Vandens energija. Lietuvos upių vandens energija. Nemuno kilpa. Prof. Merčingo sumanymas. Nauji sumanymai. Hidrometrinės partijos darbai. Kas toliau?

Wasserkraft-Jahrbuch 1928—29. München, 1929, 487 pusl.

Prof. K. Dantscher'io ir inž. C. Reindl'io leidžiamo „Vandens jėgos metraščio" 4 leidinys, labai turtingas ir įdomus, vaizduoja didelę pažangą hidroelektrinių stočių statyboje, tiek charakteringą musų amžiaus kultūrai. Keliolikos autorių straipsniai suskirstyti į 4 dalis: 1. Vandens jėgos naudojimo pažanga. 2. Vandens jėgos naudojimo pagrindai ir jų vertinimas. 3. Hidroelektrinių stočių statyba. 4. Vandens varikliai.

Pirmajame skyriuje pažymėtini darbai:

K. Naehr, *Zehn Jahre österreichischer Grosswasserkraftausbau* (pusl. 1—16).
H. Korazza. *Die Wasserkraftnutzung in Italien Anfang 1928* (pusl 17—36).
H. Parodi. *Der Stand der Wasserkraftnutzung in Frankreich* (pusl. 37—45).
Ch. Raestad. *Der Stand der Wasserkraftnutzung in Norwegen* (pusl. 46—56).
B. Sjögren. *Der Stand der Wasserkraftnutzung in Finnland* (pusl. 57—64).
P. Neményi. *Die Wasserkräfte von Island* (pusl. 65—73).

W. Meyer. *Die Wasserkraftnutzung in der Tschechoslowakei* und ihre Beziehungen zum Ausbau der mitteleuropäischen Wasserstrassen (pusl. 74—80).

A. Tsalikis. *Der Stand der Wasserkraftnutzung in Griechenland* (pusl. 81—82).

Antrajame skyriuje duotas įvairių autorių darbas apie vandens jėgos ir energijos ūkio įstatymdavystę įvairiuose Europos kraštuose:

Die Grundzüge der Wasserkraft- und Energiegesetzgebung in den wichtigsten Wasserkraftländern Europas (pusl. 83—113).

Toliau išspauzdintas platus ir labai įdomus referatas:

A. Rundo. *Die hydrographischen Institutionen Europas, deren Organisation und Tätigkeit* (pusl. 114—160).

Šiame darbe randame Francūzijos, Vokietijos, Austrijos, Čechoslovakijos, Vengrijos, Šveicarijos, Švedijos, Suomijos, Norvegijos, Holandijos, Belgijos, Didžiosios Britanijos, Italijos, Ispanijos, Jugoslavijos, Rumunijos, Lenkijos, Estijos, Lietuvos, Latvijos ir Rusijos hidrografinių įstaigų organizacijos apžvalgą. Senesni tuo pačiu klausimu inž. A. Rundo darbai: 1) Очерк организации гидрографических учреждений Западной Европы и Северной Америки. Петроград, 1919. 2) *Instytucje hydrograficzne zagranicą, ich organizacja i działalność*. Warszawa, 1923. 3) *Organisation et fonctionnement des Services hydrographiques en Allemagne, Autriche, Hongrie, Pologne et Russie*. Venezia, 1926.

Kiti antrojo skyriaus darbai:

J. Ornig und H. Grengg. *Die wirtschaftsgeographischen Grundlagen der österreichischen Energiewirtschaft* und ihre Beziehungen zum Deutschen Reich (pusl. 161—180).

G. Beurle und P. P. Grimm. *Wasserwirtschaftliche Untersuchungen* mit besonderer Berücksichtigung der Korrelationsmethode (pusl. 181—190).

O. Hartmann. *Die Gewässerkunde als Unterlage für Projektierung, Bau und Betrieb von Wasserkraftanlagen* (pusl. 191—210).

K. Köbler. *Die Gefällsaufteilung an Kraftstaffelflüssen* (pusl. 211 - 235).

Hidroelektrinių stočių statybos skyrių sudaro straipsniai:

W. Franz. *Wasserkraftanlagen im Landschaftsbild* (pusl. 236—246).

D. Thoma. *Die Bedeutung des Versuchswesens für die Ausbildund der Wasserkraftwerke* (pusl 247—267).

P. Joye. *Die Dehnungsmessungen am Druckschacht des Achenseekraftwerkes* (pusl. 268—298).

S. Kurzmann. *Die Betonauskleidung der Werkkanäle* (pusl. 299—312).

M. Pernt. *Beitrag zur Systematik optimaler Stollenprofile und zur hydraulischen Nomographie künstlicher Gerinne* (pusl. 313—337).

Ketvirtąjį skyrių sudaro straipsniai apie vandens variklius:

F. Moody. *Der Fortschritt der amerikanischen Wasserturbinen* bis zum Jahre 1929 (pusl. 338—360).

N. Popoff. *Neuere schwedische Wasserturbinen* (pusl. 361—376).

E. Englesson. *Ueber Anfressungen bei Wasserturbinen* und Erprobung von gegen Anfressungen besonders widerstandsfähigen Baustoffen (pusl. 377—393).

M. Schilhansl. *Rechnerische Untersuchungen zum Kavitationsproblem* (pusl. 394—421).

H. Thoma. *Wellenschwingungen bei Freistrahlturbinen* (pusl. 422—436).

V. Blaess. *Zur Theorie des Auswuchtens rasch umlaufender Körper*, insbesondere von Turbinenlaufrädern (pusl. 437—453).

G. Fabritz. *Die Steuerungseinrichtungen selbsttätiger Turbinenregler* (pusl 454—487).

Technikos Fakulteto leidiniai.

Editions de la Faculté Technique.

A. Fakulteto organas:

Technika. Lietuvos Universiteto Technikos fakulteto periodinis leidinys.

Išėjo 5 knygos: Nr. 1, 1924, 147 pus., red. P. Jodelė;
Nr. 2, 1925, 167 pusl., t. p.;
Nr. 3, 1927, XII + 188 pusl.; t. p.;
Nr. 4, 1928, 188 pusl.; red. S. Kolupaila;
Nr. 5, 1929, 271 pusl.; t. p.

B. Atskiri spaudiniai:

Iš „Technikos" Nr. 1:

S. Kolupaila. Lietuvos Hidrografija. I. Lietuvos upių baseinai. 1924, 57 pusl.

S. Kolupaila. Del „debito kreivųjų". 1924, 11 pusl.

Iš „Technikos" Nr. 2:

J. Šliogeris. Perkūnsargiai — trobų nuo žaibo apsaugojimo būdai. 1925, 25 pusl.

S. Kolupaila. Viena hidrometrijos problema (vidutinis vertikalėje greitis). 1925, 32 pusl.

K. Vasiliauskas. Bendrieji infliuentiniai dydžiai. 1925, 14 pusl.

S. Kolupaila. Kauno niveliacijos reperiai. 1925, 31 pusl.

Iš „Technikos" Nr. 4:

T. Šulcas. Potencialinė ir kinetinė energija. 1928, 10 pusl.

J. Šimkus. Psichotechnika ir jos reikšmė darbo tvarkymui. 1928, 24 pusl.

B. Kolosovas. Geležinkelių tiltų projektavimo klausimu. 1928, 24 pusl.

V. Landsbergis. Liaudies namų uždaviniai ir jų projektavimas. 1928, 16 pusl.

K. Vasiliauskas. Dviejų šarnyrų vienaluomiai rėmai. 1928, 50 pusl.

J. Čiurlys. Technikinio darbo organizacijos Vokietijoje žymiausios naujienos. 1928, 11 pusl.

S. Kolupaila. Žiemos debito skaičiavimas. 1928, 25 pusl.

Iš „Technikos" Nr. 5:

K. Vasiliauskas. Vienos angos įtvirtintų galų rėmai. 1929, 66 pusl.

J. Šimoliūnas. Danijos sauskeliai ir jų su mūsų keliais palyginimas. 1929, 12 pusl.

J. Šimkus. Odų gamyboje vandens vartojimas ir suvartoto vandens valymas. 1929, 20 pusl.

J. Graurogkas. Jėgų lygiagretainis ir dviejų lygiagrečių jėgų atstojamosios padėtis. 1929, 6 pusl.

P. Jodelė. Statybos medžiagoms priimti normos ir joms bandyti sąlygos. 1929, 6 pusl.

S. Kolupaila. Nauji hidrometrijos problemai spręsti keliai. 1929, 48 pusl.

K. Vasiliauskas. Strypinės vienukart statiškai neišsprendžiamos fermos analitinė skaičiuotė. 1929, 26 pusl.

Iš „Technikos" Nr. 1, 2, 3 ir 5:

K. Vasiliauskas. Apskritimo būdas statybos statikoje. 1929, 212 pusl.

Iš „Technikos" Nr. 3 ir 5:

J. Šliogeris. Elektrinis medžiagų atsparumas. 1929, 64 pusl.

C. Mokslo vadovėliai:

P. Jodelė. Statybos medžiagų technologija. 1923, 223 pusl.

J. Šimkus. Cheminė technologija, I dalis. Kuras ir vanduo. 1923, 212 pusl.

J. Čiurlys. Mašinų detalės, I—III dalys. 1923—1925 (hektogr.).

A. Graurogkas. Metalų technologija, III dalis. Įrankiai. 1925, 344 pusl. (hektogr.).

P. Čechavičius. Bendrosios žinios apie vandentiekius. 1925, 43 pusl.

J. Šliogeris. Elektrotechnikos paskaitos. 1925, 273 pusl. (litogr.).

P. Jankauskas. Pritaikomoji mechanika, I dalis. Kliūčių teorija. 1926, 92 pusl. (opalogr.).

P. Jankauskas. Kinematika ir dinamikos pagrindai, 1926 211 pusl. (litogr.)

A. Graurogkas. Medžio technologijos kursas. 1927, 447 psl. ir atlasas: 1926, 16 pusl. (litogr.).

P. Jankauskas. Teoretinės mechanikos kursas, I dalis. Statika. 1928, 65 pusl. ir 19 pusl. brėžinių (rotat).

S. Grinkevičius. Mediniai tiltai. 1929, 223 pusl. (litogr.).